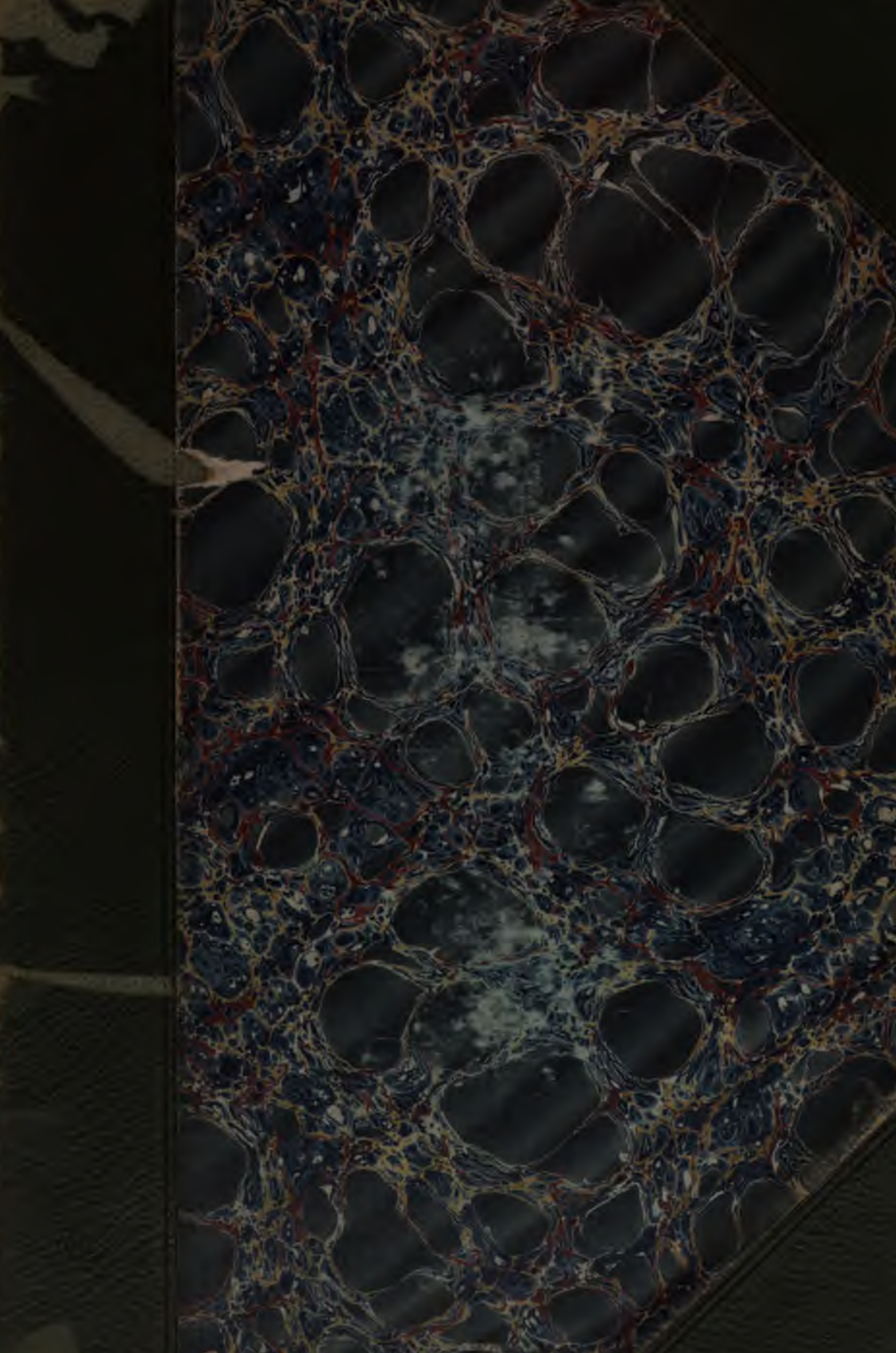
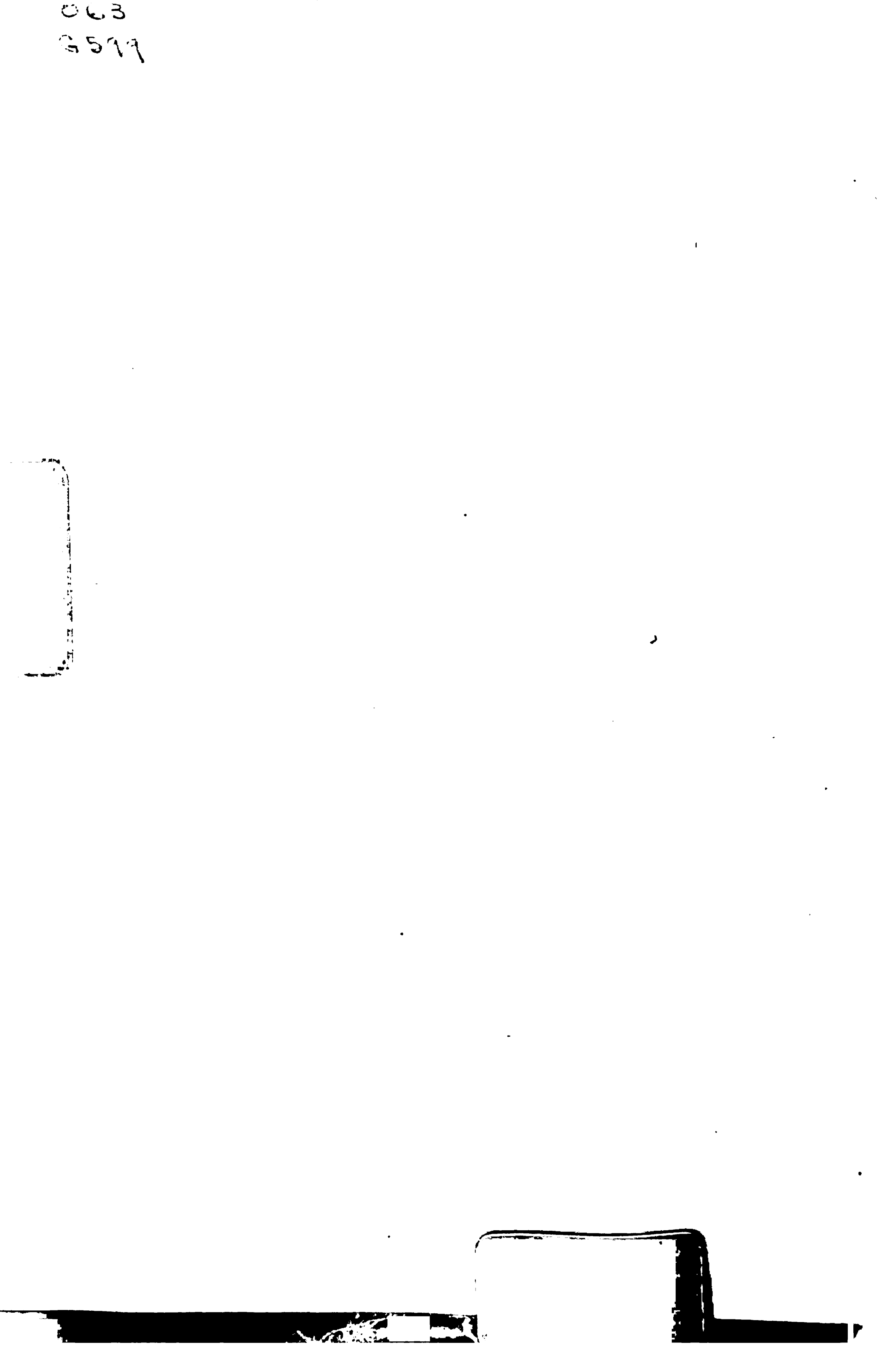




Nachrichten

von der

Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

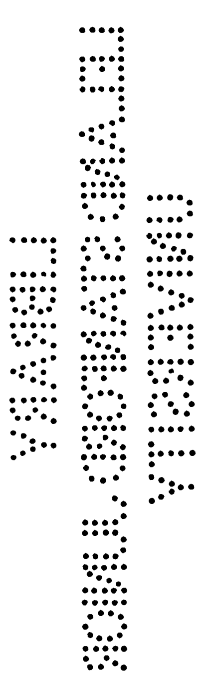
zu Göttingen.

Aus dem Jahre 1886.

Nro. 1—20.

Göttingen,
Dieterichsche Verlags-Buchhandlung.
1886.

Man bittet die Verzeichnisse der Accessionen zugleich als Empfangsanzeigen ür die der Königl. Societät übersandten Werke betrachten zu wollen.



Register

über

die Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften.

und

der Georg-Augusts-Universität

aus dem Jahre 1886

---

*) Die mit * bezeichneten Aufsätze sind in dem vorliegenden Bande gedruckt.

lären Stellen, als Quotient zweier Producte von der eben angegebenen Beschaffenheit darstellen läßt.

In neuerer Zeit sind neben denjenigen eindeutigen Functionen der complexen Veränderlichen x, welche nur für einzelne discrete Werte von x den Charakter rationaler Functionen verlieren, aber diese ausgenommen, für alle übrigen Werte von x eine Bedeutung haben, auch solche Functionen Gegenstand der Betrachtung geworden, welche, wie z. B. die elliptischen Modulfunctionen und allgemeiner die von Herrn Poincaré als »fonctions Fuchsiennes« bezeichneten Functionen, nur innerhalb eines Teiles der Ebene der complexen Veränderlichen x existiren und über die Begrenzung dieses Teiles hinaus eine analytische Fortsetzung nicht gestatten.

Die oben mitgeteilten Sätze des Herrn Weierstraß lassen sich ohne besondere Schwierigkeit auch auf Functionen dieser Art ausdehnen.

Es möge angenommen werden, die zu betrachtenden Functionen seien für die Fläche eines Kreises erklärt, welcher mit dem Radius 1 um den Nullpunkt der Ebene des Argumentes x beschrieben ist, und dessen Peripherie für die Veränderlichkeit des Argumentes x eine natürliche Grenze bilden darf. Dieser Kreis möge im Folgenden kurz als der Hauptkreis [1]) bezeichnet werden. Dann erhält man durch eine Verallgemeinerung der von Herrn Weierstraß angewandten Schlüsse die folgenden Sätze:

1. Jede eindeutige Function von x, welche im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer ganzen Function besitzt, kann dargestellt werden in Gestalt eines Productes, dessen Factoren sämmtlich die Form haben

$$(kx+l)e^{\psi(x)},$$

wo k, l Constante bedeuten, und $\psi(x)$ eine eindeutige Function von x bezeichnet, welche im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer ganzen Function besitzt.

2. Jede eindeutige Function von x, welche im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer rationalen Function besitzt, kann als Quotient zweier Producte von der eben angegebenen Beschaffenheit dargestellt werden.

---

1) Nach dem Vorgange von Herrn F. Klein, Neue Beiträge zur Riemann'schen Functionentheorie, Mathematische Annalen, Bd. 21. p. 141 ff.

Bei dem Ausdrucke der bisher angeführten Lehrsätze war es notwendig, für die Coefficienten von x in den linearen Bestandteilen $kx+l$ der vorkommenden Factoren unbestimmte Constante k anzunehmen, um auch solche Fälle mit zu umfassen, wo die darzustellende Function im Innern ihres Gültigkeitsbereiches Null- und Unendlichkeits-Stellen entweder gar nicht, oder nur in endlicher Anzahl besitzt; denn in solchen Fällen kann es erforderlich werden, einen der Coefficienten k gleich Null und andere von Null verschieden anzunehmen.

Im Folgenden soll aber der eben erwähnte Fall ausgeschlossen und vorausgesetzt werden, daß jede der in Betracht gezogenen Functionen im Innern ihres Gültigkeitsbereiches unendlich viele Null- oder Unendlichkeits-Stellen besitzt. Außerdem soll die einschränkende Bedingung aufgehoben werden, daß jede der Functionen $g(x)$ für $x=0$ verschwinden soll. Dann ist es zulässig, in den vorangehenden Sätzen die Coefficienten k sämmtlich durch 1 zu ersetzen. Gleichzeitig können die Constanten l bei denjenigen Functionen, welche nur für die Fläche des Hauptkreises erklärt sind, der Bedingung unterworfen werden, im Innern des Hauptkreises zu liegen. Hierdurch erhält man das folgende Resultat:

Jede Function, welche den Bedingungen eines der ausgesprochenen Lehrsätze Genüge leistet und im Innern ihres Gültigkeitsbereiches unendlich oft gleich Null, oder unendlich wird, kann aus Factoren von der Form

$$(x+l)e^{g(x)}, \text{ beziehentlich } (x+l)e^{\psi(x)},$$

wo l eine im Innern des Gültigkeitsbereiches der Function liegende Constante bezeichnet, und $g(x)$ und $\psi(x)$ die oben erklärten Bedeutungen haben, durch Multiplication und Division zusammengesetzt werden.

Dabei sind die linearen Bestandteile $x+l$ der vorkommenden Factoren in jedem gegebenen Falle durch die Null-Stellen, beziehungsweise die Null- und Unendlichkeits-Stellen der darzustellenden Function vollständig bestimmt, wogegen die zu jenen linearen Functionen hinzutretenden Zusatzfactoren $e^{g(x)}$, bezw. $e^{\psi(x)}$, jedesmal in der manchfaltigsten Weise abgeändert werden können. Man könnte auch jedesmal erreichen, daß die Functionen $\psi(x)$ sämmtlich ganz und rational ausfielen, doch soll dies im Folgenden absichtlich nicht gefordert werden.

Will man für eine irgendwie gegebene Function von einer der

hier betrachteten Arten die erwähnte Darstellung wirklich ausführen, so hat man zwei Aufgaben zu lösen: Man muß erstens die Null- und Unendlichkeits-Stellen der gegebenen Function ermitteln, und zweitens wenigstens ein System der zu den linearen Functionen $x+l$ hinzuzufügenden Zusatzfactoren $e^{g(x)}$, bezw. $e^{\psi(x)}$, bestimmen.

Diese beiden Aufgaben sind nun für solche eindeutige Functionen, welche für alle endlichen Werte des Argumentes x erklärt sind, in einigen Fällen gelöst, z. B. für die trigonometrischen Functionen, die Gammafunction und die elliptischen Functionen. Dagegen ist dies in dem Falle, wo die betrachtete Function nur für die Fläche des Hauptkreises eine Bedeutung hat, bis jetzt noch nicht gelungen. Allerdings ist bei manchen Functionen dieser letzteren Art die Verteilung der Null- und Unendlichkeits-Stellen im Innern des Hauptkreises vollständig bekannt, so daß man die linearen Bestandteile der Factoren, welche bei der erwähnten Darstellung dieser Functionen auftreten, ohne Weiteres angeben kann. Aber die Bestimmung der die Convergenz bewirkenden Zusatzfactoren $e^{\psi(x)}$ scheint bis jetzt noch in keinem einzigen hierher gehörenden speciellen Falle ausgeführt worden zu sein.

Im Folgenden soll nun ein Verfahren angegeben werden, durch dessen Anwendung es gelingt, für jede der »fonctions Fuchsiennes« des Herrn Poincaré, deren Geschlecht gleich Null ist, und deren Gruppe und deren Null- und Unendlichkeits-Stellen gegeben sind, ein System jener Zusatzfactoren zu ermitteln.

Dabei soll die anzuwendende Methode zuerst für einige specielle Functionen auseinandergesetzt werden, welche sich in einfacher Weise durch elliptische Modulfunctionen ausdrücken lassen, weil dies zur Vereinfachung der Darstellung zweckmäßig erscheint. Nachträglich läßt sich dann leicht zeigen, daß, und wie die gemachten Schlüsse ausgedehnt werden können, was am Schluß der Abhandlung geschehen soll.

I.
Hülfssätze aus der Theorie der elliptischen Modulfunctionen[1]).

Die complexe Veränderliche τ sei der Bedingung unterworfen, nur solche Werte anzunehmen, in welchen der Coefficient von i positiv, oder gleich Null ist.

---

1) Vgl. Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der elliptischen Functionen. Nach Vorlesungen und Aufzeichnungen des Herrn K. Weierstraß bearbeitet und herausgegeben von H. A. Schwarz. Art. 54.

In derjenigen Halbebene, durch deren Punkte die Werte der Größe τ geometrisch dargestellt werden, betrachte man die beiden Halbkreise, welche die Strecken $-1 \dots 0$ und $0 \dots 1$ zu Durchmessern haben, und die beiden Geraden, welche in den Punkten -1 und 1 auf der Axe des Reellen senkrecht stehen. Diese vier Linien begrenzen ein Kreisbogenviereck, in welchem einerseits die beiden geraden Seiten, andererseits die beiden Halbkreise einander zugeordnet werden sollen, und dessen Fläche durch P_0 bezeichnet werden möge.

Durch die Substitution $(\tau, \tau+2)$ wird die Seite $-1 \dots i\infty$ in die Seite $+1 \dots i\infty$, und durch die Substitution $\left(\tau, \frac{\tau}{1+2\tau}\right)$ der Kreisbogen $0 \dots -1$ in den Kreisbogen $0 \dots 1$ übergeführt, während die Axe des Reellen bei beiden Substitutionen in sich selbst übergeht. Durch Zusammensetzung entsteht aus diesen beiden Substitutionen eine discontuirliche Gruppe Γ_1, welche alle Substitutionen von der Form

$$\left(\tau, \frac{p'+q'\tau}{p+q\tau}\right)$$

umfaßt, wobei p, q, p', q' vier beliebige nur den Bedingungen

$$pq'-qp' = 1, \quad p \equiv 1, \quad q \equiv 0, \quad p' \equiv 0, \quad q' \equiv 1 \quad (\text{mod. } 2)$$

unterworfene ganze Zahlen bedeuten.

Je zwei Werte der Größe τ, von denen der eine durch eine Substitution der Gruppe Γ_1 aus dem anderen hervorgeht, sollen als aequivalent bezeichnet werden.

Der Gruppe Γ_1 entspricht eine Teilung des Gebietes der Variabeln τ in unendlich viele Kreisbogenvierecke, welche aus dem Viereck P_0 durch symmetrische Wiederholung in Bezug auf seine vier Seiten und durch fortgesetzte Anwendung dieses Verfahrens auf die neu entstehenden Kreisbogenvierecke hervorgehen.

Die Flächen der an das Viereck P_0 längs seiner vier Seiten anstoßenden Kreisbogenvierecke mögen in irgend einer Reihenfolge durch P_1, P_2, P_3, P_4 bezeichnet werden. Weiter sollen P_5, P_6, $\dots P_{16}$ die Flächen der zwölf Kreisbogenvierecke bedeuten, welche sich an die Seiten des aus der Zusammenfassung von P_0, $P_1 \dots P_4$ entstehenden Kreisbogenzwölfecks anlegen, wobei wiederum die Reihenfolge gleichgültig ist, u. s. f.

Die Function

$$k^2 = \frac{\vartheta_2^4(0|\tau)}{\vartheta_3^4(0|\tau)}$$

hat die Eigenschaft, bei allen Substitutionen der Gruppe Γ_1 ungeändert zu bleiben.

Vorausgesetzt, daß man je zwei aequivalente, auf der Begrenzung der Fläche P_0 liegende Werte von τ als nicht von einander verschieden betrachtet, gilt ferner der Satz, daß die Function k^2 für die im Innern und auf der Begrenzung des Vierecks P_0 liegenden Werte von τ jeden reellen oder complexen Wert ein- und auch nur einmal annimmt.

Die Größe $\frac{dk^2}{d\tau}$ wird für endliche nicht reelle Werte der Variabeln τ niemals gleich Null.

Den Werten $i\infty$, -1, 0, 1 der Größe τ entsprechen beziehentlich die Werte 0, ∞, 1, ∞ der Function k^2.

Es ist leicht Reihenentwickelungen anzugeben, durch welche das Verhalten der Function k^2 und ihrer Ableitung in der Nähe der eben erwähnten speciellen Werte der Veränderlichen τ näher charakterisirt wird [1]). Zunächst ergibt sich aus der Definitionsgleichung:

$$k^2 = \frac{\vartheta_2^4(0|\tau)}{\vartheta_3^4(0|\tau)}$$

eine Gleichung von der Form

$$k^2 = 16 e^{i\pi\tau}[1 + e^{i\pi\tau}.\mathfrak{P}(e^{i\pi\tau})].$$

Dabei bedeutet das Zeichen $\mathfrak{P}(x)$ hier, sowie im Folgenden, jedesmal eine nach Potenzen des Argumentes x mit ganzzahligen positiven Exponenten fortschreitende unendliche Reihe, welche innerhalb eines gewissen Bereiches convergirt. Aus der vorstehenden Gleichung folgt durch Differentiation eine Gleichung von der Form

$$\frac{dk^2}{d\tau} = 16 i\pi e^{i\pi\tau}[1 + e^{i\pi\tau}.\mathfrak{P}(e^{i\pi\tau})].$$

Zweitens hat man

$$k^2 = \frac{\vartheta_2^4(0|\tau)}{\vartheta_3^4(0|\tau)} = -\frac{\vartheta_2^4(0|\tau+1)}{\vartheta_0^4(0|\tau+1)} = -\frac{\vartheta_0^4\left(0\left|-\frac{1}{\tau+1}\right.\right)}{\vartheta_2^4\left(0\left|-\frac{1}{\tau+1}\right.\right)},$$

und hieraus ergibt sich

$$k^2 = -\frac{1}{16}e^{\frac{i\pi}{\tau+1}} + \mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau+1}}\right),$$

$$\frac{dk^2}{d\tau} = \frac{1}{16}\cdot\frac{i\pi}{(\tau+1)^2}\cdot\left[e^{\frac{i\pi}{\tau+1}} + \mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau+1}}\right)\right].$$

1) Man vergleiche zu dem Nachfolgenden: Formeln und Lehrsätze etc. Art. 35, Nr. 2—4 und Art. 37, Nr. 3.

Drittens ist

$$k^2 = \frac{\vartheta_2^4(0|\tau)}{\vartheta_3^4(0|\tau)} = \frac{\vartheta_0^4\left(0|-\frac{1}{\tau}\right)}{\vartheta_3^4\left(0|-\frac{1}{\tau}\right)} = 1-16e^{-\frac{i\pi}{\tau}}+e^{-\frac{2i\pi}{\tau}}\,\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau}}\right),$$

$$\frac{dk^2}{d\tau} = -\frac{16i\pi}{\tau^2}e^{-\frac{i\pi}{\tau}}\left[1+e^{-\frac{i\pi}{\tau}}\,\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau}}\right)\right].$$

Endlich ist viertens

$$k^2 = -\frac{1}{16}e^{\frac{i\pi}{\tau-1}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau-1}}\right),$$

$$\frac{dk^2}{d\tau} = \frac{1}{16}\frac{i\pi}{(\tau-1)^2}\left[e^{\frac{i\pi}{\tau-1}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{\tau-1}}\right)\right],$$

wie sich am einfachsten aus den Gleichungen des zweiten Falles ergibt, indem man τ durch $\tau-2$ ersetzt.

Wie eine nähere Untersuchung zeigt, ist jede der hier vorkommenden Potenzreihen convergent, solange der absolute Betrag ihres Argumentes <1 ist. Daher haben die mitgeteilten Formeln für alle nicht reellen Werte von τ Gültigkeit.

Das Gebiet der complexen Veränderlichen τ möge nun durch eine lineare Substitution auf die Fläche des Kreises abgebildet werden, welcher in der Ebene der complexen Veränderlichen z um den Nullpunkt als Mittelpunkt mit dem Radius 1 beschrieben ist, und welcher fortan kurz der »Hauptkreis« heißen soll. Dabei möge zur Vereinfachung die Forderung gestellt werden, daß dem Wert $\tau=i$ der Mittelpunkt des Hauptkreises, und dem Wert $\tau=\infty$ der Wert $z=-1$ entsprechen soll. Dann wird die Abbildung durch folgende Gleichungen vermittelt:

$$z = \frac{-\tau+i}{\tau+i}; \qquad \tau = i\cdot\frac{1-z}{1+z}.$$

Der Fläche P_0 entspricht im Gebiet der Variabeln z die Fläche R_0 desjenigen Kreisbogenvierecks, welches die Punkte -1, $-i$, 1, i zu Ecken hat, und von denjenigen vier im Innern des Hauptkreises liegenden Kreisbogen begrenzt wird, welche je zwei benachbarte dieser Punkte mit einander verbinden, und auf der Peripherie des Hauptkreises senkrecht stehen. Der Teilung des Gebietes der Variabeln τ entspricht eine Teilung der Fläche des Hauptkreises in Kreisbogenvierecke, welche sämmtlich aus dem Viereck R_0 durch das Verfahren der fortgesetzten symmetrischen Wiederholung hervorgehen. Die Flächen dieser Vierecke, welche den Flächen P_1, P_2, $P_3\ldots$

entsprechen, und das Viereck R_0 allseitig umgebend einen immer größer werdenden Teil der Kreisfläche erfüllen, mögen der Reihe nach durch R_1, R_2, R_3 . . . bezeichnet werden.

Weiter entspricht der Gruppe Γ_1 eine transformirte Gruppe G_1 mit den beiden erzeugenden Substitutionen

$$\left(\frac{1}{z+1},\ \frac{1}{z+1}-i\right) \text{ und } \left(\frac{1}{z-1},\ \frac{1}{z-1}+i\right).$$

Diejenige Substitution dieser Gruppe, welche die Fläche R_0 in die Fläche R_λ überführt sei

$$\left(z,\ \frac{\alpha_\lambda z+\beta_\lambda}{\gamma_\lambda z+\delta_\lambda}=\varphi_\lambda(z)\right),$$

wobei die vier Coefficienten $\alpha_\lambda, \beta_\lambda, \gamma_\lambda, \delta_\lambda$ der Bedingung $\alpha_\lambda\delta_\lambda-\beta_\lambda\gamma_\lambda=1$ unterworfen sein sollen. (Die Bezeichnung ist so zu verstehen, daß $z'=\varphi_\lambda(z)$ in R_λ liegt, sobald z in R_0 gelegen ist.) Je zwei Werte von z sollen aequivalent heißen, sobald der eine von ihnen durch eine Substitution der Gruppe G_1 aus dem andern hervorgeht.

Die Größe k^2 verwandelt sich in eine Function von z, welche durch $\psi(z)$ bezeichnet werden soll, und deren Verhalten in der Nähe der Eckpunkte des Vierecks R_0 durch folgende Reihenentwicklungen charakterisirt wird.

$$\psi(z)=16e^{\pi}.e^{-\frac{2\pi}{z+1}}\left[1+e^{-\frac{2\pi}{z+1}}\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{2\pi}{z+1}}\right)\right],$$

$$\psi'(z)=\frac{32\pi e^{\pi}}{(z+1)^2}\cdot e^{-\frac{2\pi}{z+1}}\left[1+e^{-\frac{2\pi}{z+1}}\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{2\pi}{z+1}}\right)\right].$$

$$\psi(z)=-\frac{i}{16}e^{-\frac{\pi}{2}}.e^{\frac{i\pi}{z+i}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{z+i}}\right),$$

$$\psi'(z)=-\frac{\pi}{16}\frac{e^{-\frac{\pi}{2}}}{(z+i)^2}\left[e^{\frac{i\pi}{z+i}}+\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{z+i}}\right)\right].$$

$$\psi(z)=1-16e^{\pi}.e^{\frac{2\pi}{z-1}}+e^{\frac{4\pi}{z-1}}\mathfrak{P}\left(e^{\frac{2\pi}{z-1}}\right),$$

$$\psi'(z)=\frac{32\pi e^{\pi}}{(z-1)^2}\cdot e^{\frac{2\pi}{z-1}}\left[1+e^{\frac{2\pi}{z-1}}\mathfrak{P}\left(e^{\frac{2\pi}{z-1}}\right)\right].$$

$$\psi(z)=\frac{i}{16}e^{-\frac{\pi}{2}}.e^{-\frac{i\pi}{z-i}}+\mathfrak{P}\left(e^{\frac{i\pi}{z-i}}\right),$$

$$\psi'(z)=-\frac{\pi}{16}\frac{e^{-\frac{\pi}{2}}}{(z-i)^2}\left[e^{-\frac{i\pi}{z-i}}+\mathfrak{P}\left(e^{\frac{i\pi}{z-i}}\right)\right].$$

Bei den Substitutionen der Gruppe G_1 bleibt die Function $\psi(z)$ ungeändert.

Die Function $\psi'(z)$ wird im Innern des Hauptkreises nirgends gleich Null.

II.

Hülfssätze aus der Theorie der »Fonctions Fuchsiennes«.

Der Abhandlung des Herrn H. Poincaré »Mémoire sur les fonctions Fuchsiennes«[1]) mögen die folgenden Resultate entnommen werden, welche sich sämmtlich durch Specialisirung der auf den ersten 23 Seiten jener Abhandlung bewiesenen allgemeinen Lehrsätze ergeben:

Bezeichnet man durch $H(z)$ irgend eine rationale Function von z, welche für keinen auf der Peripherie des Hauptkreises liegenden Punkt unendlich wird, und mit m irgend eine ganze positive Zahl ≥ 2, so ist die unendliche Reihe

$$\sum_{\lambda=0}^{\infty} \mathrm{H}\left(\frac{\alpha_\lambda z+\beta_\lambda}{\gamma_\lambda z+\delta_\lambda}\right)\cdot\frac{1}{(\gamma_\lambda z+\delta_\lambda)^{2m}} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \mathrm{H}[\varphi_\lambda(z)]\cdot[\varphi'_\lambda(z)]^m$$

für jeden im Innern des Hauptkreises liegenden Wert von z convergent, mit alleiniger Ausnahme derjenigen, welche mit einer Unendlichkeits-Stelle der Function $H(z)$ zusammenfallen, oder einer solchen aequivalent sind. Die Summe dieser unendlichen Reihe stellt eine analytische Function $\Theta(z)$ des Argumentes z dar, welche im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer rationalen Function besitzt.

Versteht man unter $[z, \varphi(z)]$ irgend eine Substitution der Gruppe G_1, so besteht jedesmal die Gleichung

$$\Theta[\varphi(z)] = \Theta(z).[\varphi'(z)]^{-m}.$$

Wenn die Veränderliche z längs eines Radius des Hauptkreises einer der Ecken des Kreisbogenvierecks R_0 unendlich nahe rückt, so wird die Function $\Theta(z)$ jedesmal unendlich klein. Denkt man sich mit einem hinlänglich kleinen Radius im Innern des Hauptkreises vier kleinere Kreise beschrieben, welche die Peripherie des Hauptkreises beziehentlich in den Punkten -1, $-i$, 1, i berühren, so kann die Function $\Theta(z)$ für das Innere dieser Kreise durch convergente unendliche Reihen dargestellt werden, welche beziehentlich folgende Formen haben.

---

1) Acta Mathematica, Bd. 1. p. 193—294.

$$\Theta(z) = \frac{1}{(z+1)^{2m}} \cdot e^{-\frac{2\pi}{z+1}} \cdot \mathfrak{P}\left(e^{-\frac{2\pi}{z+1}}\right),$$

$$\Theta(z) = \frac{1}{(z+i)^{2m}} \cdot e^{-\frac{i\pi}{z+i}} \cdot \mathfrak{P}\left(e^{-\frac{i\pi}{z+i}}\right),$$

$$\Theta(z) = \frac{1}{(z-1)^{2m}} \cdot e^{\frac{2\pi}{z-1}} \cdot \mathfrak{P}\left(e^{\frac{2\pi}{z-1}}\right),$$

$$\Theta(z) = \frac{1}{(z-i)^{2m}} \cdot e^{\frac{i\pi}{z-i}} \cdot \mathfrak{P}\left(e^{\frac{i\pi}{z-i}}\right).$$

Für die weiteren Entwickelungen ist noch der folgende Satz erforderlich, welcher sich aus bekannten Sätzen der Functionentheorie ohne Schwierigkeit ergiebt:

Wenn eine Function $F(z)$ im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer rationalen Function besitzt, wenn sie ferner bei allen Substitutionen der Gruppe G_1 ungeändert bleibt und endlich die Eigenschaft hat, daß drei ganze positive Zahlen k_1, k_2, k_3 angegeben werden können, so beschafffen, daß die Producte

$$e^{-k_1 \cdot \frac{2\pi}{z+1}} . F(z); \qquad e^{-k_2 \cdot \frac{i\pi}{z+i}} . F(z); \qquad e^{k_3 \cdot \frac{2\pi}{z-1}} . F(z)$$

endlich bleiben, wenn die Variabele z sich beziehentlich den Punkten -1, $-i$, 1 in radialer Richtung unbegrenzt annähert, so ist die Function $F(z)$ eine rationale Function von $\psi(z)$.

(Der vierte Eckpunkt i ist dem zweiten $-i$ aequivalent, so daß für ihn keine besondere Bedingung aufgestellt zu werden braucht).

III.

Erweiterung eines Satzes des Herrn Poincaré.

Die Sätze des Herrn Poincaré, auf welche oben hingewiesen wurde, sind einer Erweiterung fähig, die für das Nachfolgende Interesse hat. Die Einschränkung nämlich, welche bei Herrn Poincaré durchgängig festgehalten wird, daß die rationale Function $H(z)$ auf der Peripherie des Hauptkreises nirgends unendlich werden soll, kann unter Umständen aufgehoben werden. In der That kann man — unter Beibehaltung der von Herrn Poincaré angewendeten Bezeichnungen — den nachfolgenden Satz aufstellen und begründen.

Wenn das ins Auge gefaßte Fundamentalpolygon

Ecken der zweiten Categorie enthält (d. h. Spitzen, welche auf der Peripherie des Hauptkreises liegen), so ist die Reihe

$$(A.)\quad \sum_{(\nu)} H\left(\frac{\alpha_\nu z+\beta_\nu}{\gamma_\nu z+\delta_\nu}\right)\cdot(\gamma_\nu z+\delta_\nu)^{-2m} = \sum_{(\nu)} H[f_\nu(z)]\cdot\left[\frac{df_\nu(z)}{dz}\right]^m$$

im Innern des Hauptkreises auch dann noch convergent, wenn eine oder mehrere der Unendlichkeits-Stellen der rationalen Function $H(z)$ auf der Peripherie des Hauptkreises liegen, vorausgesetzt, daß diese Stellen mit Spitzen des Polygonnetzes zusammenfallen, und daß die Ordnung des Unendlichwerdens der Function $H(z)$ für keine von ihnen die Zahl $2m-2$ übersteigt.

Beweis: Man nehme zunächst an, daß eine Ecke des Fundamentalpolygons mit dem Punkt -1 zusammenfällt, und setze an Stelle von $H(z)$ die specielle Function $\frac{1}{(1+z)^n}$, wo n eine ganze positive Zahl bedeuten soll. Dann läßt sich zeigen, daß die unendliche Reihe

$$(B.)\quad \sum_{(\nu)} \frac{1}{[1+f_\nu(z)]^n}\cdot\left[\frac{df_\nu(z)}{dz}\right]^m$$

für $n \leqq 2m-2$ im Innern des Hauptkreises convergirt, obwohl die Function $H(z) = \frac{1}{(1+z)^n}$ an der Stelle $z=-1$, also für einen Punkt der Peripherie des Hauptkreises, unendlich wird.

In der That, unter der gemachten Voraussetzung enthält die ins Auge gefaßte Gruppe unendlich viele parabolische Substitutionen mit dem Fundamentalpunkt -1, u. z. bestehen diese letzteren aus den auf einander folgenden Potenzen einer Substitution von der Form

$$\left(\frac{1}{1+z},\ \frac{1}{1+z}-\frac{i}{2}c\right),$$

wo c eine reelle positive Constante bedeutet, so beschaffen, daß eine zweite Substitution von der nämlichen Form, in welcher an Stelle von c eine kleinere positive Constante vorkäme, in der Gruppe nicht enthalten ist.

Man setze nun

$$\tau = i\frac{1-z}{1+z},$$

woraus umgekehrt

$$z = \frac{-\tau+i}{\tau+i}$$

folgt, und analog

$$\varphi_\nu(\tau) = i\,\frac{1-f_\nu(z)}{1+f_\nu(z)} = i\,\frac{1-f_\nu\left(\frac{-\tau+i}{\tau+i}\right)}{1+f_\nu\left(\frac{-\tau+i}{\tau+i}\right)},$$

also umgekehrt

$$f_\nu(z) = \frac{-\varphi_\nu(\tau)+i}{\varphi_\nu(\tau)+i}.$$

Dann wird

$$\frac{1}{1+f_\nu(z)} = \frac{\varphi_\nu(\tau)+i}{2i}$$

und

$$\frac{df_\nu(z)}{dz} = \frac{d\left(\frac{-\varphi_\nu(\tau)+i}{\varphi_\nu(\tau)+i}\right)}{d\varphi_\nu(\tau)}\cdot\frac{d\varphi_\nu(\tau)}{d\tau}\cdot\frac{1}{\frac{dz}{d\tau}}$$

$$= (\tau+i)^2.[\varphi_\nu(\tau)+i]^{-2}\cdot\frac{d\varphi_\nu(\tau)}{d\tau},$$

also

$$\frac{1}{[1+f_\nu(z)]^n}\cdot\left[\frac{df_\nu(z)}{dz}\right]^m = \frac{(\tau+i)^{2m}}{(2i)^n}\cdot[\varphi_\nu(\tau)+i]^{-(2m-n)}\cdot\left[\frac{d\varphi_\nu(\tau)}{d\tau}\right]^m.$$

Der Transformation $\left(\frac{1}{1+z}, \frac{1}{1+z}-\frac{i}{2}c\right)$ der Variabeln z entspricht die Transformation $(\tau, \tau+c)$ der Größe τ, und dem Fundamentalpolygon in der Ebene der Veränderlichen z entspricht im Gebiet der Veränderlichen τ ein Polygon, zu dessen Begrenzung zwei parallele Gerade g_1, g_2 gehören, die auf der Axe des Reellen senkrecht stehen, und den Abstand c von einander haben. Diese beiden Geraden denke man sich bis zur Axe des Reellen verlängert, und bezeichne darauf diejenigen dem Werte τ aequivalenten Werte, welche zwischen jenen Geraden, oder auf der Geraden g_1 gelegen sind, in irgend einer Reihenfolge durch τ_0, τ_1, τ_2, τ_3 . . . .

Dann ist die Gesammtheit der Werte $\varphi_\nu(\tau)$ $(\nu = 0, 1, 2\ldots\infty)$ identisch mit der Gesammtheit der Werte

$$\tau_\lambda+k.c \quad (\lambda = 0, 1, 2 \ldots \infty;\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \pm\infty),$$

und daher die Gesammtheit der Größen

$$\frac{1}{[1+f_\nu(z)]^n}\cdot\left[\frac{df_\nu(z)}{dz}\right]^m$$

identisch mit der Gesammtheit der Größen

$$\frac{(\tau+i)^{2m}}{(2i)^n}\cdot(\tau_\lambda+kc+i)^{-(2m-n)}\cdot\left(\frac{d\tau_\lambda}{d\tau}\right)^m.$$

Ist nun $n\leqq 2m-2$, also $2m-n\geqq 2$, so ist die Summe

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}(\tau_\lambda+kc+i)^{-(2m-n)}$$

unbedingt convergent, und für jeden Wert von λ dem absoluten Betrage nach kleiner, als eine endliche Constante M.

Ferner ergibt sich die unbedingte Convergenz der Reihe

$$\sum_{\lambda=0}^{\infty}\left(\frac{d\tau_\lambda}{d\tau}\right)^m$$

nach genau denselben Principien, welche Herr Poincaré auf p. 194—197 der cit. Abhandlung angewendet hat.

Hieraus folgt ohne Weiteres, daß auch die Reihe (B) unbedingt convergirt, w. z. b. w.

Die Richtigkeit des vorher ausgesprochenen Satzes ergibt sich nunmehr folgendermaßen: Man denke sich die Function $H(z)$ in Partialbrüche zerlegt und demgemäß die Reihe (A) in eine Summe ähnlich gebildeter Reihen aufgelöst, welche den einzelnen Partialbrüchen entsprechen. Dann liefern diejenigen Partialbrüche, welche auf der Peripherie des Hauptkreises nicht unendlich groß werden, unendliche Reihen, deren Convergenz von vorn herein feststeht. Und jedem der übrigen Partialbrüche entspricht eine Reihe, welche dadurch auf eine Reihe von der Form (B) reducirt werden kann, daß man an Stelle von z durch eine Gleichung von der Form $z=e^{i\varphi}.\zeta$, wo φ eine reelle Constante bedeutet, eine neue Variabele ζ einführt. Diese letzteren Reihen sind daher ebenfalls convergent, und somit gilt dasselbe auch von der Reihe (A).

Zur Durchführung des eben erbrachten Beweises war es erforderlich, die Fläche des Hauptkreises im Gebiet der Größe z auf das durch eine Halbebene dargestellte Gebiet der Veränderlichen τ abzubilden, und die vorkommenden von z abhängenden Ausdrücke in Functionen von τ überzuführen. Unter Anwendung des nämlichen Verfahrens kann man durch geringe Abänderungen der vorhergehenden Betrachtungen einen später anzuwendenden Satz beweisen, der im Nachfolgenden auseinandergesetzt werden soll:

Man nehme an, daß das ins Auge gefaßte Fundamentalpolygon Spitzen enthält, welche auf der Peripherie des Hauptkreises liegen, und bezeichne durch κ eine constante Zahl, welche einer solchen

Spitze entspricht. Den zugehörigen Punkt denke man sich mit dem Mittelpunkt des Hauptkreises durch einen Radius R verbunden, und verstehe darauf unter v eine Veränderliche, welche jeden auf diesem Radius liegenden Wert annehmen und insbesondere auch mit dem Werte u selbst zusammenfallen kann. Nun fasse man die folgende Reihe ins Auge:

$$\text{(C.)} \qquad \sum_{\nu} \frac{1}{[-v+f_\nu(z)]^n} \cdot \left[\frac{df_\nu(z)}{dz}\right]^m,$$

in welcher die ganze positive Zahl $n \leqq 2m-2$ sein soll. Hier denke man sich an Stelle von z irgend einen constanten, im Innern des Hauptkreises liegenden Wert eingesetzt, welcher nicht auf dem Radius R gelegen und auch keinem auf diesem Radius liegenden Werte aequivalent ist. Dann sind die einzelnen Glieder der Reihe (C) Functionen der Veränderlichen v, und es gilt nun folgender Satz

Die Reihe (C) ist für alle auf dem Radius R liegenden Werte der Veränderlichen v, den Endpunkt u eingeschlossen, in gleichem Grade convergent.

Auf diesem Satze beruht die Möglichkeit, die bestimmten Integrale einiger später vorkommenden ähnlichen Reihen durch Integration der einzelnen Glieder zu berechnen, und deswegen schien es zweckmäßig, denselben hier zu erörtern.

IV.

Darstellung elliptischer Modulfunctionen, welche sich durch die Größe k^2 rational ausdrücken lassen, durch unendliche Producte.

Man kehre nun wieder zur Anwendung der im Abschnitt I. erklärten Bezeichnungen G_1, $\psi(z)$ u. s. w. zurück, und denke sich im Innern des Hauptkreises zwei specielle Werte r, s der Variabeln z gegeben. Es soll vorausgesetzt werden, daß diese Werte von einander verschieden und auch nicht aequivalent sind. Dann wird die Function

$$F(z) = \frac{\psi(z)-\psi(r)}{\psi(z)-\psi(s)}$$

für jeden der Werte $\varphi_\lambda(r)$ unendlich klein und für jeden der Werte $\varphi_\lambda(s)$ unendlich groß, u. z. jedesmal von der ersten Ordnung, und hat zugleich keine anderen Null- und Unendlichkeits-Stellen, als die hier angegebenen. Daher kann man die Aufgabe stellen,

die Darstellung der Function $F(z)$ in der in der Einleitung angegebenen Form des Quotienten zweier unendlichen Producte wirklich auszuführen. Diese Aufgabe ist im Wesentlichen identisch mit der anderen:

Eine Entwickelung der Function

$$\frac{d \log F(z)}{dz} = \frac{F'(z)}{F(z)}$$

in eine convergente unendliche Reihe herzustellen, welche der Zerlegung einer rationalen Function in Partialbrüche entspricht, in der Weise, daß einerseits die Null- und Unendlichkeits-Stellen der Function $F(z)$, andererseits die einzelnen Glieder der Reihe einander gegenseitig eindeutig zugeordnet sind, und daß jedes Glied der Reihe an der ihm zugeordneten Stelle von der ersten Ordnung unendlich groß wird, aber sonst im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer ganzen Function besitzt.

Die Mittel zur Herstellung einer solchen Entwickelung sind in der cit. Abhandlung des Herrn Poincaré »Mémoire sur les fonctions Fuchsiennes« enthalten.

Die beiden Arten von Functionen nämlich, welche in dieser Abhandlung durch die Zeichen $\Theta(z)$ (p. 207) und $\Lambda(z)$ (p. 238) bezeichnet sind, können beide in unendliche Reihen entwickelt werden, welche ähnliche Eigenschaften, wie die soeben geforderten besitzen. Allerdings ist es, wie man leicht zeigen kann, nicht möglich, einfach eine Function $\Theta(z)$, oder eine Function $\Lambda(z)$ mit dem Quotienten $\frac{F'(z)}{F(z)}$ in Uebereinstimmung zu bringen. Dagegen findet sich, daß der Quotient $\frac{F'(z)}{F(z)}$ auf unendlich viele verschiedene Weisen in der Gestalt eines Productes von der Form $\Theta(z).\Lambda(z)$ dargestellt werden kann. Dabei ist es — ebenfalls auf unendlich viele verschiedene Weisen — möglich, die Function $\Theta(z)$ so zu bestimmen, daß sie im Innern des Hauptkreises nirgends unendlich wird. Ist dies erreicht, so kann man durch Entwickelung der Function $\Lambda(z)$ eine Reihenentwickelung des Quotienten $\frac{F'(z)}{F(z)}$ gewinnen, welche die gestellten Anforderungen befriedigt.

Dies Verfahren läßt sich auf allgemeinere Fälle ausdehnen.

Wenn man, um möglichst große Einfachheit zu erreichen, verlangt, daß der »Grad« [1]) der Function $\Theta(z)$ so niedrig als möglich

1) Die Erklärung dieses Begriffes findet sich in der Abhandlung des Herrn Poincaré, Mémoire sur les Fonctions Fuchsiennes, Acta Mathematica, Bd. I p. 227.

sei, so führen die eben auseinandergesetzten Ueberlegungen, auf den vorliegenden speciellen Fall angewendet, zu folgenden Resultaten:

Man setze zur Abkürzung

$$(1.)\qquad \frac{[\psi'(z)]^2}{[\psi(z)]^2.[\psi(z)-1]^2} = T(z)$$

und

$$(2.)\qquad \frac{[\psi(z)]^2.[\psi(z)-1]^2.[\psi(r)-\psi(s)]}{[\psi'(z)]^2.[\psi(z)-\psi(r)].[\psi(z)-\psi(s)]} = L(z).$$

Dann wird

$$\frac{F'(z)}{F(z)} = \frac{\psi'(z)}{\psi(z)-\psi(r)} - \frac{\psi'(z)}{\psi(z)-\psi(s)} = \frac{[\psi(r)-\psi(s)].\psi'(z)}{[\psi(z)-\psi(r)].[\psi(z)-\psi(s)]}$$

$$(3.)\qquad = T(z).L(z).$$

Dabei kommen den Functionen $T(z)$ und $L(z)$ die folgenden Grundeigenschaften zu:

1) Die Function $T(z)$ wird im Innern des Hauptkreises nirgends unendlich groß, sondern hat überall den Charakter einer ganzen Function. Wenn $[z, \varphi(z)]$ irgend eine Substitution der Gruppe G_1 bezeichnet, so besteht die Gleichung

$$(4.)\qquad T[\varphi(z)] = T(z).[\varphi'(z)]^{-2}.$$

Und wenn die Variabele z irgend einer der Spitzen des Polygonnetzes in radialer Richtung unbegrenzt nahe rückt, so wird die Function $T(z)$ jedesmal unendlich klein.

2) Die Function $L(z)$ kann in eine convergente unendliche Reihe entwickelt werden, deren Glieder dieselbe Form haben, wie die Glieder der Entwickelung einer rationalen Function in Partialbrüche. Es besteht nämlich die Gleichung [1])

$$(5.)\qquad L(z) = \frac{1}{T(r)}.\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{z-\varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{T(s)}.\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(s)]^2}{z-\varphi_\lambda(s)}.$$

Um sich von der Gültigkeit dieser Formel zu überzeugen, betrachte man für einen Augenblick den Wert z als constant und die Größe r als veränderlich. Dann haben die einzelnen Glieder der Reihe $\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{z-\varphi_\lambda(r)}$ als Functionen von r dieselbe Form, wie die Glieder der oben durch $\Theta(z)$ bezeichneten Summe als Functionen von z.

---

1) Diese Gleichung ergibt sich auch durch Specialisirung aus einer allgemeineren Formel des Herrn Poincaré, Mémoire sur les fonctions Fuchsiennes, Acta Math. I, p. 239, Nr. 8.

Daher ist die hier betrachtete Reihe convergent für jeden im Innern des Hauptkreises liegenden Wert von r, der weder mit dem Werte z, noch mit einem aequivalenten Werte zusammenfällt, und stellt eine analytische Function des Argumentes r dar, welche für den Augenblick durch $\vartheta(r)$ bezeichnet werden möge. Diese Function erfüllt die Gleichung

$$\vartheta[\varphi(r)] = \vartheta(r)\cdot[\varphi'(r)]^{-2},$$

wo $\varphi(r)$ irgend eine der Functionen $\varphi_0(r)$, $\varphi_1(r)$, $\varphi_2(r)$ . . . bezeichnet. Im Innern des Hauptkreises wird die Function $\vartheta(r)$ an der Stelle z und an jeder aequivalenten Stelle, aber auch nur an diesen unendlich groß, u. z. jedesmal von der ersten Ordnung, und in der Nähe der Ecken des Kreisbogenvierecks R_0 wird ihr Verhalten durch Reihenentwickelungen charakterisirt, welche aus den entsprechenden für die Function $\Theta(z)$ aufgestellten Entwickelungen hervorgehen, indem man die Zeichen Θ, z, m beziehentlich durch ϑ, r, 3 ersetzt.

Nun betrachte man den Quotienten $\frac{\vartheta(r)}{[\psi'(r)]^3}$.

Derselbe bleibt bei allen Substitutionen der Gruppe G_1 ungeändert, besitzt im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer rationalen Function, und hat schließlich die Eigenschaft, daß die Größen.

$$e^{-2\cdot\frac{2\pi}{r+1}}\cdot\frac{\vartheta(r)}{[\psi'(r)]^3}\,;\quad \frac{\vartheta(r)}{[\psi'(r)]^3}\,;\quad e^{2\cdot\frac{2\pi}{r-1}}\cdot\frac{\vartheta(r)}{[\psi'(r)]^3}$$

endlich bleiben, wenn die Veränderliche r sich beziehentlich den Punkten -1, $-i$, 1 in radialer Richtung unbegrenzt annähert. Daher ist jener Quotient eine rationale Function von $\psi(r)$. Diese letztere wird unendlich groß

für $\psi(r) = 0$ höchstens von der zweiten Ordnung,
für $\psi(r) = 1$ » » » » »
für $\psi(r) = \psi(z)$ von der ersten Ordnung.

Ferner wird der Quotient $\frac{\vartheta(r)}{[\psi'(r)]^3}$ für $\psi(r) = \infty$ unendlich klein, u. z. mindestens von der vierten Ordnung, und hat daher als Function von $\psi(r)$ notwendig folgende Form:

$$\frac{\vartheta(r)}{[\psi'(r)]^3} = \frac{A + B.\psi(r)}{[\psi(r)]^2\cdot[\psi(r)-1]^2\cdot[\psi(r)-\psi(z)]},$$

wo A und B zwei nicht näher bekannte, von r unabhängige Größen bedeuten, welche indessen möglicherweise Functionen von z sein können. Hieraus folgt:

$$\frac{1}{T(r)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{z-\varphi_\lambda(r)} = \frac{\vartheta(r)}{T(r)} = \frac{A+B\phi(r)}{\phi(r)-\phi(z)},$$

und, indem man r mit s vertauscht,

$$\frac{1}{T(s)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(s)]^2}{z-\varphi_\lambda(s)} = \frac{\vartheta(s)}{T(s)} = \frac{A+B\phi(s)}{\phi(s)-\phi(z)}.$$

Durch Subtraction erhält man

$$\frac{1}{T(r)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{z-\varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{T(s)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(s)]^2}{z-\varphi_\lambda(s)} = \frac{[\phi(s)-\phi(r)].[A+B\phi(z)]}{[\phi(r)-\phi(z)].[\phi(s)-\phi(z)]}.$$

Wenn man nun hier $r = z+\zeta$ setzt, beiderseits nach Potenzen von ζ entwickelt, und die Coefficienten von $\frac{1}{\zeta}$ vergleicht, so erhält man

$$-\frac{1}{T(z)} = \frac{A+B\phi(z)}{\phi'(z)},$$

oder

$$A+B\phi(z) = -\frac{[\phi(z)]^2.[\phi(z)-1]^2}{[\phi'(z)]^2}.$$

Setzt man diesen Wert in die vorhergehende Gleichung ein, so erhält man schließlich

$$\frac{1}{T(r)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(r)]^2}{z-\varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{T(s)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{[\varphi_\lambda'(s)]^2}{z-\varphi_\lambda(s)}$$

$$= \frac{[\phi(r)-\phi(s)].[\phi(z)]^2.[\phi(z)-1]^2}{[\phi'(z)]^2.[\phi(z)-\phi(r)].[\phi(z)-\phi(s)]} = L(z).$$

Indem man beide Seiten der Gleichung (5) mit $T(z)$ multiplicirt, erhält man unter Berücksichtigung der Gleichung (3)

$$(6.)\quad \frac{F'(z)}{F(z)} = \frac{1}{T(r)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{T(z).[\varphi_\lambda'(r)]^2}{z-\varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{T(s)}\cdot\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{T(z).[\varphi_\lambda'(s)]^2}{z-\varphi_\lambda(s)},$$

und hieraus unter Berücksichtigung der Gleichung (4)

$$\frac{F'(z)}{F(z)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{T(z)}{T[\varphi_\lambda(r)].[z-\varphi_\lambda(r)]} - \sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{T(z)}{T[\varphi_\lambda(s)].[z-\varphi_\lambda(s)]},$$

oder

$$(7.)\quad \frac{F'(z)}{F(z)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{z-\varphi_\lambda(r)} + \frac{T(z)-T[\varphi_\lambda(r)]}{T[\varphi_\lambda(r)].[z-\varphi_\lambda(r)]}\right\}$$

$$- \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{z-\varphi_\lambda(s)} + \frac{T(z)-T[\varphi_\lambda(s)]}{T[\varphi_\lambda(s)].[z-\varphi_\lambda(s)]}\right\}.$$

Hier ist nun jede der beiden vorkommenden unendlichen Reihen unbedingt convergent, u. z. nicht nur, wenn z im Innern des Hauptkreises gelegen ist, sondern selbst dann noch, wenn z mit einer der Spitzen des Polygonnetzes zusammenfällt. Außerdem bleibt die Convergenz, wie sich am einfachsten aus Gleichung (6) ergibt, eine gleichmäßige, wenn z von einer im Innern des Hauptkreises liegenden Stelle ausgehend stetig und zuletzt in radialer Richtung einer der Spitzen des Polygonnetzes unbegrenzt nahe rückt, und schließlich mit der Spitze selbst zusammenfällt. (Vgl. die im Abschnitt III. besprochene Erweiterung der Sätze des Herrn Poincaré.)

Ferner hat in der ersten Reihe der zu dem Bruche $\frac{1}{z - \varphi_\lambda(r)}$ hinzutretende, die Convergenz bewirkende Summand $\frac{T(z) - T[\varphi_\lambda(r)]}{T[\varphi_\lambda(r)] . [z - \varphi_\lambda(r)]}$ die Eigenschaft, im Innern des Hauptkreises nirgends unendlich zu werden, und sogar dann noch endlich zu bleiben, wenn die Variabele z irgend einer der Spitzen des Polygonnetzes in radialer Richtung unbegrenzt nahe rückt. Gleiches gilt von dem entsprechenden Gliede in der zweiten Reihe, und daher ist durch die Formel (7) die verlangte, der Auflösung einer rationalen Function in Partialbrüche entsprechende Darstellung der Function $\frac{F'(z)}{F(z)}$ durch eine convergente unendliche Reihe von der zu Anfang dieses Abschnittes angegebenen Beschaffenheit wirklich geleistet.

Aus Gleichung (7) erhält man durch Integration zwischen den Grenzen i und z und durch Uebergang von den Logarithmen zu den Zahlen die folgende Productentwickelung:

$$(8.)\qquad \frac{\phi(z) - \phi(r)}{\phi(z) - \phi(s)} = \frac{\prod\limits_{\lambda=0}^{\infty} \frac{z - \varphi_\lambda(r)}{i - \varphi_\lambda(r)} \cdot e^{h_\lambda(z|r)}}{\prod\limits_{\lambda=0}^{\infty} \frac{z - \varphi_\lambda(s)}{i - \varphi_\lambda(s)} \cdot e^{h_\lambda(z|s)}},$$

wobei zur Abkürzung

$$\frac{1}{T[\varphi_\lambda(r)]} \cdot \int_i^z \frac{T(z) - T[\varphi_\lambda(r)]}{z - \varphi_\lambda(r)}\, dz = h_\lambda(z|r)$$

gesetzt wurde, während $h_\lambda(z|s)$ durch eine analoge Gleichung erklärt wird, welche entsteht, indem man den Buchstaben r durch den Buchstaben s ersetzt.

In Gleichung (7) kann an Stelle der Veränderlichen z wieder die Veränderliche τ eingeführt werden.

Bezeichnet man diejenigen Werte der Größe τ, welche den Werten $\varphi_0(r)$, $\varphi_1(r)$, $\varphi_2(r)$ ... und $\varphi_0(s)$, $\varphi_1(s)$, $\varphi_2(s)$ ... der Größe s entsprechen, beziehentlich durch $\rho_0, \rho_1, \rho_2 \dots$ und $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2 \dots$, wobei die Größen ρ_0 und σ_0 beziehentlich mit ρ und σ selbst übereinstimmen, und setzt man zur Abkürzung

$$k^2 = \theta(\tau)$$

und

$$\frac{(\tau+i)^6\cdot\left(\frac{dk^2}{d\tau}\right)^2}{k^4(k^2-1)^2} = \frac{(\tau+i)^6.[\theta'(\tau)]^2}{[\theta(\tau)]^2.[\theta(\tau)-1]^2} = U(\tau),$$

so hat man die Gleichungen

$$\begin{aligned}
\phi(s) &= \theta(\tau)\\
\phi'(s) &= \frac{i}{2}\cdot(\tau+i)^2.\theta'(\tau),\\
T(s) &= -\frac{i}{8}(\tau+i).U(\tau),\\
T[\varphi_\lambda(r)] &= -\frac{i}{8}(\rho_\lambda+i).U(\rho_\lambda),\\
\frac{1}{s-\varphi_\lambda(r)} &= \frac{i}{2}\cdot\frac{(\tau+i)(\rho_\lambda+i)}{\tau-\rho_\lambda} = \frac{i}{2}(\tau+i)^2\cdot\left(\frac{1}{\tau-\rho_\lambda}-\frac{1}{\tau+i}\right),\\
\frac{d\log F(s)}{ds} &= \frac{i}{2}(\tau+i)^2\cdot\frac{d}{d\tau}\log\frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)}.
\end{aligned}$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen ergibt sich aus Gleichung (7) nach kurzer Zwischenrechnung

$$\text{(9.)}\quad \frac{d}{d\tau}\log\frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left[\frac{1}{\tau-\rho_\lambda}+\frac{U(\tau)-U(\rho_\lambda)}{U(\rho_\lambda)(\tau-\rho_\lambda)}\right] - \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left[\frac{1}{\tau-\sigma_\lambda}+\frac{U(\tau)-U(\sigma_\lambda)}{U(\sigma_\lambda)(\tau-\sigma_\lambda)}\right],$$

und hieraus

$$\text{(10.)}\quad \frac{\theta(\tau)-\theta(\rho)}{\theta(\tau)-\theta(\sigma)} = \frac{\prod\limits_{\lambda=0}^{\infty}\frac{\tau-\rho_\lambda}{1-\rho_\lambda}e^{\frac{1}{U(\rho_\lambda)}\cdot\int_1^\tau\frac{U(\tau)-U(\rho_\lambda)}{\tau-\rho_\lambda}d\tau}}{\prod\limits_{\lambda=0}^{\infty}\frac{\tau-\sigma_\lambda}{1-\sigma_\lambda}e^{\frac{1}{U(\sigma_\lambda)}\cdot\int_1^\tau\frac{U(\tau)-U(\sigma_\lambda)}{\tau-\sigma_\lambda}d\tau}}.$$

In Gleichung (7) waren die beiden Größen r und s der Bedingung unterworfen, im Innern des Hauptkreises zu liegen. Diese

Einschränkung kann nicht aufgehoben werden; denn wollte man etwa die Größe s irgend einer Spitze des Polygonnetzes in radialer Richtung unbegrenzt annähern, so würde jede der rechts als Nenner auftretenden Größen $T[\varphi_\lambda(s)]$ verschwinden, und daher die Gleichung (7) ihre Bedeutung verlieren. Deswegen ist es nicht möglich, direct aus Gleichung (7) eine analoge Entwickelung der Function $\frac{\psi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)}$ abzuleiten, etwa dadurch, daß man s mit -1 zusammenfallen ließe. Jedoch gelingt die Herstellung einer solchen Entwickelung auf einem einfachen Umwege. In der That, man verstehe nach wie vor unter s einen Wert, der im Innern des Hauptkreises willkürlich angenommen, aber dem Werte r nicht aequivalent ist, und setze zur Abkürzung

$$T_1(z) = T(z)\cdot\frac{\phi(z)-\phi(s)}{\phi(r)-\phi(s)}.$$

Dann verhält sich die Function $T_1(z)$, ebenso wie die Function $T(z)$, im Innern des Hauptkreises überall regulär. Ferner besteht die Gleichung

$$\frac{\phi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)} = T_1(z).L(z),$$

und hieraus ergibt sich unter Berücksichtigung der Gleichungen (4) und (5)

$$\frac{\phi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{T_1(z)}{T[\varphi_\lambda(r)].[z-\varphi_\lambda(r)]} - \frac{T_1(z)}{T[\varphi_\lambda(s)].[z-\varphi_\lambda(s)]}\right\}.$$

Da nun $T[\varphi_\lambda(r)] = T_1[\varphi_\lambda(r)]$ ist, so folgt hieraus

$$(11.)\quad \frac{\phi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{z-\varphi_\lambda(r)} + \frac{T_1(z)-T_1[\varphi_\lambda(r)]}{T_1[\varphi_\lambda(r)].[z-\varphi_\lambda(r)]} - \frac{\phi(z)-\phi(s)}{z-\varphi_\lambda(s)}\cdot\frac{T(z)}{[\phi(r)-\phi(s)].T[\varphi_\lambda(s)]}\right\}.$$

Die Ausdrücke, welche in dem allgemeinen Gliede dieser Reihe zu der rationalen Function $\frac{1}{z-\varphi_\lambda(r)}$ hinzutreten, besitzen im Innern des Hauptkreises überall den Charakter ganzer Functionen. Daher ist die gegebene Function $\frac{\phi'(z)}{\phi(z)-\phi(r)}$ in der That in eine convergente unendliche Reihe verwandelt, in welcher jedes Glied im Innern des Hauptkreises nur an einer einzigen Stelle unendlich wird.

Versteht man nun unter z_0 irgend einen speciellen Wert von z, für welchen die Function $\phi(z)-\phi(r)$ weder gleich Null, noch un-

endlich wird, so ergibt sich aus Gleichung (11) ähnlich wie oben eine Darstellung der Größe $\frac{\phi(s)-\phi(r)}{\phi(s_0)-\phi(r)}$ durch ein unendliches Product, welche indessen hier nicht angegeben werden soll.

Durch Einführung der Variabeln τ an Stelle von s folgt aus Gleichung (11)

$$(12.)\quad \frac{\theta'(\tau)}{\theta(\tau)-\theta(\rho)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\rho_\lambda}+\frac{U_1(\tau)-U_1(\rho_\lambda)}{U_1(\rho_\lambda)(\tau-\rho_\lambda)}-\frac{\theta(\tau)-\theta(\sigma)}{\tau-\sigma_\lambda}\cdot\frac{U(\tau)}{[\theta(\rho)-\theta(\sigma)]\,U(\sigma_\lambda)}\right\},$$

wobei zur Abkürzung

$$U(\tau)\cdot\frac{\theta(\tau)-\theta(\sigma)}{\theta(\rho)-\theta(\sigma)} = U_1(\tau)$$

gesetzt wurde.

Die Formeln (7) und (11) zusammengenommen gestatten, die Darstellung jeder gegebenen rationalen Function der Größe $\phi(s)$ in der in der Einleitung erwähnten Form eines Productes, bezw. des Quotienten zweier Producte, wirklich auszuführen. Dabei sind jedoch die Functionen $\phi(s)$ und $\phi(s)-1$ selbst, sowie alle aus ihnen durch Multiplication und Division zusammengesetzten Functionen, auszunehmen; denn diese Functionen gehören gar nicht zu den hier ins Auge gefaßten, da sie nur auf der Peripherie des Hauptkreises gleich Null, oder unendlich werden, dagegen in dessen Innerem überall endlich und von Null verschieden bleiben.

V.

Darstellung elliptischer Modulfunctionen, welche sich durch die Function $j(\tau)$ rational ausdrücken lassen, durch unendliche Producte.

Aehnliche Sätze, wie diejenigen, welche im Vorhergehenden für die Function $k^2 = \theta(\tau) = \phi(s)$ entwickelt wurden, gelten von der Function

$$j(\tau) = \frac{g_2^3}{g_2^3-27g_3^2}.$$

Diese letztere hat bekanntlich die Eigenschaft, bei jeder ganzzahligen linearen Transformation der Größe τ von der Determinante 1 unverändert zu bleiben. Die Gruppe dieser Transformationen soll im Folgenden durch Γ_2 bezeichnet werden. Unter aequivalenten

Werten der Größe τ sind von jetzt an solche zu verstehen, die durch Substitutionen der Gruppe Γ_2 aus einander hervorgehen [1]).

An der Stelle $\tau = i$ und den aequivalenten Stellen wird die Fuction $j(\tau) - 1$ unendlich klein von der zweiten Ordnung, also $j'(\tau)$ unendlich klein von der ersten Ordnung.

An der Stelle $\tau = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ und den aequivalenten Stellen wird $j(\tau)$ unendlich klein von der dritten Ordnung, also $j'(\tau)$ unendlich klein von der zweiten Ordnung.

An allen übrigen im Innern des Gebietes der Variabeln τ gelegenen Stellen sind die Functionen $j(\tau)$, $j(\tau)-1$ und $j'(\tau)$ von Null verschieden.

Für den Fall, daß die Veränderliche τ sich in der Richtung der Axe des Imaginären nach dem Unendlichen entfernt, wird das Verhalten der Functionen $j(\tau)$ und $j'(\tau)$ dadurch charakterisirt, daß dieselben durch Reihen von folgenden Formen dargestellt werden können [2]):

$$j(\tau) = \frac{4(1-k^2+k^4)}{27k^4(1-k^2)^2} = \frac{1}{3^3 \cdot 4^3} \cdot e^{-2i\pi\tau} + \mathfrak{P}(e^{2i\pi\tau}),$$

$$j'(\tau) = \frac{-2i\pi}{3^3 \cdot 4^3} \cdot e^{-2i\pi\tau} + \mathfrak{P}(e^{2i\pi\tau}).$$

Die hier vorkommenden Potenzreihen sind convergent, sobald das Argument $e^{2i\pi\tau}$ dem absoluten Betrage nach < 1 ist, so daß die angegebenen Formeln für alle nicht reellen Werte der Größe τ Gültigkeit haben.

Man setze nun wieder wie oben

$$\tau = i\frac{1-z}{1+z}; \qquad z = \frac{-\tau+i}{\tau+i},$$

und bilde dadurch das Gebiet der Variabeln τ auf die Fläche des Hauptkreises in der Ebene der complexen Größe z ab. Dann entspricht der Gruppe Γ_2 eine Gruppe G_2 von Transformationen der Größe z, welche aus den erzeugenden Substitutionen

$$\left(\frac{1}{1+z}, \ \frac{1}{1+z} - \frac{i}{2}\right) \quad \text{und} \quad (z, \ -z)$$

durch Zusammensetzung ensteht, und deren Substitutionen jetzt der Reihe nach durch

---

1) Wegen der entsprechenden Gebietsteilung vgl. Formeln und Lehrsätze, Art. 55, oder: Hurwitz, Grundlagen einer independenten Theorie der elliptischen Modulfunctionen etc. Math. Annalen, Bd. 18, p. 528 ff.

2) Formeln und Lehrsätze, Art. 55.

$$[z,\ \varphi_\lambda(z)],\quad \lambda = 0,\ 1,\ 2\ \ldots\ \infty,$$

bezeichnet werden mögen. Als aequivalente Werte der Größe z gelten jetzt diejenigen, welche durch Substitutionen der Gruppe G_2 aus einander hervorgehen. Den Werten ∞, $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, i der Größe τ entsprechen beziehentlich die Werte -1, $\varepsilon = \frac{-i}{2+\sqrt{3}}$, 0 der Größe z, und die Function $j(\tau)$ verwandelt sich in eine Function von z, die durch $\chi(z)$ bezeichnet werden soll.

Für $z = 0$ und die aequivalenten Werte ist
$\chi(z) - 1$ unendlich klein von der zweiten Ordnung,
$\chi'(z)$ unendlich klein von der ersten Ordnung.

Für $z = \varepsilon$ und die aequivalenten Werte ist
$\chi(z)$ unendlich klein von der dritten Ordnung,
$\chi'(z)$ unendlich klein von der zweiten Ordnung.

Sonst sind die Functionen $\chi(z)-1$, $\chi(z)$ und $\chi'(z)$ im Innern des Hauptkreises überall von Null verschieden. In der Nähe der Stelle -1 wird das Verhalten der Functionen $\chi(z)$ und $\chi'(z)$ charakterisirt durch die Entwickelungen

$$\chi(z) = \frac{e^{-2\pi}}{3^3.4^3}\cdot e^{\frac{4\pi}{z+1}} + \mathfrak{P}\left(e^{-\frac{4\pi}{z+1}}\right),$$

$$\chi'(z) = -\frac{4\pi}{(z+1)^2}\cdot\frac{e^{-2\pi}}{3^3.4^3}\cdot e^{\frac{4\pi}{z+1}}\cdot\left[1+e^{-\frac{4\pi}{z+1}}\cdot\mathfrak{P}\left(e^{-\frac{4\pi}{z+1}}\right)\right].$$

Setzt man nun

$$\mathfrak{T}(z) = \frac{[\chi'(z)]^6}{[\chi(z)-1]^3\cdot[\chi(z)]^4},$$

so folgt aus dem eben Erwähnten, daß die Function $\mathfrak{T}(z)$ im Innern des Hauptkreises überall den Charakter einer ganzen Function besitzt, und daß sie verschwindet, wenn das Argument z sich dem Punkte -1, oder einem aequivalenten Punkte in radialer Richtung unbegrenzt annähert.

Sind nun wieder r, s irgend zwei im Innern des Hauptkreises liegende nicht aequivalente specielle Werte von z, so hat man ähnlich wie früher

$$\frac{d}{dz}\log\frac{\chi(z)-\chi(r)}{\chi(z)-\chi(s)} = \frac{[\chi(r)-\chi(s)]\cdot\chi'(z)}{[\chi(z)-\chi(r)]\cdot[\chi(z)-\chi(s)]}$$
$$= \mathfrak{T}(z).\mathfrak{L}(z),$$

wenn zur Abkürzung

$$\mathfrak{L}(s) = \frac{[\chi(s)-1]^3 \cdot [\chi(s)]^4 \cdot [\chi(r)-\chi(s)]}{[\chi'(s)]^5 \cdot [\chi(s)-\chi(r)] \cdot [\chi(s)-\chi(s)]}$$

gesetzt wird.

Die Function $\mathfrak{L}(s)$ kann nun wieder in eine dem Resultat der Partialbruchzerlegung einer rationalen Function entsprechende convergente unendliche Reihe verwandelt werden.

Man hat nämlich die Gleichung

$$\mathfrak{L}(s) = \frac{1}{\mathfrak{T}(r)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(r)]^6}{s-\varphi_\lambda(r)} - \frac{1}{\mathfrak{T}(s)} \cdot \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{[\varphi_\lambda'(s)]^6}{s-\varphi_\lambda(s)},$$

welche sich durch ganz ähnliche Schlüsse, wie früher die Gleichung (5) beweisen, oder auch aus allgemeineren Formeln des Herrn Poincaré ableiten läßt. Hieraus folgt

$$(13.)\quad \frac{d}{ds}\log\frac{\chi(s)-\chi(r)}{\chi(s)-\chi(s)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{s-\varphi_\lambda(r)} + \frac{\mathfrak{T}(s)-\mathfrak{T}[\varphi_\lambda(r)]}{\mathfrak{T}[\varphi_\lambda(r)]\cdot[s-\varphi_\lambda(r)]}\right\}$$
$$-\sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{s-\varphi_\lambda(s)} + \frac{\mathfrak{T}(s)-\mathfrak{T}[\varphi_\lambda(s)]}{\mathfrak{T}[\varphi_\lambda(s)]\cdot[s-\varphi_\lambda(s)]}\right\}.$$

Geht man nun wieder zu der Variabeln τ über, so erhält man

$$(14.)\quad \frac{d}{d\tau}\log\frac{j(\tau)-j(\rho)}{j(\tau)-j(\sigma)} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\rho_\lambda} + \frac{V(\tau)-V(\rho_\lambda)}{V(\rho_\lambda)\cdot(\tau-\rho_\lambda)}\right\}$$
$$-\sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\sigma_\lambda} + \frac{V(\tau)-V(\sigma_\lambda)}{V(\sigma_\lambda)\cdot(\tau-\sigma_\lambda)}\right\}.$$

Dabei bedeuten ρ und σ irgend zwei nicht reelle, einander nicht aequivalente specielle Werte der Größe τ; $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \ldots$ und $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \ldots$ sind der Reihe nach die dem Werte ρ, bezw. dem Werte σ aequivalenten Werte. Endlich ist zur Abkürzung

$$\frac{(\tau+i)^{11}\cdot[j'(\tau)]^6}{[j(\tau)-1]^3\cdot[j(\tau)]^4} = V(\tau)$$

gesetzt.

Durch Integration zwischen den Grenzen 0 und τ und Uebergang von den Logarithmen zu den Zahlen ergibt sich die Formel

$$(15.)\quad \frac{j(\tau)-j(\rho)}{j(\tau)-j(\sigma)} = \frac{\prod_{\lambda=0}^{\infty}\left(1-\frac{\tau}{\rho_\lambda}\right)e^{\frac{1}{V(\rho_\lambda)}\cdot\int_0^\tau \frac{V(\tau)-V(\rho_\lambda)}{\tau-\rho_\lambda}d\tau}}{\prod_{\lambda=0}^{\infty}\left(1-\frac{\tau}{\sigma_\lambda}\right)e^{\frac{1}{V(\sigma_\lambda)}\cdot\int_0^\tau \frac{V(\tau)-V(\sigma_\lambda)}{\tau-\sigma_\lambda}d\tau}}.$$

Die beiden Formeln (14) und (15) werden durch eine dritte Gleichung ergänzt, welche der Gleichung (12) analog und auf ähnlichem Wege abzuleiten ist. Dieselbe lautet

$$(16.)\quad \frac{d}{d\tau}\log[j(\tau)-j(\rho)] = \frac{j'(\tau)}{j(\tau)-j(\rho)}$$

$$= \sum_{\lambda=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{\tau-\rho_\lambda}+\frac{V_1(\tau)-V_1(\rho_\lambda)}{V_1(\rho_\lambda)(\tau-\rho_\lambda)}-\frac{j(\tau)-j(\sigma)}{\tau-\sigma_\lambda}\cdot\frac{V(\tau)}{[j(\rho)-j(\sigma)].V(\sigma_\lambda)]}\right\}.$$

Dabei ist zur Abkürzung

$$V(\tau)\cdot\frac{j(\tau)-j(\sigma)}{j(\rho)-j(\sigma)} = V_1(\tau)$$

gesetzt. Der Wert σ ist hier als eine Hülfsgröße anzusehen, welche im Innern des Gebietes der Variabeln τ willkürlich angenommen werden darf, nur so, daß sie nicht mit ρ, oder einem aequivalenten Werte zusammenfällt.

VI.
Verallgemeinerung.

Die bisher durchgeführten Entwickelungen können auf diejenigen von Herrn Poincaré als »fonctions Fuchsiennes« bezeichneten allgemeineren Functionen, deren Geschlecht gleich Null ist, ausgedehnt werden. Zur Vereinfachung der Darstellung mögen diejenigen Bezeichnungen angewendet werden, welche Herr Poincaré auf p. 231—238 seiner mehrfach citirten Abhandlung »Mémoire sur les fonctions Fuchsiennes« benutzt hat. Ferner erweist es sich als vorteilhaft, drei verschiedene Fälle zu unterscheiden, je nachdem die Ecken des Fundamentalpolygons R_0 sämmtlich im Innern des Hauptkreises, oder sämmtlich auf der Peripherie desselben, oder endlich teils im Innern, teils auf der Peripherie gelegen sind.

1. Fall: Alle Ecken des Polygons R_0 liegen im Innern des Hauptkreises. (Sommets de la 1ère catégorie, polygone de la 1ère famille.)

Man nehme für m das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen $\beta_1, \beta_2 \ldots . \beta_n, \beta_{n+1}$, und setze

$$\lambda_1 = m\left(1-\frac{1}{\beta_1}\right);\quad \lambda_2 = m\left(1-\frac{1}{\beta_2}\right);\ \ldots .\ \lambda_n = m\left(1-\frac{1}{\beta_n}\right)$$

und

$$p = \lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n - m\left(1+\frac{1}{\beta_{n+1}}\right).$$

Dann ist stets

$$p \geqq 0.$$

Weiter verstehe man unter r, s irgend zwei nicht aequivalente specielle Werte von z, und nehme außerdem, falls $p > 0$ ist, im Innern des Fundamentalpolygons p von einander verschiedene Werte $z_1, z_2, \ldots z_p$ willkürlich an, jedoch so, daß keiner von ihnen der Größe r, oder der Größe s aequivalent ist. Darauf setze man

$$\Theta(z) = \frac{[f'(z)]^n . [f(z) - f(z_1)] . [f(z) - f(z_2)] \ldots [f(z) - f(z_p)]}{[f(z) - a_1]^{\lambda_1} . [f(z) - a_2]^{\lambda_2} \ldots [f(z) - a_n]^{\lambda_n}}$$

und

$$\Lambda(z) = \frac{[f(z)-a_1]^{\lambda_1}.[f(z)-a_2]^{\lambda_2} \ldots . [f(z)-a_n]^{\lambda_n}.[f(r)-f(s)]}{[f'(z)]^{n-1}.[f(z)-f(z_1)].[f(z)-f(z_2)] \ldots [f(z)-f(z_p)].[f(z)-f(r)].[f(z)-f(s)]}.$$

Für $p = 0$ ist das Product $[f(z)-f(z_1)].[f(z)-f(z_2)] \ldots [f(z)-f(z_p)]$ sowohl in dem Ausdruck für die Function $\Theta(z)$, als in dem für die Function $\Lambda(z)$ durch 1 zu ersetzen. Dann hat die Function $\Theta(z)$ die Eigenschaft, an keiner im Innern des Hauptkreises liegenden Stelle unendlich zu werden, während die Function $\Lambda(z)$ an den Stellen $z_1, z_2 \ldots z_p, r, s$ und den aequivalenten Stellen unendlich groß wird, u. z. jedesmal von der ersten Ordnung. Ferner besteht die Gleichung

$$\frac{f'(z)}{f(z) - f(r)} - \frac{f'(z)}{f(z) - f(s)} = \Theta(z) . \Lambda(z).$$

Die Function $\Lambda(z)$ kann nun, wie Herr Poincaré gezeigt hat (l. c. p. 239 ff.), in eine dem Resultat der Partialbruchzerlegung einer rationalen Function entsprechende convergente unendliche Reihe aufgelöst werden. Durch Ausführung dieser Operation kann man für die Größe

$$\frac{f'(z)}{f(z) - f(r)} - \frac{f'(z)}{f(z) - f(s)}$$

eine Entwickelung in eine convergente unendliche Reihe erhalten, von deren Gliedern jedes nur an einer einzigen Stelle des Gebietes der Variabeln z unendlich groß wird, u. z. von der ersten Ordnung, und aus dieser Entwickelung kann schließlich eine Darstellung des Quotienten $\frac{f(z) - f(r)}{f(z) - f(s)}$ in der in der Einleitung erwähnten Gestalt des Quotienten zweier unendlichen Producte abgeleitet werden.

Im vorliegenden Falle ist es auch gestattet, die Größe s mit dem Eckpunkt a_{n+1} des Fundamentalpolygons zusammenfallen zu las-

sen, für welchen $f(z)$ unendlich wird. Hierdurch erhält man eine Darstellung der Größe $\frac{f'(z)}{f(z)-f(r)}$ durch eine unendliche Reihe, von deren Gliedern jedes nur an einer Stelle unendlich wird, und weiter eine Entwickelung der Differenz $f(z)-f(r)$ in ein unendliches Product.

2. Fall. Alle Ecken des Fundamentalpolygons sind Spitzen, und liegen auf der Peripherie des Hauptkreises. (Sommets de la 2e catégorie, polygone de la 2e famille.)

Ist zunächst $n = 2$, so gelangt man zum Ziele, indem man genau so verfährt, wie in dem oben, Abschnitt IV, behandelten speciellen Falle.

Ist zweitens $n > 2$, so setze man

$$p = n - 3,$$

bezeichne durch $r, s, z_1, z_2 \ldots z_p$ irgend welche nicht aequivalente specielle Werte der Größe z, die sämmtlich im Innern des Hauptkreises liegen, und setze

$$\Theta(z) = \frac{[f'(z)]^2 . [f(z)-f(z_1)] . [f(z)-f(z_2)] \ldots [f(z)-f(z_p)]}{[f(z)-a_1] . [f(z)-a_2] \ldots [f(z)-a_n]},$$

$$\Theta_1(z) = \Theta(z) . \frac{f(z)-f(s)}{f(r)-f(s)}$$

und

$$\Lambda(z) = \frac{[f(r)-f(s)] . [f(z)-a_1] . [f(z)-a_2] \ldots [f(z)-a_n]}{f'(z) . [f(z)-f(z_1)] . [f(z)-f(z_2)] \ldots [f(z)-f(z_p)] . [f(z)-f(r)] . [f(z)-f(s)]}.$$

Dann wird

$$\frac{d}{dz} \log \frac{f(z)-f(r)}{f(z)-f(s)} = \Theta(z) . \Lambda(z),$$

und

$$\frac{d}{dz} \log [f(z)-f(r)] = \Theta_1(z) . \Lambda(z),$$

und diese beiden Gleichungen lassen sich in ähnlicher Weise weiter behandeln, wie die entsprechenden Gleichungen des Abschnittes IV.

3. Fall. Die Ecken des Fundamentalpolygons sind teils im Innern, teils auf der Peripherie des Hauptkreises gelegen. (Sommets de la 1ère et de la 2e catégorie, polygone de la 6e famille.)

Man nehme für m das kleinste gemeinschaftliche Vielfache derjenigen Zahlen β, welche den im Innern des Hauptkreises gelegenen Ecken des Fundamentalpolygons entsprechen, und ersetze jedes-

mal, wenn die Ecke α_k des Fundamentalpolygons in eine auf der Peripherie des Hauptkreises liegende Spitze ausgeartet ist, das Zeichen β_k durch m. Dann gelten genau dieselben Formeln und Schlüsse, wie im ersten Fall, nur müssen die speciellen Werte r, s wirklich im Innern des Hauptkreises angenommen werden.

Zu dem hiermit gewonnenen Resultate ist ähnlich wie im Abschnitt IV. und V. noch eine Ergänzung hinzuzufügen. Wenn nämlich α_k eine der auf der Peripherie des Hauptkreises gelegenen Spitzen des Fundamentalpolygons bezeichnet, so ist die vorher erwähnte Formel zur Entwickelung einer Function von der Form

$$\frac{f'(z)}{f(z)-f(r)} - \frac{f'(z)}{f(z)-f(\alpha_k)}$$

nicht mehr anwendbar. Man gelangt dann zum Ziele, indem man durch s eine im Innern des Hauptkreises liegende, dem Wert r nicht aequivalente Hülfsgröße bezeichnet, sodann

$$\frac{f(z)-f(s)}{f(r)-f(s)} \cdot \frac{f(r)-f(\alpha_k)}{f(z)-f(\alpha_k)} \cdot \Theta(z) = \Theta_1(z)$$

setzt, und schließlich die gegebene Function in das Product

$$\frac{f'(z)}{f(z)-f(r)} - \frac{f'(z)}{f(z)-f(\alpha_k)} = \Theta_1(z) \,.\, \Lambda(z)$$

umwandelt.

Archäologische Excurse zu Pausanias I, 24, 3 und I, 27, 8[1].

Von **Friedrich Wieseler.**

I.

Ueber die Einlegung und Verzierung von Werken aus Bronze, zunächst und hauptsächlich von Rundwerken in menschlicher Bildung, mit Silber und anderen Materialen in der Griechischen und Römischen Kunst.

Es ist wohl zeitgemäß über diesen Gegenstand eingehend zu handeln, da er, seit dem daß Winkelmann ihn in der Geschichte der Kunst Buch 7, Cap. 2 berücksichtigte, in größerem Zusammenhange und mit gehöriger Benutzung der einschlägigen Beispiele nicht in Betrachtung gezogen ist und die Anzahl der Beispiele sich außerordentlich vermehrt hat, nicht bloß in Betreff der zunächst in Betracht

1) S. Nachrichten 1885, Nr. 10, S. 326 fg. u. 338 fg.

kommenden Rundwerke, sondern auch derer mit Thierdarstellungen und der eingelegten Arbeit oder Versilberung von menschlich gebildeten Figuren an Geräthen und Gefäßen, wovon Winckelmann und selbst die Herausgeber seiner Werke nur sehr wenige anführen. Freilich besitzen wir selbst über die an erster Stelle erwähnten Werke nicht immer die gehörige Kunde, in Folge des Umstandes, daß die Beschreiber der einschlägigen Bildwerke nicht genügend berichtet haben, um davon zu schweigen, daß manche von den auf unsere Zeit gekommenen noch überall nicht allgemeiner bekannt sind. Wenn ich nun auch nicht zweifele, daß Andere noch manche Beispiele den von mir beigebrachten werden hinzufügen können, so glaube ich doch, daß jene schwerlich etwas wesentlich Neues bringen werden.

Die Einlegung und partielle Verzierung mit Silber — denn nur von dieser soll die Rede sein, nicht von totaler Versilberung[1]) — findet sich an Rundwerken aus Bronze in menschlicher Bildung theils an der Bekleidung und dem Schmucke, theils und hauptsächlich an dem nackten Körper selbst. Außerdem trifft man hie und da Attribute, die in den Händen gehalten werden, aus Silber oder in Versilberung beigegeben.

An die Stelle des Silbers treten dann und wann Gold und Kupfer. Ersteres zeigt sich vorzugsweise an der Bekleidung und dem Schmucke; hie und da auch am Körper selbst. Das Kupfer kommt mit wenigen Ausnahmen nur an diesem vor.

Außer den Metallen sind in den uns bekannten Beispielen ver-

---

1) Beispiele ganz versilberter Bronzestatuetten sind meines Wissens erst in neuerer Zeit bekannt geworden. Das interessanteste und durch Abbildung und Beschreibung am Genauesten zur Kunde gebrachte bietet die »Römische mit Silberplatten bekleidete nackte Bronzefigur«, einen Bacchus darstellend, im J. 1865 bei Bahn in Pommern gefunden und jetzt im Berliner Museum aufbewahrt, welche von J. Friedlaender in der Arch. Ztg. XXXV, 1877, Taf. 10 abbildlich mitgetheilt und S. 78 fg. besprochen ist. Auch eine in der Gegend von Schievelbein in Pommern gefundene, aber verloren gegangene Bronzestatuette, von welcher a. a. O. S. 79 die Rede ist, »soll Spuren von Versilberung gehabt haben«. Da es nicht zu entscheiden ist, ob diese eine totale, nicht bloß eine partielle gewesen ist, kann sie hier nicht in Anschlag gebracht werden. Dagegen scheint es keinem Zweifel zu unterliegen, daß die einst mit Silber patinirte Bronzestatue der Juno Regina hierhergehört, deren Kopf mit hohlen Augen von Duruy-Hertzberg »Gesch. des Röm. Kaiserreichs« Bd I, S. 297 abbildlich mitgetheilt ist. — Auch ganz versilberte Bronzereliefs, wie deren ein fragmentirtes neulich in das Berliner Museum gekommen ist (Arch. Ztg. XXXVII, 1879, S. 104) sind selten, noch seltener als versilberte Terracottareliefs an Gefäßen, über welche zu vergleichen Klügmann Annali d. Inst. arch. T. XLIII, p. 6 fg. u. 195 fg.

wendet Edelsteine und Halbedelsteine (sicher nur einige Male, an den Augen und am Schmuck), Email oder Schmelz (nicht selten an den Augen, nur in einem Falle vielleicht an der Gewandung), Glas (nur ausnahmsweise an den Augen), Elfenbein (zwei Male für die Augen), Alabaster (nur ein paar Male für die Augen und für die Gewandung), Bernstein (ein paar Male für die Augen). Von Perlen kenne ich nur ein sicheres Beispiel an dem Ohrringe einer Venus (s. unt. S.36)[1]).

Bei der ganz überwiegenden Mehrzahl der erhaltenen Bronzen findet sich die Anbringung eingelegter Arbeit oder Hinzufügung von Schmuck und Attributen aus anderen Stoffen in sehr bescheidenem Maaße. In den meisten Fällen handelt es sich bloß um die Augen. Zwei und besonders drei Beispiele an einem und demselben Werke gehören schon zu den Seltenheiten. Andererseits fehlt es aber auch nicht an Bronzen, an welchen das Gegentheil zu Tage tritt. Die betreffenden Werke sind fast durchweg von geringen Dimensionen.

Es wird zweckmäßig sein die wichtigsten bekannten Werke dieser Art zum Behufe einer Totalanschauung genauer aufzuführen.

Wir erwähnen zuerst die durch den Reichthum ihrer Verzierungen vor allen hervorragende Statuette der Athena, welche schon vorlängst in den Bronzi di Ercolano II, t. V und jüngst in der Arch. Ztg. XL, 1882, Taf. 2 nach einer Photographie wiederum herausgegeben und S. 27 fg. von Konrad Lange besprochen ist. »Die technische Ausführung ist eine für den kleinen Maaßstab ungemein sorgfältige. Ein Theil der auffallender Weise nach oben gerichteten Aegisschuppen, und zwar immer eine Reihe um die andere an der Vorderseite, ferner das Rankenornament des Helms, die Aermelknöpfe, die Sandalenschnallen, ja sogar die Nägel der Hände und Füße, sind von Silber eingesetzt. Auch das Weiß der Augen besteht aus Silber; die Pupillen, die wahrscheinlich wieder aus Bronze eingefügt waren, sind jetzt herausgefallen«. Zudem war der gegenwärtig nicht mehr vorhandene Ring an der linken Hand, den die Akademiker von Herculaneum a. a. O. pag. 18 erwähnen und noch Gerhard und Panofka »Neapels ant. Bildwerke« S. 167, n. 11, von Silber. Diese Gelehrten berichten auch, daß die Patera auf der rechten Hand der Figur »Spuren von Vergoldung« zeige. Von der Vergoldung der Patera sagt Winckelmann »Sendschreiben von d. Herculanens.

1) Von der Anwendung des Niello habe ich in Betreff der Rundwerke in menschlicher Gestalt keine Angabe gefunden (vgl. jedoch unten S. 39), wohl aber hinsichtlich einiger eingelegten Figuren an Geräthen und Gefäßen; vgl. Héron de Villefosse in Fr. Lenormant's und J. de Witte's Gazette archéologique, A. IV, 1878, p. 111 (s. unten S. 35, Anm. 1), auch unten S. 41 fg.

Entdeckungen« §. 58 (»Werke« II, S. 57 fg.) auch nichts; von ihm werden als mit Silber eingelegt auch nur erwähnt »die Nägel, die Buckeln auf dem Helme, und ein Streifen an dem Saume des Gewandes« (über welchen bei den anderen Beschreibern nichts verlautet)[1]).

Unter den bekleideten Figuren mag dann genannt werden auch die Athenische Kanephoros, ein »Griechisches« Werk »du plus beau style« in der Nationalbibliothek zu Paris, welche schon Letronne Annali d. Inst. arch. VI, 1834, p. 226, Anm. 2 hervorgehoben und Chabouillet Cat. génér. et rais. des. cam. et pierr. grav. de la bibl. imp. u. s. w. p. 516 fg., n. 1066 verzeichnet hat: non seulement les yeux sont incrustés d'argent, mais la ceinture, la bordure du péplus et les seins (nach Letronne: les bouts de sein) sont ornés d'incrustations d'argent; nach Letronne auch le strophium[2]).

---

1) Lange hält dafür, daß in der Bronze die Copie nach einem Jugendwerke des Phidias zu erkennen sei. Er äußert auch: »Ob man aus der reichen Verzierung der Copie mit Silber auch auf ein reiches Original, etwa von Goldelfenbein, schließen soll, das lasse ich dahin gestellt.« Ich meines Theils bin fest davon überzeugt, daß an Nachbildung eines goldelfenbeineren Bildes nicht gedacht werden darf, noch weniger als in Betreff der gleich zu erwähnenden Kanephoros an die einer größeren Statue mit Goldschmuck, welcher für die Attischen Kanephoren allerdings bezeugt ist (vgl. gleich unten auf dieser Seite Anm. 2). Hätten die Verfertiger der beiden in Rede stehenden Werke eine Nachbildung eines mit Gold bekleideten und geschmückten beabsichtigt, so würden sie statt des Silbers Gold verwandt haben.

2) Chabouillet fügt noch hinzu: Sur le bout de la tête, qui est ouvert, devait être placée une corbeille. Es ist wohl möglich, daß dieser Korb auch aus Silber war. An einem Kruge aus Bronze im Nationalmus. zu Neapel findet sich nicht der Bacchische Kopf und das Pedum, sondern nur das Gewinde um die brennende Ara und der Fruchtkorb versilbert (Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildwerke, 1828, S. 190 unten). Silberne *κανᾶ* werden auch in Inschriften erwähnt (Corp. inscr. Gr. n. 1570, b, 3 und 2855, 20). Aber es ist wohl noch wahrscheinlicher, daß der Korb der Pariser Kanephore aus Bronze war. Dagegen halte ich einen Korb aus Goldgeflecht für durchaus unwahrscheinlich, jedenfalls die Annahme, daß der Künstler durch dieses Material die wirkliche Beschaffenheit des Korbes der Kanephoren habe wiedergeben wollen. Freilich urtheilte E. Curtius anders, als er in der Archäol. Ztg. 1880, S. 27 fg. die Ansicht aufstellte, daß die archaische Bronzestatuette einer Kanephoros aus Pästum, jetzt im K. Museum zu Berlin, einen mit Gold bekleideten aus Holz geflochtenen Korb auf dem Kopfe getragen habe. Ich zweifle selbst daran, daß in Wirklichkeit das *κανοῦν* der Kanephoren von Gold oder irgendwie mit Gold geschmückt gewesen sei. Woher hat man diese Kunde? Etwa aus den Scholien zu Aristoph. Lysistr. 646: *ταῖς πομπαῖς ἐκανηφόρουν αἱ παρθένοι· ἐφόρουν δὲ καὶ λοπάδας τινὰς ὁλοχρύσους*? Aber wer wird glauben wollen, es sei des Scholiasten Meinung gewesen, daß wie die *λοπάδες* so auch die gar nicht ausdrücklich erwähnten *κανᾶ* ganz von Gold waren? Die Stelle ist offenbar

In derselben Sammlung befindet sich auch ein Mercur von Bronze, »une des plus belles figurines« derselben, über welchen es bei Chabouillet p. 503, n. 2997 heißt: sa chlamyde était ornée d'incrustations en argent, dont il reste encore deux étoiles et quelques filets. Les yeux sont incrustés d'argent; la bourse et le caducée — étaient sans doute également incrustés.

Ganz besonders beachtenswerth ist aber die im J. 1824 zu Pompeji aufgefundene, im Museo Borbonico V, 36 abbildlich mitgeteilte, mehrfach, zuletzt bei Duruy-Hertzberg Gesch. des Röm. Kaiserreichs Bd. I, S. 440, wiederholte Statue des »Caligula«, das den Dimensionen nach beträchtlichste Werk dieser Art, zugleich auch dadurch ausgezeichnet, daß die eingelegte Arbeit dem größten Theile nach in figürlichen Darstellungen besteht. Nach Finati Il regal Museo Borbonico, Napoli 1842, p. 156, n. 70 ha gli occhi e le labbra intarsiati di argento — la corazza e intarsiata di lavori di argento, fra quali primeggia una quadriga guidata da Apollo (vielmehr Sol)

sehr stark verderbt. Im cod. Ravennas steht *ἀσπίδας* statt *λοπάδας*. Daß jenes nicht das richtige Wort ist, liegt auf der Hand. Aber es hat wohl mehr als Wahrscheinlichkeit, daß jenes aus einem seltenen Worte verderbt ist, welches wesentlich dieselbe Bedeutung hatte, wie das in den anderen Handschriften stehende *λοπάδας* oder vielmehr das Wort, welches für dieses einzusetzen ist; denn daß auch *λοπάδας* verderbt ist, unterliegt keinem Zweifel. Es ist schwer zu glauben, daß die Kanephoren außer dem *κανοῦν* auf dem Kopfe auch noch Näpfe oder Schalen in der Mehrzahl oder auch nur in der Einzahl getragen hätten, in dem *κανοῦν* oder in den Händen, in beiden oder in einer, wie man denn auch gemeint hat, daß sie den in der Lysistr. 647 fg. erwähnten *ἰσχάδων ὁρμαθόν* in der Hand gehabt hätten. Vermuthlich befand sich aber dieser in dem *κανοῦν*. Irre ich nicht, so haben wir dafür noch einen Beleg in den Scholien zu Lysistr. 647, und zwar in der besten Handschrift. Hier heißt es von den Kanephoren: *οὕτως ἐπόμπευον ὁρμαθοὺς ἔχουσαι τῶν ἰσχάδων*. Im cod. Rav. steht hinter *ἐπόμπευον* noch *καὶ*. Sollte nicht ursprünglich geschrieben sein: *ἐν κανοῖς*? Auch das *καὶ* in den Schol. z. Vs. 646 scheint ein Ueberbleibsel von *καν* — zu sein. Für das *ἀσπίδας* des cod. Rav. in diesem Scholion giebt es wohl keine so wahrscheinliche Veränderung als die in *σπαθίδας*. Nach Pollux VII, 36 *σπαθίδα ἐκάλουν τὸ σπαθητὸν ἱμάτιον*, vgl. auch Hesych. *σπαθίς· ἱμάτιον σπάθῃ ὑφασμένον*. Danach ist für *λοπάδας* sicherlich zu schreiben: *λώπας*. *Λώπη* wird bei Hesych. erklärt als *ἱμάτιον, περίβλημα*. Hinter dem aus *καν* — entstandenen *καὶ* ist ausgefallen: — *ηφοροῦσαι*. Auch *τινὰς* ist ohne Zweifel verderbt und zwar aus *τιμίας*. Die Kanephoren trugen also werthvolle ganz aus Goldfäden gewebte Himatien. In den Scholien z. Lysistr. 1194 heißt es *χρυσοφοροῦσι γὰρ αἱ κανηφόροι*. Ob der goldene Schmuck, welchen Lykurg für hundert Jungfrauen beschaffte (Pseudoplutarch Vit. X orat. Lyc., Pausan. I, 29, 16) nur in jenen Gewändern bestand, oder hauptsächlich in Kränzen, wie man angenommen hat, mag dahingestellt bleiben; daß er nicht die doch nicht zum eigentlichen *κόσμος* gehörenden *κανᾶ* betraf, scheint uns unzweifelhaft.

radiato e al disotto la figura allegorica della terra posta in mezzo di un toro e di una capra[1]). Vgl. auch unten S. 39.

1) Von rein decorativen Gegenständen, wie Zweigen, Kränzen, Guirlanden, auch Köpfen und Masken, phantastischen Gestalten u. s. w., welche mit Silber in Bronze eingelegt sind, haben wir weit mehr Beispiele als von menschlichen Einzelfiguren und von Gruppen, hinsichtlich deren dasselbe der Fall ist. Für das Erstere giebt Nachweisungen Marquardt »Das Privatleben der Römer«, Th. I, Leipzig 1879, S. 672 fg. Es zeigt sich namentlich an Geräthen und Gefäßen, so wie an Schmucksachen; bei den Bronzestatuetten aus den verschütteten Städten am Vesuv kommt es mehrfach an den Postamenten vor. Das Andere finden wir, abgesehen von dem Panzer des »Caligula«, an dem im J. 1845 in einem Grabe bei Turricium (Terlizzi) unweit von Ruvo in Apulien gefundenen, im Nationalmuseum zu Neapel aufbewahrten, durch Martorelli's Werk de regia theca calamaria, Neap. 1756, bekannten Tintenfasse, welches von diesem in die Zeit Trajan's versetzt wird. Da die Beschreibungen von Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 221 fg. und von Finati Gal. des petits Bronzes du Mus. roy. Bourbon p. 67 fg. in technischer Beziehung durchaus ungenügend sind, wird es zweckmäßig sein die Angaben Martorelli's mitzutheilen. Dieser hat in Bd. I vor p. 1 eine Abbildung gegeben und bemerkt dazu auf p. 2 und 3: »omne atramentarium . . . ex aere conflatum est, atque octogonae pyramidis inversae partem belle refert: majus operculum initio fuso argento ejus ori adglutinatum, vel tempestatis spatio, vel hominum injuria distractum mihi obtulere. . . . Pessinus, & ginglymus adjecti sunt ex cupro . . . . Durior artificis labor se prodit in septenis icunculis aeri imprimendis: & sane prius ferro in unaquaque atramentarii facie tenues furculos duxit, & bonam partem introrsum aes complanando leviter, rudes imagines veluti inumbravit, inde iis partibus, quas inciderat, argentea filamenta, atque admodum tenues lamellas nihil eminentes applicuit . . . . Itaque sic exprimi ab Neapolitano artifice schema nostrum curavimus, ut quod in charta candorem praesefert, id omne argenteum tibi sit. Cum autem sceptra Deorum, flagellum Aurorae, Jovis fulmina, Martis hasta, herbulae illae, decussataeque lineolae sub eorum pedibus ad ingenium incisae exiles admodum sint, licet argenteae, albore eas donare haud valuit sculptor: arduum sane fuit, imo ἀδύνατον exacte tenuia omnia filamenta ex argento in charta fingere, quae in aereos furculos immissa vestes Deorum, Martis thoracem, clypeum, & cassida intuentibus vasculum exhibent; ut taceam tam sexcentas lineolas illas, quae Veneris peplum exornant, quam flosculos, qui Aurorae vestem exhilarant. Demum operimentum majus, eo quod patentius, principe metallo honestavit faber atramentarius; ideoque vitem auream cum capreolis, pampinis, racemisque inter duos circulos argenteos curatissime elaboratos, scilicet σκολιχνίδας duarum coronidum instar conclusam apponendam excogitavit«. — Ferner treffen wir figürliche Darstellungen an dem Deckel des Arzneikästchens im Mus. nazion. zu Neapel, vgl. Bronzi di Ercolano p. 271 = C. A. Böttiger's Kl. Schriften herausg. von Sillig, Bd. I, Taf. II, wo alles Nackte, die Köpfe, Arme und Füße des Aesculap und der Hygiea mit Silber eingelegt sind, und der Deckel des Römischen, jetzt im Berliner Museum aufbewahrten Arzneikästchens, abgebildet in den Jahrbüchern von Alterthumsfreunden im Rheinlande

Unter den Beispielen von Reiterstatuetten ist von ganz besonderem Interesse die Alexanders d. Gr. aus Herculaneum (Bronzi di Ercol. II, 61 u. 62, Mus. Borb. III, 53, Denkm. d. a. Kst. I, 40, 170 u. s. w.), indem sie Anbringung verschiedener Materiale nicht bloß an dem Reiter, sondern auch an dem Rosse zeigt, vgl. Win-

XIV, Taf. II, besprochen von Urlichs ebenda S. 35 fg. und von C. Friederichs »Berlins ant. Bildwerke« II, n. 1222, nach dessen Angabe von der Figur des Aesculap wiederum nur das Nackte von Silber eingelegt ist. — Dann gehört hierher »ein Gürtelstück oder Bauchbeschirmung von Erz, ohngefähr eine Elle lang und sechs bis acht Zolle breit. Die auf demselben eingelegten silbernen Zierrathen stellen dar eine Jagd wilder Thiere und sind von dem besten Geschmack« (Winckelmann's Werke V, S. 429 fg., Anm. 588, nach dem das Stück in der Florentinischen Sammlung antiker Bronzen sich befindet). — Einige Beispiele aus dem Mus. nazion. zu Neapel sind in dieser Abhandlung gelegentlich erwähnt. Dazu gesellen sich andere erst jüngst durch die Gazette archéol. bekannt gewordene. So die Bronzevase von Gap im Mus. zu Lyon, abgebildet A. III, 1877, pl. 8 u. 9 und besprochen von J. de Witte p. 81, die auch in technischer Beziehung beachtenswerth ist, indem, nach Anm. 1, toutes les figures ont été dessinées à nouveau avec le plus grand soin, au moyen du burin, sur l'incrustation d'argent déjà mise en place (vgl. J. Marquardt Privatleben der Römer S. 663), und das beträchtlichste unter den in Gallien gefundenen Werken dieser Art, die A. IV, 1878, pl. 19 abbildlich mitgetheilte Pyxis de bronze incrusté trouvée à Vaison, über welche Héron de Villefosse im Text p. 110 fg. Mittheilungen macht, die ich nicht verfehlen will hier zu wiederholen: »0,045 de hauteur; elle a la forme d'un petit cylindre en bronze, décoré de dix figures. — Toutes les parties du corps de ces différents personnages, qui ne sont pas recouvertes de draperies, sont formées de plaques d'argent incrustées dans le bronze. — Les trois colombes, l'ombrelle, la stèle sur laquelle s'appuie Adonis et les bandelettes sont aussi en argent. Les draperies qui recouvrent les deux Grâces sont simplement ciselées dans le bronze, tandis que celles de Vénus et d'Adonis sont formées d'une pâte noire enchâssée dans les filets d'or qui indiquent les plis du vêtement. Cette même niellure, également rehaussée de filets d'or, a été employée pour les ailes des Amours, excepté pour le petit Amour accroupi. — Le dessus, de forme ronde, est orné d'une couronne d'or, en feuilles de laurier, disposée entre deux doubles bordures, en argent. — Le dessous n'offre rien de particulier, à part trois petits boucliers d'argent (peltae), d'un mince relief«. — Endlich mag noch ein in dem Flusse Tyne bei Newcastle upon Tyne gefundenes Römisches Schildbeschläge erwähnt werden, welches in L. Lindenschmit's Alterthümern unserer heidnischen Vorzeit Bd. III, H. IV, Taf. III herausgegeben ist. Die betreffende gewölbte Erzplatte ist nach Lindenschmit's Angabe »ganz mit Verzierungen bedeckt, welche theils in gravirten Umrissen, theils in punktirten Linien dargestellt sind. Die auf der Abbildung hell gehaltenen Stellen sind blankes Erz, die dunkleren haben die Farbe einer durch die Zeit schwärzlich gewordenen Versilberung«. Es handelt sich meist um menschliche Figuren aus dem Leben und der Mythologie, auch um einen Adler und einen Stier (mit Halbmond darüber). Auch Gegenständliches kommt vor.

ckelmann IV, 6, 21, S. 240. Das Pferd »hat die Augen, wie auch eine Rose an den Zügeln auf der Stirne, und einen Kopf der Medusa auf dem Brustriemen, von Silber: die Zügel selbst sind von Kupfer«; der Reiter »hat ebenfalls die Augen von Silber und der Mantel ist mit einem silbernen Heft auf der rechten Schulter zusammengehängt«. In dem Sendschreiben über die Herculan. Entdeckungen §. 58 (Werke II, S. 57) heißt es: »auch der Zügel ist von Silber«; auch von Finati R. Mus. Borbon. p. 164, n. 94 und im Text zu dem Mus. Borb. III, 43 B, p. 4 werden gli arredi (oder gli arnesi) di argento elegantemente lavorati erwähnt. Eine andere Angabe s unten S. 46, A.

Es fehlt auch nicht an Beispielen unbekleideter ganzer Figuren, die mit Schmuck und Attributen aus Silber oder Gold mehr oder weniger reichlich ausgestattet sind oder in stärkerem Maaße eingelegte Arbeit aus Silber oder Kupfer am Körper selbst zeigen.

Die sich im Spiegel beschauende Venus des Berliner Museums »ist nackt, trotzdem aber reich geschmückt mit silbernen Arm- und Fußringen und mit einem in Silber eingelegten Halsband. Besonders merkwürdig ist aber der in einem Ohre erhaltene Ohrring, bestehend in einer mit Golddraht befestigten Perle« (Friederichs Berlins ant. Bildw. II, 1928). Auch der aus Draht gewundene Armschmuck und Beinschmuck der nackten Venusstatuette aus Herculaneum (Bronzi II, 14, Denkm. d. a. Kunst II, 26, 283) ist von Gold. In beiden Fällen sind die Augen nicht von Silber, wohl aber ist in dem letzteren die Basis mit silbernen Zierathen geschmückt (Gerhard und Panofka Neap. ant. Bildw. S. 174). An der sehr schönen nackten Statuette des Mercurius im Britischen Museum, welche in der Diöcese von Lyon gefunden wurde und nach Ch. Newton aus der Periode zwischen Augustus und den Antoninen stammt, sind Augen und Caduceus von Silber, Halsband und Spange der Chlamys von Gold, s. den Text zu Denkm. d. a. Kunst II, 29, 314, S. 480 fg. der dritten Ausg.

Noch wichtiger ist die vielbesprochene und verschieden gedeutete, bei Piombino im Meere gefundene, jedenfalls auf eine altpeloponnesische Kunstschule zurückzuführende kleine nackte Bronzestatue des Louvre, welche von Einigen für ein archaistisches, von Andern, wohl richtiger, für ein wirklich archaisches Werk gehalten wird (zuletzt von Overbeck Gesch. der Griech. Plastik I, S. 179, Fig. 39 der dritten Aufl. in zwei Abbildungen veröffentlicht). Bei dieser Figur sind jetzt freilich die Augen ganz hohl, daß aber ursprünglich les yeux étaient incrustés en argent, indiquaient quelques parcelles de ce métal qui subsistaient encore lorsque la statue a été

apportée au Musée (de Longpérier a. a. O. n. 69, p. 17). Außerdem waren die Augenbrauen, die Lippen und die Brustwarzen (le bout des seins) verkupfert, wie schon Letronne in den Annali d. Inst. arch. VI, 1834, p. 230 bemerkte und auch de Longpérier a. a. O. p. 16 angiebt, der sie als incrustés en cuivre rouge bezeichnet; nicht mit einem Silberblättchen bedeckt, also versilbert, wie Raoul-Rochette annahm, dem K. O. Müller im Hdb. d. Arch. §. 307, Anm. 7 Glauben schenkte. Die in Rede stehende Statue ist um so beachtenswerther, als sie, wenn sie wirklich archaisch ist, aus noch früherer Zeit stammt, als die von Pausanias I, 24, 3 erwähnte des Kleoitas und auch von einem Peloponnesischen Künstler herrührt.

Besonders auffallend sind die beiden folgenden Beispiele. An der in den Specimens of ant. sculpture II, 28 abgebildeten, zuletzt von Ad. Michaelis Anc. marbles in Great-Britain p. 737 fg., n. 128 besprochenen bekleideten Herme eines Satyrs aus Pompeji sind the white of the eyes, the teeth, the budding horns and the tips of the dewlaps of silver; the pupils of the eyes, now open, were once probably filled with gems or enamel. Diesem, früher einmal angezweifelten, Werke steht zunächst der in den Spec. of ant. sculpt. II, 57 abgebildete Satyrkopf aus Römischer Zeit, an welchem the eyes, teeth and characteristic dewlaps are in silver.

Endlich mag nur noch von einem interessanten Porträtkopf aus der Diadochenzeit die Rede sein. Ueber diesen zuerst bei Smith and Porcher Discoveries at Cyrene pl. LXVI abgebildeten Kopf heißt es in Ch. Newton's Guide to the Bronze Room des Brit. Mus., 1871, p. 49, n. 12: The eyes have been formed by vitreous pastes, inlaid portions of which still remain in the sockets. The eyelashes are indicated by indented lines. The lips are formed of a separate piece of bronze, the junction of which may be traced along the edge of the lip. It is probable that the lips were covered with a thin coat of brass or some artificial substance which served to distinguish their colour from that of the face. In Betreff der Lippen bemerkt Trivier in Fr. Lenormant's u. J. de Witte's Gaz. arch. IV, 1878 (wo der Kopf auf pl. 8 wiederum abgebildet ist), p. 60: les lèvres sont rapportées d'un bronze d'un autre alliage et de couleur plus rouge que celui de la fonte générale.

Die Beispiele eingelegter Arbeit von Silber und Gold an der Bekleidung sind verhältnißmäßig selten.

Was die von Silber betrifft, so nehmen den ersten Platz ein die Statuette der Athena aus Herculaneum, die »Athenische Kanephoros« des Louvre und die Statue des »Caligula« aus Pompeji, über welche Werke S. 31 fg. u. 33 fg. Genaueres mitgetheilt worden ist.

Wie es mit der von Müller im Handb. der Archäol. d. Kunst §. 96, S. 76, n. 4 als »hieratisch« erwähnten Statue der Minerva in Betreff der pièces de rapport von Silber steht, vermag ich nicht zu sagen.

Andere mir bekannt gewordene Beispiele mit Silber eingelegter oder geschmückter Gewänder sind folgende.

Bei der Victoria aus Herculaneum Denkm. d. a. Kunst II, 73, 924 (925) ist außer dem Halsbande und dem Kranz am Globus auch die Saumverzierung am Gewande mit Silber eingelegt, wie auch Finati a. a. O. p. 166, n. 101 bezeugt. Das Letzte findet sich auch an der Kanephoros zu Paris (s. oben S. 32), an der noch außerdem die ceinture mit Silber eingelegt ist. Man vergleiche dazu die beiden unten S. 41 erwähnten Bronzen, an denen die betreffende Saumverzierung von anderem Stoffe ist, und die marmorne archaistische Artemisstatue in den Denkm. d. a. Kunst I, 10, 38 und bei Overbeck Pompeji S. 544, Fig. 281 d. viert. Aufl. Noch mehr Silber findet sich an dem Gewande einer weiblichen Statuette de la belle époque de l'art — vêtue d'une longue robe talaire, à longs plis, artistement rangés —, la poitrine est couverte d'un pallium ou mantille en argent, qui est coupé carrément au dessous des seins (A. Comarmond Descript. des antiquités et objets d'art du palais-des-arts de la ville de Lyon p. 236, n. 103). An der Statuette einer Göttin sind außer den Rosetten an der Stephane auch les attaches de ses manches en argent (J. J. Dubois Descr. des ant. de M. le comte Pourtalès-Gorgier p. 114, n. 609). Die sehr schöne Selene des Berliner Museums, vermuthlich ein Werk des vierten Jahrhunderts (Friederichs Berlins ant. Bildw. II, n. 1845, S. 395), hat einen mit silbernen Sternen übersäeten Mantel. Bei der schönen Minerva zu Wien mit Augäpfeln von Silber ist der lange Aermelchiton mit silbernen Knöpfen versehen (Sacken und Kenner Samml. S. 304, n. 1208). An der hübschen Artemis der Pariser Nationalbibliothek (Chabouillet a. a. O. p. 495, n. 2957) sind nur die Knöpfe der Aermel der Tunica incrustés d'argent. Daß die Aermelknöpfe und die Sandalenschnallen der Minerva von Herculaneum von Silber sind, haben wir schon oben S. 31 gesehen, die silberne Spange an der Chlamys Alexanders d. Gr. schon oben S. 36 kennen gelernt.

Dann und wann findet sich eingelegter Schmuck aus Silber, auch Vergoldung oder Verkupferung an der Rüstung und den Schutzwaffen von Kriegern. Das älteste mir bekannte Beispiel ist die Pallas Promachos »in altgriechischem Style« zu Wien, deren Augen eingesetzt waren, mit einem silbernen Gorgoneion an der Aegis (Sacken und Kenner Samml. S. 228, n. 1132). An einer kleinen Minervabüste

in den Uffizien zu Florenz aus viel späterer Zeit fand ich das Gorgoneion vergoldet (Götting. Nachrichten 1874, S. 570). Ueber das Material des Gorgoneion an der Minerva von Herculaneum (oben S. 31) erhalten wir keine genauere Angabe. Es wird also wohl von Bronze sein. Der eigenthümliche Umstand, daß von den Schuppen an der Aegis immer eine Reihe um die andere von Silber eingesetzt ist, kann von dem Streben nach bunter Abwechselung und zugleich auch von der Absicht, eine gestreifte Haut anzudeuten, wie bei den »Tigern« zu Florenz (s. unten S. 46) hergeleitet werden. Dieselbe Minerva giebt ein Beispiel eines mit Silber eingelegten Helms bei einer kleinen Figur. An der von Levezow »Jupiter Imperator« im J. 1826 bekanntgemachten Statuette eines Römischen Imperators ist nach C. Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 463, n. 2129a »der Panzer in seiner die Brust bedeckenden Hauptmasse mit einer dünnen Kupferplatte belegt, aus welcher die jetzt leeren Ornamente ursprünglich etwa mit Silber ausgefüllt oder auf andere Weise hervortraten; an den Schulterstücken aber und an dem Bauchschutz sind deutliche Spuren vorhanden, daß sie ganz mit Silber belegt waren«. An dem »Caligula« des Mus. naz. zu Neapel (oben S. 33 fg.) hat nach K. Lange's schriftlicher Mittheilung »der Panzer braune Farbe, ist also von einer anderen Bronzemischung als das Uebrige. Auf ihm in Conturen angebracht Darstellungen aus eingelegtem Silber und Ausfüllung mit schwarzer Farbe« (Niello?). Ein anderes interessantes Beispiel betrifft die Reliefdarstellung an einem »mit versilberten geschmackvollen Bordüren verzierten« Gefäße. »An beiden Henkeln sieht man unbeschuhte bärtige Kämpfer mit Hosen, versilberter Halskette und Wehrgehenk, die linken von oblongen Schildern bedeckten Arme über einandergelegt. Diese Schilder sind mit versilbertem Φ bezeichnet, wie man es auch bei zwei unter dieser Gruppe bemerklichen Schildern — wahrnimmt« (Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 196 fg.). Das Bildwerk wird auch von Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 49 beschrieben und ist im Museo Borbon. VIII, t. XV, n. 1 abbildlich mitgetheilt[1]). An einem zweihenkligen Becken sind Wehrgehenk und Rand des Schildes versilbert (Gerhard und Panofka a. a. O. S. 191).

1) Die Beschreibung Finati's weicht von der Gerhard's und Panofka's insofern ab, als von der Versilberung der Halskette und des Wehrgehenks nicht die Rede ist, wie auch im Text zu dem Mus. Borb. a. a. O. darüber nichts gesagt wird. Die Angaben über das Aussehen der versilberten Schildzeichen sind in beiden ersterwähnten Schriften ungenau. Nach den Abbildungen im Mus. Borb. zu schließen, sind Donnerkeile gemeint. Ohne Zweifel handelt es sich um Gallier.

Für die Verbindung des Goldes mit der Bronze an der Bekleidung einer Statue dieses Materials, die nicht als kleines Werk zu denken ist, haben wir eine Andeutung in Kallistratos' Stat. VII, deren Belang nicht verringert wird, wenn man auch annimmt, daß die Statue selbst nur fingirt ist: *Ἐκόσμει δὲ αὐτὸν κάρα Περσικὴ, χρυσῷ κατάστικτος — χιτὼν δὲ ἐξ ὤμων ἀπαγόμενος εἰς πόδας τελαμῶνι χρυσέῳ κατὰ τῶν στέρνων ἐσφίγγετο — τὸ πέδιλον δὲ αὐτῷ ξανθοτάτῳ χρυσῷ κατήνθιστο.* Eine in der Umgegend von Lyon gefundene Statuette des Mercur ist nach J. J. Dubois Descr. des antiques — Pourtalès-Gorgier p. 111, n. 588 sogar survêtue d'une espèce de dalmatique composée de deux feuilles d'or. Bei dem oben S. 36 erwähnten schönen Mercur ist die Spange der Chlamys von Gold. An der Mütze eines Vulcan zu Wien zeigen sich Spuren von Vergoldung, vgl. Sacken und Kenner »Die Sammlungen des K. K. Münz- und Antiken-Cab.«, Wien 1866, S. 303, n. 1201. Damit kann etwa verglichen werden, daß auf dem Silberrelief in Froehner's Musées de France pl. 5 die Mütze und die Chlamys des Ganymedes sowie der Köcher der Artemis vergoldet sind. Die Vergoldung der Fußbekleidung findet sich selbst an einer berühmten Marmorstatue, dem Hermes des Praxiteles (Treu in der Arch. Ztg. XXXVIII, 1880, S. 44).

Außerordentlich selten findet sich Kupfer zu der Gewandung oder an derselben verwandt. Ein Beispiel bietet die zu einem Dreifuß gehörende Büste einer Bacchantin mit silbernen Augen, an welcher »das Fell an der Schulter mit einem Kupferplättchen belegt« ist (Sacken und Kenner a. a. O. S. 310, n. 1326). — Eine kupferne Gewandspange findet sich vermuthlich bei einer zu Wallenburg entdeckten, ins Museum zu Basel gekommenen Mercurstatuette, an welcher bei W. Vischer Kl. Schriften, herausg. von Ach. Burckhardt Bd. II, S. 425 mit Unrecht als das Bemerkenswertheste bezeichnet wird, daß die Augen von Silber gewesen zu sein scheinen Wir hören nämlich außerdem, daß die Chlamys »oben mit einer rosenförmigen Agrafe geziert ist, die von rothem Metall oder wenigstens roth angelaufen zu sein scheint, und diese Verschiedenheit der Farbe sich auch an der Brustwarze wahrnehmen läßt«. J. J. Bernoulli »Museum in Basel, Catal. für die antiquar. Abtheilung«, Basel 1880, giebt S. 49, n. 133 an: »Augen einst incrustiert, einzelne Theile gefärbt (Fibula, Brustwarze)«. Ich meines Theils zweifle nicht, daß es sich um rothes Kupfer handelt, welches wir an den Brustwarzen wiederholt finden. Auf dem Deckel eines jetzt im Berliner Museum befindlichen Römischen Arzneikästchens aus Bronze bemerkt man an dem Kleide des Aesculap »undeutliche Spuren von röthlichem

Metall, etwa Kupfer« (Urlichs in den Jahrb. von Alterthumsfreunden im Rheinlande XIV, S. 36, der auf Taf. I eine Abbildung gegeben hat). Inzwischen sagt Friederichs Berlins ant. Bildwerke II, S. 258 von dem »röthlichen« Metall nichts, wohl aber erwähnt er »eine schwarze Masse, mit der sämmtliche Verzierungen ausgefüllt sind, vermuthlich Niello«.

Wenn L. J. F. Janssen De Griekscbe, Romeinsche en Etrurische Monumenten van het museum van Oudheden te Leyden, p. 258, n*. 32 unter den Griechischen und Römischen Statuen die einer »schenkster« aufführend bemerkt: zij is gekleed in eene dubbele tunica, die op beide schouders door een' knoop bevestigd is en welks zoomen med looden randjes ingelegd zijn, so drängt sich leicht der Gedanke auf, daß es sich in Betreff der Saumverzierung nicht sowohl um Blei als um schlechtes Silber handeln möge.

Aeußerst interessant ist die Saumverzierung an der Gewandung der etwa lebensgroßen Jungfrau aus Herculaneum in äcbt Attischer Tracht mit Augen aus anderem Material als Bronze und einer ricca tenia con lavori di argento intarsiata, welche schon oben S. 31 bei Gelegenheit der Gewandverzierung mit Email kurz erwähnt ist. Die in den Bronzi di Ercolano II, 75, bei Clarac Mus. de sculpt. IV, 773, 1926 und im Mus. Borbonico II, 5 abbildlich mitgetheilte Figur ist eine von jenen, welche Müller im Hdb. d. Arch. §. 422, Anm. 7 mit der Pallas der Villa Albani (§. 96, A. 7) rücksichtlich des Stiles zusammenstellte und L. Julius in den Mittheilungen des Deutschen archäol. Inst. in Athen III, S. 15 fg. als Copien von Werken Peloponnesischer Künstler betrachtet. Von Finati werden im R. Mus. Borbon., 1842, p. 143, n. 15 nur im Allgemeinen als beachtenswerth bezeichnet gli ornati intarsiati in rame alle estremità del manto e della tunica. Um so erwünschter ist uns die Beschreibung K. Lange's (dessen sehr beachtenswerthe schriftliche Mittheilungen über Neapolitanische Bronzen uns eben jetzt zu Theil geworden sind): »Der Saum an Chiton und Diploïs ist dadurch hergestellt, daß man auf der Oberfläche der Bronze in Form eines Zickzackornaments gleichschenklige längliche Dreiecke ausgetieft und abwechselnd mit einer anderen Masse ausgefüllt hat. Diese Masse ist jedenfalls eine Metalllegirung, wahrscheinlich eine von der gewöhnlichen etwas verschiedene Bronze, bei der an Stelle der grünlichen Oxydation eine mehr röthlich braune Farbe getreten ist«[1]).

1) Lange erwähnt auch, daß an der Basis der Gruppe des Dionysos und des Satyrs in den Denkm. d. a. Kunst II, 32, 368 über dem unteren Lesbischen Kyma sich ein entsprechendes Zickzackornament befinde. Wir können uns nicht entbrechen, seine detaillirten Angaben über die Ornamente der Basis

Von einem Gewande aus Alabaster geben Winckelmann's Werke V, S. 147 fg. u. S. 445, Anm. 648 Beispiele.

Von Verzierung an der Bekleidung eines Rundwerks in menschlicher Gestalt durch Schmelz ist meines Wissens kein Beispiel auf uns gekommen, wenn nicht W. Abeken »Mittelitalien« S. 426 Recht hat, indem er »eine der Herkulanischen Tänzerinnen mit einem zackigen röthlichen Saum« (die eben besprochene) hieherzieht. Daß es deren im Alterthum gab, unterliegt keinem Zweifel. Wenn Apulejus Florida p. 128 an einer Bronzestatue zu Samos die tunica picturis variegata erwähnt, so dachte dabei schon Feuerbach Gesch. d. griech. Plastik, herausg. von H. Hettner, Bd. I, S. 40 mit Recht an Emailmalerei, über welche zuletzt gesprochen hat H. Blümner »Das Kunstgewerbe im Altertum« I, 1885, S. 207 fg. [1]). Daß es an dem Felle und dem Gefieder von Thieren an Beispielen von eingelegtem Email nicht fehlt, werden wir unten sehen.

Auch von purpurfarbigen Gewändern an Bronzestatuen, wie sie von Plinius Nat. hist. XXXIV, 98 erwähnt werden, kennen wir kein Beispiel.

Anlangend die Hinzufügung von Attributen aus Silber oder in Versilberung, ganz oder zum Theil, so haben wir dafür ein inschriftliches Zeugniß in Betreff einer Bacchusstatue aus Bronze mit silbernem Thyrsus und silbernem Cantharus bei Gruter Inscr. ant. p. LXVII, n. 2, womit verglichen werden kann, daß der Thyrsus des »Ampelos« an dem Henkel eines Bronzegefäßes aus Pompeji mit einem Pinienconus aus Silber versehen ist (Finati Gal. des petits Bronzes du mus. roy. Bourbon, Naples 1843, p. 28) und daß an einem tanzenden Flügelknaben am Henkel eines Kruges aus Herculaneum Cantharus, Rhyton und Flügel von Silber sind (Winckelmann's Werke II, S. 82, Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 182). Beispiele von erhaltenen Rundwerken sind etwa der silberne Caduceus bei Mercur und die silberne Börse desselben oben S. 33, sicher der Caduceus oben

---

hier mitzutheilen. Die aufrechtstehenden Dreiecke am Zickzackornament »sind aus einem anderen Stoff dünn eingelegt, der jetzt schwarze Farbe gegenüber dem Grün der Bronze hat. Auf der oberen Fläche der Basis ein Lorbeerzweig, der in zwei Armen nach r. und l. ausgeht und sich in der Mitte vereinigt. Früchte und Blätter wechseln bei ihm ab. Die Blätter sind aus dünnen Silberplatten; die Früchte mit ihren Stengeln sowie der mittlere Hauptstengel des Kranzes aus dem erwähnten schwarzen Stoff. In der Mitte des Kranzes eine Rosette, von deren Blättern die innere Hälfte schwarz, die äußere silbern, der mittlere Kreis silbern ist«. Sollte der »schwarze Stoff« nicht Niello sein?

1) Ueber das hohe Alter der Emailtechnik vgl. Virchow »Das Gräberfeld von Koban« S. 137 fg., auch W. Helbig »Das Homerische Epos aus den Denkmälern erläutert« S. 303.

S. 36. Der hübsche Apollo aus Pompeji (Overbeck Pompeji Fig. 283 d. viert. Aufl.) hat an seiner Leier silberne Saiten (Finati Mus. Borbon. p. 153, n. 66, Overbeck a. a. O. S. 545) und bei der trefflichen Fortuna-Isis aus Herculaneum (Denkm. d. alten Kunst II, 73, 925 (927)) sind nicht allein die Ornamente an der Basis mit Silber ausgelegt, sondern auch die Lotosblume auf dem Kopfe der Figur ist von Silber, wie die Akademiker in den Bronzi di Ercolano II, p. 97 ausdrücklich angeben.

Die meisten Beispiele von Zuthaten aus anderem Stoffe betreffen den Schmuck des Körpers selbst. Sie finden sich unter den Götterdarstellungen begreiflicherweise hauptsächlich bei denen der Venus, dann zunächst bei denen des Mercur, von welchem Gotte ja ganz besonders viele Statuetten aus Bronze auf uns gekommen sind. In den bei Weitem meisten Fällen ist der Schmuck mit Silber eingelegt oder versilbert. Einen Kranz aus Silber hat ein Hercules zu Wien, dessen bärtiger Kopf zugleich auch silberne Augen hat (Sacken und Kenner Samml. S. 296, n. 1124). An einem großen Gefäße aus Ruvo zu Neapel hat une figure de femme à deminue sur un cygne, wohl Venus, deren Augen versilbert sind, le front orné d'une couronne de myrte en argent (Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 31, vgl. Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 194 fg. und Winckelmann's Werke II, S. 81). Von einem goldenen, bzw. vergoldeten Kranze findet sich ein Beispiel an einer Venusstatuette einer Gruppe zu Turin, welche außerdem mit zwei goldenen Bändern an beiden Armen geschmückt ist; vgl. Nachrichten von der K. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen 1877, S. 684 fg. Dazu kommt ein anderes an der Protome di Lucio Vero armato (so!) di corona civica dorata di buonissima stile (Cataloghi del mus. Campana, Ser. II, p. 11, n. 66). Dann und wann findet sich ein Kranz von Silber zugleich mit einem silbernen Stirnbande. Ein Amor (oder knabenhafter geflügelter Bacchus) des Mus. zu Neapel erscheint avec la couronne de lierre et le bandeau argentés. Les yeux sont incrustés en argent (Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 29, Gerhard und Panofka a. a. O. S. 193, Bronzi di Erc. I, 7, O. Jahn Lauersforter Phalerae Taf. III, n. 3). Augen und Epheukranz versilbert auch an einer Bacchusstatuette im Collegio Romano (Beschreib. der Stadt Rom III, 3, S. 493). An einem vase en trèfle figuré par une superbe tête de femme, richement coiffée à l'asiatique aus der Sammlung Borgia im Nationalmuseum zu Neapel le diadème et les plis de la coiffure et les yeux sont incrustés d'argent (Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 48, n. 658). Eine verzierte mit Silber eingelegte Tänia kommt vor bei der schon oben S. 41 erwähnten Herculanensischen Tänzerin und bei zwei ihrer le-

bensgroßen Genossinnen (Finati Mus. Borb. p. 148 fg. n. 44, Bronzi d'Erc. II, 73 und R. Mus. Borb. II, 8 u. 6)[1]), bei der überlebensgroßen Victoria von Brescia (Mus. Bresciano illustr. I, t. XXXVIII—XL)[2]), bei welchen drei letzten Statuen sie, abgesehen von den aus anderem Materiale eingesetzten Augen, den einzigen Schmuck ausmacht; eine einfachere an der bei Korinth gefundenen Venusstatuette im Mus. de Ravestein I, p. 345, n. 448, und bei der Büste einer Bacchantin von einem Dreifuß zu Wien (Sacken und Kenner Samml. 309, n. 1304). In diesen beiden Fällen bildet die »bandelette d'argent« und die »Binde« den einzigen Schmuck der Figuren. Ein Beispiel von einer männlichen Figur, einer Copie nach einem berühmten Marmorwerke des Praxiteles, bietet die unterlebensgroße Bronzestatue des Apollon Sauroktonos in der Villa Albani mit nach Winckelmann's Zeit (s. Werke VII, S. 122) eingesetzten neuen Augen (E. Braun »Die Ruinen und Museen Roms«, S. 677, n. 61), dessen »Diadema« schon Winckelmann Werke V, 7, 2, 8, S. 134 als zu den erhaltenen »mit Silber durchbrochenen« (oder besser, wie S. 429, Anm. 585 bemerkt wird »mit Silber eingelegten«) Stücken gehörend hervorhob. Also ist die Tänia selbst doch wohl von Bronze. Von Brunn wird in der Beschr. der Glyptothek König Ludwig's I, S. 274 n. 302 erwähnt »ein jugendlicher Kopf, vielleicht eines siegreichen Athleten, mit schlichtem Haar, um welches ein schmales Band gelegt ist«, ein Werk, in welchem er es für gestattet erachtet, »einen Nachguß,

---

1) Ueber diese Tänien theilt mir K. Lange Folgendes mit: »Die Bänder in den Haaren sind bei den drei Figuren mit Rosetten verziert, die bei zweien in einfache Mäander, bei einer aber« der oben an zweiter Stelle aufgeführten, »in Kreisbögen eingeschlossen sind. Jede Rosette besteht aus vier Blättern, »deren zwei aus Silber, zwei aus der« schon oben S. 41 als an der Gewandung vorkommend »erwähnten rothbraunen Legirung eingelegt sind, und zwar derart, daß einmal die beiden horizontalen, einmal die beiden verticalen Blätter aus Silber bestehen. Die Mäander und Kreisbögen sind aus der rothbraunen Masse hergestellt«.

2) Was das Kopfband der Victoria von Brescia betrifft, so nimmt Müller im Hdb. der Arch. §. 306, A. 5 die Angabe an, daß es silbern sei. Im Text des Mus. Bresc. p. 139 heißt es: sulla benda e intarsiato in argento un ramo di ulivo. H. Dütschke giebt in der Beschreibung des Mus. patrio in den Ant. Bildwerken in Oberitalien IV, S. 153, n. 375, an, »daß sich an Kopfband und rechter Hand sogar noch Spuren der Vergoldung erhalten haben« und durch das Haar »ein mit je drei stilisirten Lorberblättern ornamentirtes Band gehe«, ohne von Silber auch nur ein Wort zu sagen. Das Wahrscheinlichste ist wohl, daß die Blätter (rücksichtlich deren wir lieber an solche vom Oelbaum als an solche vom Lorbeer denken möchten) in das aus Bronze bestehende Band mit Silber eingelegt sind. Ob das Band außerdem vergoldet war, ist wohl noch genauer zu untersuchen.

eine durch Abformung über dem Original gewonnene Copie« einer Bronzestatue »der Kunstrichtung und Zeit des Polyklet« zu erkennen, mit vergoldeten Lippen und Augen, die jetzt hohl sind. Brunn fügt hinzu: »auch an dem Bande war wohl Einzelnes mit Silber eingelegt«. Cum redimiculo aurif. (aureo Pigh. (?), aurifico (?) Forcellini Lex. s. v. aurificus) war nach Gruter's Inscr. p. LXVII, n. 2 die Statue des Bacchus mit den oben S. 42 erwähnten Attributen dargestellt. Dreimal finden wir die bronzene Stephane weiblicher Figuren mit Rosetten von Silber verziert (in den uns genauer bekannten Beispielen je dreien): an der zu Athen gefundenen schönen Statuette ohne andere silberne Zuthaten bei Froehner Coll. J. Gréau, Bronzes ant. pl. XXVII, welcher jene p. 194, n. 935 der ersten Hälfte des fünften Jahrhunderts v. Chr. zuschreibt, an der durch die Abbildungen bei Sacken »Die Bronzen d. K. K. Münz- u. Ant.-Cab. zu Wien« Taf. V, n. 1 und bei Overbeck Griech. Kunstmyth. II, 1, Taf. I, n. 1 bekannten Statuette der Hera, an welcher nach Sacken S. 17 die Augen mit tiefen Sternen aus Silber sind, und an der schon oben S. 38 erwähnten Statuette einer Göttin bei Dubois Coll. Pourtalès-Gorgier n. 609. Eine Venusstatuette, welche ich im J. 1874 im Stadtmuseum zu Trient sah, hat eine vergoldete Stephane. Eine sehr schöne Statuette derselben Göttin im Mus. Fol zu Genf zeigt diese mit zwei goldenen Haarnadeln und Ohrringen geschmückt (Cat. du Mus. Fol, I, p. 27, n. 1281). Eine Venusstatuette mit einem collier d'or in der Gazette arch. I, 1875, pl. 33, vgl. p. 127. Ein silbernes Halsband lernten wir schon oben S. 38 bei einer Statuette der Victoria kennen. Auch das Brustbild der mit silbernen Augen versehenen »Pomona« (gewiß des Attis) in den Bronzi di Ercol. I, 10 hat ein geschmücktes Halsband von Silber, wie p. 48 ausdrücklich hervorgehoben wird. Ein »silbern eingelegtes« Halsband an einer jugendlichen männlichen sehr schönen Herme, die zugleich »silberne« Augen hat, beschreibt Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 485, n. 2240. Eine goldene torques nach Gallischem Brauch trafen wir bei der Statuette des Mercur auf S. 36, sowie silberne bei den Galliern auf dem S. 39 erwähnten Relief. Sie finden sich auch in besonderen erhaltenen Exemplaren sowohl aus Gold als auch aus Silber. Häufiger kommt Arm- und Beinschmuck vor, meist aus Silber, dann und wann auch aus Gold. Den schon oben S. 36 für Venus beigebrachten Beispielen kann hinzugefügt werden die nackte Statuette der früheren Sammlung Hertz (Cat. of the collect. formed by B. Hertz, London 1851, p. 130, n. 15) mit silbernen »pupils« und Armbändern von Silber. Sehr interessant ist die figurina alata (Victoria?) aus Pompeji, über welche Finati Mus. Borb. p. 153, n. 65 berichtet:

È mancante del braccio destro, ed è osservabile l'armilla di oro che cinge il sinistro, fregiata nel mezzo da un piccolo smeraldo mal concio dal tempo e dal fuoco. Am linken Arme eines Mercurs zu Wien befindet sich ein später hinzugefügter gewundener doppelter Ring aus Silberdraht, vgl. Sacken und Kenner Samml. S. 300, n. 1158 und besonders Sacken »Die Bronzen« S. 56, zu Taf. XXXIII, F. 11. — Auch auf dem bekannten Bronzerelief aus Paramythia (Denkm. d. a. K. II, 27, 293) sind »kleine Zierden wie Armbänder« eingelegt, und zwar mit Silber (s. Hirt in Böttiger's Amalthea I, S. 250 fg., Müller's Handb. der Arch. §. 311, A. 5).

Um schließlich auch entsprechende Beispiele von Thieren aus Bronze zu geben, so erwähnen wir, daß es nach Winckelmann's Werken Bd. V, Anm. 588, S. 430 in der Florentinischen Sammlung antiker Bronzen ein paar kleine Tiger giebt, an welchen die Streifen des Fells mit eingelegtem Silber nachgeahmt sind; nach Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 496, n. 2332 die Flecken des Felles eines Panthers durch eingelegtes Silber markirt sind; nach Chabouillet a. a. O. p. 525, n. 3107 an einem weiblichen Panther les mouchetures de la robe (welche an einem anderen unter n. 3106 aufgeführten Exemplare par un pointillé gebildet sind) sont figurées par des incrustations d'argent et de cuivre rouge; nach Adr. de Longpérier a. a. O. p. 212, n. 989 an einem Karpfen les écailles sont argentées und Friederichs a. a. O. S. 500, n. 2413, a, auch eine »froschartige Figur, mit Silber verziert«, als aus dem Orient gebracht erwähnt. Dazu füge man hier etwa noch das oben S. 36 berührte Geschirr des Pferdes Alexander's, so wie das des springenden Pferdes aus Herculaneum (Finati R. Mus. Borbon. p. 163, n. 91, Bronzi di Ercol. II, 65) [1]) und einen Widderkopf aus Bronze zu Wien mit einer kupfernen Binde (Sacken und Kenner Samml. S. 310, n. 1346).

Bei kleinen Thieren aus Bronze, die zum Schmuck an fibulae gedient haben, findet man mehrfach auch gefärbtes Glas und na-

---

1) Das an letzterer Stelle erwähnte $1^3/_4$ Palm hohe springende Pferd wurde mit der Reiterstatuette Alexanders zusammen gefunden. Beide Pferde stammen ohne Zweifel aus demselben Atelier. Nach Finati ist jenes ornato di testiera e broglia di argento. Die Herculanensischen Akademiker sagen p. 251 nur, daß le borchie o rosette von Silber seien. K. Lange notirte sich: »Gebiß und Zügel aus Eisenblech (?) angesetzt. Ebenso die Zäumung des Kopfes. Immer an einem Kreuzungspunkte zweier Riemen eine silberne Rosette«. Hinsichtlich der Reiterstatuette Alexanders (»auf der Oberseite von deren Basis um den Rand herum rosettenartige aus Silber und einem dunkelen Stoffe eingelegte Ornamente«) bemerkte er über das Pferd nur: »Kopfzäumung wie bei 4894«, dem einzelnen springenden Pferde, »mit sechs silbernen Rosetten«.

mentlich Email verwendet, und zwar dieses meist zur genaueren Bezeichnung des Felles, auch des Gefieders. Beispiele bei Adr. de Longpérier p. 179, n. 783 (loup), p. 189, n. 835 (panthère mâle), n. 836 u. 837 (panthère femelle), p. 192, n. 855 (sanglier), p. 194, n. 867 (cheval), p. 200, n. 911 (chèvre), p. 206, n. 952—954 (paon). Von Friederichs wird in Berlins ant. Bildw. II, S. 496, n. 2331 ein Panther mit roth emaillirten Augen, »dessen Flecken durch rothes und blaues Email wiedergegeben sind«, erwähnt, »gewiß der Henkel einer Vase«. Zwei Farben finden wir auch bei den Flecken der Panther bei A. de Longpérier n. 835 (roth und grau) und n. 837 (weiß und blau), nur eine (roth) bei n. 836.

Wenden wir uns jetzt zu den aus Silber und anderen Materialen bestehenden eingelegten Bestandtheilen des menschlichen Körpers sowie auch der Versilberung, Vergoldung, Verkupferung und Emaillirung der betreffenden Theile, so mögen zuerst diejenigen Beispiele betrachtet werden, bei denen es sich um thierische Zuthaten zu der Menschengestalt handelt.

Dahin gehören die Flügel von Silber, welche wir oben S. 42 als am Henkel eines Kruges bei einem tanzenden Knaben (gewiß Amor) vorkommend erwähnt haben. Aber von einem Rundwerke kennen wir kein Beispiel von silbernen oder goldenen, nicht einmal eins von versilberten oder vergoldeten oder emailirten Flügeln, obgleich dieselben im Alterthum ohne Zweifel vorgekommen sind.

Dagegen treffen wir Hörner und bocksartige Warzen (φήρεα), welche den Satyrn eigenthümlich sind, in einigen Fällen an Rundwerken, nicht bloß an den beiden oben S. 37 erwähnten, sondern die silbernen Hörner auch bei der zugleich mit silbernen Augen versehenen Büste des jugendlichen »Faun« im K. K. Antiken-Cab. zu Wien nach Sacken und Kenner Sammlungen S. 304, n. 1204. Vielleicht waren auch an der Statuette des Faune couronné de lierre in der Nationalbibliothek zu Paris, über welche Chabouillet a. a. O. p. 508, n. 3023 berichtet: les yeux sont incrustés d'argent; deux trous au front indiquent la place des deux cornes, die Hörner aus Silber. Freilich eine sehr geringe Anzahl von Beispielen für einen Bilderkreis, aus welchem uns so sehr viele Bronzedarstellungen erhalten sind.

Gehen wir zu dem gewöhnlichen Menschenkörper über so handelt es sich zunächst und hauptsächlich um die Augen[1]).

---

1) Die Literatur über eingesetzte Augen zuletzt bei J. Marquardt »Das Privatleben der Römer« Th. I, Leipzig 1879, S. 668, Anm. 12, u. S. 669, A. 1 (ebenso schon früher »Röm. Privatalterthümer«, Abth. II, Leips. 1867, S. 280 fg., Anm. 51 u. 52). Vgl. auch Welcker zu Callistrat. Stat. III, p. 690 der Jacobs'-schen Ausg. Was den inschriftlich (Orelli 4185) vorkommenden faber ocula-

Die Einsetzung der Augen, welche schon in Aegypten und im Orient statthatte, läßt sich in Griechenland bereits zur Zeit des archaischen Stils nachweisen, obgleich die größte Zahl der Bronzewerke aus der betreffenden Zeit, an denen wir jetzt nicht mehr arm sind, nichteingesetzte Augen zeigen. Belege dafür sind unten in der Detailbesprechung der Augen von Silber (S. 50) und der von Schmelz (S. 54) beigebracht. Andere werden durch Rundwerke an die Hand gegeben, an welchen man ausgehöhlte Augen gewahrt: durch die schon von Winckelmann Werke VII, S. 122 erwähnte, vermeintlich Etruskische »älteste vorhandene Figur aus Erz im Barberinischen Palaste«, welche sich jetzt im Palazzo Sciarra befindet und von A. Michaelis in Gerhard's Arch. Anzeiger 1863, S. 122* fg. als eine mit den Aegineten zusammenzustellende Bronzestatue eines Epheben genauer beschrieben wird; die schon oben S. 38 berührte »altgriechische« Athena zu Wien und den unten S. 57 Anm. berücksichtigten Zeuskopf aus Olympia.

Die Augen sind aus verschiedenen Materialen eingesetzt. In den bei Weitem meisten Fällen ist der Stoff ein anderer als der des Bildwerks. Aber es giebt doch auch mehrfache Belege dafür — obgleich es bisher nicht gehörig beachtet ist —, daß die Augen von Bronzen aus Bronze eingesetzt wurden, ganz oder zum Theil. Für Beides, hauptsächlich das Erstere, hat K. Lange bloß im Mus. naz. zu Neapel folgende Beispiele gefunden: n. 4994 »Angler« (Mus. Borbon. IV, 55) »die Augen aus Bronze, aber besonders eingesetzt und mit einfachen tiefen Löchern versehen zum Einsetzen der Iris«; für das Erstere n. 4998 (Aphroditestatuette), 5077 (laufender Eros); 5592 (sogenannte Berenice (Bronzi di Ercol. I, 63. 64, Mus. Borb. VII, 12)[1]), 5596 (»Tolomeo Alessandro« (Bronzi di Ercol. I, 69. 70), mit der Bemerkung, daß »das eine Auge ausgefallen«), 5600 »Tolomeo Sotere II« (Br. d. Erc. I, 67. 68), 5608 »Archaischer Apollokopf« (Br. d. Erc. I, 71. 72, Denkm. d. alten Kunst II, 11, 118), 5631 »alter männlicher Porträtkopf«. Ein Beispiel steht in stofflicher Beziehung vereinzelt da: n. 5000 »Eros mit Gans, Wasserausguß, Augen aus anderer Bron-

---

riarius betrifft, so glaubt Froehner Les mus. de France p. 5, A. 5, que c'était un fabricant d'instrument de chirurgie à l'usage des médecins oculistes.

1) Freilich giebt Finati R. Mus. Borbon. p. 145, n. 27 an: aveva gli occhi e le labbra intarsiate di argento. Aber weder im Texte zu den Bronzi di Erc. noch in dem von Finati herrührenden zu dem Mus. Borb. VII, 12 ist von silbernen Augen die Rede. Vielleicht beruhte Finati's frühere Angabe über diese auf dem Umstande, daß er die Augen als eingesetzte erkannte und deshalb als moderne Arbeit betrachtete und wegen der silbernen Lippen auch silberne Augen voraussetzte.

zemischung eingesetzt, die nicht oxydirt ist, mit einfachen Löchern«. Beispiele für die partielle Einsetzung von Bronze, welche meist die Iris betreffen, bei Augen aus Silber (unten S. 51 fg.), Email (unten S. 54 fg.) und aus Elfenbein (unten S. 59).

Unter den erhaltenen Beispielen sind die von silbernen Augen die zahlreichsten, dann kommen die Augen aus Email.

Silberne, bzw. versilberte Augen finden sich so häufig, daß es ganz überflüssig ist, alle einzelnen Beispiele aufzuzählen; das um so mehr, als wir in dieser Abhandlung bei den Bildwerken, die in Betreff anderer Theile des Körpers oder an der Gewandung oder am Schmucke eingelegte Arbeit zeigen, auch angegeben haben, ob und in welchem Material die Augen eingelegt sind. Die Art des Materials läßt sich freilich in den nicht so seltenen Fällen nicht genauer bestimmen, in denen die Augen ausgefallen sind, was schon im Alterthum selbst vorgekommen ist, und zwar nicht bloß durch absichtliche oder unabsichtliche Beschädigung des betreffenden Werkes, sondern auch in Folge ungenügender Befestigung bei der Einsetzung, wie uns denn ein solches Beispiel solcher von selbst ausgefallenen Augen schriftlich bezeugt ist durch Plutarch de Pyth. or. 8.

Die Zahl der Beispiele eingesetzter Augen begegnen uns aber nicht allein an statuarischen Rundwerken, sondern auch an Gefäßen und Geräthen aus Bronze, und hier handelt es sich wiederum ganz vorzugsweise um silberne Augen. Im Collegio Romano befindet sich »ein Gefäß aus einem behelmten Kopf gebildet, dessen Augen früher eingelegt waren« (Beschreibung der Stadt Rom III, 3, S. 492). Ein anderes Beispiel eines Gefäßes in Kopfform, an welchem die Augen jetzt gleichfalls nicht mehr erhalten sind, bietet die Gazette archéol. V, 1879, pl. 13. In beiden Fällen hat die Annahme silberner Augen doch wohl die größte Wahrscheinlichkeit. Sicher stehen dieselben in folgenden drei Fällen. An einem großen einhenkligen Gefäße im Mus. nazion. zu Neapel, welches von Gerhard und Panofka »Neapels ant. Bildw.« S. 237, Schrank IV, verzeichnet ist, finden sich anscheinend sogar fünf Beispiele: »Die drei breiten Füße sind durch (je) eine Sphinx mit silbernen Augen gebildet. Ein halbbekleideter Jüngling, Apollo« — oder wahrscheinlicher Dionysos — »bildet den Henkel, der unter der Basis des Jünglings in das Brustbild eines Amor endet. Beide Figuren haben eingesetzte Augen« (doch wohl auch aus Silber?). An einem ovalen Gefäße aus Bronze im Mus. nazion. zu Neapel findet man Bacchische Frauenköpfe, deren »Augen mit Silber ausgelegt sind«, angebracht (Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 168, n. 32). In der vormaligen Campana'schen Sammlung befand sich ein manico di vaso con maschera di satiro

barbato con occhi intarsiati di argento (Cataloghi del museo Campana Cl. II, p. 4, n. 27). Doch glauben wir ausdrücklich bemerken zu müssen, daß silberne Augen denen aus Bronze gegenüber die verschwindende Minderheit ausmachen, ein Verhältniß, das, wenn auch in geringerem Maaße, selbst dann bestehen bleibt, wenn man die Beispiele von Augen aus Email und anderen Materialen hinzuzählt. Die Augen von Silber finden sich, ähnlich wie die übrige eingelegte Arbeit in Silber, fast durchaus nur an sorgfältigeren Werken. Doch würde man sehr irren, wenn man sie als eine wesentliche Eigenschaft solcher Werke betrachten wollte. Es giebt eine Anzahl von Rundwerken aus Bronze mit eingelegter Arbeit oder mit hinzugefügtem Schmuck aus Silber und Gold, an denen die Augen nicht von Silber sind. Ja von den schönsten Bronzen, welche uns überkommen sind, haben die meisten keine silbernen Augen. Das älteste sichere erhaltene Beispiel eingesetzter Augen aus Silber giebt meines Wissens entweder eine aus Sicilien stammende figurine de Mars de très ancien style, welche Adrien de Longpérier Bronzes du Louvre p. 23, n. 93 erwähnt, oder die oben S. 36 fg. besprochene Statue des Apollo in demselben Museum, welche im Meere bei Piombino entdeckt wurde, aber sicherlich aus der Peloponnesos stammt. Im eigentlichen Griechenland wurden gefunden: zu Athen die Zeusstatuette, welche Froehner Collect. Julien Gréau, Bronzes ant., p. 184, n. 909 verzeichnet; zu Paramythia in Epirus die von Köhler Ges. Schriften, herausg. von Stephani, VI, S. 34 beschriebenen Statuetten; in der Peloponnes der in Paciaudi's Monum. Peloponnes. II, p. 69 schon vorlängst bekannt gemachte Bronzekopf[1]). Bei den ersten Beispielen handelt es sich um silberne Augen allein. Dasselbe gilt von einem Mercur »aus der Blüthezeit der Griechischen Kunst« zu

1) Ich würde im Obigen auch die zu Pagonda auf Euböa gefundene Artemisstatuette aufgeführt haben, welche W. Vischer in der Arch. Ztg., 1861, Taf. CLIV, 4. 5, herausgegeben und A. Burckhardt in dessen Kl. Schriften II, T. XVI wiederholt hat, wenn ich den Ausspruch Vischer's: »die Augen sind ausgebohrt, waren also ohne Zweifel mit Silber eingelegt«, für richtig halten könnte. Ganz dieselbe Behauptung stellt J. Friedlaender in der Arch. Ztg. 1877, S. 79 in Betreff der oben S. 39 erwähnten Imperatorstatuette des Berliner Mus. auf. Aber so apodiktisch darf man über das einstige Material ausgehöhlter Augen von Bronzen nicht urtheilen, wie aus dem Folgenden klar werden wird. In Betreff des Berliner Imperators wird die auch von Friederichs getheilte Annahme silberner Augen wohl das Richtige treffen. Ueber die Artemis habe ich auch durch eine Photographie Kunde, welche mir Vischer vor Jahren schickte. Man sieht ganz deutlich, daß nur die Pupille tief eingebohrt ist, so daß etwas hineingesetzt werden konnte; das Weiße des Auges ist vollkommen und deutlich vorhanden, besteht also sicherlich aus Bronze.

Wien, welchen Sacken und Kenner Sammlungen, S. 305, n. 1210 aufführen. Daß zudem manche der in den verschütteten Städten am Vesuv gefundenen Bronzen mit Augen und anderer eingelegter Arbeit aus Silber und anderen Stoffen nicht bloß von Griechischen Künstlern herrühren, sondern auch in Griechischen Ländern verfertigt sind, läßt sich wohl kaum in Zweifel ziehen. Die große Masse der betreffenden Beispiele gehört selbstverständlich der Griechisch-Römischen Kunstübung an. Manche stammen aus den westlichen Provinzen des Römischen Kaiserreichs.

Nachdem wir nur noch erwähnt haben, daß sich silberne Augen auch bei Thieren aus Bronze finden (z. B. — um von dem kolossalen Pferdekopf aus Palazzo Colobrano im Mus. Borbon. III, 10 zu schweigen —[1]) bei dem oben S. 35 fg. beschriebenen Bukephalos und dem cavallo d'ottimo disegno und dem Hunde, welche Fil. Buonarroti Osservaz. sopra alc. medaglioni ant. p. XII erwähnt, bei der Ziege in Sacken's und Kenner's Samml. S. 308, n. 1261, dem Widderkopf und dem Bockskopf, ebenda S. 310, n. 1334 u. 1335, dem Kopf eines jungen Stiers S. 310, n. 1341, dem Rehbock im Mus. naz. zu Neapel n. 4924, über welchen K. Lange angiebt: »Augen von Silber eingesetzt und ein Kreis hineingeritzt« — vgl. das schöne seltene Rhyton aus Bronze, in der Form eines Hirschkopfs, welches silberne Augen zeigt, bei Finati Gal. des pet. Bronzes p. 36 —, bei einem Löwen, s. de Longpérier Bronzes du Louvre p. 183, n. 799, wie in einer Aegyptischen Bronze bei einem Luchs, vgl. Mus. Fol I, p. 278, n. 1289, auch bei einem Raben, s. ebenda n. 1290), haben wir schließlich noch Folgendes zu bemerken.

Die Augen von Silber sind entweder allein aus diesem Material oder aus ihm und einem anderen.

In jenem Falle war gewöhnlich die Iris, auch wohl die Pupille angedeutet. Beides wird von Sacken und Kenner Samml. S. 283, n. 522 besonders hervorgehoben an einer vortrefflichen Büste des Augustus: »mit silbernen Augäpfeln, Sterne und Pupillen markirt«.

Doch findet es sich auch, daß Keins von Beiden statthat.

---

1) Ueber diesen schon von Vasari und neuerdings von Reumont für ein Werk Donatello's gehaltenen Kopf notirte sich K. Lange: »Augen aus Silber eingesetzt, Pupille darin aus Bronze und mit einem nicht sehr tiefen Loch versehen«. Dagegen heißt es im Text z. Mus. Borb. III, 10, p. 3: è osservabile, che il bulbo degli occhi è ricoverto da una lamina di ferro. Wir müssen dahingestellt sein lassen, welche Angabe das Richtige trifft, können aber nicht umhin darauf aufmerksam zu machen, daß Lange fragweise bei dem springenden Pferde und dem Bucephalus Alexanders das als Eisenblech bezeichnet, was von Anderen Silber genannt wird (s. oben S. 36).

Bei dem »mystic Bacchus« (Triton) in den Spec. of
55. 56 sind, wie der Erklärer hervorhebt, die sil
without any indications of the pupils (auch die Iris i
deutet), wie das auch an den bronzenen Augen noch in
bei besseren Werken mehrfach vorkommt, z. B. bei ei
großen Cybelebüste in der Nationalbibliothek zu Pari
a. a. O. n. 2917).

Von den aus Silber und einem anderen Material
Augen besteht in der Regel das Weiße aus Silber. Da
langend, so haben wir in neuerer Zeit einige genauere K
An einer bei Wopernow in der Gegend von Schievelbe
Statuette, über welche zuletzt Friederichs Berlins a
S. 508, n. 2500 und J. Friedlaender in der Arch. Ztg
S. 79 gesprochen haben, waren nach dem letzteren di
denen eins erhalten ist, mit Silber ausgelegt, die »P
von bläulichem Glas oder Schmelz[1]). Eigenthümliche
wir durch A. de Longpérier Bronz. du Louvre p. 147
eine Büste des Scipio Africanus hören: le globe des y
vert d'une lame d'argent qui laisse voir le bronze
l'iris. A. de Longpérier scheint nicht angenommen z
die Iris besonders eingesetzt gewesen sei. Bei dem o
wähnten Mercur des Brit. Museums waren nach ausd
gabe die Pupillen der silbernen Augen mit keinem an
gefüllt. Auch der Erklärer der oben S. 37 beschrieben
in den Specim. of ant. sculpt. II, 28 bemerkt ausdrüc
pils are excavated but without the appearance of hav
up with gems or other similar material. Anders ur
chaelis (s. oben S. 37). Desgleichen ist K. Lange i
oben S. 31 fg. besprochenen Athenastatuette der Ansicht,
gelassene Iris mit Bronze gefüllt gewesen sei. Dazu
drei Beispiele aus den verschütteten Städten am Vesuv
mir durch K. Lange schriftliche Kunde zu Theil geword
des Mus. naz. zu Neapel (die schon oben S. 43 berüh
tuette) »Augen aus Silber, Iris aus Bronze«; n. 5617,
berius«, Augen aus Silber und Bronze eingesetzt und g

1) Vermuthlich gehört hieher auch der Dionysos in der
Satyr n. 4995 des Mus. naz. zu Neapel (oben S. 47, Anm.), bei
ge's Notizen die aus Silber eingesetzten Augen »tiefe Löcher f
Masse« zeigen (welches, was beachtenswerth, bei den silberne
tyrs nicht der Fall zu sein scheint), und der unten S. 62
»Lippen« erwähnte Knabe zu Oldenburg. S. auch unten S. 5

»Caligulakopf (Bronzi di Erc. I, 57. 58), Augen aus Silber, Iris aus röthlich oxydirter Bronze, in der Mitte ein kleines tiefes Loch für die Pupille«. Entsprechende Beispiele werden wir unten S. 54 fg. bei Augen aus Email und S. 59 bei einem aus Elfenbein finden.

Sacken und Kenner Samml. S. 289, n. 727 führen eine herrliche bekränzte Büste des Hercules »mit silbernen Augäpfeln, goldenen Sternen« auf. Das wäre etwas sonst nicht Nachweisbares, wenn auch nicht durchaus Unmögliches. Aber Sacken sagt in den ant. Bronzen des K. K. Münz- u. Ant.-Cab. I, Wien 1871, S. 102 über die auf Taf. XXXV, n. 9 abgebildete mit Lorbeer bekränzte Büste des Herakles nur: »die Augäpfel waren mit Silber belegt«. Von goldenen Augensternen ist gar nicht die Rede. Die Abbildung zeigt Pupillen, die wie eingebohrt aussehn. Sollte an Bernstein (s. unten S. 59 fg.) zu denken sein?

Eine merkwürdige Besonderheit sind die »silbernen Pupillen« bei der schon oben S. 45 erwähnten Venus der einstmaligen Hertz'schen Sammlung nach dem Catal. p. 130, n. 15, da man doch annehmen muß, daß das übrige Auge aus Bronze ist (es ist doch gewiß nicht daran zu denken, daß mit pupil nicht die Pupille oder Iris, sondern das ganze Auge gemeint sei).

Außer Statuen von Bronze mit silbernen Augen gab es vermuthlich auch solche mit g o l d e n e n. Schon Gori hat im Mus. Etruscum Vol. II, p. 208 als Worte des sogenannten Caecilius Balbus (Teuffel-Schwabe Gesch. d. Röm. Literatur §. 212, A. 6, S. 410) bei Joannes Saresberiensis angeführt: »eum qui aureos Jovis oculos eruit«. Die hier bezeichneten eingesetzten Augen kann man sich entweder als solche denken, die ganz aus Gold waren, oder als solche, bei denen wenigstens das Weiße aus Gold bestand oder vergoldet war, nicht aber als solche, die nur eine goldene Iris oder Pupille hatten. Freilich verlautet nichts über das Material der betreffenden Jupiterstatue oder Jupiterstatuen. Dasselbe muß doch wohl als in Bronze bestehend gedacht werden, auf welche auch die nach den obigen folgenden Worte: aut argento gemmisque sublatis vestem nititur excaecare, zunächst führen. Auch wenn man Marmor annimmt, darf man die »goldenen Augen« als ebenfalls bei bronzenen Statuen vorgekommen betrachten, da sie, wenn man sie bei Marmorstatuen anbrachte, gewiß auch bei Bronzen gebräuchlich waren. Die mehrfach bei Marmorwerken vorkommende Anwendung von Metall in Betreff der Augen ist sicherlich von der Bronzetechnik her auf jene übertragen. Von Augen allein aus Gold an menschlich dargestellten Figuren kenne ich allerdings kein auf uns gekommenes Beispiel; ob Comarmond sichere Kunde von bezüglichen erhal-

tenen Werken hatte, als er Descr. des antiq. du palais-des-arts de la ville de Lyon p. 194 schrieb: souvent le globe de l'oeil était en or, ist sehr die Frage. Das verschlägt aber um so weniger, als ein doppelter Löwe aus Bronze mit goldenen Augen bekannt ist (Sacken und Kenner Samml. S. 291, n. 906).

Von kupfernen Augen bei Bronzen ist meines Wissens kein Beispiel vorhanden. Doch scheint bei dem berühmten Kopf des Antinous aus Palazzo Mondragone bei der Herstellung der Augen Kupfer verwendet zu sein, s. meinen Text zu den Denkm. d. a. Kunst Bd. I, n. 388, S. 94 fg.

Wenn Janssen der »Schenkin« des Leydener Museums (s. oben S. 41) mit Recht bleierne Augen zuschriebe, so würde das ein ganz vereinzelt dastehender Fall sein. Aber die Angabe hinsichtlich der Augen spricht ganz besonders dafür, daß er auch in Betreff des Gewandsaumes Silber mit Blei verwechselte.

Wenden wir uns jetzt zu der Anwendung von Schmelz und Glas behufs der Herstellung des ganzen Auges oder doch des Weißen des Auges oder der Iris und der Pupille, so haben wir als ältestes uns bekanntes hiehergehörendes Beispiel aufzuführen den von Cerigo stammenden Kopf des Berliner Museums, welchen Brunn in der Arch. Ztg. 1876, Taf. 3 u. 4 abbildlich mitgetheilt und S. 24 fg. besprochen hat. An ihm sind nach Brunn »die Augen aus einem von der Bronze verschiedenen Material eingesetzt; das Weiße, aus einem jetzt gelblich gewordenen Stoffe, hat sich noch erhalten; die Augensterne dagegen, wahrscheinlich aus einem dunkelen Steine gebildet (?), sind ausgebrochen«. Hinsichtlich der Bronzeköpfe des Augustus und der Livia von Neuilly-le-Réal bei Froehner Mus. de France pl. 1 u. 2 und jetzt auch bei Duruy-Hertzberg a. a. O. S. 136 u. 137 bemerkt Froehner p. 5: les yeux sont incrustés en émail blanc avec des pupilles noires aujourd'hui ternies. Vgl. auch A. de Longpérier Br. du Louvre n. 640 bis p. 149, wo aber die Farbe des Email nicht angegeben ist. Hier sind offenbar die schwarzen Pupillen nicht aus einem dunkelen Stein gebildet gewesen, sondern auch aus Email, ebenso wie die blauen bei den silbernen Augen der Bronze von Wopernow (oben S. 52). Gleichermaßen verhält es sich hinsichtlich des Bronzekopfes der Julia Titi zu Brescia nach H. Dütschke Ant. Bildwerke in Oberitalien IV, S. 138, n. 345: »Die Augen sind mit weißer Masse ausgefüllt, die Augäpfel waren aus schwarzem Schmelz«. Dasselbe gilt von den Augen der im Jahre 1817 zu Pompeji gefundenen Statuetten des Apollon und der Artemis im Mus. Borbon. VIII, 59 und 60, und jetzt auch bei Overbeck Pompeji S. 541, Fig. 279 u. 278 der vierten Aufl. Die Augen

des Apollo sind jetzt hohl, die der Artemis dagegen erhalten. Diese zeigen an dem Augapfel weiße, an der Pupille dunkele Farbe. Damit stimmt überein K. Lange's Angabe: »Augen aus einer weißen Masse eingesetzt, auf der die Pupille schwarz gefärbt und mit einem eingeritzten kleinen Kreise versehen ist«. Nach Finati Gal. d. pet. Bronzes p. 24, n. 21 waren an der Bronzestatuette eines jungen behelmten Mannes aus Herculaneum (Mars: Bronzi di Ercol. T. II, p. 67 fg. zu t. XVIII) les yeux incrustés en mastic rouge (offenbar nicht die ursprüngliche Farbe). Mehrere Beispiele verdanke ich den Notizen K. Lange's. »Bei dem Satyr mit Schlauch als Brunnenfigur n. 111495« — gewiß der in Overbeck's Pompeji S. 548, Fig. 285 abgebildeten Figur — sind »die Augen aus weißem zum Theil zerstörten Stoff eingesetzt«. Auch bei dem »Römischen männlichen Porträtkopf n. 5601« findet man die »Augen weiß eingesetzt«. Die Nummern 2626 u. 2627 »zwei Läufer oder Faustkämpfer als Gegenstücke« (Bronzi di Ercol. II, 58. 59) haben die »Augen aus drei Stoffen, weiß, grau und schwarz eingesetzt«; desgleichen der »Ptolemäos Philometor« n. 5590 (Bronzi di Erc. I, 65. 66 und Mus. Borbon. VII, 12)[1]). An der »lebensgroßen Statue des Apollon mit Lyra in archaisch-eklektischen Formen«, zuletzt abgebildet bei Overbeck Pompeji S. 544, Fig. 282, sind die »Augen weiß, braun, schwarz«. Auch an n. 5594 »dem unbärtigen Athletenkopf mit herakleischen Zügen und einem von einer Binde umwundenen Kranz im Haar« wohl dem »Tolomeo Filadelfo« (Bronz. di Erc. I, 61. 62 u. Mus. Borbon. VIII, 12), gewahrt man »eingesetzte Augen aus weißer, brauner und schwarzer Masse (Glaspaste?)«. An der »Statue eines Mädchens n. 5603 ist das Weiße im Auge aus weißem Stoff eingesetzt, die Iris aus Bronze hergestellt«. Von n. 4989 heißt es: »Römischer männlicher unbärtiger Porträtkopf aus der letzten Zeit der Republik oder Anfang der Kaiserzeit: von der Füllung der Augen scheint nur die bronzene Pupille des rechten Auges antik zu sein«. Daran schließen sich vermuthlich zwei sehr beachtenswerthe Fälle, in denen die Iris aus Bernstein eingesetzt ist; s. unten S. 59 fg. [2]). Von Augen aus Schmelz und Stein ist mir überall kein sicheres Beispiel bekannt geworden.

---

1) Aehnliche Farbenabstufungen auch bei Köpfen mit eingesetzten Augen aus Elfenbein (?) und Stein, s. unten S. 57.

2) Wenn Friederichs Berlins ant. Bildw. I, S. 517 der ersten Aufl. die Ansicht aussprach, daß in den verschütteten Städten besonders solche Bronzen, »die nicht von früheren Werken copirt zu sein scheinen, von einer die natürliche Farbe imitirenden Glasmasse« verfertigt seien, so spricht die obige Aufzählung keineswegs für ihn.

Glas anlangend, so heißt es über die Bronzebüste in der Gazette arch. VI (1880) pl. 20 u. 21, p. 135: Les yeux étaient en verre de couleur bleue foncée.

Das älteste aus dem Boden Italiens ausgegrabene Metallwerk mit eingesetzten Augen aus Smalt betrifft ein Thier, das Goldlöwchen aus der Zambra (Abeken Mittelitalien S. 237). Aus viel späterer Zeit gehören hieher zwei Fische, die an Fibeln angebracht waren, vgl. Adr. de Longpérier Bronzes du Louvre p. 212, n. 988 und 989 (der schon oben berücksichtigte Karpfen mit versilberten Schuppen, an welchem l'oeil est incrusté d'émail rouge). Auch an dem schon oben S. 46 erwähnten Panther des Berliner Mus. sind nach Friederichs a. a. O. die Augen roth emaillirt. Augen aus schwarzem Glase hat ein von Sacken und Kenner Samml. S. 309, n. 1287 verzeichneter liegender Löwe von äußerst roher Arbeit.

Daß Griechen und Römer den Rundwerken aus Bronze Augen aus Edelsteinen und Halbedelsteinen einsetzten, darf schon von vornherein angenommen werden, da es in Betreff von goldelfenbeinernen, silbernen und selbst marmornen bezeugt ist. Aber hinsichtlich der Figuren in Menschengestalt, namentlich derer von bedeutenderen Dimensionen, fehlt es fast durchaus an wohl erhaltenen sicher prüfbaren Beispielen. In Jahn's Jahrb. für Philol. u. Pädagog. 1826, I, S. 482 wird berichtet, daß an der überlebensgroßen Victoria zu Brescia die »Augen aus Onyxsteinen bestehen«. Dazu bemerkt Feuerbach Gesch. d. griech. Plastik S. 41: »letztere sah ich nicht mehr; die Augensterne sind hohl, müssen aber allerdings mit Steinen gefüllt gewesen sein«. Wie kommt es, daß Feuerbach nicht angiebt, aus welchem Materiale das Weiße der Augen bestehe? Man muß deshalb doch wohl annehmen, daß es aus Bronze hergestellt sei, wie bei der oben erwähnten früher Hertz'schen Bronze mit silbernen Pupillen. Hohle Augen zeigt auch die Abbildung in dem Mus. Bresciano illustrato t. XXXVIII fg., dessen Text übrigens überall nichts über die Augen berichtet. Jetzt sind die Augen ausgefüllt. In Jahn's Jahrb. a. a. O. wird außerdem erwähnt »eine 4½ Schuh (?) hohe bronzene und schwer vergoldete Statue eines gefangenen Königs mit Onyxaugen«. Damit ist ohne Zweifel die vergoldete Bronzefigur gemeint, welche von Dütschke Ant. Bildw. in Oberitalien IV, S. 152, n. 374 beschrieben und im Mus. Bresc. I, tav. LII, n. 1, sowie in Clarac's Mus. de sculpt. pl. 834 B, n. 2161 I abgebildet ist. Daß diese »Onyxaugen« habe oder gehabt habe, giebt weder Dütschke noch ein anderer der Erklärer an. Aller Wahrscheinlichkeit nach findet hinsichtlich der Victoria und der »Bronzefigur« in dem Berichte bei Jahn eine Verwechselung von buntem Email mit Onyx statt.

Ich habe trotz alles Nachforschens nur ein durch gute Auctorität bezeugtes, auf uns gekommenes Beispiel für eingesetzte Augen bei einer Bronze in Menschengestalt finden können, und zwar nur bei einem Werke geringerer Dimensionen, nämlich dem von Sacken und Kenner Samml. S. 289, n. 730 mit folgenden Worten beschriebenen: »Jüngling mit reichem Haar, Büste von hoher Schönheit, edel und fein, die Augensterne Sapphire, die Lippen waren von Silber. 5¼ Z.«. Auch hier scheint es sich um die Herstellung des Weißen der Augen aus Bronze zu handeln.

Wohl aber bieten K. Lange's schriftliche Notizen zwei einschlägige Beispiele aus Herculaneum. Ueber die »Tänzerinnen« schreibt er: »bei sämmtlichen Augen ist das Weiße aus weißem Stoffe, wie mir schien, Elfenbein, die Iris aus grauem und die Pupille aus schwarzem Stein eingesetzt«, und über den sogenannten Seneca (Bronzi di Ercol. I, 35. 36): »Augen aus weißem Stein (nicht Elfenbein), Iris aus schwarzem polirten Stein, Pupille war aus anderem Stoff eingesetzt(?), fehlt aber«. Winckelmann spricht Werke V, S. 139, §. 13 von marmo Palombino. Finati giebt R. Mus. Borb. p. 143, n. 45 und p. 157, n. 73 sowohl rücksichtlich der »Tänzerinnen« als auch des Seneca an, die Augen seien incastrati di pasta vitrea, in Betreff des letztern mit dem Zusatze di color naturale, somit dürfen wir, trotzdem daß wir den Angaben Lange's an sich mehr Glauben schenken als denen Finati's, jene doch nicht ohne Nachprüfung von Seiten eines Dritten als sicher dahinstellen. Hat Winckelmann (der keine Ursache hatte den schwarzen Stein auch zu erwähnen) Recht, so gehört dieser Fall zunächst zu den unten S. 59 zu erwähnenden [1]).

1) Winckelmann spricht Werke V, 7, 2, 13, S. 138 »von Steinen, die in dem Augapfel einiger großen Köpfe von Erzt, die Farbe der Iris nachzuahmen, eingesetzt worden«; giebt aber die betreffenden Köpfe nicht an. E. aus'm Weerth's Angabe in den Jahrb. von Alterthumsfreunden im Rheinlande XXVII, 1859, S. 91 fg., daß an einem zu den bedeutendsten Rheinischen Bronzefunden gehörenden (seitdem verschwundenen) Amor mit Augäpfeln von Silber die »aus kleinen Edelsteinen bestandenen Pupillen ausgefallen« sind, beruht gewiß nur auf Vermuthung. Sicher steht dasin Betreff Ad. Boetticher's Annahme (Olympia S. 242) hinsichtlich des halblebensgroßen bronzenen Zeuskopfes »mit verlorengegangenen, vielleicht aus Edelsteinen eingesetzten Augen«; ferner der Brunn's, welcher es für »wahrscheinlich« erachtet, daß sowohl der auf Polyklet zurückzuführende Kopf eines jugendlichen Athleten (Glyptoth. n. 302, S. 374 der viert. Aufl.) als auch der auf die Zeit des Praxiteles zu versetzende (Glypt. n. 299, S. 271) aus Silber und bunten Steinen eingesetzte Augen gehabt habe. Bei allen diesen Fällen halte ich die Benutzung von Edelsteinen von vornherein für unwahrscheinlich. Aus der Zeit der archaischen Kunst sind uns nur Augen aus Email (s. oben S. 54 fg.) und aus Silber (s. oben S. 51 fg.) bekannt. Außer diesen beiden Materialen kann in den betreffenden Fällen noch ein anderes verwandt

Von Werken aus anderen Materialen sind meines Wissens nur zwei erhalten: der in Winckelmann's Werken V, S. 435, Anm. 611 erwähnte »weibliche Kopf im Capitolinischen Museo und zwar im Zimmer der Philosophen« mit »Augäpfeln von Chalcedon«, die auch Platner Beschr. d. Stadt Rom III, 1, S. 221, n. 49 hervorhebt, während Bottari, der im Mus. Capitolin. I, 57 von der als »Cleopatra« bezeichneten Marmorherme mit Augen ohne Pupille oder Stern eine Abbildung gegeben hat, im Text p. 32 gar nichts über die Augen sagt; ferner der jüngere von den beiden Centauren des Aristeas und Papias (Denkm. d. alten Kunst II, 47, 598), an dessen einem Auge man nach E. Braun Ruinen und Museen Roms S. 183 einen farbigen Stein bemerkt (welche Angabe wohl noch einer weiteren Prüfung bedarf)[1]). Zwei kennen wir durch Schriftsteller: die schon von Buonarroti Osserv. sopra alcuni medaglioni ant. p. XII angeführten vier silbernen Statuen von Engeln cum gemmis Alabandinis in oculis und die berühmte Statue der Pallas Parthenos zu Athen von Phidias. Dieser stellte das Weiße der Augen aus Elfenbein her; aber *οὐ καὶ τὰ μέσα τῶν ὀφθαλμῶν ἐλεφάντινα εἰργάσατο ἀλλὰ λίθινα, ὡς οἷόν τ' ἦν ὁμοιότητα τοῦ λίθου τῷ ἐλέφαντι ἐξευρών* (Platon. Hipp. maj. 12, p. 290 B). Maximus Tyrius bezeichnet diese Athena des Phidias Dissert. XIV, 6 als *γλαυκῶπιν*. Auch das *ἄγαλμα* der Athena von un-

---

sein, obgleich dieses nicht gerade wahrscheinlich ist. Für die »Tänzerinnen« nimmt Lange, wie wir eben sahen, zwei Materiale an, Elfenbein und Stein, diesen von zwei verschiedenen Farben. Die uns bekannten Beispiele aus späterer Zeit, der eben erwähnte Amor aus den Rheinlanden und die oben S. 37 u. 52 besprochene Satyrherme aus Pompeji sind vermuthlich mit den oben S. 52 u. Anm. behandelten Werken zusammenzustellen. Bei der Herme, rücksichtlich deren Michaelis an erster Stelle Gemmen annahm, ist ja noch nicht einmal die Frage entschieden, ob die Höhlung im Auge wirklich ausgefüllt gewesen ist, wie das auch in Betreff anderer Fälle statthat. Für Augen aus Silber und Stein fehlen bis jetzt sichere Belege ebensowohl, wie für solche aus Email und Stein.

1) Zu den Werken aus Marmor, in deren Augen vermuthungsweise Edelsteine vorausgesetzt sind, gehört der Antinous Mondragone nach Winckelmann Werke V, S. 140, §. 14, nach dessen Annahme sogar, »um die wahren Farben sowohl der Iris als des Sterns nachzuahmen«, in jedes Auge »zwei verschiedene Edelsteine« eingesetzt sein sollen. Das wäre ein Fall, welcher mit dem bei den »Tänzerinnen« und dem »Seneca« nach Lange's Vermuthung zusammengestellt werden könnte. Aber die Phidias'sche Pallas Parthenos hatte, wie wir gleich sehen werden, offenbar nur einen und denselben Edelstein in den Augen. Uebrigens hat Winckelmann's Annahme von Edelsteinen in den Augen des Antinous auch für mich große Wahrscheinlichkeit, und ebenso die Heydemann's »Die ant. Marmor-Bildw. zu Athen« S. 268, n. 732, daß an einem Frauenkopf aus weißem alabasterartigen Gestein die Augensterne aus Edelstein gewesen seien.

bekanntem Material im Tempel des Hephästos zu Athen erwähnt Pausanias I, 14, 5 als γλαυκοὺς ἔχον ὀφθαλμούς, indem er hinzufügt, daß sich dieses auf den Libyschen Mythos beziehe, nach welchem Athena als Tochter Poseidons und der Limne Tritonis gelte und deshalb γλαυκοὺς ὀφθαλμοὺς habe, wie auch Poseidon. Daher dachte Winckelmann a. a. O. S. 140 fg. an den Stein, welchen wir jetzt Aquamarin nennen, die Alten Beryll. Daß dieser von den Gemmenschneidern gern zur Darstellung von Meergottheiten benutzt wurde, ist bekannt. De Pauw nahm für die Parthenos blasse Smaragde an (Recherches sur les Grecs T. I, p. 114).

Auch für Thiere giebt es nur ein paar sichere Belege. Plinius berichtet Nat. hist. XXXVII, 66 über Cyprus: Ferunt in ea insula tumulo reguli Hermiae juxta cetarias marmoreo leoni fuisse inditos oculos e zmaragdis ita radiantibus etiam in gurgitem ut territi thynni refugerent, diu mirantibus novitatem piscatoribus donec oculis mutavere gemmas. Dieses Beispiel kann auch für Bronzelöwen gelten. An dem »ungemein lebendigen« Löwenkopf aus Bronze, welchen Sacken und Kenner Samml. S. 268, n. 112 aufführen, fehlen leider die eingesetzten Augen. Nach Ch. Newton's Annahme waren die Augen des erhaltenen ehernen Schlangenkopfs an dem bekannten aus der Beute von Platää gestifteten Weihgeschenk aus Silber oder Edelstein eingesetzt (Travels and discoveries in the Levant Vol. I, p. 44). An Silber allein glaube ich nicht, eher an Edelstein allein. An dem eine Schlange darstellenden goldenen Armband aus Pompeji sind die Augen aus Rubinen hergestellt, vgl. Overbeck Pompeji S. 622, z. Fig. 318 d. viert. Aufl.

Augen von Elfenbein kennen wir abgesehen von K. Lange's obiger (S. 57) Vermuthung in zwei Beispielen. Das eine bietet der Kopf des sogenannten L. Junius Brutus im Capitolinischen Museum (Visconti Iconogr. Rom. pl. II, n. 1. 2, Righetti Scult. d. Campidoglio I, 79, vgl. Platner Beschr. d. Stadt Rom III, 1, 117 fg.); das andere findet sich an der weiblichen Büste im Mus. naz. zu Neapel n. 4896 (Bronzi di Ercol. I, 37. 38), über welche K. Lange berichtet: »Augen aus Elfenbein eingesetzt, Iris aus Bronze, Pupille durch eingeritzten Kreis gekennzeichnet«.

Von einem weiblichen Bronzekopfe mit eingesetzten Augen aus Alabaster ist schon in Winckelmann's Werken V, S. 436, A. 612 und S. 449, A. 657 ein Beispiel beigebracht, welchem wir kein anderes hinzufügen können.

Ueber Augen aus marmo Palombino vgl. Winckelmann Werke V, S. 139, §. 14 und oben S. 57.

Entsprechendes trifft man auch bei Marmorwerken, vgl. außer

dem Antinous Mondragone: Heydemann »Die ant. Marmorbildwerke zu Athen« n. 732 und Brunn Glyptoth. n. 90, S. 114 der vierten Aufl.[1]). In der Villa Ludovisi findet sich Kopf und Brust eines bärtigen Satyrs aus bläulichem Marmor mit aus weißem Marmor eingesetzten Augen (Platner Beschr. d. Stadt Rom III, 2, S. 586, n. 32, Th. Schreiber »Die ant. Bildwerke der V. L. zu Rom« S. 105 fg. n. 82).

Für die Verwendung des Bernsteins am Auge zur Herstellung der Iris hat K. Lange zwei Beispiele aus dem Mus. naz. zu Neapel, gewiß aus den verschütteten Städten, in seinen Notizen aufgeführt: n. 4992 »Männlicher Porträtkopf aus der letzten Zeit der Republik oder dem Anfang der Kaiserzeit, Augen aus einem eigenthümlichen mir unbekannten weißen Stoff, die Iris des rechten Auges aus hellem Bernstein eingesetzt«, n. 4990 »Weiblicher Römischer Porträtkopf aus dem Anfange der Kaiserzeit, Augen aus unbestimmbarer weißer Masse, Iris aus Bernstein eingesetzt«.

Aus dem Gebiete der Thierfiguren giebt es schon ein viel früheres Beispiel. An einem der zu Olympia gefundenen Greifenköpfe aus sehr alter Zeit haben sich Augen aus Bernstein erhalten, vgl. Ad. Boetticher Olympia S. 182.

Von der Verwendung von Perlen an den Augen ist mir kein sicheres Beispiel bekannt geworden[2]).

Von Augenbrauen und Augenwimpern, die durch verschiedenes oder doch verschieden gefärbtes Material hergestellt wären, ist mir kein anderes Beispiel bekannt als die verkupferten Augenbrauen der oben S. 36 fg. besprochenen Apollostatue des Louvre, an erhaltenen Marmoren Spuren von bronzenen Augenbrauenhärchen (Heydemann a. a. O.) und bronzenen Augenwimpern (Brunn Glyptoth. a. a. O., Ad. Boetticher Olympia S. 246, F. 5), welche letzteren sich an einer Etruskischen Bronzestatuette noch erhalten haben, nämlich der überall wegen feiner Detailausführung beachtenswerthen Venus bei Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 471, n. 2155[3]).

---

1) Wenn Quatremère de Quincy Jupiter Olympien p. 43 der damals sogenannten »Barberinischen Muse« yeux incrustés avec de l'argent zuschreibt, so geht das auf Winckelmann V, 7, 2, 14, S. 140 zurück, der sich die Augen der »Muse« ebenso eingesetzt denkt, wie die des Antinous Mondragone, »wie der Rand eines dünnen Silberblechs einwerts an den Augenliedern umher schließen läßt«. Davon muß, nach dem Schweigen Brunn's zu urtheilen, jetzt nichts mehr zu sehen sein.

2) Panofka erwähnt in den Ant. du cab. du comte Pourtalès-Gorgier p. 113 zu pl. XIX eine »bedeutende Anzahl von Bronzen«, an denen les yeux sont encastrés en argent, et souvent même la prunelle est exprimée par des perles fines. Er hält sie aus mehreren Gründen für modern.

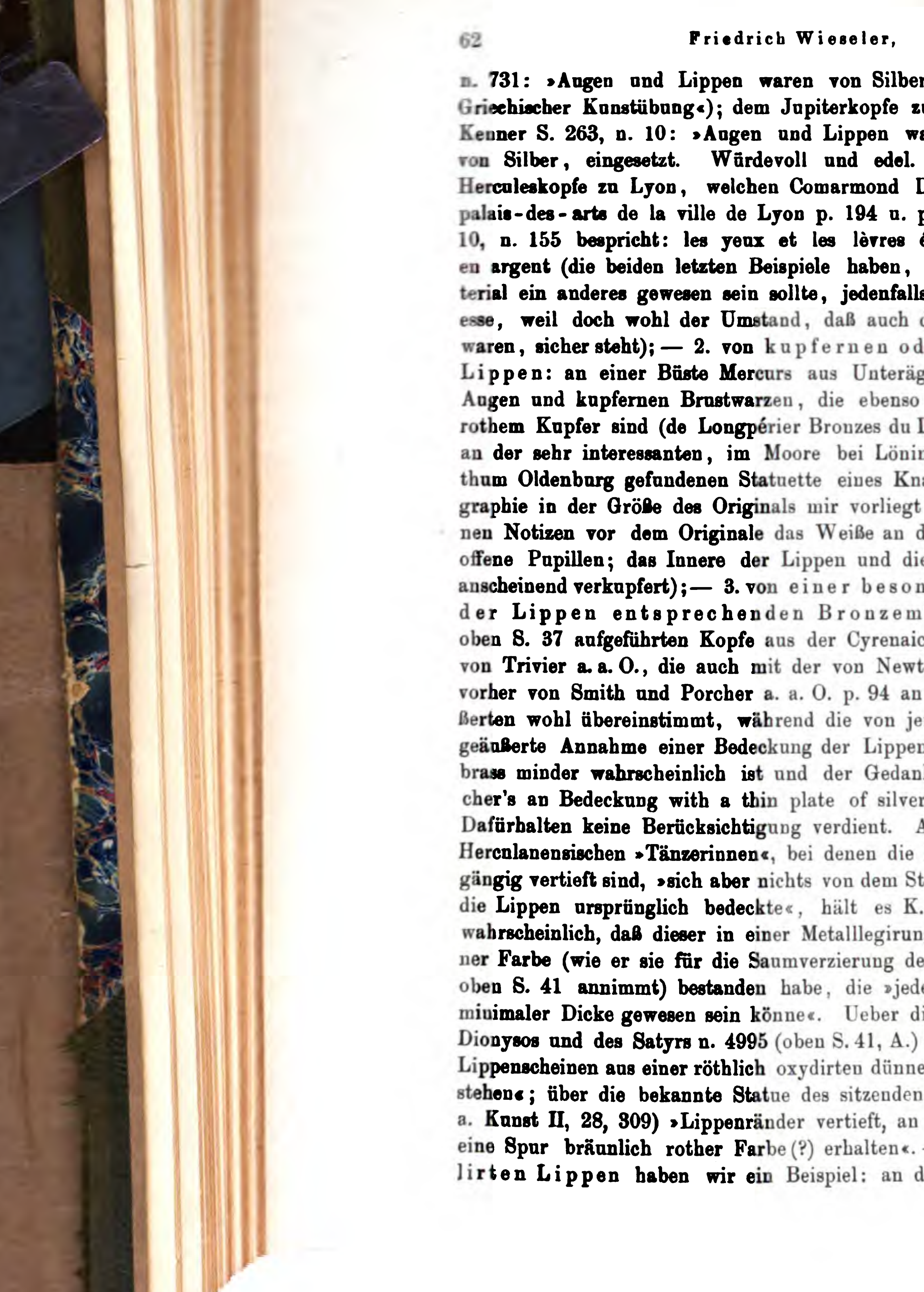
3) Ueber eine eigenthümliche Angabe der Augenwimpern ist schon oben

Auch versilberte Kopfhaare erinnere ich mich sonst nicht angetroffen zu haben, als etwa bei ganz mit Silber überzogenen oder versilberten Bronzefiguren (s. oben S. 30, Anm.); wie ich denn auch kein sicheres Beispiel für vergoldetes Kopfhaar kenne, das sich an einem nicht auch am ganzen Kopfe oder auch am übrigen Körper vergoldeten Bronzewerk fände. Feuerbach giebt a. a. O. freilich als unzweifelhaft an, daß »einzelne Theile an Bronzestatuen, wie die Haare, vergoldet seien, oder versilbert«; aber er bringt leider keine Belege dafür bei. Daß bei Marmorwerken die Kopfhaare allein vergoldet vorkommen, ist eine bekannte Thatsache[1]).

Am Kopfe der Bronzen finden sich außer den Augen am Meisten aus anderem Material hergestellt oder mit demselben belegt die Lippen. Winckelmann kannte kein hiehergehörendes Beispiel; Fea hat zu dessen Werken V, S. 430, A. 589 eins aus Paciaudi's Monum. Peloponnes. II, p. 89 beigebracht, einen Bronzekopf, welcher außer silbernen Augen auch Lippen von Silber hat. Müller und Welcker erwähnen im Handb. der Arch. §. 307, A. 3 nur zwei betreffende Werke, den jugendlichen Athletenkopf zu München (Brunn Glyptoth. n. 302, S. 374 d. viert. Aufl.) mit vergoldeten Lippen und die schon oben S. 36 fg. berücksichtigte Bronze aus Piombino im Louvre mit übersilberten oder vielmehr mit Kupfer eingesetzten Lippen. Uns sind aber noch folgende Beispiele bekannt geworden: 1. von mit Silber eingelegten oder versilberten Lippen: an dem »Caligula« aus Pompeji zu Neapel (s. oben S. 33), der schönen Büste der sogen. Berenice aus Herculaneum ebenda (s. oben S. 48), von deren, wie im Text z. Mus. Borb. VII, 12, p. 4 ausdrücklich angegeben wird, bei der Auffindung noch mit Silber belegten Lippen jetzt nur noch die mit dem Silber ausgefüllte Vertiefung zu gewahren ist; dem Kopfe der »Io« (vielmehr eines Flußgottes, Brunn Arch. Ztg. XXXII, 1875, S. 112) zu Wien, von einem Griechischen Meister der besten Zeit in vortrefflicher Ausführung, mit silbernen Augen und Lippen, vgl. Sacken und Kenner Samml. S. 307, n. 1239; dem schon oben S. 57 erwähnten Jüngling mit Augensternen von Sapphiren, ebenda; der »Libera«, ebenda (Sacken und Kenner S. 290,

S. 87 nach Newton berichtet. Auch Smith und Porcher sprechen davon, indem sie notched lines erwähnen. Auf der von ihnen gegebenen Abbildung ist namentlich an dem unteren Lide des linken Auges eine feine Zahnung zu sehen.

1) An der Satyrbüste von Vienne im Louvre sind die Haare roth bemalt, schwerlich in Folge des Gebrauchs der Alten de mettre de la couleur écarlate sur les idoles de Bacchus, wie Fröhner Notice de la sculpt. ant. p. 278, n. 276 annimmt; eher zur Unterlage für Vergoldung.



n. 731: »Augen und Lippen waren von Silber
Griechischer Kunstübung«); dem Jupiterkopfe zu
Kenner S. 263, n. 10: »Augen und Lippen wa
von Silber, eingesetzt. Würdevoll und edel.
Herculeskopfe zu Lyon, welchen Comarmond D
palais-des-arts de la ville de Lyon p. 194 u. p
10, n. 155 bespricht: les yeux et les lèvres é
en argent (die beiden letzten Beispiele haben,
terial ein anderes gewesen sein sollte, jedenfalls
esse, weil doch wohl der Umstand, daß auch d
waren, sicher steht); — 2. von kupfernen od
Lippen: an einer Büste Mercurs aus Unteräg
Augen und kupfernen Brustwarzen, die ebenso
rothem Kupfer sind (de Longpérier Bronzes du L
an der sehr interessanten, im Moore bei Lönin
thum Oldenburg gefundenen Statuette eines Kna
graphie in der Größe des Originals mir vorliegt
nen Notizen vor dem Originale das Weiße an d
offene Pupillen; das Innere der Lippen und die
anscheinend verkupfert); — 3. von einer beson
der Lippen entsprechenden Bronzem
oben S. 37 aufgeführten Kopfe aus der Cyrenaic
von Trivier a. a. O., die auch mit der von Newt
vorher von Smith und Porcher a. a. O. p. 94 an
ßerten wohl übereinstimmt, während die von je
geäußerte Annahme einer Bedeckung der Lippen
brass minder wahrscheinlich ist und der Gedan
cher's an Bedeckung with a thin plate of silver
Dafürhalten keine Berücksichtigung verdient. A
Herculanensischen »Tänzerinnen«, bei denen die
gängig vertieft sind, »sich aber nichts von dem St
die Lippen ursprünglich bedeckte«, hält es K.
wahrscheinlich, daß dieser in einer Metalllegirung
ner Farbe (wie er sie für die Saumverzierung de
oben S. 41 annimmt) bestanden habe, die »jede
minimaler Dicke gewesen sein könne«. Ueber di
Dionysos und des Satyrs n. 4995 (oben S. 41, A.)
Lippenscheinen aus einer röthlich oxydirten dünne
stehen«; über die bekannte Statue des sitzenden
a. Kunst II, 28, 309) »Lippenränder vertieft, an
eine Spur bräunlich rother Farbe (?) erhalten«. -
lirten Lippen haben wir ein Beispiel: an d

curkopf in den Specim. of ant. sculpt. II, 57 (»has silver eyes, and lips that have been enameled«), wenn diese Angabe das Richtige trifft. Leider haben Sacken und Kenner a.a.O. S. 294, n. 1107 in Betreff des herrlichen »Menelaus« mit Augäpfeln von Silber nichts Anderes angeben können, als daß Lippen und Brustwarzen auch eingesetzt waren.

Von silbernen Zähnen finden sich nur Beispiele bei den beiden oben S. 36 erwähnten Satyrn, und bei einem Sannio, dessen Augen ebenfalls von Silber sind (Denkm. des Bühnenwesens Taf. XII, n. 11, nach Ficoroni De larvis scen. et fig. com. t. IX, n. 2). — Viel eigenthümlicher ist es, daß nach K. Lange's Angabe bei dem mit Dionysos gruppirten Satyr des Mus. naz. zu Neapel (oben S. 41, A. n. 62) »die obere Reihe der Zähne, die allein sichtbar wird, aus einem schwärzlichen Stoffe« hergestellt ist.

Wenn Gerhard und Panofka Neapels ant. Bildw. S. 184 von einer Fortuna mit Füllhorn angeben: »Augen und Ohren waren eingesetzt«, so ist ohne Zweifel nicht anzunehmen, daß diese wie sicherlich jene aus anderem Material waren. Das Verfahren stückweise zu arbeiten, ist ja von erhaltenen Bronzen her zur Genüge bekannt (ein in neuerer Zeit zu Tage gekommenes interessantes Beispiel in der Arch. Ztg. 1877, S. 77). Besonders angesetzte Ohren auch bei einem männlichen Porträtkopf im Museo patrio zu Brescia (Dütschke Ant. Bildwerke in Oberitalien IV, S. 137, n. 342). Nicht einmal hinsichtlich der Augen steht es sicher, daß sie nicht aus Bronze waren, s. oben S. 48.

Gehen wir jetzt vom Kopfe zum Körper über, so haben wir zuerst einen ganz vereinzelt dastehenden Fall in Betreff der Brust zu signalisiren. An einer Büste des Silen aus Römischer Zeit in der Nationalbibliothek zu Paris sind nach Chabouillet Cat. génér. et rais. des cam. et pierr. grav. de la bibl. imp. p. 505 fg., n. 3011 les yeux et les poils de la poitrine incrustés d'argent.

Häufiger, als bekannt ist, sind die Brustwarzen aus Silber oder versilbert und aus Kupfer oder verkupfert. Jenes hat nach Froehner's Ansicht statt gehabt an der zu Metz in der Mosel gefundenen Statuette des Poseidon bei Froehner Coll. J. Gréau, Bronzes ant., pl. XXXVII, welcher angiebt, daß ihr Stil sich dem Griechischer Werke aus dem fünften Jahrhundert annähere und ihr prunelles et mamelles évidées pour recevoir des incrustations d'argent zuschreibt p. 214, n. 995. Doch kann die Annahme nur dann als sicher betrachtet werden, wenn von dem Silber an der Stelle der Warzen noch Spuren übergeblieben sind. Die Warzen waren, was immerhin interessant ist, eingesetzt. Dasselbe gilt von dem oben auf dieser Seite erwähnten Wiener »Menelaus«, in Betreff dessen der Umstand,

ob die Brustwarzen von Silber oder von Kupfer gewesen, noch ganz dahingestellt bleiben muß. Ein sicheres Beispiel bietet die oben S. 32 beschriebene Kanephoros der Pariser Nationalbibliothek; ferner der Mercur zu Lyon, an dem auch die Augen von Silber sind (A. Comarmond Descr. des antiq. du palais-des-arts de la ville de Lyon p. 214 fg., n. 61); die Venus zu Brüssel Mus. de Ravestein T. I, 1871, p. 344, n. 447. Mehr noch kommt Kupfer oder Verkupferung vor. Zwei Beispiele, darunter das älteste, sind schon oben S. 36 fg. u. S. 40 besprochen. Zwei andere, beide auch von Bronzen mit silbernen Augen, die zweite auch mit kupfernen Lippen, erwähnt de Longpérier Bronzes du Louvre p. 49, n. 214 u. p. 54, n. 241. Für beide Male ist cuivre rouge angegeben. Endlich bietet zwei Beispiele der Catal. des Mus. de Ravestein I, den bei Pästum gefundenen »Narcisse«, p. 351, n. 459 (»en cuivre«), und den aus der Nähe von Viterbo stammenden Mercur, p. 356, n. 464 (»cuivre rouge«), und eins die Gazette arch. II (1876), pl. 18, vgl. p. 55; den aux Fins d'Annecy entdeckten Mercur (cuivre rouge). In diesen drei Fällen sind nur die Brustwarzen von anderem Stoffe. Auch in Betreff des Baseler Mercurs haben wir oben S. 40 Verkupferung der Brustwarzen als wahrscheinlich vermuthet[1]). — Von vergoldeten Brustwarzen, wie sie nach den Ausgrabungsberichten (Fiorelli Pomp. antiq. hist. I, 1, p. 165) eine Marmorstatue gehabt haben soll, vgl. Overbeck Pompeji S. 536 der viert. Aufl., habe ich bei Bronzewerken keine Spur angetroffen.

Endlich finden sich silberne oder versilberte Nägel an Händen und Füßen, worüber in diesen Nachrichten 1885, Nr. 10 mit Beziehung auf Pausanias I, 24, 3, wo es sich um das älteste uns bekannte Beispiel handelt, ausführlich die Rede gewesen ist. Den dort S. 327 fg. aus Köhler's Ges. Schriften VI, S. 34, und Winckelmann's Werken V, S. 154, §. 8, s. oben S. 31, beigebrachten Beispielen, bei welchen es sich um ganze Figuren handelt, können hier noch zwei identische eigenthümliche von einem einzelnen Daumen hinzugefügt werden, vgl. Finati Gal. des pet. Bronzes du Mus. Roy. Bourbon p. 34: Deux grands pots qui servaient de mesure pour des liquides; leur anse présente une tête de Pan surmontée de deux autres têtes Faunesques de profil et à l'extrémité supérieure on voit un pouce avec l'ongle en argent[2]).

1) Beachtenswerth, daß, soviel ich weiß, unter den Bronzen der verschütteten Städte am Vesuv kein einziges sicheres Beispiel von Brustwarzen aus anderem Stoffe vorkommt.

2) Die Herausgeber von Winckelmann's Werken Bd. VIII werfen sogar in Beziehung auf die Nägel der »Pallas von Portici« S. 184 u. d. W. Nägel

II.

Die erhaltenen Denkmäler mit Darstellungen der Troezenisch-Attischen Sage von Aegeus, Aethra und Theseus, soweit diese die zu Troezen vorgefallenen Ereignisse betrifft.

Manche Bildwerke sind mit Unrecht hieher gezogen; doch fehlt es auch nicht an solchen, die sich ohne Zweifel auf die betreffenden Sagen beziehen.

Um zuerst über jene zu sprechen, so soll nach Becchi und O. Jahn die Bergung des Schwertes und der Krepiden durch Aegeus andeutungsweise im Beisein der Aethra vor dem Abschiede jenes von dieser dargestellt sein auf dem Wandgemälde in Gell's N. Pompejana I, t. 16 und im Mus. Borbonico II, 12, auch in Raoul-Rochette's Choix de peint. de Pompéi pl. IV, sowie an der Bronzeschale im Mus. Borb. IV, 28, 6; vgl. G. Becchi im Text zu dem M. Borb. II, 12 und O. Jahn in Zimmermann's Zeitschr. für Alterthumswissenschaft 1842, S. 884 und »Arch. Aufsätze«, 1845, S. 185, Anm. 5. K. O. Müller hatte im Handb. der Archäol. §. 412 das Wandgemälde auf den Abschied des Theseus von der Aethra bezogen. Noch J. Rutgers hält in den Annali d. inst. arch. Vol. XXXV, 1863, p. 467 die Deutung von Becchi und Jahn für richtig. Aber schon H. Schulz bezog im Bullett. d. Inst. arch. 1841, p. 124 das Wandgemälde auf Argos und Io und ihm folgt mit Recht W. Helbig Wandgemälde der vom Vesuv verschütteten Städte Campaniens S. 38, n. 131, welcher S. 39 bemerkt, daß auch das unter n. 134 verzeichnete vollständig übereinstimmende Wandgemälde auf Argos und Io zu beziehen sei. Wie man in Betreff der Darstellung auf der Bronzeschale der Deutung Quaranta's auf Aegeus und Aethra hat folgen können, ist unbegreiflich. Auch die Beziehung des Gemäldes auf dem früher im Besitz Palagi's, jetzt im Mus. civico zu Bologna (Cataloghi p. 62, n. 78) befindlichen, in Gerhard's Auserles. Vasenbildern II, 158, abbildlich mitgetheilten Krater auf den Abschied zu Troezen durch Jahn Arch. Aufsätze S. 184 fg. Anm. 5, dem Welcker im Müller'schen Handb. d. Arch., 1848, S. 687 folgt, trifft gewiß nicht das Wahre. Schon Rutgers spricht a. a. O. dagegen. Gerhard selbst hat im Text zu den Auserl. Vasenbild. Bd. III, S. 31 fg. durchaus nicht an den betreffenden Abschied, sondern an einen ganz anderen gedacht.

die Frage auf: »ist das ägyptischer Geschmack?« Sie berufen sich deshalb auf Creuzer's Comm. Herod. I, 385. Die Frage ließe sich mit demselben Rechte in Beziehung auf die silbernen Augen u. s. w. stellen. — Mit den silbernen menschlichen Nägeln vergleicht Winckelmann Werke V, 7, 2, 8, S. 184 fg. die Hufe von Elfenbein an den vier vergoldeten Pferden, die Herodes Atticus auf dem Isthmos von Korinth setzen ließ (Pausan. II, 1, 5).

Das zuerst genauer bekanntgewordene unter den sicher hiehergehörenden Bildwerken ist das mehrfach behandelte Relief der Villa Albani, jetzt Torlonia, welches verkehrt abgebildet ist in Winckelmann's Monum. inediti 96 = Millin's Gal. myth. pl. CXXVIII, n. 482, richtig und genauer bei Zoega Bassiriliev. ant. t. XLVIII = Lübker Reallexikon des klassischen Alterthums, sechste Aufl. S. 1175. Dieses Relief, dessen im Allgemeinen richtige Deutung schon durch Zoega a. a. O. T. I, p. 226 gegeben ist, zeigt die Hebung des Felsen und Entdeckung der unter demselben von Aegeus geborgenen Gegenstände durch den mit einer Chlamys bekleideten Theseus in unmittelbarer Verbindung mit seinem Abschied von der Aethra im Beisein von weiblichen Figuren[1]).

1) Das von Winckelmann in einem Weinberge zu Ostia entdeckte Basrelief, »9 Palmen lang, 5½ breit und einen Palm dick«, war bei der Auffindung in zwei Stücke zerbrochen (Winckelmann Briefe an Bianconi 14, Werke II, S. 307 fg.). Schon Zoega bemerkte a. a. O., daß das Werk nicht geendigt worden sei. Der gehobene, noch von Theseus gehaltene Fels, unterhalb dessen das Schwert und die Schuhe des Aegeus zum Vorschein kommen, nimmt etwa die Mitte des Ganzen ein und kann als Trennungszeichen der beiden übrigens als eng mit einander zusammenhängend dargestellten Abtheilungen gelten. Links von dem Felsen, hinter dem Rücken des Theseus, erblickt der Beschauer zwei Mädchen, etwa aus dem Gefolge der Aethra. Unmittelbar hinter dem Felsen kommt der Obertheil eines Mädchens zu Gesicht; dann dicht neben dem Felsen, so daß ein Theil ihres Unterkörpers noch durch den unteren Theil des Felsen verdeckt wird, wiederum ein Mädchen; darauf in hoher, fülliger Gestalt, Aethra, welche den Kopf etwas von einer männlichen Figur abwendet, die zumeist nach rechts dasteht, indem sie nach der Aethra hinschaut und die linke Hand auf den linken Arm dieser legt, während ihr rechter Arm auf einem aufrechtstehenden Parazonium zu ruhen scheint (Theseus von Aethra Abschied nehmend). Alle Mädchen, auch die beiden hinter dem Rücken des felshebenden Theseus, wenden ihr Gesicht nach dieser Gruppe hin. Die meisten der Erklärer, auch Zoega, haben sich geirrt, wenn sie Aethra als zu der Gruppe mit der Felshebung gehörend betrachteten. In diese gehört sie allerdings noch mehr als ihr Gefolge, da sie ja der Sage nach dem Sohn den Felsen zeigte. Aber der Künstler hat die Aethra nicht zwei Male darstellen wollen oder können. Deshalb läßt er den Beschauer voraussetzen, daß sie in der ersten Scene zwar gegenwärtig gewesen, aber sich schon nach einem nahe liegenden Platze entfernt habe. Es sieht ganz so aus, als sei auch die hinter dem Felsen befindliche Jungfrau eben im Begriff den Schauplatz der ersten Handlung zu verlassen und sich auf den der zweiten zu begeben. Das Mädchen neben dem Felsen in der rechten Hälfte des Reliefs wird dasselbe schon vorher gethan haben sollen. Schließlich wird Theseus mit den unter dem Felsen gefundenen Gegenständen nachkommen. — Es ist wunderbar, daß E. Braun »Die Ruinen und Museen Roms« S. 710 fg. die Darstellung auf der dem Beschauer zur Rechten befindlichen Hälfte des Reliefs nicht auf den Abschied des Theseus von der Aethra, sondern auf den des Aegeus von dieser bezogen wissen will, aus dem einzigen Grunde, »weil die Aethra durch den Schleier als jungfräuliche Gemahlin allzu deutlich hervorgehoben und bezeichnet sei« ! Finden wir doch

Dem den Fels hebenden Theseus dieses Reliefs entspricht nach F. von Duhn in der Arch. Ztg. 1877 S. 171 fg., n. 104, die Reliefdarstellung an einer Stele aus grauem Marmor, welche Kumanudes in den Anfang des dritten Jahrhunderts v. Chr. setzt. Duhn kann sich mit Recht schwer entschließen, die Erfindung der Composition so tief hinabzurücken. Nach ihm »ist es natürlich, daß man die Darstellung der allen bekannten und sofort erkenntlichen Bronzegruppe auf der Akropolis entnahm« (Paus. I, 27, 8). »Bestätigt wird« — fährt

---

Penelope — um nur diese eine zu nennen — in bildlichen Darstellungen, in denen sie als bekümmerte langjährige Gemahlin des Odysseus und Mutter des Telemachos zu fassen ist, in ganz entsprechender Tracht! Irrig ist es auch, wenn Braun bemerkt: »Aethra ist als Protagonistin größer dargestellt als alle anderen Figuren dieser Composition«. In wiefern Aethra als »Protagonistin« gelten könne, ist schwer zu begreifen. Die bedeutendere Größe und Fülle ihrer Gestalt ist daher zu erklären, daß sie als reife Frau gefaßt wird, während Theseus als angehender Jüngling gelten soll und die anderen weiblichen Personen auf beiden Hälften der Reliefplatte als ihm etwa gleichalterige Jungfrauen. Jene Darstellungsweise der Aethra spricht auch ganz entschieden dagegen, daß in der mit ihr gruppirten jugendlichen männlichen Figur Aegeus gemeint sein solle, der ebenfalls größer und etwas bejahrter hätte dargestellt sein müssen, ganz abgesehen davon, daß die betreffende Figur dem sicheren Theseus auf der ersten Hälfte der Relieftafel durchaus gleicht. Bei so bewandten Umständen bedürfen wir für den Erweis der Beziehung der jugendlichen männlichen Figur in der zweiten Hälfte des Reliefs auf Theseus nicht der Bemerkung Braun's, nach welcher, wenn nicht der Umstand, daß Aethra »noch mit dem hochzeitlichen Schleier dargestellt« sei, gegen Theseus spräche, es »namentlich passend erscheinen« müßte, »daß Theseus nach Verrichtung der Prüfungsthat den Fuß auf den symbolisch angedeuteten Felsblock gleichsam wie auf eine Trophäe aufsetzte, zumal ein neuerdings aufgefundenes athenisches Votivrelief diesen verhängnißvollen Stein vor dem Standbild dieses Heros liegend anzugeben scheine«. Dieses Votivrelief ist ohne Zweifel das bei Le Bas Voy. archéol. en Grèce et en Asie Min. P. 2. 3, Mon. fig. pl. 50 abgebildete. Ueber die Seltsamkeit der Braun'schen Beziehung des Steins auf demselben bedarf es wohl keiner Bemerkung. Auch dessen Meinung, daß der Gegenstand, auf welchen Theseus in dem Relief der Villa Albani tritt, ein Fels sei, wird schwerlich Beifall finden. Allerdings ist derselbe noch nicht genügend erklärt. Aber, täuscht uns nicht Alles, so ist mit dem betreffenden scheibenähnlichen Runde die von R. Schöne richtig erkannte Walze zum Ebnen von Wegen und Plätzen gemeint, welche auf Bildwerken mehrfach vorkommt, wo es sich um eine Straße oder den Vorplatz einer Baulichkeit handelt. Sie deutet vermuthlich den Platz der Handlung als einen von dem in der ersten Hälfte der Relieftafel verschiedenen an (über die Lage des Felsen Pausanias II, 32, 7). Ebensogut wie Odysseus auf einem Pompejanischen Wandgemälde sich auf einer solchen vor seinem Palaste befindlichen Walze niedergelassen hat (Mus. Borbon. I, 8 = Panofka Verlegene Mythen Taf. IV, 2), kann auch Theseus auf dem Relief Albani augenblicklich den Fuß darauf setzen. — Es ist mir erfreulich von dem kundigen Corrector dieser Abhandlung, Dr. Hubo, zu vernehmen, daß auch er von selbst auf die Annahme einer solchen Walze verfallen sei.

er fort — »dieser Zusammenhang durch den Stil: die trotz der Kleinheit des Reliefs so scharf ausgedrückten Formen des Theseus zeigen etwas straffes, markirtes und angestrengtes, wie wir es uns sehr wohl in der Zeit des ersten Triumphes der Kunst über die Schwierigkeiten der körperlichen Form denken können, der Epoche, die in Attika durch Werke wie die Tyrannenmörder, später durch die Metopen des sogenannten Theseion und durch die Schöpfungen des Myron uns besonders klar wird«.

An die Marmorreliefs reihen wir zunächst an das Terracottarelief in Campana's (uns nicht zugänglichen) Ant. opere in plastica t. CXVII, welches nebst den beiden in demselben Werke folgenden, auch auf Theseus bezüglichen zu einem und demselben Friese gehörenden mit einem »Anfluge hieratischer Strenge« ausgeführt ist. Es zeigt die Aufhebung des Steines, unter dem Schwert und Sandalen sich befinden, im Beisein der Aethra (Stark in Gerhard's Arch. Ztg. 1860, S. 123)[1]).

1) Ob ein anderes, auch zu einem Friese gehörendes Terracottarelief hieher gehört, steht minder sicher, ist aber keineswegs unmöglich, ja ganz wahrscheinlich. Wir meinen das in den Monum. d. inst. arch. VI. VII, t. LXXXIII herausgegebene, von J. Rutgers in den Ann. a. a. O. p. 464 fg. eingehend besprochene. Daß sich dasselbe auf die Theseussage bezieht, unterliegt keinem Zweifel. Der Beschauer erblickt zumeist nach links das Meer am Ufer, an demselben das Vordertheil eines Schiffes, vor diesem einen in den Wellen stehenden jungen Mann, der mit Ausnahme der vom Halse auf den Rücken hinabfallenden Chlamys ganz unbekleidet ist und in der Linken einen stangenartigen Stab hält. Er gleicht dem unzweifelhaften Theseus auf der zu demselben Friese gehörenden, auf derselben Tafel abgebildeten Platte durchaus, nur daß dieser, der im Kampf gegen Skiron dargestellt ist, gegen welchen er mit einem Pedum ausholt, ein Schwert an der Seite hat und mit Krepiden an den Füßen bekleidet ist. Der junge Mann auf der uns hier angehenden Platte blickt trauernd hin nach einem in tiefe Trauer versunkenen Weibe, das, ihm gegenüber, auf einem Felsen am Meeresgestade unterhalb eines Baumes sitzt und sich mehr als Jungfrau denn als Matrone ausnimmt. Rutgers meint, daß, da an Theseus' Abschied von Aethra vor der Abreise nach Athen durchaus nicht gedacht werden könne, der von Ariadne dargestellt sei. Aber dagegen lassen sich noch viel mehrere Bedenken erheben, zu denen auch das gehört, daß auf den betreffenden Friesreliefs sich kein anderer Beleg für die Darstellung der Ariadnesage findet. Prüfen wir die Gründe, welche Rutgers gegen die Annahme der Abfahrt nach Athen beibringt, genauer! Er bemerkt an erster Stelle, daß eine Version der Sage, nach welcher die Reise dorthin zu Wasser gemacht sei, weder sich finde noch als einmal vorhanden vorausgesetzt werden könne; an zweiter, daß das Schwert und die Fußbekleidung des Aegeus auf dem Relief nicht hätten fehlen dürfen. Was das Erste betrifft, so scheint es so, als habe Rutgers das Scholion des Tzetzes zu Lykophron Vs. 494 nicht gekannt, wo es Vol. II, p. 649 Müller von Aegeus heißt: *καὶ αὐτὸς μὲν ἀποδημεῖ πρὸς Ἀθήνας· τῇ δὲ Αἴθρᾳ ἐντέλλεται, ἐὰν υἱὸς ἐξ αὐτῆς γεννηθῇ, δεῖξαι αὐτῷ τὴν πέτραν, καὶ (αὐτὸν κελεῦσαι) λαβόντα τὸ ξίφος, καὶ ἐνδυσάμενον τὰ ὑποδήματα, ὅταν αὐτῷ ἐφαρμόσωσι, καὶ δυνηθῇ κινῆσαι τὸ ξίφος, πλεῖν εἰς Ἀθήνας, ὃ καὶ ἐποίησεν αὐξη-*

Zahlreichere Beispiele bieten die Gemmen. Die mir bekannt gewordenen, nicht durchaus gleichen, sind (abgesehen von den durch Raspe im Catal. der Tassie'schen Abdrücke II, p. 510, n. 8658 und 8659 ohne nähere Angaben beschriebenen) der von Toelken im Erkl. Verzeichniß der ant. vertieft geschnittenen Steine der K. Preuß. Gemmensammlung Kl. II, Abth. 2, n. 144, S. 72 unter den Werken des älteren Griechischen Kunststils verzeichnete, schon von Borioni Collect. Antiquit. t. 55 herausgegebene Carneol und die von demselben Kl. IV, Abth. 2, n. 179, S. 275 aufgeführte Paste; der früher im Pfälzischen Museum befindliche (vgl. Beger Thes. Palatin. p. 60), dann nach

---

θεὶς διὰ γνωρισμὸν τοῦ πατρός. Das *αὐτὸν κελεῦσαι* habe ich eingesetzt; die letzten Worte von *ὃ καὶ* an fehlen in den Handschriften Müller's. Ob sie weggelassen sind von Einem, der sich erinnerte, daß andere Schriftsteller anders berichten? Von diesen giebt Apollodor Bibl. III, 16, 1 nur an: *Θησεὺς δὲ — ὡς ἐγενήθη τέλειος, ἀπωσάμενος τὴν πέτραν τὰ πέδιλα καὶ τὴν μάχαιραν ἀναιρεῖται, καὶ πεζὸς ἠπείγετο εἰς τὰς Ἀθήνας.* Ausführlicher spricht über die Sache Plutarch im Theseus. Wir hören durch ihn, daß Aethra von Aegeus den Auftrag erhielt, den Sohn ihm der Sicherheit wegen möglichst heimlich zuzuschicken (Cap. III); dann, daß Aethra dem Theseus befahl *πλεῖν εἰς Ἀθήνας*, nachdem er *τὰ πατρῷα σύμβολα* unter dem Felsen hervorgezogen habe: *ὁ δὲ τὴν μὲν πέτραν ὑπέδυ καὶ ῥᾳδίως ἀνέωσε, πλεῖν δὲ ἀπέγνω, καίπερ οὔσης ἀσφαλείας καὶ δεομένων τοῦ τε πάππου καὶ τῆς μητρός. — καὶ τῶν κακούργων ἕκαστον ἐξηγούμενος Πιτθεὺς ὁποῖος εἴη καὶ ὁποῖα δρῴη περὶ τοὺς ξένους ἔπειθε τὸν Θησέα κομίζεσθαι διὰ θαλάττης. Τὸν δὲ πάλαι μὲν, ὡς ἔοικε, λεληθότως διέκαιεν ἡ δόξα τῆς Ἡρακλέους ἀρετῆς* — (C. VI) *Δεινὸν οὖν ἐποιεῖτο καὶ οὐκ ἀνεκτὸν ἐκεῖνον μὲν ἐπὶ τοὺς πανταχοῦ πονηροὺς βαδίζοντα καθαίρειν γῆν καὶ θάλατταν, αὐτὸν δὲ τοὺς ἐμποδὼν ἄθλους ἀποδιδράσκειν —. Τοιούτῳ φρονήματι καὶ τοιούτοις λογισμοῖς ἐξώρμησεν* — (C. VII). *Καὶ πρῶτον μὲν ἐν τῇ Ἐπιδαυρίᾳ Περιφήτην ὅπλῳ χρώμενον κορύνῃ — ἀπέκτεινεν· ἡσθεὶς δὲ τῇ κορύνῃ λαβὼν ὅπλον ἐποιήσατο καὶ διετέλει χρώμενος.* Auf das Scholion des Tzetzes allein möchte ich allerdings, auch wenn die letzten Worte von diesem selbst herrühren, kein zu großes Gewicht legen. Aber wird man es nach den Stellen Plutarchs für unwahrscheinlich halten, daß eine Version der Sage existiren konnte, nach welcher Theseus dem Auftrag des Aegeus, den ihm Aethra mittheilte, sowie den Bitten dieser und ihres Vaters nachgab, indem er sich im Hafen von Troezen einschiffte; dann aber seinen Wünschen entsprechend in der Epidauria landete und den übrigen Weg zu Fuße machte? Bei dieser Annahme läßt sich voraussetzen, daß er Schwert und Fußbekleidung in das Schiff gethan hatte. Waren sie ihm doch zuvörderst nicht nöthig, wohl aber der *κοντός*, denn um den handelt es sich, nicht aber um die Keule, die Theseus erst in der Epidauria sich gewinnt und die, wenn auch in der Form eines Pedum, auf dem andren Terracottarelief des Frieses ganz folgerecht dem Theseus bei dem Kampfe gegen Skiron in die Hand gegeben ist. Auch der von Rutgers mit Recht gar nicht veranschlagte Umstand, daß das Weib auf dem in Rede stehenden Relief sich mehr wie eine Jungfrau ausnimmt, verschlägt nichts; man vergleiche, um nicht mehr beizubringen, die Bemerkung von O. Jahn in den Ann. d. Inst. arch. XXX, p. 261, Anm. 1.

Frankreich gekommene, jetzt in der K. Ermitage zu Petersburg aufbewahrte, von Gravelle Recueil de pierr. grav. ant. Vol. II, pl. 53 und von La Chau et Le Blond Descript. du cab. d'Orléans T. I, pl. 89 herausgegebene Carneol, mit dem fast nackten Theseus, welcher den Felsen hebt, unter oder vor dem ein Schwert und ein Paar Schuhe liegen. Außerdem findet sich in Gravelle's Recueil T. I, pl. 66 eine Gemme mit einem nackten jungen Theseus, der einen Stein hochhebt, unter welchem bloß ein Schwert liegt. Ebenda wird auf p. 27 noch 'ein anderer Stein mit folgenden Worten erwähnt: »S. A. R. Madame avoit dans son cabinet une cornaline du même sujet, mais d'une composition differente; elle est d'un travail plus parfait que celle-ci, & le fait historique y est representé dans un plus grand détail; car au-lieu qu'ici on ne voit seulement que l'épée d'Egée, dans l'autre on y remarque encore ses chaussures«. Dann ist noch zu erwähnen der Scarabäus aus »sardoine«, welchen Chabouillet Catal. génér. et rais. des camées et pierr. grav. de la bibl. impériale p. 241, n. 1795 verzeichnet und als travail grossier bezeichnet (das Werk ist abgebildet in Caylus' Rec. d'antiquit. Gr., Etr. et Rom. T. VI, pl. XXVI, n. 5 und D'Hancarville's Antiq. Gr., Etr. et Rom. T. III, pl. XXVIII, n. 13 und erwähnt in Köhler's Ges. Schriften herausg. von Stephani V, 2, S. 184, XXXVII, wo es in den dritten Zeitraum der Etruskischen Steinschneidekunst versetzt wird), und endlich der von L. Müller Descr. des intailles et camées ant. du Mus.-Thorvaldsen p. 102, n. 840 beschriebene onyx rubané, wo Theseus nu l'un genou appuye contre un rocher. — Diesen Gemmen reihen sich andere an, welche den Augenblick nach der Findung des Schwertes (zuweilen mit Hinzufügung der den Theseus genauer bezeichnenden Keule) zur Darstellung bringen: der Achat der Sammlung der Pariser Nationalbibliothek bei Chabouillet a. a. O. n. 1796 (Thésée nu, le pied droit posé sur un rocher, tenant sous son bras l'épée d'Égée), drei Stücke, welche in der Sammlung Hertz vereinigt waren, vgl. Catalogue of the collection formed by B. Hertz, London 1851, p. 40, n. 775 Theseus, whose right arm reposes upon a rock, contemplating the sword, which he holds in his left hand; the club is near him, cornelian (aus der Sammlung Nott, Abdruck bei Cades in den Impr. gemm. d. inst. arch. cent. I, n. 69), n. 776 dieselbe Darstellung auf einer greenish antique paste, n. 777 Theseus contemplating the sword, nicolo. Weiter gehört hieher eine früher im Besitze Gerhard's (jetzt im K. Museum zu Berlin?) befindliche Glaspaste (Theseus das Parazonium betrachtend, indem er sich auf einen Felsen stützt, über welchen die Chlamys ausgebreitet ist; am Boden die Keule). Mit dieser Paste vergleicht Heydemann im Bullett. d. Inst. arch. 1868, p. 158 fg. einen Stein der Samm-

lung Cotugno: corniola di lavoro non troppo cattivo, che ci mostra un giovine colla clamide che guarda attentamente una spada.

Außerdem kommt nicht bloß die Hebung des Felsen, sondern, nach einer Annahme, auch der Abschied des Theseus von der Aethra vor auf Münzen. Jene zeigt sich in mehreren Exemplaren auf Bronzemünzen von Athen, welche um so beachtenswerther sind, als ihr Typus sich ohne Zweifel auf das von Pausanias erwähnte Werk auf der Akropolis bezieht. Ein Exemplar hat schon Fernow zu Winckelmann's Werken II, S. 371, A. 125 als im Borgianischen Museum zu Velletri befindlich signalisirt, ein anderes T. Combe Vet. populorum et regum numi, qui in museo Britannico adservantur, London 1814, t. 6, n. 16 herausgegeben und Müller im Hdb. d. Arch. §. 412, 1 aufgeführt, ein drittes, zum Theil besser erhaltenes findet sich bei Beulé Monnaies d'Athènes, p. 398. Hier sieht man den ganz nackten jugendlichen Theseus an den Felsen fassend, der nicht ganz so hoch ist wie er selbst, und zwischen Theseus' Fuße und dem Felsen steht ein Schwert; anscheinend auch ein Schuh. Auch auf Bronzemünzen von Troezen ist die Handlung dargestellt, nicht bloß auf den längst bekannten unter Septimus Severus geprägten (Millingen Anc. coins, 1831, p. 64 fg., der auf Sestini Mus. Fontana T. I, t. II, n. 18 verweist — ein Citat, welches nicht richtig ist) —, Mionnet im vierten Supplementbande der Descr. p. 268 fg., n. 205, Wiczay Mus. Hedervar. I, t. XXXI, 698), sondern auch auf solchen aus der Regierungszeit des Commodus, Geta und Philippus jun., vgl. Imhoof-Blumer u. Percy Gardner Num. comment. on Pausanias, repr. from the Journ. of Hellen. stud. 1885, p. 49, 12 u. pl. M, n. XI. Auch hier erscheint Theseus ganz nackt, wesentlich in derselben Haltung, aber von Schwert und Krepiden keine Spur. — Den Abschied glaubte Millingen dargestellt auf einer unter Sept. Severus geprägten Bronzemünze von Troezen, welche er a. a. O. pl. IV, n. 22 herausgegeben hat, nachdem sie schon vorher von Mionnet a. a. O. unter n. 204 so beschrieben war: Héros à moitier couvert de la chlamyde, tenant transversalement par derrière une lance de la main droite tandis qu'une femme, vêtue de la stola et incliuée, lui attache le parazonium au côté. Imhoof-Blumer u. Gardner erkennen a. a. O. p. 48, 7 wahrscheinlicher: Hippolytus and Phaedra (or her nurse), who approaches him in attitude of supplication.

Auf bemalten Vasen erinnere ich mich nicht eine auch nur annähernd ähnliche Darstellung gefunden zu haben. Wenn es in Müller's Hdb. d. Arch. a. a. O. heißt: »Theseus des Aegeus Waffen unter dem Stein hervorholend, häufig in Volci, Ann. III, p. 47«, so ist das ein Irrthum; in den Annali werden bloß erwähnt imprese di Teseo, combattimento col Minotauro, Antiope und Elena. Gerhard

bemerkt auch in den Auserl. Vasenbildern Bd. III, S. 32, A. 1, daß ihm eine derartige Darstellung aus Vasenbildern nicht bekannt sei.

Duhn ist der Ansicht, daß das Bronzewerk auf der Akropolis allen übrigen entsprechenden Darstellungen zu Grunde gelegen habe. Aber selbst in Betreff der wenigen ihm bekannt gewordenen erhaltenen Bildwerke — er erwähnt außer dem von ihm behandelten Athenischen Marmorrelief, nur das Relief in der Villa Albani und »verschiedene Gemmen« — wird man Bedenken tragen ihm beizupflichten. Wenn er als ausgemacht annimmt, daß das Rundwerk aus Bronze auf der Akropolis zu Athen als alterthümliches zu betrachten sei, so ist zu bemerken, daß Pausanias das Alter des Werkes und dessen Stil mit keinem Worte andeutet. Die Abhängigkeit des Athenischen Marmorreliefs von dem Bronzewerk anzunehmen, ist gar kein Grund vorhanden. Erkennen konnte man den auf jenem dargestellten Gegenstand jedenfalls auch ohne das Bronzewerk im Gedächtniß zu haben. Als Original wird das Relief allerdings nicht betrachtet werden können. Wer wird aber leugnen wollen, daß zu Athen noch ein anderes Original bestanden haben könne, oder daß das Original in Troezen zu suchen sei? Die Stele, an welcher sich das Relief befindet, »trägt das Ehrendecret für Telesias, einen Troezenier von Geschlecht, der in Athen ein Priesterthum inne hatte, nach Kumanudes' sehr plausibler Vermuthung das des Hippolytos, und den Verdiensten seiner Vorfahren nicht nachstand, deswegen gemeinsam von Athenern und Troezeniern geehrt wurde«. Der Typus der oben erwähnten Troezenischen Münzen mit der Hebung des Felsen läßt mit Wahrscheinlichkeit auf das Vorhandensein eines berühmten Werkes auch an diesem Orte schließen, welches immerhin der älteren Kunst angehört haben kann. Das dem Stil nach von dem durch Duhn vorausgesetzten des Rundwerkes auf der Akropolis ganz verschiedene Relief Albani als Nachbildung auch nur in Betreff des felshebenden Theseus zu betrachten, wird sich jetzt schwerlich Jemand entschließen wollen[1]). Uebrigens liegt dem Relief Albani ein Griechisches Original zu Grunde, aller Wahrscheinlichkeit nach ein unter dem Einfluß der Attischen Kunstübung stehendes. Sicher ist nur, daß dem Gegenstande nach entsprechende Darstellungen schon zur Zeit der archaischen Kunstübung gearbeitet sind.

1) Freilich äußerte auch Ampère L'histoire Romaine à Rome, Bd. III, Paris 1862, p. 421, über das Relief Albani handelnd, in Betreff des Werkes auf der Akropolis: c'est le plus ancien original que l'on connaisse de ce bas-relief.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg - Augusts - Universität

zu Göttingen.

18. Februar. | № 2. | 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung den 6. Februar 1886.

Wüstenfeld legt eine Abhandlung vor: »Fachr-ed-dîn der Drusenfürst und seine Zeitgenossen. 1. Abtheilung«. (Erscheint in den Abhandlungen.)

Paul de Lagarde, Kleine Mittheilungen.

Schering legt eine Abhandlung des Herrn Professor Karl Schering in Straßburg vor: »Das Deflectoren-Bifilar-Magnetometer«.

von Koenen, Mittheilung über große Dislocationen.

Riecke legt 1. einen Aufsatz von Herrn Professor Boltzmann in Graz vor: »Neuer Beweis eines von Helmholtz aufgestellten Theorems betreffend die Eigenschaften monokyklischer Systeme«.

2. eine Mittheilung des Herrn Dr. Krüger: »Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der vertikalen Intensität eines magnetischen Feldes«.

Vogt meldet eine Abhandlung an: »Bestimmung der Elasticitätsconstanten für Beryll und Bergkrystall«.

Sitzung am 5. December 1885.

Drei bergellische Volkslieder.

Von **H. Morf.** Bern.

Das heutige Bergell ist arm an dialektischen Volksliedern. Sei es, daß der nüchterne Sinn seiner Bewohner sie von jeher das Lied vernachlässigen ließ, sei es, daß das Ueberhandnehmen des lombardischen Dialekts und der italienischen Litterärsprache zur Aufnahme fremder Lieder an Stelle der eigenen geführt hat — wer nach berg. Volksliedern frägt, wird zunächst zur Antwort bekommen, daß er von etwas spricht, das nicht existirt.

Ich habe sie auch bekommen, diese Antwort, am Schenktisch des Gasthauses zur Post in Vicosoprano (Visavrán) und wie zu einer ausdrücklichen demonstratio ad aures zog unten ein Hochzeitszug vorbei, der italienische Lieder sang.

Eine Hochzeit ist ein Ereigniß in Vicosoprano. Das mußte auch der Fremde sich ansehen. Vielleicht mochte doch ein Volkslied zum Vorschein kommen. An der Einladung zum Singen fehlte es nicht. Die Wirthsstube zierte die aus dem Deutschen übersetzte Inschrift:

Indu' ca 's canta
Va er tü giügent;
Ca cantär nu ama [1])
La cattiva gent.

Es war aber nichts zu vernehmen von einheimischem Gesang als die erste und wie es schien einzige Strophe — denn sie wurde beständig wiederholt — der Maitinę́da von Roticcio (*Rutítš*) [2]), welche schon der verdiente G. Maurizio in seiner *Stria* [3]) p. 25 abgedruckt hat.

Der Verfasser der *Stria* selbst erklärte mir, daß es ihm unbekannt sei, ob mehr Strophen des Gedichtes existiren. Was in der Stria sonst an dialektischer Poesie sich eingestreut finde (p. 1 ein Kuhreigenfragment; p. 140 ein Gebetchen; p. 165 zwei Maitinedastrophen; und hie und da ein Spruch, wie p. 29, 26) sei alles, was er an berg. Volksdichtung kenne.

An spätern Abenden glaubte der eine und der andere der Stammgäste des Gasthauses sich zu erinnern, daß sowohl das Lied

---

1) Ist ein Italianismus. *amare* ist dem berg. ursprünglich fremd wie dem rätischen. Es sagt wie dieses *vę̄ir dyvdyę̄nt.* Doch ist *amę̄r* jetzt viel gebraucht.

2) Ein Dörfchen oberhalb Vicosoprano, am Südabhang, daß sich rühmen darf, das ganze Jahr die Sonne zu sehen, was nicht alle Dörfer des Bergell können, daher *bęl Rutítš* I, 1.

3) *La Stria ossia i stinqual da l'amur, tragicomedia nazionale bargajota,* Bergamo 1875, VI + 188 S. 8°. zirka 5000 Zehnsilbler in den verschiedenen Dorfdialekten der Thalschaft (St.). Ich hörte übrigens immer *štinqual* sprechen und finde es auch so geschrieben. Gedruckt ist sonst im berg. Dialekt meines Wissens: 1) F. J. Stalder, *Die Landessprachen der Schweiz* Aarau 1819. p. 407 f. (die Parabel vom verlorenen Sohn, im Dialekt von Soglio (cf. *servicei,* 15; etc.), mit orthographischen und andern Aenderungen, die nicht immer Verbesserungen sind, wiederabgedruckt von Biondelli, *Saggio* p. 42); 2) E. Lechner, *Das Thal Bergell*², Leipzig 1874, 12°, p. 88—95 (drei Lieder des gewandeten Dichters T. Maurizio); 3) auf fliegenden Blättern drei Gelegenheitsgedichte desselben Verfassers; 4) G. Papanti, *I parlari italiani in Certaldo* p. 631 f. (unterberg. Version von Bocaccio, *Dec.* I. IX). Außerdem besitze ich von den ungedruckten Liedern T. Maurizio's eine Kopie, die der liebenswürdige Verfasser selbst für mich herzustellen die Gefälligkeit hatte (M.).

von Roticcio einst mehr Strophen gehabt habe, als daß er selbst auch vor Jahren noch dieses oder jenes andere Lied habe singen hören oder singen können. Und was erst nur in verworrenen Tönen aus der Vergangenheit herüber an ihr Ohr schlug, das gewann allmählig, indem einer dem andern in heiterem Wettstreit die Erinnerung an weitzurückliegende Knabenjahre wachzurufen bemüht war, faßbare Gestalt. Sechs weitere Strophen der genannten Maitineda (I) kamen zum Vorschein; weiter der Sang des Schmid (II) und endlich brachte der kundige Wirt von einem Ausflug nach dem benachbarten La Stampa das Lied der Heirathslustigen (III) nach Hause, das er unter stürmischem Beifall der Gäste in kongenialem Vortrag mir in die Feder diktirte.

Ich gebe diese Liederchen (resp. Liederfragmente) in phonetischer Notirung (nach Böhmer) [1]). Der kurzen Formenlehre des Dialekts von Sopraporta, speziell von V. (Vicosoprano), in der ich die Abweichungen Sottoporta's, speziell Soglio's (S.) nur dann erwähne, wenn sie besonders bemerkenswerth erscheinen, schicke ich keine Lautlehre voran, weil ausführlicher als Ascoli, *Saggi ladini* p. 272—279 zu sein der Raum nicht gestattet. Redolfi, *Die Lautverhältnisse des berg. Dialekts* (*Zeitschr. f. rom. Phil.* VIII, 161—204) ist leider fast werthlos. (*cf. Gött. gel. Anzeigen 15. Oktober 1885*). Alle grammatischen Daten, für welche keine Quelle gesetzt ist, beruhen auf eigener Beobachtung. Mein Gewährsmann ist ein 15jähriger Knabe von V., der indessen, wie die ganze Jugend des Dorfes schon ziemlich italianisirt ist und dessen Angaben ich deshalb größtentheils bei dem freundlichen Wirth und den nicht minder freundlichen Gästen nachher kontrolirte. Doch herrschte auch in deren Angaben nicht immer Uebereinstimmung; die meisten waren viel im Ausland gewesen und nicht selten fiel der Vorwurf *uavę́ kambyá la lingua!* Nachträgliche Belehrung verdanke ich der Liebenswürdigkeit des Herrn Pfarrer J. U. Michael in V. Nur in zweiter Linie und vorzüglich für einige syntaktische Bemerkungen benütze ich geschriebene

---

1) *i*, *u*, *v*, *æ* sind geschlossen. Tonloses finales *a* ist etwas verdunkelt, in S. fast *ọ*. In geschlossener Finalis, wo *a* in der Schrift fast allein herrscht (cf. *Arch.* II. 443) tönt ein wirkliches *a* kaum im isolirt gesprochenen Wort; in der zusammenhängenden Rede trübt es sich sehr, klingt dem ę nahe (cf. Gartner, Rät. Gram. § 200 *dǫ́dęš* etc., aber *mę́tar*); desgleichen vortoniges *a*, auch das des Artikels. Ich schreibe der Einfachheit halber immer das *a* des isolirten Wortes. *u* in der Endung der 2. p. pl. (*us* statt *as* = ęs), wie *Stria* öfters steht, habe ich nie gehört; ebenso wenig in der 3. p. pl. *un*, wie ich einmal (*füssun* 18, 23) gedruckt finde. Wohl aber lautet ein deutliches *u* vor *m* im imperat.: *dyǘdum* I, 3; *krę́gum*; cf. *Bę́rgum* = *Bergamo*; tgi trovum? M.

Texte, deren Beispiele — in ihrer eigenen leider sehr schwankenden Orthographie — ich mit cf. einführe, wenn ich sie nur zum Vergleich mit meinen eigenen Beobachtungen anziehe; fehlt cf., so steht der schriftlichen Beobachtung keine mündliche zur Seite. — Die berg. Kunstpoesie ist reich an Italianismen; auch mischt sie gelegentlich die einzelnen Dorfdialekte. Die *Stria* ist für das unterberg. nicht maßgebend, da sie dasselbe durchaus nicht consequent durchführt und auch selbstgemachte Formen bringt, die in Wirklichkeit nicht vorkommen.

I.

Sʋ n kuẹla mọ̊ta da kuẹl bẹl Rutı̊tš
Ọ k ẹ n vœ́iy [1]) na bẹ́la, ọ k ẹ nu n vœ́iy brīk.

O vẹ tšọ̌ Magẹ̈t ẹ dyʋ́dum sagatsẹ́r,
Ka kuišt aη l ẹ l aη ka yẹ m vœ́iy maridẹ́r.

O vẹ tšọ̌ Magẹ̈t ẹ dyʋ́dum fẹr kum fẹη,
Ka kuišt aη l ẹ l aη ka yẹ t vœ́iχ fẹr da l bẹη.

Ẹ da tántam bọ́ra k ẹ a vogadyá
L ẹ la pʋ pitíηa kuẹ́la ka m a fermá.

Ẹ da tántam bọ́ra k ẹ a mĕs im vœ́ga
L ẹ la pʋ pitíηa kuẹla ka m a tulẹtχ la vœ́ya [2])

Ẹ sʋ la muntáña al krẹš ẹrb ẹ fẹη,
Ẹ dyọ la planʋ́ra šta l mẹ karo bẹη.

Ẹ sʋ la muntáña al krẹš ẹrb ẹ flur,
Ẹ dyọ la planʋ́ra šta l mẹ tχẹr amúr.

1) Die (fallenden) Diphthonge, deren zweiter Theil *i* ist, zeigen in der berg. Aussprache eine starkhervortretende palatale Spirans, die je nach dem folgenden Laut tönend oder tonlos sein kann. Ich höre in V. *pẹiyga*, *pẹiχs*, *tẹiχšta*, *vẹiχr* (cf. Gartner § 93). Wörter die mit einem solchen Diphthong schließen, zeigen sie besonders deutlich (am isolirten Wort und in Pausa: *χ*): *kavάiχ*, *kaštẹiχ*, *dọ́iχ*; auch *fīχ*, *bīχ*, (S. *bẹ́iχ*) etc.

2) Intervokales *y* ist in V. stark reduzirt. Die Engebildung ist ohne Energie, der so entstehende halbvokalische Uebergangslaut bei den einzelnen Individuen verschieden stark, meist aber gut vernehmbar in *vœ́ᵉa*, *fœ́ᵉa*, *méᵉar* etc. Auf die Frage, ob sie sich bewußt wären, in diesen Wörtern ein *y* zu sprechen, antworten die Leute mit entschiedenem ja; für *sea* (conj. von *esar*, das ich ebenfalls deutlich als *séᵉa* höre, verneinen sie dies eben so entschieden.

II.

Marúža la mi *t*χệra,
Tʋ šta ent al tẹ buη lẹtχ;
Ẹ yẹ pộvar faráir
Tʋ́ta nœtχ sọt al vadrẹ́tχ.

Marúža la mi *t*χệra,
Tʋ va sʋ nažarína;
Ẹ yẹ pộvar faráir
Tʋ́ta nœtχ sọt la pruína.

Marúža la mi tχệra,
Tʋ šta nt al lẹtχ paltsệda;
Ẹ yẹ pộvar faráir
Tʋ́ta nœtχ sọt la ružệda.

Marúža la mi tχệra
Tʋ *ž*gʋ́ra brọk ẹ suníη;
Ẹ yẹ pộvar faráir
Ạm turmẹ́nt ku i karbuníη.

Marúža la mi tχệra
Tʋ líka latχ ẹ flur;
Ẹ yẹ pộvar faráir
Vampíš dal tẹ amúr.

III.

O día día, ka m dộl ʋn galuη!
Tœr yẹ l tulẹ̆̂s bẹη —
Ma nu l fadyará da l buη.

O día día, ka m fur ʋna kộšta!
Tœr yẹ l tulẹ̆̂s bẹη —
Ma l fa par ẹ pọ̆̂šta.

O dia dia, ka m furmíg ʋn pẹ!
Tœr yẹ l tulẹ̆̂s bẹη —
Sọma ka l manka la fẹ.

O dia dia, tχi brʋžúr in šta gamba!
Tœr yẹ l tulẹ̆̂s bẹη —
Ma mai nu m dumanda.

Auf den 24. Dezember, an welchem ein Kalb (in der Kindersprache *pužíη*) geschlachtet wird, hörte ich folgenden Spruch:

Gútsa, gútsa kurtalíŋ!
La dumáŋ l ẹ l di d pugíŋ.
Gútsa, gútsa bẹl gvtsẹ́r,
Ka dumáŋ l ẹ l di d nadẹ́l.

Formenlehre.

1. Nomen.

Ueber Spuren eines alten Nominativ *-s* cf. *Gött. gel. Anzeigen* 1885 p. 862 n. Der plur. des masc. ist lomb. (= sing.). *i* ist noch erkennbar in Wörtern auf *l*, *n*, *t*: *kavál-kaváiχ*, *avdẹ́l-avdẹ́iχ*, *bẹl-biχ*, *baril-barij*, M; *an-añ* (aber *an*, Stalder, 29); *tvt-tvtχ*, *grant-grantχ*, St. 53, 5 etc. Doch ist namentlich bei den letztern schon starke Verwirrung: Angleichung des sing. an den plur: *vn fantχ* cf. St. 61, 23 etc.; Stalder 31, abgel.: *fantχaría*, cf. Salvioni, *Fonetica del dial. di Milano*, p. 131 c, *fantget*, M.; *vn guantχ*; *vn dẹntχ*, abgel. *dentχadúra* S., so auch *vn kavẹ́iχ* statt **kavẹ́l*; Differenzierung: *i mat* = Knaben, *i matχ*, kollekt. = Knabenschaft, abgel. *matχẽt*(*a*) (aber *mateta*, St. 30, 28) *i pañ* = das Kleid; analogische Anfügung von *i*: *tútχi* neben *tvtχ*, St. 17, 21; 40, 11; 75, 20 etc., wegen häufigem *tvtχ i* + Nomen und, da berg. auch *tant* im masc. prädikativ konstruirt und dann mißverstanden wird (*dree tantal temp*, St. 4, 2; 23, 14; 73, 9; 112, 28; 114, 24; 120, 1; 129, 10; 156, 5) auch *tantχi* neben seltenerem *tantχ*; ebenso *kuantχi* (cf. *Sag. lad.* 279; Salvioni p. 132). *i* in *certi*, Papanti 631, 5, *fedeli* St. 9, 7; 17, 26, *sciuri* St. 63, 8: 116, 27 etc. sind Italianismen (cf. St. 31, 15, *karo*, I, 12 und Salvioni *l. c.*) Unveränderlich sind *vẹ́il* (St. 51, 5), *œ́il* und selbstverständlich auch die schon im sing. *iχ* haben: *fiχ*, *famẹ́iχ*, *fœ́iχ*. — Pluralreste auf *-a* sind selten und nur als fem. sing. kollektivisch gebraucht: *la lẹ́ŋa la bríga*, *la fœ́*(*y*)*a la kròda* (cf. St. 42, 17). — Unregelm. *ọm-ọ́man*. — Ueber den plur. fem. cf. *Sag. lad.* 274, *Zeitschrift* IV 153, *Arch.* II 443: *lan dọ́na*, *lam piña*, *laŋ gámba* [1]).

1) Es haben auch *-an*: das allein oder mit einem apposit. Nomen stehende volle Personalpronomen der 1. und 2. p.: *nuältran dona*, St. 132, 19; 108, 6 etc.; das einem Zahlwort vorausgehende Demonstrativ: *quistan du muntanela* (*Stria* 6, 11. 17, 30. 25, 12. 103, 13; ebenso das ganz isolirt stehende Substantiva:

. . . *um sent rabomber*
Melodian in bun nomber. (M. cf. St. 26, 8; 124, 8).

Das prädikative Adj. hat kein Pluralzeichen:

Lan nütč en ciürta (St. 105, 17; 155, 23)
Lan matan l'en ben är povran gnocca (ib. 8, 3)
Lasciär indär suleta lan mantan. (ib. 6, 32)
Lan nossa šort la s'en mudäda (ib. 43, 13; 128, 5).

Eine Spur der *s*-Bildung: Redolfi § 131 n. gegen *Sag. lad.* 554. Ueber den einzigen plur. auf *án* (*lam matán*) cf. *Arch.* VII. 443; er ist im Verschwinden.

Die Abstrakta auf *-orem* sind masc. (cf. St. 10, 10; 13, 5; 43, 14 etc.). Neben dem fem. *granda* (cf. St. 74, 2 etc.) findet sich viel häufiger ein ital. *gran* (St. 54, 22 etc.; Papanti 632, 2, 18).

Personalpronomen (cf. Gartner § 108) *yẹ* (S. *dyẹ*)[1]; *tv*; *lv*, *lẹ*; *nọ*; *vọ*; *lur*, *lẹ́ir* (S. *lẹr*). *Vọ* ist auf Anrede an eine einzelne Person beschränkt, sonst *vualtar*, wie lomb. (Biondelli p. 31; cf. Gartner p. 91) *lv*, *lẹ* als Anrede dem berg. früher nur Respectspersonen gegenüber bekannt (cf. St. 35, 20), ist heute in V. ziemlich verbreitet. Ich finde weniger häufig *nualtar* (St. 32, 16; 80, 15; 136, 13, 15) als *nọ* (St. 4, 24; 6, 22; 10, 6 etc.). Alle diese Formen sind auch acc. cf. St. 40, 19: *sa tü m tö jẹ* = wenn Du *mich* nimmst; 74, 10: *E tü dalonc pö la t manäva* = und *Dich* führte sie dann weit fort. Also gen.: *da yẹ*, *da tv*; dat.: ẹ *yẹ*, ẹ *tv* etc. — „Man" wird reflexiv gegeben: *as va* und dieses *as* wird ebenso leicht mit dem Reflexivum selbst verbunden: *Sa's vol für* | *sempr' e l'agnel*, *sci as as fa maiär* | *dal luf*, St. 77, 27 ss.; 72, 9, 10 etc. (aber z. B. 43, 17) als mit andern Affissi, die ihm folgen: *s'as la vol änch tortürä* St. 117, 10, 15; 76, 17; 112, 12, 13; 138, 11 ss.; 151, 4 etc.[2]). In St. 64, 32: *c'un av possa creir* ist das *un* nicht, wie man ers meinen könnte = man (*homo*), sondern Druckfehler statt *um*.

Es haben sich wie im lomb. und osträt. konjunktive Formen gebildet (weitere Parallelen, *Zeitschrift* IV. 151), die für die 1. und 2. pp. einfache Verkürzungen der volleren Formen sind: von *yẹ*: ẹ (sehr geschlossener Laut, S. geradezu *i*), nachstehend *ya*, *a*; von *tv*, nur nachstehend, *t*, *at*; von *vọ*: *u*, *v*, *f*. Die 1. p. plur. wird mit *um* + 3. p. sing. des Verbums gebildet (cf. Flecchia *Atti Accad. Lincei* 1876, p. 277), nachgestellt *um*, *m*. Die 3. pp. gehen auf das stammbetonte *ille* zurück, *al* (= *lv*); *i* (= *lur*); *la* (= *lẹ*); *la*, nachgestellt *lan* (= *lẹ́ir*). Darin ist das berg. vom heutigen lomb. und engad. verschieden, daß es diese Pronomina nur in syntaktisch ver-

---

Der einzige unregelmäßige Fall, der mir in St. aufgestoßen ist: *quellan bellan figürra* (132, 32); auch M. hat dergleichen. — cf. p. 83).

1) *mi* braucht St. im Munde des Bondner und Castasegner: 93, 13, 15; 97, 22; 117, 29 ss.; 130, 25 ss.

2) Das berg. hat, wie man sieht, diese Konstruktion konsequent ausgebildet. Französischen Einfluß wird doch wohl auch Schuchardt hier nicht annehmen wollen (*Zeitschrift* IV. 153).

langter Inversion nachstellt[1]), mithin auf der
alteng. stehen geblieben ist (Stürzinger p.
Konjugation 19). Beisp.:

Sing. 1. pers. ẹ *a* (ich habe) cf. I, 2, 4, 6 e
drẹ́tχa štrẹ́da? Die tonlos gewordene F
wieder tönend: *díga bẹŋ?* [2]), auch analogi
vẹ́sa (hätte ich, cf. St. 3, 21; 12, 9;
ein Vokal (*a*) das Verb: *áya?* (habe ich
2. pers. *vẹ́ñat? káza dižat?* cf. St. 43,
indú vĕt? tχi ĕt? cf. St. 11, 10; 17, 2
Du? heißt regelrecht *vẹ̆t?* cf. St. 84, 11
holung des Pronomens *vẹ́tat?* (nach and
3. pers. cf. III, 3, 6, 9. *la vẹñ; pǫ́rt*
sa la? ẹ *la ñida?* (*pọrt la?* S.).

Plur. 1. pers. *umá, am? umvǫ́l, vǫ́lum?* tg
2. pers. *upurtá, purtáf? vẹf? sẹf? kap*
káza fadyẹ́f? indú indyẹ́f? tönend: *sẹv*
3. pers. *i fan, fáni?* [3]) *ẹ́ni ñi?* Da
dǫ́rmni? vaíni? díšni? St. 71, 2; *dge*
dižan und indem das *n* der Verbalendun
nomen tritt *dišlan?* St. 83, 31; *alan?* S

Das Verb kömmt, wenn die Deutlichkeit es
ausgesetztes Subjekt vor: es fehlt ẹ St. 158,
z. B. St. 93, 8 und in der Fragestellung:
scheint dieses Fehlen für die außerpräsentis
Regel: *afragurdarásas?* cf. St. 64, 32 etc.
lich immer unentbehrlich, cf. 36, 33.[5]).

---

1) Die Inversion des Subjects ist im Gegensatz
nach einleitender adverbialer Bestimmung und im N
'vant quindase di am datχ rasciun ẹ Paul. Das ist d
ter lebte Jahrzehnte lang in Deutschland.

2) S. *diža?* z. B. *kẹ diža?* analogisch an *dižat?*

3) S. *vánnaiχ, ánnaiχ, ẹ̀nnaiχ, vẹ̀nnaiχ; kapiš*
Stelle gemeinberg. finalis *-i* immer *aiy, aiχ* mit sehr
prẹsẹ̀ppaiχ, matrimǫ̀nnaiχ, vítsaiχ, sarvítsaiχ, prẹ̀tsaiχ

4) Der Vorgang ist nicht identisch mit dem von
152 f. aus dem friaul. angeführten (*son-in* = **son-i*).
so entstandene enklitische Pluralform *lan* nicht einm
um auch das vorangestellte Subjekt (*la*) nach sich zu
gegen die Meinung Schuchardt's, (daß das berg. plu
Ursprunges sei) mithin für die Erklärung Ascoli's,

5) Ich setze *u* wie das unveräußerliche *um* der
Paradigma der Konjugation.

Andrerseits finden sich diese Pron. auch pleonastisch, wie lomb. und osträt. etc.

dyẹ i pọrt, S.; cf. Stalder 17. (*ti ti sa*, Papanti, 632, 11, 14); in V. hörte ich nichts derartiges; wohl aber in der Frage: *súŋa yẹ? vẹ̆t tv? vǣt tv?* und *chi et tü?* St. 11. 10; 25, 3. etc. — Hingegen ist *al bap al vẹñ, la mama la vẹñ* die Regel. *ẹl lv buŋ?* Nach Relativpron.: *vna ka la fila*[1]). cf. St. 65, 8; 112, 15; Papanti 632, 16. — *U* steht nach *vọ* (*vualtar*) meist nicht: *voaltar se rivaa* St. 54, 13; 4, 9; 108, 6; 152, 19, doch wohl wo ein Satzglied dazwischen steht St. 109, 16. *vulẹ́v vọ?* cf. St. 143, 7 und nach Relat. 30, 25; 32, 18. — *i saš i krọdan, lan dona la vẹ́ñan* ist Regel; nach Relat.: Papanti 632, 19; St. 6, 21: *lan čiävra ca la passan gið*.

Von diesen Pron. stehen *al, la, um* nach der Negation *nu*; die übrigen voran: *kuẹl nu l vẹl nagọ́t*; cf. St. 77, 25; 78, 3; 163, 3 etc.; *nu la fan altar* St. 82, 25[2]); *n um al vọl* oder gewöhnlich mit vorgeschlagenem *u*: *u n um al vọl*, cf. St. 5, 24, 26; 6, 7, 24 etc. Aber: *u nu vulẹ́*; *i nu pọn* etc.

Die Formen des konjunktiven Objectspron. sind: 1. p. *am, m*; pl. *as, s*[3]); 2. p. *at, t*; pl. *af, f*; 3. p. dat. für beide gen. und num. (Gartner § 113) *ai, i*, (*aiy, aiχ* etc.)[4]); acc. *al, l*; *la, l*; pl. *ai, i*; *lan*; refl. *as, s*; (inde = *an, n*; ibi = *ai, i*). Die oralen Finalkonsonanten können tönend, die dentalnasalen labial- etc. nasal werden je nach dem folgenden Laut. Sie stehen sämmtlich dem Subj. pron., auch *um*, nach[5]); dabei geht der dat. dem acc. voran, dieser und *ai* dem *an*. Beim imperat. steht das Pron. nach[6]); wenn er negiert ist voran; mit dem inf. im Gegensatz zum lomb. (Gartner § 111) voran, eventuell auch vor dem verb. fin. Als Beisp. einmal die Konjugation des refl. Verbums *az ragurdẹ́r*: *ẹ m ragọ́rt, tv t ra-*

---

1) Mit dem absol. Pron.: *Ma l'e propri 'l Signur c'at manda lü*, St. 42, 7. Die Anfügung des absol. Pron. ist überhaupt beliebt, 42, 26; 85, 13; 119, 2 etc.

2) Aber: *ca la num vol ben*, Stria 165, 10; die einzige Ausnahme, die ich bemerkt habe.

3) Ist eigentlich das Reflexivum der 3. p., hier herrschend geworden durch *um*: nach *um az ragọ́rda*, dann auch *u z ragurdá* cf. p. 82 n.

4) Ist eigentlich nicht Pron., sondern Ortsadverb.

5) *nul la sa* = sie weiß es nicht, St. 109, 32 und *La zücca al la penza ent ün moda* = der Kopf denkt es auf eine (seine) Weise, 30, 14, beide gleichartig (acc. neutr. vor subj. fem.), habe ich als einzige Ausnahmen bemerkt.

6) Es kann auch voranstehen: *az da* neben *das*; *az di* neben *dis*; cf. St. 100, 21; 136, 255; 137, 10; Stalder 22.

gǫ́rda, *al as ragǫ́rda*, *um as ragǫ́rda*, *u f ragurdá*[1]) *i s ragǫ́rdan*. Weiter: *yẹ iχ kañúš* ich kenne sie; *daiχ* gib ihm, ihr, ihnen, sie, dort; *as al diš* er sagt es uns oder: man sagt es. *la s truvẹ̄va* sie befand sich cf. St. 121, 20, aber *as la truvẹ̄va* man fand sie cf. p. 79. *riunif! ragǫ́rdat! yẹ nu lam pǫs avdẹir*; *i l štǫn fẹr*; *u l vẹ da fẹr* oder *uvẹ da l fẹr*; *nu iy al dir! tv m a prasantá ẹ lv; nu t äl vǫl dir; nu m n a datχ nagǫ́t*; *kradẹmal! krẹm! krẹgum! lv l ad vẹ*; *tv d bita dyǫ; ai n e da quii*, St. 115, 19; *nu 'v ralegrá* St. 108, 21; 114, 21; *ei corar dree* ihm nachzulaufen, St. 1, 23; *ai vẹdat?* cf. St. 27, 14, 17; 30, 6, 22; 32, 24; 37, 29; 77, 3; 79, 32, 97, 31; 109, 32; 110, 1; 135, 7; 168, 12 etc. etc.

Nicht selten sind auch sie pleonastisch gebraucht: *e lü 'i tocäva* St. 99, 19; 104, 25; 108, 23; 109, 21; 129, 13; 136, 13; 146, 27. mit charakteristischem Anakoluth: *Je quistan raba num pläšan nagǫ́t* St. 105, 24; 119, 4; 23, 13.

Possessivpronomen. Das attributive hat den Artikel, der bei Verwandtschaftsnamen wegbleiben kann (cf. St. 2, 29; 30, 18; 31, 9; 43, 4 etc., Stalder 12 etc., 25): *mẹ*, *tẹ*, *sẹ* fem.: *mi*, *ti*, *si*; *nǫs*, *vǫs*, *sẹ* fem.: *nǫ̊sa*, *vǫ̊sa*, *sẹ*. *la mi tχẹ́ga* pl.: *lam mi tχẹ̄ga*; *i školair ẹ i sẹ libar*. Eine besondere absolute Form existirt nur für das fem.: *kuẹlan rǫ́ga l ẹn mía* (*tía*, *sía*) cf. St. 39, 20; Stalder 31; 1, 19: *lan mía* (sc. *väka*); auch in Nachstellung verwendet: *fian mía* (cf. *Sag. lad.* 274); in: *ẹ ciäsa sia* St. 108, 29; 29, 24; 48, 15, 100, 4 etc. mag auch ital. Einfluß vorliegen, wie in *per amur mio* St. 42, 21. Aber: *kuẹl l ẹ tẹ*; *i mẹ* = die Meinigen, cf. St. 2, 22; 3, 22; 10, 30; 14, 5; 73, 12; 79, 18 etc.

Demonstrativum. *Kuišt libar* (*kilǫ́*); *kuišta*; *kuišti*; *kuištan*; (S. *kuẹšt*). *Kuẹl libar* (*lǫ*; *la* S); *kuẹla*; *kuiχ* (S. *kuẹiχ*); *kuẹlan*; neutr. *kuẹl lǫ*. *Kuẹl* ist auch determin.; seltener das einfache *illud*: *chi e 'l ca clama?* St. 42, 2; *Chi e 'l c'usẹ?* M. Ich bin's, der ... wird gegeben durch: *je nu sun mia je, ca d'amur mör*, St. 106, 17; 148, 21; 152, 1; 157, 10. — Daneben die verkürzten Formen *šta*, *šti* (cf. St. 50, 245 etc.); die letztere ist wohl Schuld, daß auch in dem volleren *kuišti* sich das plur. *-i* erhalten hat; Papanti 632, 6 steht eine sing. Form *stu*. — Der bestimmte Artikel ist *al*, *l*; *la*, *l*; *i*; *lan*; mit Präpos.: *dal* (*indẹ́r dal bap*[2]); *dala*, *dla* (cf. St. 60, 8); *dal*;

---

1) Oder *u z ragurdá* cf. St. 118, 13; 45, 28 s.; 93, 7 s.; 107, 22; 114, 15; 125, 27, 30; 137, 1; 143, 7; 162, 12. Das berg. ist also im Begriff in jene Phase einzutreten, die Ascoli *Arch.* VII. 456 n. erkennt. cf. lomb. Maschka, *Mail. Conjugation* p. 41. So sagt man berg. auch *ag at lavá?*

2) Noch *andä ter me bap* in Stalder 18, 20; cf. *Arch.* VII, 586.

dai (cf. St. 69, 21, sonst schreibt er immer *dii*, *di*); *ẹl*, *ẹi*; *par al*, (cf. St. 60, 19 etc.) gewöhnlich *pal*; *pei*; *kul*, *kui*[1]). Der unbest. Art.: *vn*, *vna*, *na* (*vη*, *vηa* gilt als veraltet). — *ipse* = *štẹs*, *štẹsa*: *lv štẹś l ẹ ñi*. *idem* = *l ištẹs* (cf. St. 51, 33, 60, 9 etc.).

Interrogativum: *tχi* (S. *ki*) ist adj. und subst. cf. III, 10. *kual*, St. 43, 19; 64, 16; 158, 11. *quid* = *káğa?* (S. *kẹ*). *tχẹ?* (noch in Stampa, cf. St. 110, 20), ist in V. erhalten in *partχẹ́?* S. sagt auch *cossa?* St. 17, 20; 127, 9. In der indirekten Frage folgt die Konjunktion *ka*: *as vẹ ben chi ca quel pangeir tocca*, St. 1, 24; 9, 26; 20, 22; 29, 2; 143, 26 etc. (*ka* fehlt 20, 33); ebenso wenn *tχi* beziehungsloses Relativ ist: *Chi ca tegn cu la Francia e riguardaa* . . . St. 19, 17; 9, 30; 16, 14, wo man das Anakoluth bemerke.

Relativum: *ka*, ist vielmehr rel. Adverb. *Der Mann, dem ich das gethan* wurde mir in S. übersetzt: *l'ọm ka dyẹ* (*iy*) *a fatχ kuẹl la*; *l'ọm ka dyẹ sọm andatχ* etc., cf. *Je'n vegg' ün' altra c' ai tremla 'l barbogg*, St. 96, 21; *üna parsuna* | *ch' ii vöi forsa trop ben*. St. 144, 5. Doch hört man auch schon das ital. *al qual*(*e*).

Irgend ein: *kualtχí*, subst. und adj. cf. St. 21, 31; 26, 17; 59, 26; *varvn* ebenso, cf. St. 152, 30; *qualčidün* subst. St. 108, 4; 123, 19; *Qua* adj. z. B. *qua volta* St. 127, 18; 126, 7, 11; 134, 20 (alle Fälle unterberg.). Etwas: *vargọ́t*(*a*). — Kein: *nadyvn* subst. und adj., cf. St. 48, 13; 67, 8; bei nachfolgendem Verb fehlt gewöhnlich *nu*, cf. St. 55, 24; 79, 22, doch 47, 33; *varvn* ... *nu* St. 84, 26; *nu* ... *brik* (*brikat* S.): *yẹ nu a ledyv brik libar* (*brikat libbar* S.); *Ca e bricat stria nul fagiess l'amur* St. 78, 3; 142, 12 (oberberg.). Nichts: *nagọ́t*(*a*). — Jeder: (*minca tant* = von Zeit zu Zeit, M.); *oñvn* adj. und subst., *ọ́ñi* sind die einzigen in St. gebrauchten: 36, 29; 54, 25; 55, 23; 20, 1; 57, 25. — Ganz: *tvt*, z. B. *tüt la si raba* St. 109, 27. Als drädikative Bestimmung eines Adjektivs flektirt es gewöhnlich: *tüta suleta* St. 4, 5; 13, 20; 84, 14; aber 30, 21; eigenthümlich 128, 16. — Alle: *tvtχ*(*i*) cf. p. 78, fem. *tvt*(*an*). *tvtan* finde ich nur entweder substantivisch gebraucht, *per tüttan* M., *sev tütan chilò*? St. 103, 22; 130, 34, oder vor einem Zahlwort: *tütan dua* St. 20, 20; 22, 21; sonst *tvt* z. B. *tvt lam máta* (rät.), aber *tvtχ i ọ́man*. *In tüttan stan rivolta* M. ist vereinzelt gegen *Tüt quistan prova* St. 73, 3 etc. Auch *tvt kuant* (*tvkuánt*) masc. pl. *tvkuántχ i diğan* (St.: *tvtχ kuantχ* 87, 29; 93, 5 etc.; *tvtχi kuantχ* 43, 29; 46, 27 etc.;

1) Nach Analogie der Präp. *ent* (*ent l ort*, im Garten) und der damit zusammengesetzten wie *svnt* (St. 19, 15; 38, 17 etc.), sagt man auch *kunt* z. B. *cunt i nos bastun*, St. 44, 1; 31, 27; Papanti 632, 1. cf. auch *pet* Stalder 15; 31.

tvtχi kuantχi 69, 27 etc.; *tvtχ kuantχi* 55, 9; 79, 4; 167, 9) ist vor fem. unverändert, St. 167, 7. Neutr. *tvkuánt* sehr häufig; cf. St. 5, 16 etc.

Zahlwörter. *vn*, *dọiχ* (S. *dúiχ*), *trę* (*trẹ*), *kuatar*, *tšiηk*, *sẹiš*, (*sẹš*), *sęt* (*sạt*), *œtχ*, *nœ́if* (*nœf*), *dẹiš* (*dẹš*), *vndaš*, *dọdaš* (*dọddaš*), *trẹdaš* (*trẹddaš*), *kutọrdaš* cf. St. 166, 27 (*katọrdaš*), *kuindaš*, *sẹdaš* (*sẹddaš*) *diššęt* (*diššạt*), *dižd œ́tχ*, *dišnœ́if* (*-nœf*) *vintχ*, *vintχvn*, *vintχadọiχ*, *vintχœ́tχ*, *trẹnta* (*trạnta*), *kuranta* cf. St. 70, 11, *tšiηkuánta*, *sašánta*, *satánta*, *utχánta*, cf. St. 42, 19, *nunánta* (*nuánta*), *tšẹnt* (*tšęnt*), *mili*.

Außer *vn* flektirt nur *dọiχ*, das im fem. eine attributive Form *du* eine absolute *dua* hat. *du văka*. — *kuantan văka?* *dua*. cf. St. 20, 20; 102, 6. Rest des neutr. plur.: 200 = *du tšẹnt*, 2000 = *du mili* (rät.).

Die Ordinalia (nach freundlicher Mittheilung des Herrn Pfarrer Michael): *prvm*, *sagọnd*, *tęrts*, *kuárt*, *kuint*, *sešt*, *sętim* oder *setọval*, *œtχẹgim*, *novẹgim* oder *novọval*, *detχẹgim* oder *dẹtχim* oder *dežọval*, *vndažọval*, *dodažọval* etc. *vintχọval* oder *vintχẹgim*.

2. Verbum.

Das Passiv wird, wie im lomb., meist mit *esse*, seltener mit *venire* (rät.) gebildet. Das Reflexivum läßt *esse* (lomb.) und *habere* (engad.) zu, wie am Rhein (cf. *Arch.* VII 456), wo indessen *esse* durchaus das volksthümliche ist. Bezeichnend ist, daß der mehr deutsche M. (cf. p. 80 n.) ausschließlich *habere* (cf. Lechner 90, 9), der mehr italianisirte Verfasser der St. ausschließlich *esse* verwendet (in St. ist mir nur einmal, mit einem uneigentlichen verb. refl., *habere* begegnet 43, 11) 31, 3; 43, 11; 46, 26 etc. Der Knabe brauchte *avẹir*: *ye nu m a mia lavá*. — Das part. praes. ist Adjektiv. Das Gerundium ist, wie im rät., nicht recht volksthümlich; ich habe etwa *la va kantánt* gehört. Geschriebene Texte haben es öfters. *fagiand* St. 2, 16 etc., *indyand* St. 58, 17 etc. und namentlich *bragiand* (von *bragir*, cf. St. 83, 24) Papanti 632, 7 St. 92, 1 etc. scheinen zu beweisen, daß ursprünglich im berg. wie im lomb. (cf. Mussafia, *Bonvesin* § 122) und engad. *-ant* herrschend war. *end* (*tulend* St. 12, 25; 10, 15; 13, 17; 15, 20 etc.) und *ind* (*unind* St. 71, 27; 73, 1; 98, 11) sind also wohl mehr künstlich rekonstruirt (cf. mail., Maschka p. 25 und eng., Stürzinger p. 35), wie sich denn einmal auch *fagiend* findet, St. 98, 18. — Ein impf. fut. ist in V. und S. so wenig wie im rät. vorhanden; indessen scheint es aus dem lomb. allmälig einzudringen (z. B. in Castasegna: *sarẹs*). — Das perf. hist. fehlt der heutigen Generation; Stalder's Spezimen verwendet es noch konsequent. St. und M. brauchen noch ziemlich häufig 1. und 3. pp. G. Maurizio

konjugirt in seiner kleinen handschriftlichen Grammatik: *špérat, špérat, špérat; umšpérat, ušperátas, šperátan*; außer ihm wußte niemand die 2. p. pl. zu bilden.

Das *-o* der lat. 1. pers. ist gefallen und, wie im engad., nicht ersetzt (lomb. *-i*); es zeigt sich also der reine betonte Stamm: der dabei in den Auslaut tretende Konsonant ist immer tonlos: *škrívar -yẹ škrif*; *mangẹ̀r-mank*; *kriblẹ̀r-kripl*; *drumbẹ̀r-drọmp* (S.: *lumbrẹ̀-lọmpr*); *kǿǧar-kœš*; *lẹ́dyar-lẹtχ*; *kambyẹ̀r-kampχ*; *štvdyẹ̀r-štvtχ*, *šfœyẹ̀r-šfœ́iχ*. — Die 2. p. sing. hat ihr *s* verloren, so daß überall, mit Ausnahme des ind. präs. derer auf *-are* die 3. pp. sing. (und die 1. p. pl.) zusammenfallen. — Die 2. p. pl. ist im ind. präs. nach dem imperat. gebildet; sonst ist *s* bewahrt; Ascoli's Erklärung, *Sag. lad.* 201 s. n., mag wohl kaum auf das berg. ausgedehnt werden. Auch im conj. präs., und nicht nur im impf., wie im rät. und lomb., ist der Ton zurückgezogen, so daß sonst alle 2. pp. plur. auf *´as* ausgehen. *as* im fut. ist analogisch an ein früheres *upurtarás* angehängt. — Im ganzen conj. präs. herrscht die Endung der lat. III. (*-am*). — Die lat. III. ist bis auf den inf. mit der II. zusammengefallen. — Als negativer imperat. sing. dient in V. ausschließlich der inf. (*nu purtẹ̀r kuẹl lọ*, cf. St. 73, 13 etc.), in S. daneben, wie mail. (cf. Maschka p. 47) auch das verb. fin. (*nul purtẹ̀* oder *nul pọ̀rta*). Als 1. p. pl. des imper. figurirt die entsprechende Person des Konjunktivs, entweder mit *ka: k um as ragọ̀rda, k um vẹ̀da*, cf. St. 76, 9; 51, 3; 69, 2; 77, 2; 82, 22; 86, 19 etc. (das Häufigste); oder mit einfacher Inversion des Pronomens: *ragọ̀rdamas*, cf. *lasciam* St. 24, 15; 28, 25; Stalder 23. Beides kombinirt: *Seam fedel e c'um en töu tgüra.* M. Aber auch die lomb. Form ist eingedrungen; ich hörte *dẹm, štẹm, avdẹ́m, indyẹ́m* (cf. St. 86, 3; M.) und lese außerdem *vandem* St. 133, 3 (aber 4) und *spedim*, M. — Außer den unten anzuführenden finde ich noch folgende starke Partizipien, von denen indessen manche den Stempel der Entlehnung tragen: *arts*; *cun-, sücess* St. 39, 1; 83, 4 etc.; *decis* St. 12. 16 etc.; *racolt*, M.; *incort* St. 99, 25; *kọrts* cf. St. 13, 10 etc.; *uffeis*, M.; *sofert*, St. 118, 5; *rifless*, St. 20, 9 (aber *rifletü*, St. 22, 24; 51, 12); *e-, prelett*, St. 66, 1; 116, 28; *mẹ̌s*; *mort* M.; *mọrts*; *suspeis*, M.; *pẹrts* (*pẹrts* S.), *de-, e-, propost*, St. 68, 14; 114, 16; 121, 2; *im-, surpreis*, St. 8, 26; 27, 9; M.; *impress* 111, 12; *reis*, M.; *rott*, St. 118, 31; *skritχ, sottoscritč*, St. 118, 17, aber *prescritt*, St. 112, 26; *risolt*, St. 135, 6; *steis*, St. 12, 1; *distint*, St. 8, 26; *stretg*, M.; *persuás*, cf. St. 51, 11 etc.; *assunta*, St. 160, 6; *inteis*, St. 22, 11; 32, 7 etc.; *stort*, St. 102, 26; *ọntχ*, cf. St. 122, 12; *divis*, M.; *rivolt*, St. 99, 29; die Liste ist gewiß unvollständig; manche andere Form bei Redolfi, deren verbale Verwendung ich aber nicht belegen

kann. — Die Kongruenzverhältnisse des part. pf. sind schwankend; gewöhnlich kongruirt es mit vorangehendem Objekt, St. 39, 12; 98, 22; 135, 11 etc.; ebenso beim Reflex., St. 31, 3; 148, 4; ja sogar: *la s'era imaginäda*, St. 109, 30; aber 151, 8; wegen Kongruenz mit grammatischem Subjekt cf. St. 151, 10; 152, 24; 157, 14; 165, 6.

Der stammhafte Wechsel hat, wie im rät. der analogischen Ausgleichung, wenn auch nicht in voller Integrität, widerstanden, z. B.:

lat. *a*: *pagẹr-pẹk; valẹir-vẹl; parẹir-pẹr; tažẹir-tẹš-utažẹ*, aber *tažẹ-taš-utažẹ* S.; (*parlẹ-pẹrl* [1]) S.); *mašnẹr* (mahlen) *-mẹišn* (*mẹšn* S.) deutet auf ē.

lat. *ĕ*: *nagẹr-nẹk* (läugnen) (*nẹk* S.); *sagẹr-sẹk*; *sarẹr, sẹr* (*sạr* S.); *tsarẹr* (öffnen) *-tsẹr* (*tsạr* S.); *satarẹr-satẹr* (*satạr* S.). Dazu die faktitiva auf *-antẹr* cf. *Arch.* VII 506, Gartner § 36: *yẹ -ẹnt*: *ardžantẹr* (spülen), *badantẹr* (ergötzen), *as-nagantẹr* (ertrinken), *škurantẹr* (aufscheuchen), *švgantẹr* (trocknen), *as-toškántẹr* (rät. *tissintar*), *muventär* etc., *Stria* 6, 22; 36, 26; 73, 20; 73, 24.

lat. *ĭ, ĕ*: *pagẹr-peis* (*pẹs* S.); *rasgẹr-reisk* (*rẹsk* S.) = **rĭs(e)co* [2]); *plagẹr-plẹk*; *manẹr-mẹŋ*; (*panẹ-pẹn* S.); (*tsarkẹ-tsẹrk* S.); *sakẹr-sẹk; sumyẹr-sumeiχ-suméya.*

lat. *ŏ*: *murír-mœr; as-insumyẹr* (träumen) *-ie m-insœ́mχ; duvrẹr-drọf* (*drœf* S.); *dyugẹr-dyọk* (*dyœk* S.); *tru(v)ẹr-trọf* (*trœf* S.) [3]); *ragurdẹr-ragọrt* (*ragọrt* S.).

lat. *ō, ŭ*: *muštrẹr-mọštr* (*musẹr-mọs* S.); *kọrar-ukurẹ; fudyir-fvtχ-ufudyi.*

lat. *au*: *ludẹr-lọt.*

Regelmäßige Konjugationen (ich gebe alle Abweichungen S.'s).

purtẹr (*purtẹ* S. und stammbetont *pọrt-*)

Ind. präs.: *pọrt, pọrta, pọrta, umpọrta* (S. häufiger *am-*), *upurtá, pọrtan.*

impf.: *purtẹva* (*purtẹ́va* S.), *umpurtẹva, upurtẹvan.*

fut.: *purtará, umpurtará, upurtarásas, purtarán.*

---

1) Das oberberg. Wort ist *tχantχẹr* (rät.), welches in S. unbekannt ist.

2) *ĭ* nach *risecáre* etc., cf. *Zeitschrift* VIII. 214. So auch das rät.: *radzdyẹr-rẹtstχ* (Silvaplana); *rogá-risk, rigẹl* (Bonaduz), *ragdyẹ-rẹgdyẹ* (Tavetsch) etc. cf. Gartner p. 186. n.

3) Dies z. B. sind nicht mehr die ursprünglichen stammbetonten Formen von V; man sollte *yẹ drœ́if, trœ́if, dyœk* erwarten. cf. Redolfi § 44 s. Hier hat Angleichung, nicht des betonten an den unbetonten Stamm stattgefunden, wohl aber der Stämme mit *ŏ* in off. Silbe an die mit *ŏ* in geschlossener.

Conj. präs.: *pǫ́rta, umpǫ́rta, upǫ́rtas, pǫ́rtan.*
impf.: *purtā̊s, umpurtā̊s, upurtā̊sas, purtā̊san.*
Imp.: *pǫ́rta, purtá.* Part. pass.: *purtá (purtę̧́ S.), purtę̧́da.*

Scharf ist das berg. vom rät. geschieden durch den Mangel an inchoativen Verben der ersten Konjugation. Bildungen mit *ędy-* sind häufig, sie dienen aber dem unbetonten wie dem betonten Stamme, haben also rein wortbildenden und nicht mehr flexivischen Werth, wie dies rät. doch noch mehr der Fall ist als Gartner § 155 zugeben will. Beisp.: *batadyę̧́r -yę batę́tχ; barkadyę̧́r* (steuern), *danadyę̧́r* (schädigen), *manadyę̧́r* (lenken), *natadyę̧́r* (reinigen), *sakadyę̧́r* (plündern), *šparkadyę̧́r* (mit Ruthen schlagen), *štadadyę̧́r* (sömmern), *štiradyę̧́r* (in die Länge ziehen), *toradyę̧́r* (bespringen), *vogadyę̧́r* (Holz riesen), *ž̌blankadyę̧́r* (bleichen).

vę́ndar [1]).
Ind. präs.: *vęnt, umvę́nt, u(v)andę́* [2]), *vę́ndan.*
impf.: *vandę́iva (vandęva S.).* fut.: *vandará.*
Conj. präs.: *vę́nda.* impf. *vandę́s.*
Imp.: *vęnt, vandę́* [3]). Part. pass.: *vandv́, vandv́da.*

durmír (drumí S., betonter Stamm: *drọm-).*
Ind. präs.: *dǫrm, umdǫ́rm, udurmí, dǫ́rman.*
impf.: *durmiva.* fut. *durmirá.*
Conj. präs.: *dǫ́rma.* impf. *durmī́s.*
Imp.: *dǫrm, durmí.* Part. pass. *durmí, durmída.*

Inchoativ: *kapír (kapí S.)*
kapíš, umkapíš, ukapí, kapíšan; kapíva; kapirá: ka yę kapíša; kapís; kapíš, kapí; kapí.

Die bemerkenswerthesten unregelmäßigen Verba sind:
ę́sar (ę̧sar S.).
suŋ, ę, ę, umsę́, usę́, ęn (sọm, ę̧, ę̧, amsę́, usę́, ę̧n S.); ę̧́ra (ę́ra S.);

1) St. läßt in der Sprache der Bondner öfters *-ar* weg (lomb.): *perd* 152, 9; *riflett* 118, 21; 156, 9, 14, 15. *ess* 127, 1 (aber *essar* 128, 1) und *bev* 126, 4 gehören sicher nicht nach S.

2) Wie *y* so ist auch *v* zwischen Vokalen gefährdet; es fällt in der zusammenhängenden Rede ganz, ohne daß Uebergangslaute deutlicher hervorträten (wie bei *y*, p. 76 n.): *uandę*; so hat in der *Stria* das impf. immer *-ea* statt *-eva*. Sogar im Anlaut: *yę uŋ* = ich gehe; *cáša æt?* = was willst Du; *vn da Isavrán* = ein Vicosopraner, so daß in S. der Ortsname geradezu *Isavrę̧n* oder *Savrę̧n* heißt.

3) St. hat einige Male *-ei*: *ardei* 76, 13; *dyei* 111, 4; 144, 16. (Stampa und V.).

2. p. pl.: *uęras; sará* 2. p. pl. *usarásas; sęa* (cf. p. 4 n.); *fus; štatχ(a)*; auch *dyv: yę suη dyv, Stria* 27, 6; 110, 24; 128, 32; 133, 28; Papanti 631, 5; 632, 16. fem. St. 121, 26 unflektirt 109, 9; cf. Mussafia, *Beitr. zur Geschichte d. rom. Spr.* 546. Diez, *Gramm.* [3]. II. 150; *Romania* II. 130.

(*a*)*vęir* (*avę* S.).
a, a, a, umá, u(*a*)*vę, an;* (*a*)*vęiva* (*vęva* S.); *vará; abbia* [1]) ist wohl ital. (*Stria: agia* und selten *ab*(*b*)*ia* 142, 24; 144, 6; M. immer *abbia*). *vęs; dyv.*

dęr (*dę* S.).
duη, da, da, umdá, udět, dan (*dǫiχ* [2]), *udę* S.); *dęiva* (selt. *dęva*) (*dęva* S.); *dará; dę*(*y*)*a; dęs* oder *dęs* (*dęs* S.); *da! dęt!* (*dę*, aber *nu dęt* S.); *datχ*(*-a*).

štęr (*stę* S.) = *dęr.*

indęr (*andę* S.). = **amdare, vadere,* **deire,* **am* + *deire. vuη, va, va, umva, uindyět, van* (*vǫiχ, udyę* S.); *indyęiva* (St. daneben *ingeva* 43. 30; 165, 7.) (*dyęva* S.); *indyará* (*dyará* S.); *vęda, u*(*v*)*ędas; indyęs* (*dyęs* S.); *va! indyět* (*dyę* aber *nu dyęt mia* S.); *indatχ* (*-a*) (*andatχ* S.).

fęr (*fę* S.).
fatχ, fa, fa, umfa, ufadyę, fan (*fǫiχ* S.); *fadyęiva* (*-ęva* S.); *fadyará; fádya; fadyęs; fa! fadyę! fatχ* (*-a*).

avdęir (*avdę* S.) = *videre.*
vęts [3]), *vę, vę, umvę, uavdę, vęn,* (*vętχ* S.); *ves*(*z*)*a* St. 27, 9; 34, 26. imp. *vę!*, was indessen auch: komm! heißen kann; deshalb wird gewöhnlich *guárda!* (*guęrda* S.) gesagt; *avdé!*.

vulęir (*vulę* S.).
vœiχ, vǫl [4]), *vǫl, umvǫl, uvulę, vœ*(*y*)*an* (S.: *vœiχ, vœl, vœl, umvœl, uvulę, vœlan.*) *vöja* St. 28, 5; 115, 3.

pudęir (*pudę* S.).
pǫs, pǫ, pǫ, umpǫ, upudę, pǫn; possa St. 126, 15 etc.

---

1) Ich höre deutlich *bb*; andrerseits notirte ich auch *uábyas* 2. p. pl. für V.

2) *dǫiχ, štǫiχ, vǫiχ, fǫiχ* sind Analogieformen, deren lautliche Basis *dǫ, štǫ, vǫ,* (*fǫ*) (= lomb., ital.) sich strenge scheidet von der oberbergellischen (= rät.); die Anfügung des *i* an *dǫ* etc. geschah nach dem Muster von *yę vœiχ*; cf. *tœiχ*.

3) Compos.: *je preved Stria* 67, 20.

4) Den hier zu erwartenden und wohl auch ursprünglichen Diphthong *œ* zeigt noch die Frageform: *vœt?* (aus **vœlt*) cf. p. 80.

sa(v)ẹir (*sa(v)ẹ́* S.).
sa, sa, sa, umsá, usa(v)ẹ́, san; (*sábbia* S.).

plažẹ́ir (*plažẹ́* S.) = *tažẹ́ir* (*tažẹ́* S. cf. oben p. 86).
plę̣š, plę̣š, plę̣š, umplę̣́š, uplažẹ́, plę̣́žan; plę̣́ža. tažẹ́ir wird gewöhnlich mit *dyọ* verwendet: *ka tv tę̣́ža dyọ!* (*yẹ taš dyọ* S.). — *jacēre* (rät.) fehlt; es ist ersetzt durch *az bvtę̣́r dyọ; az lugę̣́r dyọ; as patę̣́r dyọ*. Die Kuh liegt: *la văka l ẹ patę̣́da giọ;* er liegt (im Bett): *l ẹ lugá dyọ*, (auf dem Boden): *l ẹ bvtá dyọ*.

štu(v)ẹ́ir.
štǫ̣, štǫ̣, štǫ̣, umštǫ̣́, uštuẹ́, štǫ̣n konjugirte der Knabe; andere mischten — wie ich das auch im präs. des synonymen *debēre* am Rhein gefunden habe — conj. und ind.: *yẹ štǫ̣́a dir*, *tv štǫ̣́a, l štǫ̣́a, umštǫ̣́a, i štǫ̣́an* aber *uštuẹ́; štuẹ̄s; štọv́*. In S. hörte ich *dyẹ štuf andę̣́*, aber *tv štúa, l štǫ̣*. Das Verbum ist offenbar gefährdet; der gewöhnliche Ausdruck ist *vẹir da* (*fę̣́r*) cf. St. 27, 20; daher die Unsicherheit in den Formen bei direkter Nachfrage. — *debēre-du(v)ẹir* ist kaum gebräuchlich; ich hörte das part. *dọv́*.

krę̣́ir (*krẹ́* S.).
krẹk, krẹ, krẹ, umkrẹ́, ukradẹ́ krẹn; krẹ́ga.

dir (*di* S.).
dik, diš, diš, umdiš, udžẹ́, dížan; džẹ́iva (*džẹ́va* S.) *džará; díga; džẹ̆s; di! džẹ! ditχ* (*-a*).

tœr (*tœ̨* S.).
tœ́iχ, tœ, tœ, umtœ́, utulẹ́, tœn (*tœiχ tal, tœ́lan* S.) *töja* St. 69, 2; 103, 11. *tœ! tulẹ́* (häufiger: *tχápa; tχapá*) pt. *tulẹtχ*, auch *tœtχ* (in St. immer so: 13, 3; 102, 24; 109, 25; 111, 18; 121, 11; 122, 24).

trę̣r (*trę̣*) = *trahere, *tirare.*
Ich habe die Konjugation nur aus S.: *tir, tíra, tira, umtíra, utradyẹ́, tíran; tradyẹ́va; tradyará; tratχ.* Also ganz rät.[1]). (cf. St. 86, 16; 93, 20; 108, 15).

ñir (*ni* S.).
vẹñ, vẹñ, vẹñ, umvẹñ, uñí, vẹ́ñan (S. hat *ñ* nur in der 1. p. s.). *ñiva* (*niva* S.) *ñirá* (*nirá* S.); *vẹ́ña; ñĭs* (*nis* S.); *vẹ!* (cf. *Stria* 44, 31; 116, 8), *ñi* (*ni* S.)! *ñi, ñida* (*ni* S.). — Der imper. ist meist mit *tšọ* (*tša* S.) verbunden, I, 3, und in dieser Verbindung hat sich das ursprüngliche *vẹn* (*vẹñ*, cf. *Stria* 87, 16) zu *vẹ* verkürzt; so wird auch am Rhein *vẹñ* zu *ve* z. B. in *vegiú*, das ich in einer Liederhandschrift

1) Aus V. habe ich das Comp. *surtrę̣́r* (überziehen) mit *yẹ surtir* und *usurtirá*.

lese (cf. Gartner § 189); man braucht indessen, wie rät., auch das Adverb allein: *tšǫ!*

tañír flektirt wie *ñir* (imper. *tẹñ*), nur daß die ursprüngliche Konjugation sich erhalten hat im impf. (*tanẹiva*) neben *tañíva* und im fut. (*tañará*). Dieses auch in S., impf. aber *taniva* oder *tañíva*, wie denn *ñ* in diesem Verb in S. auch andere Formen ergreift: *utañí* oder *utaní*. imp. *tẹn! tañí!* pt. *tañí*.

Glossar.

bǫ́ra, Sägeblock I, 9.
brǫ́ka, Gebse II, 14.
dyǫ ist auch präpos. z. B. *indḗr dyǫ Bǫnt*, *dyǫ Mild́ŋ* I, 12.
dyvdḗr, helfen I, 5.
fẹr kum fẹŋ, so auch engad. beuen I, 5. — *da l buŋ*, es ernst meinen, III, 3; cf. St. 2, 19; 22, 20; 39, 21 etc.; aber — *da l bẹŋ*, wohlthun I, 6 (*bẹŋ* ist auch I, 12 subst.). — *par ẹ pǫ́šta* III, 6 oder — *ẹ pǫ́šta* (St. 165, 12) Spaß treiben; (sonst heißt *e posta* absichtlich St. 140, 27; 164, 11).
flur f., Rahm II, 18.
galúŋ, Schenkel, Bein III, 1.
kurtalíŋ, dim. v. *kurtẹl* Messer.
likḗr, lecken II, 18. cf. St. 2, 17; 34, 6.
mankḗr la fe, treulos sein III, 9.
mǫta oder *mǫt*, m. Abhang, Hügel I, 1.
nağarína eigentl. *ağarina* (*n* ist präpos.) n. p. Weiler oberhalb V. II, 6.
paltsḗr, ruhen II, 10.
pitíŋ dim. v. *pit*, klein I, 10.
sagatsḗr (yẹ sagẹ́ts), mit der breiten Sichel (*sagẹ́ts*) schneiden I, 3. cf. St. 7, 22.
sǫ́ma, nur III, 9.
suníŋ, Melkeimer II, 14.
tœr III, 2, 5 etc. Zu dieser Konstruktion habe ich augenblicklich keine Parallele; man sagt im berg. ganz gewöhnlich (*par*) *fẹr yẹ l fadyḗs*, (*par*) *dir yẹ l dğḗs* = thun würd' ich es schon etc.
vadrẹ́tχ, Gletscher II, 4.
vœ́ga, Holzriese I, 9, cf. p. 18.
ğgvrḗr, mit Wasser und Besen ein Gefäß auswaschen II, 14.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

October 1885.

(Fortsetzung.)

Adresses at the complimentary dinner to Dr. Benj. A. Gould.
Untersuchungen über die Rotationszeit des Planeten Mars v. G. van de Sande Bakhuyzen. Leyden.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde von Nederlandsch-Indie. 4. Folge. Theil X. 4. Heft.
Academie royale de Belgique. Bulletin. 54. année. 3. serie. Tome 10.
Archiv für Brakteatenkunde. 1. Band. 1. Heft. Wien.
Die Vergangenheit und Gegenwart der Königl. Ungar. naturwissenschaftlichen Gesellschaft. Gesch. für die Besucher der Ausstellung.
Ungarische Revue VIII—IX. Heft. 1885. Okt. Nov.
Mittheilungen des Vereins der Aerzte in Steiermark. XXI. Vereinsjahr 1884.
Die Bukowiner Landesbibliothek u. d. K. K. Universitätsbibl. in Czernowitz.
Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellschaft für Meteorologie. XX. Band. Okt. 1885.
The Canadian ricord of science. Vol. I. N. 4.
The Canadian Journal Toronto Upper Canada from the year 1852. Aug. Sept. Okt. Nov. Dec. 1853. 1854. 1855. Complete. In quarto.
Supplement to the Canadian Journal. 1854.
The Canadian Journal Toronto. in octavo.
Complete 1856, 1857, 1858, 1859, 1860, 1861, 1862, 1863, 1864, 1865.
January, April, July 1866.
Jan. Sept. Dec. 1867.
Dec. 1868.
April, July, Nov. 1869.
April, Okt. 1870.
May, Aug. 1871.
Febr., July, Dec. 1872.
May, Nov. 1873.
April, Aug. 1874.
March, July, December 1875.
Boletin del ministerio de fomento de la republica Mexicana No. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84.
Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indie. Deel XLIV. 8te Serie. Deel V.
Catalogus der Bibliotheek van de Koninkligke Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indie.
Archives du Musée Teyler. Serie II. Vol. II. Deuxieme partie.
Verhandelingen rakende Natuurligken en Geopenbaarden Godsdienst, utgeven door Teylers Godgeleerd Genootschap. Nieuwe serie 11. Deel. 2. Stuk.
Berichte über die Verhandlungen der K. Sächsischen Gesellsch. der Wissenschaften zu Leipzig. Philologisch-Historische Classe. 1885. III.
Systematic census of Australian Plants. Sec. annual supplem. 1884.

November 1885.

Ueber ein die Flächen kleinsten Flächeninhalts betreffendes Problem. Festschrift für K. Weierstraß v. H. A. Schwarz.
Mittheilungen des Vereines der Aerzte in Steiermark. XXI. Vereinsjahr 1884.
J. Henle. Nachruf v. Waldeyer.
Dekaden u. Monatsberichte des K. sächs. meteorologischen Instituts für 1884.
Jahrbuch des K. sächs. meteorologischen Institutes 1884. Zweiter Jahrgang.

33ster Jahresbericht der Naturhistorischen Gesellschaft zu Hannover für 1882 —1883.
Leopoldina. Halle. Heft XXI. 13—14, 15—16, 19—20. Fehlt 1 Nummer dazwischen.
Politische Correspondenz Friedrich's des Großen. 13ter Band.
Bulletino di Bibl. e di Storia delle science matematiche e fisiche di Roma. Tomo XVIII. Gennaio 1885. (Für die Gauss'-Bibliothek.)
Atti della reale Accademia dei Lincei. Anno CCLXXXII. Rendiconti. Vol. I. fasc. 24.
Nature. Vol. 33 No. 836, 837, 838, 839.
Report of the Voyage of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. XII.
Monthly notices of the R. astronomical society. Vol. XLV. No. 9. Supplementary number.
Proceedings of the Cambridge philos. society. Vol. V. Part. IV. 1885.
Journal and proceedings of the R. Society of New South Wales for 1884. Vol. XVIII.
Transactions and proceedings of the R. Society of Victoria. Vol. XXI.
Proceedings of the scientific meetings of the Zoological society of London 1885. Part. III. May and June.
Cours de Mécanique par M. Despeyrons avec notes par M. G. Darbond. Tome second.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. Deuxieme série. No. 2. 1885.
Travaux et mémoires du bureau international des Poids et Mesures. Tome IV.
Bulletin de l'Académie Royale de Belgique. 54e. année. 3. serie. tome 16. No. 9—10.
Tijdschrift voor indische Taal-, Land- en Volkenkunde. Deel XXX. Aflevering 3—4.
Notulen van de Algemeene en Bestuursvergaderingen van det Bataviasch Genootschap van Kunsten en Wetenschap. Deel XVIII. 1885. Afl. 1.
Verhandelingen van het Batav. Genootsch. v. K. en W. Deel XLV. Afl. I.
Mémoires de l'Académie Imperiale des sciences de St. Petersbourg. VII. série.
Tome XXXII. No. 14, 15, 16, 17, 18.
Tome XXXIII. No. 1. 2.
Zeitschrift d. Oesterreichischen Gesellschaft für Meteorologie. XX. Band. Nov.-Heft. 1885.
Ungarische Revüe. Fünfter Jahrg. X. Heft. Dez. 1885.
Sveriges Geologiska Undersökning.
Ser. Aa. No. 87. No. 93. No. 95. 96.
Ser. Ab. No. 8.
Ser. C. No. 68. No. 71. No. 73. No. 74. No. 75. No. 76. No. 77.
Second Geological Survey of Pennsylvania 1874. 1875.
Annual report of the Board of Regents of the Smithsionian Institution for the year 1883.
Memoirs of the American Academy of Arts and sciences. Centennial vol. Vol. XI. Part. II. N. 1.
Proceedings of the American Academy of A. a. S.
New series Vol. XII. from May 1884 to May 1885.
Embryology of the Ctenophorae by Al. Agaxsiz.
Publications of the Cincinnati Observatory. No. 8.
Proceedings of the Academy of natural sciences of Philadelphia. Part II. April to July 1885.
Bulletin of the American geographical society. 1885. No. 1.
Johns Hopkins university circulars Vol. IV. No. 42. No. 43.
Monographs of the Un. St. Geological Survey. Vol. VIII.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

10. März. №. 3. 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. Februar 1886.

Bestimmung der Elasticitäts-Constanten von Beryll und Bergkrystall.

Von

W. Voigt.

Festschrift zum 60jährigen Doctorjubiläum des Herrn Geh.-Rath Prof. Dr. F. Neumann in Königsberg.

Einleitung.

Die Beobachtungen, welche ich im Folgenden mittheile, zerfallen in drei Theile: die Bestimmung der Dimensionen der benutzten Krystallstäbchen, die Messung ihrer Biegungen und die ihrer Drillungen bei bekannter mechanischer Einwirkung.

Die Dicken und Breiten wurden mittelst eines Sphärometers beobachtet, welches analog den gewöhnlichen von Hermann und Pfister in Bern gefertigten construirt war mit dem einzigen Unterschied, daß an Stelle der Wasserwaage, deren Ausschlag die erfolgte Berührung des Messungsobjects anzeigt, ein Hebel angebracht war, der in einem bestimmten Augenblick die Schließung eines Telephons unterbrach. So war es möglich ohne eine feste Aufstellung zu arbeiten und die Beobachtung sehr wenig anstrengend zu machen.

Theoretisch wird die Messung mit dem Sphärometer von dem Druck abhängig, mit welchem der obere bewegliche Theil des Sphärometers auf dem Messungsobject in dem Augenblick lastet, wo die Wasserwaage oder das Telephon das Signal giebt; denn jener auf die äußerst kleine Berührungsstelle concentrirte Druck erzeugt daselbst eine Vertiefung, welche je nach der Elasticität der gedrückten Substanz eine verschiedene Größe besitzt und einen Fehler der Messung verursacht, wenn die Elasticität der Substanz sich von derjenigen des stählernen Tellers des Sphärometers unterscheidet.

Um zu entscheiden, ob dieser Fehler der Beobachtung zugänglich ist, habe ich eine genau fixirte Stelle eines Glasstäbchens bei verschiedenen Drucken, die von etwa 10 bis 150 gr. variirten, wiederholt gemessen. Die Mittel aus je 8 bis 10 Beobachtungen, fortschreitend von den kleinsten bis zu den größten Drucken, gaben für die Dicke

950,0 950,2 949,9 949,8 Trommeltheile des Sphärometers;

eine Abnahme der Dicke mit wachsendem Druck ist also kaum mit Sicherheit zu constatiren und für den vorliegenden Zweck absolut zu ignoriren.

Bei den eigentlichen Messungen habe ich meistens beträchliche Drucke angewandt in der Meinung, Fehlerquellen, die durch unsichtbare Stäubchen und unvollkommene Politur verursacht werden, dabei vollständiger unschädlich zu machen. In der That dürften diese als sehr kleine Unebenheiten auf der eigentlichen ebenen Grenzfläche aufzufassenden Theile durch einen kräftigen Druck erheblich zusammengedrückt werden.

Bei den Messungen der Dimensionen wurden die Krystallstäbchen längs eines auf dem Tischchen des Sphärometers befestigten in Millimeter getheilten Lineales hingeschoben, um die Messungen in constanten Entfernungen von den Kanten und in gleich weit von einander abstehenden $(n+1)$ Punkten vorzunehmen. Bei den Dickemessungen wurden 2 Beobachtungsreihen bei feststehendem Lineal nächst der Mittellinie des Stäbchens angestellt und zwischen ihnen das Stäbchen um die Längsrichtung gedreht. Das Mittel aus beiden giebt dann sehr nahe die Dicken in der Mittellinie selbst; zwei andere Reihen von Messungen wurden in $^1/_6$ der Breite Abstand von den Seitenkanten gemacht. Alle Beobachtungsresultate sind in den folgenden Tafeln so zusammengestellt wie die beobachteten Stellen etwa gegeneinander gelegen haben. Jede angegebene Zahl ist das Mittel aus 3—5 Einstellungen, die nie um $0{,}0005^{mm}$ differirten. Man bemerkt, daß die Flächen der Stäbchen stark uneben sind und daher die Genauigkeit der einzelnen Ablesungen größer ist, als eigentlich nöthig.

Das Mittel der vier auf einen Querschnitt bezüglichen Messungen ist als mittlere Dicke des Querschnitts selbst betrachtet und angegeben. Diese Zahlen stellen sich sehr genau durch die Formel dar;

$$1)\qquad D = D_0 + D_1 x + D_2 x^2.$$

Für die Berechnung ist nur die Abweichung δ der Dicke von einem Nährungswerth benutzt, wie dieselbe in den Beobachtungstafeln eingeführt ist, und berücksichtigt, daß die Beobachtungen in 1, 2, 3 . . . α $n$teln der Gesammtlänge von der Mitte des Stäbchens

angestellt sind. Demgemäß sind die $(n+1)$ Messungen durch die Formel darzustellen:

$$\delta_\alpha = \delta_0 \pm \alpha\delta_1 + \alpha^2\delta_2, \quad \alpha = 0, 1, 2 \ldots, \qquad 1a)$$

worin

$$\delta_1 = D_1 \frac{l}{n}, \quad \delta_2 = D_2 \frac{l^2}{n^2}$$

ist. Die Werthe δ_0, δ_1, δ_2 sind aus den Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, in die Formel für δ_α eingesetzt und die so erhaltenen Werthe unter »ber.« den beobachteten Mitteln gegenübergestellt, um ein Urtheil über die Uebereinstimmung der Formel mit der Messung zu gestatten.

Die Beobachtungen der Breiten sind auf den Mitten der Schmalseiten angestellt in zwei entgegengesetzten Lagen der Stäbchen. Bei den Bergkrystallstäbchen variirten die Breiten erheblich; sie sind daher für diese ebenfalls nach der Formel:

$$B = B_0 + B_1 x + B_2 x^2 \qquad 2)$$

oder

$$\beta_\alpha = \beta_0 \pm \alpha\beta_1 + \alpha^2\beta_2, \qquad 2a)$$

wo

$$\beta_1 = B_1 \frac{l}{n}, \quad \beta_2 = B_2 \frac{l^2}{n_2}$$

ist, berechnet wie die Dicken.

Die Biegungen der Stäbchen habe ich mittelst eines neuen Apparates beobachtet, der hauptsächlich construirt wurde, um das sehr anstrengende Messen von Größen, die nur wenige Hundertelmillimeter betrugen, mit dem Mikrometermikroscop zu umgehen und um Beobachtungen bei wechselnder Temperatur anstellen zu können.

Das Stäbchen liegt, wie gewöhnlich, auf zwei Schneiden; die Belastung greift an einem kleinen Stahlcylinder an, der quer über die Mitte des Stäbchens hinweggelegt wird; durch ein doppeltes Gelenk wird vermieden, daß die Belastung ein Drehungsmoment um die Längsaxe des Stäbchens ausübt.

Etwa 10^{cm} über dem Stäbchen befinden sich zwei sehr leicht gearbeitete, parallele, horizontale Stahlaxen, die sich zwischen Spitzen drehen und je eine kleine Rolle und einen Planspiegel tragen. Ein ganz feiner Platindrath ist mit seiner Mitte in eine flache Rinne des eben erwähnten Stahlcylinders gelegt, so daß er fast genau auf dem Stäbchen aufliegt und schlingt sich mit seinen beiden Enden um jene Röllchen; kleine Gewichte von ca. 8 gr. an beiden Enden spannen ihn straff. Bei einer Biegung des Stäbchens senkt sich also der

kleine Stahlcylinder, der Platindrath wird herabgezogen, die Röllchen drehen sich ein wenig; diese Drehung wird an den Spiegeln mit Fernrohr und Scala abgelesen und giebt das Maaß der erfolgten Biegung.

Beide Spiegel drehen sich in entgegengesetzter Richtung; dadurch wird jede Verschiebung oder Erschütterung des ganzen Apparats oder des Fernrohrs mit Scala unschädlich, wenn man die Summe der an beiden Spiegeln beobachteten Drehungen der Rechnung zum Grunde legt.

Die Reibung der Spiegelaxen in den Spitzen ist sehr gering und constant, da stets derselbe Druck auf sie ausgeübt wird. Man kann sie fast vollständig zum Verschwinden bringen, wenn man bei jeder Ablesung den ganzen Apparat durch leise Schläge an den ihn tragenden Wandtisch erschüttert; indeß habe ich es practischer gefunden, die Reibung dadurch zu eliminiren, daß ich, unter möglichster Vermeidung von Erschütterungen, bei der Belastung zunächst den gewünschten Werth etwas überschritt und die definitive Stellung durch Entlastung erreichte, also die Einstellung bei Belastung und Entlastung von höheren Zahlen her vornahm. Die Differenz beider Ablesungen ist von der Reibung frei, wenn diese als constant an beiden Stellen angesehen werden kann. Hierfür ergab sich die Prüfung dadurch, daß man eine beliebige Einstellung erst von größeren dann von kleineren Zahlen aus vornahm; die dann stattfindende Differenz (sie ist in den folgenden Tafeln über die Biegungen für die beiden Rollen unter ρ_1 und ρ_2 angegeben) ist direct die Wirkung der Reibung. Sie wechselte von Tag zu Tag etwas an Größe, vielleicht in Folge der Schwankungen der Temperatur, hielt sich aber während einer Beobachtungsreihe merklich constant.

Die Temperatur wirkt auf die Ablesung an dem Apparate nicht, wenn sie nur in der Zeit von Belastung bis Entlastung constant bleibt.

Die Auswerthung seiner Angaben geschah direct dadurch, daß zwei recht große Biegungen bei möglichst gleichen Umständen an demselben Apparat erst mit den Mikrometermikroscop, dann mit Fernrohr und Scala bestimmt wurden.

Die erstere ergab für 2 Lagen des Stäbchens in Scalentheilen σ des Mikroscopes ($\sigma = 1/1009^{mm}$)

1. Lage:	226,3	226,9	226,9	225,9	226,3	226,9	226,7	226,2
2. Lage:	227,2	227,7	226,9	226,1	226,8	227,9	226,9	226,0

im Mittel also $226{,}8^{\sigma}$; die Ablesung mit Spiegel und Fernrohr unter Berücksichtigung, daß von der Tangente auf den Bogen zu reduciren ist:

1. Lage:	900,6	900,6	900,1	899,3	900,6	899,9	900,0	899,1
2. Lage:	903,6	902,9	902,1	902,7	903,9	902,6	903,2	904,9

im Mittel also $901{,}7^{\mu}$.

Hiernach wird $1^{\mu} = 0{,}0002493^{mm}$.

Die zweite Biegung mit dem Mikroscop gemessen gab:

1. Lage:	104,7	104,9	104,5	104,0	104,5	104,3
2. Lage:	103,5	103,5	103,2	103,8	103,5	103,7

im Mittel $104{,}0^{\sigma}$.

Die Ablesung mit Spiegel und Fernrohr:

1. Lage:	415,8	416,8	415,8	415,2	415,2	416,1
2. Lage:	412,6	413,1	414,8	412,8	413,3	412,8

also im Mittel $414{,}5_{\mu}$.

Hiernach ist $1^{\mu} = 0{,}0002487^{mm}$.

Beide Werthe differiren nur um ca. 2 ‰; ich halte den ersten für etwas zu groß; indeß ist die Abweichung so gering, daß wir einfach das Mittel benutzen wollen und also setzen

$$1^{\mu} = 0{,}0002490^{mm}.$$

Diese Zahl ist bei der Berechnung der Beobachtungen angewandt.

Die direct beobachteten Biegungen sind noch mit einem Fehler behaftet, der von der Eindrückung der messingenen Lagerschneiden durch die Belastung herrührt. Da die Einrichtung des Apparates sehr dicke Stäbe aufzulegen nicht gestattete, bei welchen die Biegung unmerklich gewesen wäre und die Beobachtung jenen Fehler fast rein ergeben hätte, so habe ich einmal dasselbe Stäbchen in sehr verschiedenen Längen beobachtet und durch die Combination den Fehler bestimmt, ferner aber auch durch einen kleinen Hülfsapparat die Belastung nicht auf die Mitte des Stäbchens sondern direct auf seine unterstützten Enden wirken lassen und dadurch die Eindrückung der Lager rein erhalten. Hierbei ergab sich, daß keine merkliche Zusammendrückung der ganzen Unterlage, sondern nur eine Eindrückung des direct unter den Stäbchen liegenden Theiles der Schneide stattfand. Diese oft wiederholten Beobachtungen ergaben keine sehr gute Uebereinstimmung, sondern wichen bis zu 1^{μ} der Scala von einander ab, was wahrscheinlich in der Unregelmäßigkeit der Lagerschneiden sowie der Oberfläche der Stäbchen seinen Grund hat. Als wahrscheinlichsten Werth habe ich für die schmaleren Stäbchen von Beryll eine Eindrückung von $3{,}3^{\mu}$, für die breiteren von Bergkrystall von $2{,}8^{\mu}$ gefunden; die erstere bezieht sich auf eine Belastung von 60 g, die zweite auf eine von 56 g. Für eine Reihe von Beobachtungen sind neu angefertigte stählerne Auflageschneiden benutzt worden. Deren Durchdrückung ergab sich durch die besondern Beobachtungen für die Beryllstäbchen gleich $2{,}4^{\mu}$ für 60 g Belastung.

Die in Rechnung gezogene Eindrückung (eine etwa vorhandene des in der Mitte des Stäbchens aufliegenden Cylinders ist dabei mit eingerechnet) ist in den Biegungstafeln unter der Beziehung η' angegeben; sie ist je nach der Breite der benutzten Stäbchen etwas verschieden angenommen.

Die Durchdrückung der Lagerschneiden halte ich für eine der unangenehmsten Fehlerquellen bei den Biegungsbeobachtungen an sehr kurzen Stäbchen und kenne kein Mittel sie mit voller Zuverlässigkeit zu eliminiren, da man nicht sicher sein kann, ob sie auf dasselbe Stäbchen nicht je nach dem verschiedenen Auflegen verschieden wirken kann.

Die Drillungen wurden mittelst des an andrer Stelle beschriebenen [1]) Tortionsapparates beobachtet. Hier war die Reibung in den Axen größer, mit der Belastung und auch mit der Stellung der Rollen variabel; es war also nicht angängig, in derselben einfachen Weise wie bei den Biegungen zu verfahren, sondern es mußte das complicirtere früher [2]) beschriebene Verfahren zur Elimination angewandt werden, darin bestehend, daß die Stellung während der Belastung durch das Mittel aus zwei Einstellungen bestimmt wurde, die einmal von größeren, das andere Mal um ebenso viel von kleineren Belastungen her erreicht wurden. Die Stellung im entlasteten Zustande wurde durch die Ablesung nur bis auf einen constanten Fehler, die hier, als am selben Ort und bei derselben Belastung, constante Reibung, bestimmt und dieser unbekannte Fehler durch die Combination mehrerer Beobachtungen mit verschiedenen Belastungen eliminirt. Als kleinste Belastung wurde die je nach Umständen passend beschwerte Waagschale benutzt; ihr Gewicht ist gleichfalls als unbekannt beibehalten, da es bei der Elimination des genannten Fehlers von selbst herausfällt. Die angewandten Belastungen sind in den Drillungstafeln durch $G+$ der Anzahl der zugefügten Gramme angegeben. Die ihnen entsprechenden Drehungen, gemessen durch die Differenz der Bewegungen der um L von einander entfernt auf dem Stäbchen befestigteten Spiegel ist nach angebrachter Reduction von der Tangente auf den Bogen unter σ angegeben; ρ ist die an dem beweglichen Spiegel beobachtete Größe der Reibung, d. h. die Differenz der von oben und von unten erhaltenen Einstellung. Die Scala befand sich in zwei Perioden um 5163 resp. 5176^{mm} von den Spiegeln entfernt; ihre Angaben mußten corrigirt werden, da die Vergleichung mit dem Normalmeter die Scala als beim Aufkleben

1) W. Voigt, Pogg. Ann. Erg. Bd. VII, p. 185, 1875.
2) ib. p. 189.

zwar gleichmäßig aber bedeutend gedehnt erwies. 1^{μ} der Scala fand sich um

$$0{,}00374^{\mathrm{mm}}$$

zu lang.

Die Angaben rR, lR zeigen an, ob die Drillung mittelst der rechten oder linken Rolle des Torsionsapparates geschah; ihre Radien, d. h. die Hebelarme, an welchen die Belastung angriff, waren resp. gleich $36{,}85^{\mathrm{mm}}$ und $36{,}73^{\mathrm{mm}}$; wurde an beiden Rollen gedrillt, so ist der mittlere Werth $36{,}79^{\mathrm{mm}}$ bei der Berechnung benutzt.

Formeln für des hexagonale System.

Was die Berechnung der Elasticitätsconstanten aus den Beobachtungen anbetrifft, so definiren wir dieselben für das hexagonale System unter der Voraussetzung, daß die Z-Coordinantenaxe in die krystallographische Hauptaxe, die X- in eine Nebenaxe fällt, durch die Formeln:

$$\begin{aligned} -X_x &= c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z & \qquad -Y_z &= c_{44}y_z \\ -Y_y &= c_{12}x_x + c_{11}y_y + c_{13}z_z & \qquad -Z_x &= c_{44}z_x \\ -Z_z &= c_{13}x_x + c_{13}y_y + c_{33}z_z & \qquad -X_y &= \frac{c_{11}-c_{12}}{2}x_y \end{aligned} \tag{3}$$

Bezeichnet man mit

$$S = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11}-c_{12}}{2} \end{vmatrix} \tag{4}$$

die Determinante des Systems Coefficienten c_{hk} und mit S_{hk} den Coefficienten des $h$ten Elementes der $k$ten Reihe dieser Determinante (oder umgekehrt) so gelten die Relationen:

$$S_{11} = S_{22},\ S_{13} = S_{23},\ S_{44} = S_{55},\ S_{66} = 2\,(S_{11} - S_{12}); \tag{5}$$

sämmtliche S_{hk} für die $h \leqq k$ und $h + k \geqq 5$ verschwinden mit Ausnahme von S_{33}.

In diesen Größen giebt sich der Coefficient der linearen Dilatation E in einer durch die Richtungscosinus α, β, γ gegen dies Coornatensystem gegebenen Richtung durch die Formel:

$$SE = S_{11}(1-\gamma^2)^2 + S_{33}\gamma^4 + (S_{44} + 2S_{13})\gamma^2(1-\gamma^2); \tag{6}$$

derselbe ist also rings um die krystallographische Hauptaxe constant

Von dem reciproken Werth 1/E = *E*, den man gewöhnlich den Elasticitätscoefficienten nennt, hängt dann die Biegung eines rechtwinklichen Prismas von der Länge *L*, Breite *B*, Dicke *D* nach der Formel ab:

$$7)\qquad \eta = \frac{PL^3}{4ED^3B} = \mathrm{E}\frac{PL^3}{4D^3B}.$$

Ist das beobachtete Stäbchen nur nahezu prismatisch und die Dicke und Breite, wie oben angegeben (Formel 1) u. 2)) nach einer Function zweiten Grades mit der Länge variirend, so ist an Stelle von *D* und *B* ein mittlerer Werth zu setzen, der sich bestimmt aus:

$$8)\qquad \begin{aligned}(D) &= D_0 + \frac{n^2}{40}\left(\delta_2 - \frac{2\delta_1^2}{D_0}\right)\\ (B) &= B_0 + \frac{n^2}{40}\left(\beta_2 - \frac{\beta_1^2}{B_0}\right).\end{aligned}$$

Die Drillung eines rechteckigen Prismas hängt nicht durch einen einzigen Coefficienten mit den Elasticitätsconstanten zusammen. Dieselben üben ihren größten Einfluß auf jene indessen durch einen constanten Factor, den man als den Coefficienten der Drillung T bezeichnen kann, der wieder durch die Relation 1/T = *T* mit dem gewöhnlich Torsionscoefficienten zusammenhängt.

Dieser Coefficient der Drillung ist in den obigen Größen bestimmt durch die Relation:

$$9)\qquad S\mathrm{T} = S_{44} + (2(S_{11} - S_{12}) - S_{44})\gamma_2^2 + 4(S_{11} + S_{33} - S_{44} - 2S_{13})\gamma^2\gamma_1^2$$

worin γ, γ_1, γ_2 resp. die Cosinus der Winkel bezeichnen, welche die Drillungsaxe, die größere und die kleinere Querdimension mit der krystallographischen Hauptaxe bilden; T ist also wie E rings um die Hauptaxe constant.

Sind diese sämmtlichen drei Richtungen krystallographische Symmetrieaxen, d. h. Normale zu Symmetrieebenen so bestimmt sich der Drillungswinkel τ, der bei der Wirkung eines Drehungsmomentes *N* auftritt, aus der Formel:

$$10)\qquad \tau = \frac{3LN}{TD^3B\left(1 - \frac{3}{16}\lambda\frac{D}{B}\sqrt{\frac{T}{T'}}\right)}.$$

Hierin ist T' der Werth, welcher aus T wird durch Vertauschung von γ_1 und γ_2, λ eine complicirte Function des Argumentes $\frac{D}{B}\sqrt{\frac{T}{T'}}$, welche indeß für Werthe desselben, die $1/3$ nicht übersteigen, merklich constant = 3,361 ist.

Ist der gedrillte Körper nicht streng prismatisch, so kann man an Stelle von D und B in der vorstehenden Formel (10) einfach das arithmetische Mittel der Dicken und Breiten auf dem beobachteten Längenstück einführen.

Die im Folgenden beobachteten Stäbchen sind folgendermaßen gegen die Krystallaxen orientirt.

Die mit (0°) bezeichnete Gattung fällt mit der Längsrichtung in die krystallographische Hauptaxe. Die Lage der Querrichtungen ist hier ohne Einfluß. Es entspricht dieser Gattung der Werth:

$$SE_0 = S_{33} \qquad ST_0 = S_{44}. \tag{11}$$

Die mit (45°) bezeichnete Gattung liegt mit der Längsrichtung um 45° gegen die Hauptaxe geneigt, die kleinere Querdimension fällt in den Hauptschnitt. Demgemäß ist

$$SE_{45} = \frac{1}{4}(S_{11} + S_{33} + S_{44} + 2\,S_{13}). \tag{12}$$

Die mit (90°) bezeichneten Stäbchen liegen mit der Längsrichtung normal zur Hauptaxe; je nachdem die Bezeichnung A oder B zugefügt ist, liegt die kleinere oder die größere Querdimension parallel der Hauptaxe. Es gilt dann für A und B:

$$\begin{aligned} & SE_{90} = S_{11} \\ \text{für } A: \quad & ST_{90} = 2(S_{11} - S_{12}) \\ \text{für } B: \quad & ST'_{90} = S_{44}. \end{aligned} \tag{13}$$

Die Beobachtung der Drillung an der Gattung (90°) B giebt also keinen anderen Coefficienten, als die der Gattung (0°), indessen genügen auch die anderen fünf Bestimmungen zur Berechnung aller Constanten c_{hk}, deren Anzahl ja höchstens fünf ist und sich, wenn die Voraussetzung zutrifft, daß die Moleküle nach allen Richtungen hin in gleicher Weise auf einander einwirken, gar auf drei reducirt.

In dem letzteren Falle gelten nämlich nach Poissons Rechnung die Relationen:

$$c_{13} = c_{44} \qquad c_{12} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \text{ d. h. } c_{11} = 3c_{12}. \tag{14}$$

Zur Berechnung der allgemeinsten fünf Elasticitätsconstanten c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{33}, c_{44} aus den fünf Determinantenverhältnissen

$$\frac{S_{11}}{S} = s_{11}, \quad \frac{S_{12}}{S} = s_{12}, \quad \frac{S_{13}}{S} = s_{13}, \quad \frac{S_{33}}{S} = s_{33}, \quad \frac{S_{44}}{S} = s_{44}$$

hat man die folgenden fünf Gleichungen:

$$15)\quad \left|\begin{array}{ll} a) & c_{11}s_{11}+c_{12}s_{12}+c_{13}s_{13}=1 \\ b) & c_{12}s_{11}+c_{11}s_{12}+c_{13}s_{13}=0 \\ c) & 2c_{13}s_{13}+c_{33}s_{33}=1 \\ d) & c_{13}(s_{11}+s_{12})+c_{33}s_{13}=0 \\ e) & c_{44}s_{44}=1. \end{array}\right.$$

Aus Gleichung c, und d, folgt:

16)

$$c_{13}=\frac{-s_{13}}{s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2},\quad c_{33}=\frac{s_{11}+s_{12}}{s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2},$$

das erstere in a) und b) gesetzt gestattet zu bestimmen:

$$c_{11}=\frac{s_{11}s_{33}-s_{13}^2}{(s_{11}-s_{12})(s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2)}$$

$$c_{12}=\frac{s_{13}^2-s_{12}s_{33}}{(s_{11}-s_{12})(s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2)},$$

endlich giebt c) direct:

$$c_{44}=\frac{1}{s_{44}}.$$

Dabei ist nach Obigem:

$$17)\quad \left|\begin{array}{l} s_{11}=E_{90},\quad s_{12}=E_{,,}-\tfrac{1}{2}T_{90},\quad s_{13}=2E_{45}-\tfrac{1}{2}(E_{90}+E_0+T_0) \\ s_{33}=E_0,\quad s_{44}=T_0. \end{array}\right.$$

Diese Determinantenverhältnisse s_{hk} bestimmen nicht nur Dehnung und Drillung, sondern auch andere elastische Deformationen in viel einfacherer Weise als die eigentlichen Elasticitäts-Constanten.

Setzt man ein beliebiges Stück eines hexagonalen Krystalles einem allseitig gleichen Drucke p aus, so nehmen die Dilatationen parallel den Hauptaxen x_x, y_y, z_z und die Aenderungen der Winkel zwischen den Axen y_z, z_x, x_y die folgenden Werthe an:

$$18)\quad \begin{array}{l} x_x=-p(s_{11}+s_{12}+s_{13})=y_y \\ z_z=-p(2s_{13}+s_{33}) \\ y_z=z_x=x_y=0. \end{array}$$

Die Coefficienten von p in den Formeln für x_x, y_y und z_z wird man als Compressionscoefficienten bei allseitigem Druck normal und parallel zur Hauptaxe besonders bezeichnen können; wir setzen:

$$19)\quad A_{90}=s_{11}+s_{12}+s_{13}\qquad A_0=2s_{13}+s_{33}.$$

Der Coefficient der cubischen Compression ist dann:

$$20)\quad M=A_0+2A_{90}=s_{33}+2(s_{11}+s_{12})+4s_{13}.$$

Zwei Ebenen, deren Normalen die Richtungscosinus α_1, β_1, γ_1 und α_2, β_2, γ_2 gegen die Hauptaxen haben und mit einander den Winkel χ einschließen, erleiden bei allseitig gleichem Drucke p eine Aenderung dieses Winkels $\delta\chi$, die gegeben ist durch:

$$\delta\chi \,.\, \sin\chi = -p\,(s_{13}+s_{33}-s_{11}-s_{12})\,(2\gamma_1\gamma_2-(\gamma_1^2+\gamma_2^2)\cos\chi). \qquad 21)$$

Sie hängt also nur von dem einen Coefficienten:

$$B = s_{13}+s_{33}-s_{11}-s_{12} \quad \text{ab.}$$

War der Winkel χ ein rechter, so folgt einfacher:

$$\delta\chi = -p\,2\,B\gamma_1\gamma_2, \qquad 22)$$

$\delta\chi$ ist dann also $= 0$ wenn eine der beiden Normalen senkrecht zur Hauptaxe liegt, ein Maximum findet statt wenn beide 45° mit der Hauptaxe einschließen; dies Maximum ist $= -pB$.

Läßt man auf einen mit seiner Axe der Hauptaxe des Krystalls parallel gelegten Cylinder von beliebigem Querschnitt auf die Grundflächen den normalen Druck p_0, auf die Mantelfläche den normalen (constanten) Druck p_1 wirken, so erhält man

$$\begin{aligned} x_x &= -(p_1(s_{11}+s_{12})+p_0 s_{13}) = y_y \\ z_z &= -(p_1\,2\,s_{13}+p_0 s_{33}) \\ y_z &= z_x = x_y = 0. \end{aligned} \qquad 23)$$

Erwärmt man einen hexagonalen Krystall gleichförmig um ϑ Grade, so gilt:

$$\begin{aligned} x_x &= +\vartheta(q_1(s_{11}+s_{12})+q_0 s_{13}) = y_y \\ z_z &= +\vartheta(q_1\,2\,s_{13}+q_0 s_{33}) \\ y_z &= z_x = x_y = 0. \end{aligned} \qquad 24)$$

Hierin geben die q_0 und q_1 das Maaß der Wärmeabstoßung parallel und senkrecht der Hauptaxe. Kennt man die Größe der thermischen lineären Dilatation parallel und senkrecht zur Hauptaxe a_0 und a_1 und sind die s_{hk} durch Elasticitätsbeobachtungen bestimmt, so folgen aus:

$$\begin{aligned} a_0 &= q_1\,2\,s_{13}+q_0 s_{33} \\ a_1 &= q_1(s_{11}+s_{12})+q_0 s_{13} \end{aligned} \qquad 25)$$

die Werthe q_0 und q_1 für die betreffende Substanz. Finden sich dieselben einander gleich, so würde die Wärmeabstoßung nach allen Richtungen die gleiche und die durch eine gleichförmige Abkühlung hervorgebrachte Deformation der durch einen allseitig gleichen Druck erzeugten vollständig gleich sein.

Anmerkung. Ich muß an dieser Stelle ein Mißverständniß noch einmal berühren, welches ich schon früher[1]) hervorgehoben habe, daß aber trotzdem in die von Herrn O. E. Meyer veranstaltete Ausgabe von Herrn Geheimrath F. Neumanns Vorlesungen über Elasticitätstheorie übergegangen ist. In diesen Vorlesungen wurde eine Ableitung der elastischen Gleichungen für gewisse krystallinische Medien mitgetheilt und als von Poisson herrührend bezeichnet; da nun außerdem vorher die Hauptarbeiten Poissons über Elasticität genannt und die letzte von ihnen[2]) als die Anwendung der eigenthümlichen Methode Poissons auf krystallinische Medien enthaltend bezeichnet worden war, so haben die damaligen Hörer das Mitgetheilte als den wesentlichen Inhalt jener Arbeit angesehen. So habe ich in meinen ersten (unselbständigen) Publicationen jene Endformeln immer kurz als die Resultate der Poisson'schen Theorie bezeichnet.

Hierin liegt aber ein Irrthum. Die von Neumann mitgetheilten Formeln sind unter der Voraussetzung erhalten, daß die Moleküle der Krystalle keine Polarität besitzen, während Poisson in seiner letzten Arbeit die Polarität zuläßt, also zu viel allgemeinere Resultaten gelangt. Daher ist es auch mißverständlich, wenn Herr O. E. Meyer gewissen Beobachtungen kurz als mit der Poisson'schen Theorie nicht als vereinbar bezeichnet[3]); Thatsache ist nur, daß sie den speciellen Relationen, welche sich nach der Poisson'schen Methode für Moleküle ohne Polarität ergeben, widersprechen. Mit der allgemeinen Poisson'schen Theorie sind jedenfalls alle Resultate vereinbar, welche den aus anderen und in mancher Hinsicht allgemeineren Principien abgeleiteten Cauchy'schen, Neumann'schen und Kirchhoff'schen Formeln nicht widersprechen.

Ferner muß ich Einspruch erheben gegen die Art, wie Herr O. E. Meyer die Genauigkeit der von mir angestellten Elasticitätsbeobachtungen beurtheilt[4]). Er stellt in dem genannten Werke nicht directe Beobachtungswerthe einander gegenüber, die unter verschiedenen Umständen erhalten sind, sondern Zahlen, die nach ganz verschiedenen Formeln, von denen die eine von mir ausdrücklich als unzuläßlich bezeichnet ist, aus den Beobachtungen berechnet

---

1) W. Voigt, Berl. Ber. Bd. XXXVII, p. 971, 1883.
Bd. XLII, p. 999, 1884.

2) Mém. de l'Ac. Bd. XVIII, 1842.

3) F. Neumann, Vorlesungen über Elasticität p. 200.

4) ib. p. 201.

sind. Wenn dann die Resultate stark differiren, so ist dies doch gewiß nicht die Schuld der Beobochtungen. Ueber das Verhältniß zwischen Beobachtungen an derselben Substanz, die unter verschiedenen Umständen angestellt sind, habe ich an anderer Stelle ausführliche Angaben gemacht.

Im Folgenden sind die Beobachtungen so ausführlich mitgetheilt, daß man über die Zuverlässigkeit eines jeden Resultates leicht ein Urtheil gewinnen kann.

Beobachtungen am Beryll.

Das Beobachtungsmaterial lieferte ein prachtvolles säulenförmiges Fragment eines großen Krystalles aus dem Ural, welches parallel der Hauptaxe circa 50^{mm}, parallel den Nebenaxen circa 20^{mm} maß. Ich verdanke derselben meinem verehrten Kollegen Prof. C. Klein und benutze die Gelegenheit, um ihm für die großartige Liberalität, mit welcher er dies dem Mineralogen höchst werthvolle Stück der physikalischen Untersuchung geopfert hat, den allerwärmsten Dank auszusprechen.

Der Beryll ist ein so besonders günstiges, ja unvergleichliches Object für Elasticitätsbeobachtungen, weil er nur in holoedrischen Formen und fast nie verzwillingt beobachtet ist, also mit Sicherheit als Repräsentant des einfachen hexagonalen Systems hingestellt werden kann.

Das schöne Krystallfragment, welches ich benutzen durfte, war von fast regelmäßig sechsseitigen Querschnitt, auf den Flächen wie gewöhnlich parallel der Hauptaxe gestreift. Dieser Streifung entsprachen im Innern zahlreiche röhrenartige mehr oder weniger feine Längsspalten, welche bei der Zerlegung des Krystalls in Stäbchen sorgfältig vermieden werden mußten. Um dies leichter zu können wurden soviel als möglich die Breitseiten der Stäbchen parallel der Hauptaxe gelegt; offenbar war dadurch die Möglichkeit vergrößert störungsfreie Präparate zu erzielen. Wie aus dem Vorstehenden sich ergiebt, war indessen zur Bestimmung aller Konstanten die Beobachtung der Drillung von Stäben, deren Längs- und Breitenrichtungen senkrecht zur Hauptaxe lagen (Gattung 90^0 A) nicht zu umgehen; diese Gattung zeigte demgemäß die zahlreichsten kleinen, die Stäbchen ganz durchsetzenden Sprünge und eine ziemliche Anzahl ist bei der Herstellung, bei der Einspannung und schließlich noch bei der Drillung bei mäßigen Belastungen zerbrochen. Die erst bei den Beobachtungen gesprungenen ergaben unverhältnißmäßig kleine Werthe der Torsionsconstanten T (d. h. geringen Widerstand gegen die Torsion) und durften, da offenbar eben jene Sprünge die Ursache der Abweichung waren, von der Schlußberechnung ausgeschlossen werden.

Bei dieser unangenehmen Eigenschaft jener Gattung Stäbchen mußten schließlich alle sprungfreien kurzen Stückchen ausgenutzt werden und durch einige Vorsicht sind noch bei Längen von nur etwa 10^{mm} gute und sichere Resultate erreicht worden, wenn gleich natürlich den ungünstigeren Umständen entsprechend der wahrscheinliche Fehler der Endresultate hier größer ist, als bei den übrigen Gattungen.

Da die klar ausgeprägte Krystallform des Berylls die Bestimmung der Orientirung der Stäbchen noch weiter durchzuführen gestattete, als nach ihrem optischen Verhalten allein möglich gewesen wäre, so habe ich die günstige Gelegenheit benutzt, um außer der Bestimmung der Constanten auch noch eine andere Aufgabe zu lösen.

Die Theorie ergiebt, wie ich früher gezeigt habe[1]), das Resultat, daß bei holoedrischen hexagonalen Krystallen Richtungen, die durch Drehung um die Hauptaxe zur Deckung gebracht werden können, elastisch gleichwerthig sind. Dieses mit dem mineralogischen Verhalten des Systems in so eigenthümlichem Widerspruch stehende Resultat konnte am Beryll geprüft werden. Die zunächst für die Biegungsbeobachtungen bestimmten Stäbchen normal zur Hauptaxe, welche, wie oben ausgeführt, ihre Breitenseiten parallel der Hauptaxe hatten, sind zum Theil so geschnitten, daß die Längsrichtung in eine krystallographische Nebenaxe (Gattung 90^0 B I) fällt, zum Theil so, daß sie den Winkel zwischen zweien halbirt (Gattung 90^0 B II). Die hiermit angestellten Beobachtungen sind unten mitgetheilt.

Ferner ergiebt die Theorie das Resultat, daß die Torsionscoefficienten der beiden Gattungen 90^0 B I und II nicht nur unter einander sondern auch mit dem an der Gattung 0^0 erhaltenen übereinstimmen sollen; auch dieser Punkt ließ sich durch die Beobachtung prüfen.

Zu den unten folgenden Beobachtungstafeln ist nach den bezüglichen allgemeinen Bemerkungen in der Einleitung wenig mehr zu bemerken. Die große Kostbarkeit des Materials, welche die öftere Wiederholung der Beobachtungen unwahrscheinlich erscheinen läßt, rechtfertigt die ausführliche Mittheilung der angestellten Messungen.

Die Querdimensionen sind in Trommeltheilen des Sphärometers ($= 1/992{,}7^{mm}$) angegeben. Die Berechnung der δ_0, δ_1, δ_2 ist oben besprochen. Die Anordnung der für δ gegebenen Zahlen entspricht der Vertheilung der Messungen auf der Breitseite des Stäbchens, die mittleren Reihen sind sehr nahe der Mitte, die äußeren um etwa $^1/_6$ der Breite vom Rande entfernt beobachtet.

Die Biegungen und Torsionen sind in Millimetern der Beobachtungsscala (gleich $0{,}000249^{mm}$) unter Anwendung der Reduction von

1) W. Voigt, Wied. Ann. Bd. XVI p. 408, 421 u. 427, 1882.

der Tangente auf den Bogen angegeben, die für die Berechnung anzuwendenden Dicken D nach der Formel (8) berechnet, für die Breite B ist das arithmethische Mittel der beobachteten Werthe genommen; dabei ist um wirklich den Mittelwerth zu erhalten der am Anfang und Ende gemessene Werth nur mit halben Einfluß verwendet. Dasselbe ist bei den zur Berechnung der Torsionsbeobachtungen bestimmten Werthe mit den auf der beobachteten Länge liegenden Messungen geschehen. L ist die benutzte Länge, ϑ die Beobachtungstemperatur, ρ das Maaß der Reibung der Axen, P die Belastung, η' die Durchdrückung der Lager bei den Biegungsversuchen. Bei den Torsionsversuchen ist das Gewicht der Waagschaale G unbestimmt gelassen und die Anzahl der zugefügten Gramme angegeben, die Berechnung der einer gegebenen Belastung entsprechenden Torsion τ ist oben besprochen.

Bei sämmtlichen Beobachtungen hat mir Herr Dr. Hennig vom math.-physikalischen Institut der Universität vielfältigste Hülfe geleistet.

Dimensionen.

0° No. 1.

$D = 500 + \delta$

$\delta =$	−0,1	+5,4	11,7	21,6	28,4
	+5,0	9,7	16,5	26,8	30,9
	5,2	9,1	16,7	25,3	30,4
	4,2	9,3	16,7	25,5	29,8
Mittel	3,6	8,4	15,4	24,8	29,9
ber.	3,1	9,3	16,0	23,1	30,7

$\delta_0 = 16,0$, $\delta_1 = 6,9$, $\delta_2 = 0,21$.

$B = 4000 + \beta$

$\beta =$	4,3	30,8	45,0	56,1	45,6
	3,7	32,3	45,8	55,7	44,1
Mittel	4,0	31,5	45,4	55,9	44,8

0° No. 2.

$D = 500 + \delta$

$\delta =$	−1,3	+6,0	14,2	24,4	32,0
	+0,6	8,7	17,4	27,0	34,0
	2,0	8,8	16,8	26,2	33,9
	1,2	9,9	17,2	27,8	35,0
Mittel	0,6	8,3	16,4	26,3	33,7
ber.	0,4	8,6	16,9	25,4	34,0

$\delta_0 = 16,9$, $\delta_1 = 8,4$, $\delta_2 = 0,09$.

$B = 4000 + \beta$

$\beta =$	−20,5	+23,5	44,5	51,6	33,2
	−21,1	+23,9	44,5	52,5	32,8
Mittel	−20,8	23,7	44,5	52,0	33,0

0° No. 3.

$D = 500 + \delta$

$\delta =$	5,2	7,5	13,2	23,0	32,6
	4,0	6,8	12,1	21,6	33,7
	9,6	7,7	12,9	22,7	33,0
	6,3	3,8	9,2	20,2	30,4
Mittel	6,3	6,5	11,8	21,9	31,9
ber.	5,8	7,2	12,2	20,6	32,6

$\delta_0 = 12,2$, $\delta_1 = 6,7$, $\delta_2 = 1,74$.

$B = 4000 + \beta$

$\beta =$	−4,5	+30,6	48,1	55,0	38,2
	−4,5	+30,5	46,8	55,7	36,1
Mittel	−4,5	+30,5	47,4	55,3	37,2

0° No. 4. $D = 500 + \delta$ | $B = 3800 + \beta$

$\delta =$	42,8	35,2	23,8	24,5	9,0	$\beta =$	134	124	112	98	76
	51,8	37,9	26,9	25,9	10,5		134	125	112	99	72
	51,3	37,6	26,6	16,9	7,3	Mittel	134	124	112	99	74
	45,9	37,8	28,0	24,5	9,0						
Mittel	48,0	(37,1)	26,3	(21,3)[1]	8,4						
ber.	48,0	36,7	26,3	16,9	8,4						

$\delta_0 = 26{,}3,\ \delta_1 = 9{,}9,\ \delta_2 = 0{,}47.$

0° No. 5. $D = 500 + \delta$ | $B = 3900 + \beta$

$\delta =$	28,0	19,8	12,1	7,7	1,6	$\beta =$	65	62	59	58	56
	28,7	21,0	13,1	7,0	4,4		66	62	59	60	58
	28,7	20,7	13,1	6,8	2,0	Mittel	65	62	59	59	57
	29,6	21,5	13,1	8,2	4,4						
Mittel	28,7	20,8	12,9	7,4	3,1						
ber.	29,0	20,6	13,2	7,6	3,0						

$\delta_0 = 13{,}2,\ \delta_1 = 6{,}5,\ \delta_2 = 0{,}69.$

45° No. 1. $D = 500 + \delta$ | $B = 3800 + \beta$

$\delta =$	13,3	23,0	32,4	41,5	48,2	$\beta =$	78,8	99,1	113,9	128,0	138,9
	17,0	28,3	38,8	44,5	52,7		81,2	100,9	115,3	129,2	137,1
	17,1	28,9	38,2	45,5	52.1	Mittel	80,0	100,0	114,6	128,6	138,0
	17,1	28,4	37,4	44,8	50,3						
Mittel	16,1	27,1	36,7	44,1	50,8						
ber.	16,0	27,2	36,6	44,4	50,4						

$\delta_0 = 36{,}6,\ \delta_1 = 8{,}6,\ \delta_2 = -0{,}84.$

45° No. 2. $D = 500 + \delta$ | $B = 3800 + \beta$

$\delta =$	15,5	15,6	23,0	33,4	44,2	$\beta =$	88,0	102,5	116,0	131,0	143,0
	13,7	17,7	24,7	35,9	47,9		87,1	103,2	117,3	133,4	141,5
	15,4	19,4	25,3	36,6	47,2	Mittel	87,5	102,8	116,7	132,2	142,2
	14,8	19,5	25,5	36,6	48,3						
Mittel	14,8	18,0	24,6	35,6	46,9						
ber.	14,5	18,3	25,0	34,7	47,3						

$\delta_0 = 25{,}0,\ \delta_1 = 8{,}2,\ \delta_2 = +1{,}47.$

45° No. 3. $D = 500 + \delta$ | $B = 3800 + \beta$

$\delta =$	− 3,5	+ 1,3	8,4	19,5	29,8	$\beta =$	96,2	113,4	125,6	142,8	153,7
	+ 0,5	4,5	11,5	22,3	34,5		96,8	112,3	128,1	143,1	152,1
	2,2	3,3	10,6	21,8	34,8	Mittel	96,5	112,8	126,8	143,0	152,9
	2,3	6,0	12,8	23,8	35,5						
Mittel	0,4	3,8	10,8	21,9	33,7						
ber.	0,1	4,1	11,1	21,1	34,1						

$\delta_0 = 11{,}1,\ \delta_1 = 8{,}5,\ \delta_2 = 1{,}49.$

1) An dieser Stelle ist, wie die Messungen zeigen, eine offenbare Unregelmäßigkeit der Stäbchenoberfläche vorhanden. Diese und die correspondirende zweite Messung ist daher von der Berechnung ausgeschlossen.

45° No. 4. $D = 500 + \delta$ — $B = 3900 + \beta$

δ =	8,9	14,4	20,3	27,2	35,2
	11,5	19,5	22,7	29,8	36,3
	14,9	17,5	22,7	30,1	36,7
	8,9	14,4	20,3	27,2	35,2
Mittel	12,5	18,6	22,2	29,1	36,3
ber.	12,9	17,5	22,9	29,1	36,1

$\delta_0 = 22,9, \delta_1 = 5,8, \delta_2 = 0,4.$

β =	53	56	56	61	64
	54	56	56	60	64
Mittel	54	56	56	60	64

90° A. No. 1. $D = 600 + \delta$ — $B = 3900 + \beta$

δ =	79,9	79,1	77,8	77,8	76,1
	83,2	82,4	81,0	80,6	79,2
	83,7	81,9	81,1	80,4	79,2
	83,9	83,1	82,9	81,5	80,1
Mittel	82,7	81,6	80,7	80,1	78,7

β =	0	10	6
	4	11	6
Mittel	2	10,5	6

90° A. No. 2. $D = 600 + \delta$ — $B = 3900 + \beta$

δ =	88,5	85,6	76,7
	81,6	73,9	65,1
	80,1	78,4	69,2
	72,2	67,8	58,4
Mittel	80,6	76,4	67,4

β =	44	51	57
	44	50	55
Mittel	44	50,5	56

90° A. No. 3. $D = 600 + \delta$ — $B = 3900 + \beta$

δ =	76,7	85,5	81,4
	74,0	80,1	81,3
	73,3	80,4	80,1
	75,9	81,0	79,7
Mittel	75,0	81,8	80,6

β =	47	55	58
	46	56	60
Mittel	46	56	59

90° A. No. 4. $D = 600 + \delta$ — $B = 3900 + \beta$

δ =	95,1	94,3	93,4
	94,6	94,2	93,8
	(99,3	99,5)[1]	93,5
	95,8	92,7	92,6
	96,2	95,2	93,3

β =	20	19	9
	20	19	9
Mittel	20	19	9

90° A. No. 5. $D = 600 + \delta$ — $B = 3900 + \beta$

δ =	75,3	77,6	81,2
	74,5	78,3	81,4
	77,0	79,3	80,9
	77,8	78,7	85,0
Mittel	76,2	78,5	82,1

β =	9	9
	9	6
Mittel	9	7

90° A. No. 6. $D = 600 + \delta$ — $B = 3900 + \beta$

δ =	82,5	83,6	84,7
	87,1	88,1	89,9
	88,8	88,2	90,0
	90,0	88,1	89,2
	87,1	87,0	88,4

β =	3	0
	2	2
Mittel	2	1

1) Nachweisbare oberflächliche Verunreinigung, die sich nicht entfernen ließ.

90° BI. No. 1. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	40,8	57,4	75,8
	47,6	62,9	80,2
	47,8	63,6	79,7
	48,9	64,0	81,1
Mittel	46,3	62,0	79,2

$\delta_0 = 62{,}0,\ \delta_1 = 16{,}4,\ \delta_2 = 0{,}75.$

$B = 4000 + \beta$

$\beta =$	53,8	70,3	78,5
	54,4	71,1	78,3
Mittel	54,1	70,7	78,4

90° BI. No. 2. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	34,1	49,1	62,5
	43,9	56,4	71,9
	44,1	57,9	72,9
	50,7	65,6	78,0
Mittel	43,2	57,2	71,3

$\delta_0 = 57{,}2,\ \delta_1 = 14{,}0,\ \delta_2 = 0{,}05.$

$B = 4000 + \beta$

$\beta =$	81,3	79,5	65,7
	82,6	80,5	65,5
Mittel	82,0	80,0	65,6

90° BII. No. 1. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	21,3	47,4	78,5
	25,0	49,5	81,7
	25,9	49,4	80,8
	29,7	55,8	85,5
Mittel	25,5	50,5	81,6

$\delta_0 = 50{,}5,\ \delta_1 = 28{,}0,\ \delta_2 = 3{,}05.$

$B = 3800 + \beta$

$\beta =$	79,7	93,7	115,7
	80,4	94,1	116,3
Mittel	80,0	93,9	116,0

90° BII. No. 2. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	38,8	57,0	76,1
	43,2	60,6	82,8
	43,6	60,0	83,0
	46,1	64,0	83,6
Mittel	42,9	60,4	81,4

$\delta_0 = 60{,}4,\ \delta_1 = 19{,}2,\ \delta_2 = 1{,}75.$

$B = 3800 + \beta$

$\beta =$	84,6	98,8	117,9
	85,1	100,0	117,1
Mittel	84,8	99,4	117,5

90° BII. No. 3. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	36,8	51,0	72,7
	47,1	59,7	81,9
	48,3	59,2	85,4
	49,8	63,4	86,2
Mittel	45,5	58,3	81,5

$\delta_0 = 58{,}3,\ \delta_1 = 18{,}0,\ \delta_2 = 5{,}2.$

$B = 3800 + \beta$

$\beta =$	113,8	92,2	80,2
	115,2	91,6	78,2
Mittel	114,5	91,9	79,2

90° BII. No. 4. $D = 400 + \beta$

$\delta =$	76,6	68,3	61,0
	80,3	74,9	69,9
	82,3	73,6	66,8
	84,0	75,4	68,4
Mittel	80,7	73,1	66,5

$B = 3800 + \delta$

$\beta =$	86	99	109
	89	98	110
Mittel	88	99	109

Biegungen.

0° No. 1. $L = 34{,}4,\ B = 4036,\ D = 516{,}0,\ P = 60,\ \vartheta = 16{,}5,\ \eta' = 3{,}0.$

1. Lage. $\eta =$	199,7	200,0	200,0	199,9	200,9	200,2
2. Lage. $\eta =$	202,1	201,2	203,0	201,8	201,9	203,4

Mittel $\eta = 201{,}2,\ \rho_1 = 2{,}8,\ \rho_2 = 2{,}4,\ E = 21670000.$

No. 2. $L = 34{,}4$, $B = 4026{,}5$, $D = 516{,}8$, $P = 60$, $\vartheta = 17$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta = 199{,}5$ 199,7 199,0 200,0 199,9 199,9
2. Lage. $\eta = 201{,}3$ 201,2 200,8 201,1
Mittel $\eta = 200{,}4$, $p_1 = 2{,}9$, $p_2 = 2{,}5$, $E = 21710000$.

No. 3. $L = 34{,}4$, $B = 4033$, $D = 511{,}6$, $P = 60$, $\vartheta = 16{,}4$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta = 204{,}7$ 205,6 204,4 206,3 207,2 205,7
2. Lage. $\eta = 204{,}0$ 204,5 206,2 204,5 204,3 204,3.
Mittel $\eta = 205{,}1$, $p_1 = 3{,}5$, $p_2 = 2{,}8$, $E = 21820000$.

No. 4. $L = 34{,}03$, $B = 3910$, $D = 526{,}3$, $P = 60$, $\vartheta = 18$, $\eta' = 2{,}4$.
1. Lage. $\eta = 189{,}3$ 189,1 189,4 189,3 189,3 189,1
2. Lage. $\eta = 189{,}4$ 189,8 189,2 190,0 189,7 189,9
Mittel $\eta = 189{,}4$ $p_1 = 3{,}3$, $p_2 = 2{,}5$, $E = 21580000$.

No. 5. $L = 34{,}03$, $B = 3960$, $D = 513{,}4$, $P = 60$, $\vartheta = 19$, $\eta' = 2{,}4$.
1. Lage. $\eta = 202{,}0$ 201,5 202,1 201,9 202,4 202,1
2. Lage. $\eta = 202{,}6$ 202,8 202,0 202,0 202,5 202,3
Mittel $\eta = 202{,}3$, $p_1 = 3{,}5$, $p_2 = 2{,}3$, $E = 21470000$
Gesammtmittel $E_0 = 21650000$, $E_0 = 4{,}619 \cdot 10^{-8}$
Wahrscheinlicher Fehler ± 40000, $\pm 0{,}0085$.

45° No. 1. $L = 30{,}4$, $B = 3912$, $D = 536{,}2$, $P = 60$, $\vartheta = 16{,}5$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta = 154{,}6$ 153,8 153,9 154,2 154,6 153,9
2. Lage. $\eta = 152{,}4$ 153,2 152,0 152,1 152,6 152,4
Mittel $\eta = 153{,}3$, $p_1 = 3{,}6$, $p_2 = 2{,}8$, $E = 17700000$.

No. 2. $L = 30{,}4$, $B = 3920$, $D = 524{,}5$, $P = 60$, $\vartheta = 18$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta = 161{,}9$ 161,3 161,4 161,4 160,8 161,5
2. Lage. $\eta = 159{,}4$ 159,2 158,7 159,0 159,2 159,7
Mittel $\eta = 160{,}3$, $p_1 = 2{,}5$, $p_2 = 2{,}0$, $E = 18020000$.

No. 3. $L = 30{,}4$, $B = 3926{,}4$ $D = 511{,}5$, $P = 60$, $\vartheta = 18$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta = 171{,}8$ 172,5 172,3 172,6 171,9 172,3
2. Lage. $\eta = 169{,}7$ 170,6 170,6 170,5 171,2 170,7
Mittel $\eta = 171{,}4$, $p_1 = 3{,}0$, $p_2 = 2{,}5$, $E = 18130000$.

No. 4. $L = 30{,}03$, $B = 3958$, $D = 525{,}1$, $P = 60$, $\vartheta = 18$, $\eta' = 2{,}4$.
1. Lage. $\eta = 153{,}2$ 152,9 153,2 153,8 153,0 153,1
2. Lage. $\eta = 153{,}4$ 154,0 153,8 154,3 154,6 154,5
Mittel $\eta = 153{,}6$, $p_1 = 3{,}5$, $p_2 = 2{,}2$, $E = 18010000$.
Gesammtmittel $E_{45} = 17960000$, $E_{45} = 5{,}568 \cdot 10^{-8}$
Wahrscheinlicher Fehler ± 62000, $\pm 0{,}019$.

90° BI. No. 1. $L = 22{,}35$, $B = 4067{,}7$, $D = 462{,}0$, $P = 60$, $\vartheta = 19$, $\eta' = 3{,}0$.
1. Lage. $\eta = 71{,}7$ 72,8 72,0 72,1 72,4 72,5 72,6 73,0
2. Lage. $\eta = 73{,}8$ 73,8 73,5 73,2 72,8
Mittel $\eta = 72{,}9$, $p_1 = 2{,}8$, $p_2 = 2{,}0$, $E = 23300000$.

No. 2. $L = 18,4$, $B = 4076$, $D = 457,1$, $P = 70$, $\vartheta = 17,2$, $\eta' = 3,4$.

1. Lage. $\eta = 50,7$ 50,6 50,5 50,3 50,5 50,8

2. Lage. $\eta = 52,3$ 51,3 52,1 52,2 51,6 51,7 52,3 51,9 51,3

Mittel $\eta = 52,2$, $p_1 = 3,0$, $p_2 = 2,0$, $E = 22850000$.

. Wegen der Belastung mit 70 gr. ist η' um 0,4 vergrößert.

90° B II. No. 1. $L = 22,4$, $B = 3897$, $D = 450,5$, $P = 60$, $\vartheta = 21,5$, $\eta' = 3,0$.

1. Lage. $\eta = 87,0$ 86,7 87,0 86,4 86,7 86,8

2. Lage. $\eta = 87,2$ 87,9 87,5 88,5 87,6 87,8

Mittel $\eta = 87,3$, $p_1 = 2,5$, $p_2 = 2,2$, ($E = 21890000$.)

No. 2. $L = 22,4$, $B = 3901$, $D = 460,4$, $P = 60$, $\vartheta = 21,5$, $\eta' = 3,0$.

1. Lage. $\eta = 77,6$ 77,7 77,6 77,6 77,8 77,9

2. Lage. $\eta = 77,2$ 77,3 76,9 76,9 77,1 76,9

Mittel $\eta = 77,4$, $p_1 = 2,4$, $p_2 = 2,0$, $E = 23210000$.

No. 3. $L = 20,4$, $B = 3895$, $D = 458,7$, $P = 60$, $\vartheta = 21,8$, $\eta' = 3,0$.

1. Lage. $\eta = 60,2$ 60,4 60,9 60,4 60,2 60,3

2. Lage. $\eta = 59,9$ 60,0 59,8 59,9 60,1 59,7

Mittel $\eta = 60,2$, $p_1 = 2,4$, $p_2 = 2,2$, $E = 23100000$.

Das Stäbchen 90° B No. 1 war von der Seite her eingesprungen; man bemerkt, wie dadurch der Werth von E herabgedrückt ist. Die bezügliche Beobachtung ist demgemäß von der Berechnung auszuschließen.

Die übrigen Resultate zeigen die vollständigste Uebereinstimmung der Dehnungs-Coefficienten E für die Gattungen 90° B I und II. Entsinnt man sich daran, daß die erste parallel einer krystallographischen Nebenaxe, die letztere normal dazu (also in der Halbirungslinie des Winkels zweier Nebenaxen) liegt, so erweisen die vorstehenden Beobachtungen die Unterschiedslosigkeit dieser Richtungen in elastischer Hinsicht und bestätigen das bezügliche oben ausgesprochene Resultat der Theorie.

Man erhält für alle Stäbchen der Gattung 90° B die Werthe:

Gesammtmittel $E_{90} = 23120000$, $\mathrm{E}_{90} = 4,325 \cdot 10^{-8}$
wahrscheinlicher Fehler ± 66000, $\pm 0,012$.

Nach diesem Zahlenwerth besitzt Beryll in der Richtung normal zur Hauptaxe den größten bisher beobachteten Elasticitäts-Coefficienten, übertrifft darin nicht unerheblich den Stahl, welcher bisher mit $E = 19000000$ in erster Linie stand.

Drillungen.

0° No. 1. $L = 24,32$, $B = 4044,3$, $D = 516,2$, $E = 5163$, $\vartheta = 18,5$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma = 202,5$	202,6	202,4	202,5,	$p = 4,0$	
	$G + 10$,	$\sigma = 123,6$	122,9	123,4	123,9,	$p = 4,0$	
	G ,	$\sigma = 44,5$	44,7	44,5		$p = 4,2$	
rR.	$G + 20$,	$\sigma = 199,8$	199,5	199,7	199,9,	$p = 4,0$	
	$G + 10$,	$\sigma = 122,0$	122,0	121,7		$p = 4,5$	
	G ,	$\sigma = 43,4$	43,4	43,1		$p = 5,8$	
		$\sigma_{10} = 78,6$.					$T = 6671000$.

0° No. 2. $L = 27{,}53$, $B = 4040$, $D = 517{,}0$, $E = 5163$, $\vartheta = 16{,}5$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma = 224{,}5$	224,5	224,7	224,6,	$\rho = 3{,}4$
	$G + 10$,	$\sigma = 146{,}6$	146,3	146,3	146,5,	$\rho = 4{,}2$
	G ,	$\sigma = 48{,}1$	47,9	48,0	48,0,	$\rho = 4{,}0$

$\sigma_{10} = 88{,}3$. $\mathfrak{T} = 6707000$.

0° No. 3. $L = 28{,}0$, $B = 4044$, $D = 513{,}4$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}7$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma = 232{,}4$	232,1	232,2	232,2,	$\rho = 6{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma = 140{,}8$	141,0	140,7	140,9,	$\rho = 6{,}4$
	G ,	$\sigma = 49{,}2$	49,4	49,2	49,2,	$\rho = 6{,}6$
rR.	$G + 20$,	$\sigma = 234{,}8$	235,1	234,7	234,9,	$\rho = 3{,}6$
	$G + 10$,	$\sigma = 143{,}1$	142,9	143,0	143,2,	$\rho = 3{,}5$
	G ,	$\sigma = 52{,}0$	51,9	51,7	51,7,	$\rho = 3{,}2$

$\sigma_{10} = 91{,}55$. $\mathfrak{T} = 6710000$.

0° No. 4. $L = 30{,}08$, $B = 3910$, $D = 527{,}0$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}0$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma = 246{,}5$	246,4	246,5	246,5,	$\rho = 3{,}4$
	$G + 10$,	$\sigma = 150{,}8$	150,7	150,7	150,8,	$\rho = 4{,}2$
	G ,	$\sigma = 54{,}8$	54,8	54,8	55,2,	$\rho = 4{,}3$
rR.	$G + 20$,	$\sigma = 245{,}0$	245,5	245,3	245,5,	$\rho = 5{,}3$
	$G + 10$,	$\sigma = 149{,}2$	149,5	149,4	149,5,	$\rho = 6{,}0$
	G ,	$\sigma = 53{,}7$	53,5	53,7	53,6,	$\rho = 7{,}0$

$\sigma_{10} = 95{,}82$. $\mathfrak{T} = 6608000$.

0° No. 5. $L = 29{,}80$, $B = 3960$, $D = 514{,}3$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}8$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma = 256{,}2$	256,5	256,3	256,3,	$\rho = 6{,}2$
	$G + 10$,	$\sigma = 156{,}1$	156,0	156,0	156,1,	$\rho = 6{,}6$
	G ,	$\sigma = 55{,}7$	55,6	55,5	55,5,	$\rho = 7{,}4$

$\sigma_{10} = 100{,}35$. $\mathfrak{T} = 6632000$.

Gesammtmittel $\mathfrak{T}_0 = 6666000$, $T_0 = 15{,}000 \cdot 10^{-8}$

wahrscheinlicher Fehler ± 14000, $\pm 0{,}036$.

90° A. No. 1. $L = 16{,}94$, $B = 3907$, $D = 680{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 19$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma = 53{,}4$	53,3	53,2	53,4,	$\rho = 1{,}2$
	$G + 10$,	$\sigma = 33{,}9$	33,9	33,8	33,9,	$\rho = 1{,}5$
	G ,	$\sigma = 14{,}6$	14,5	14,6	14,7,	$\rho = 2{,}2$
lR.	$G + 20$,	$\sigma = 53{,}4$	53,4	53,4	53,4,	$\rho = 0{,}2$
	$G + 10$,	$\sigma = 33{,}9$	33,9	34,2	34,0,	$\rho = 0{,}1$
	G ,	$\sigma = 14{,}8$	14,7	14,8	14,8,	$\rho = 0{,}1$

$\sigma_{10} = 19{,}32$. $\mathfrak{T} = 8950000$.

Da dieses Stäbchen das beste dieser gefährlichen Gattung war, ist es noch einmal mit anderer Belastung und in anderer Länge beobachtet worden.

$L = 16{,}30$, $\vartheta = 18{,}5$.

rR.	$G + 30$,	$\sigma = 65{,}8$	65,4	65,4	65,5,	$\rho = 1{,}2$
	$G + 15$,	$\sigma = 37{,}6$	37,8	37,7	37,7,	$\rho = 1{,}3$
	G ,	$\sigma = 10{,}1$	10,2	10,1	10,1,	$\rho = 1{,}6$
lR.	$G + 30$,	$\sigma = 67{,}0$	66,9	66,9	66,9,	$\rho = 0{,}6$
	$G + 15$,	$\sigma = 38{,}8$	38,8	38,8	38,7,	$\rho = 0{,}8$
	G ,	$\sigma = 10{,}9$	10,9	10,8	10,8,	$\rho = 0{,}6$

$\sigma_{15} = 27{,}85$. $\mathfrak{T}_{90} = 8980000$.

Die vollkommene Uebereinstimmung dieses Werthes mit dem vorhergehenden weist darauf hin, daß die Unsicherheit der Resultate nicht in den elastischen Beobachtungen, sondern in den Dimensionenbestimmungen und der Ungleichheit des Materiales begründet ist.

90° A. No. 2. $L = 12{,}54$, $B = 3950$, $D = 675{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}5$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma =$	41,2	41,2	41,2	41,2,	$\rho = 0{,}3$
	$G + 10$,	$\sigma =$	26,2	26,1	26,2	26,2,	$\rho = 0{,}4$
	G ,	$\sigma =$	11,4	11,2	11,3	11,3,	$\rho = 0{,}5$
rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	56,1	56,1	56,1	56,1,	$\rho = 1{,}2$
	$G + 20$,	$\sigma =$	40,9	40,9	41,0	41,0,	$\rho = 1{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma =$	26,1	26,2	26,4	26,2,	$\rho = 1{,}1$
	G ,	$\sigma =$	11,3	11,5	11,4	11,3,	$\rho = 1{,}2$

$\sigma_{10} = 14{,}92$. $T = 8700000$.

90° A. No. 3. $L = 16{,}16$, $B = 3954$, $D = 679{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 16$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma =$	52,8	52,8	52,7	52,5
	$G + 10$,	$\sigma =$	33,3	33,2	33,2	33,1
	G ,	$\sigma =$	13,7	13,8	13,6	13,7

$\sigma_{10} = 19{,}50$ (zerbrochen!) ($T = 8400000$)[1].

90° A. No. 4. $L = 10{,}36$, $B = 3917$, $D = 695{,}0$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G + 30$,	$\sigma =$	40,3	40,5	40,5	40,6,	$\rho = 0{,}3$
	$G + 15$,	$\sigma =$	23,5	23,3	23,4	23,3,	$\rho = 0{,}2$
	G ,	$\sigma =$	6,6	6,5	6,6	6,6,	$\rho = 0{,}2$
rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	40,6	40,9	40,9	40,9,	$\rho = 0{,}4$
	$G + 15$,	$\sigma =$	23,9	23,9	23,9		$\rho = 0{,}4$
	G ,	$\sigma =$	6,8	6,8	6,7		$\rho = 0{,}4$

$\sigma_{15} = 16{,}98$. $T = 8810000$.

90° A. No. 5. $L = 14{,}0$, $B = 3908$, $D = 678{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 19$.

rR.	$G + 20$,	$\sigma =$	47,7	47,7	47,5		$\rho = 2{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma =$	30,4	30,3	30,3	30,3,	$\rho = 2{,}2$
	G ,	$\sigma =$	12,7	12,6	12,7	12,6,	$\rho = 2{,}7$

$\sigma_{10} = 17{,}45$ (zerbrochen!) ($T = 8280000$)[1].

90° A. No. 6. $L = 11{,}20$, $B = 3902$, $D = 687{,}4$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	48,0	48,4	48,1	48,1,	$\rho = 0{,}8$
	$G + 15$,	$\sigma =$	28,8	28,9	28,9	28,9,	$\rho = 1{,}0$
	G ,	$\sigma =$	9,8	9,7	9,7	9,6,	$\rho = 1{,}6$
lR.	$G + 30$,	$\sigma =$	48,3	48,3	48,4	48,4,	$\rho = 0{,}6$
	$G + 15$,	$\sigma =$	29,0	29,0	29,0	29,0,	$\rho = 0{,}8$
	G ,	$\sigma =$	9,9	9,9	9,8	9,7,	$\rho = 1{,}0$

$\sigma_{15} = 19{,}25$. $T = 8710000$.

Gesammtmittel $T_{90} = 8830000$, $\mathrm{T}_{90} = 11{,}325 \cdot 10^{-8}$

Wahrscheinlicher Fehler ± 40000, $\pm 0{,}052$.

---

1) Von der Berechnung aus dem oben erörterten Grunde ausgeschlossen.

90 B I. No. 2. $L = 14{,}9$, $B = 4077$, $D = 457{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}5$.

lR.	$G + 12$,	$\sigma = 117{,}8$	117,7	117,6	117,7,	$\rho = 3{,}8$
	$G + 6$,	$\sigma = 77{,}2$	77,3	77,5	77,3,	$\rho = 4{,}0$
	G ,	$\sigma = 37{,}3$	37,3	37,4	37,4,	$\rho = 4{,}1$
rR.	$G + 12$,	$\sigma = 117{,}9$	117,4	118,0	117,6,	$\rho = 3{,}8$
	$G + 6$,	$\sigma = 77{,}5$	77,3	77,7	77,7,	$\rho = 3{,}5$
	G ,	$\sigma = 36{,}9$	36,9	36,9	36,6,	$\rho = 4{,}4$
		$\sigma_6 = 40{,}30$.				$T'_{90} = 6705000$.

90° B II. No. 4. $L = 10{,}85$, $B = 3898$, $D = 473{,}4$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma = 112{,}3$	112,1	112,2	112,2,	$\rho = 8{,}4$
	$G + 10$,	$\sigma = 66{,}1$	66,7	66,5	66,3,	$\rho = 8{,}6$
	G ,	$\sigma = 21{,}4$	21,2	21,1	21,3,	$\rho = 9{,}0$
rR.	$G + 20$,	$\sigma = 116{,}2$	116,1	116,0	116,4,	$\rho = 3{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma = 70{,}5$	70,4	70,4	70,3,	$\rho = 3{,}6$
	G ,	$\sigma = 24{,}4$	24,2	24,3	24,5,	$\rho = 4{,}2$
		$\sigma_{10} = 45{,}7$.				$T'_{90} = 6770000$.

Wie oben erwähnt soll die Gattung 90° B I und II den gleichen Torsionscoëfficienten ergeben, wie die Gattung 0°. Die Beobachtung bestätigt dies auf das Vollkommenste. Man könnte also mit Stäbchen senkrecht zur Axe allein diese zwei Torsionscoëfficienten bestimmen. Vorstehende letzte Beobachtungen sind bei der folgenden Berechnung nicht berücksichtigt, sie würden den Mittelwerth T_0 nur um einige Tausendtheile vergrößern, also die Resultate nur unmerklich alteriren.

Aus den oben gefundenen Werthen

$$E_0 = 4{,}619.10^{-6}\ (\pm 0{,}009) \qquad T_0 = 15{,}000.10^{-6}\ (\pm 0{,}036)$$
$$E_{45} = 5{,}568.10^{-6}\ (\pm 0{,}019) \qquad T_{90} = 11{,}325.10^{-6}\ (\pm 0{,}052)$$
$$E_{90} = 4{,}325.10^{-6}\ (\pm 0{,}012)$$

folgen nach den Formeln (17) p. 102 sogleich die Determinantenverhältnisse $S_{hk}/S = s_{hk}$, nämlich

$$s_{11} = 4{,}325.10^{-6},\ (\pm 0{,}012) \quad s_{12} = -1{,}338.10^{-6},\ (\pm 0{,}029) \quad s_{13} = 0{,}836.10^{-6},\ (\pm 0{,}043)$$
$$s_{33} = 4{,}619.10^{-6},\ (\pm 0{,}009) \quad s_{44} = 15{,}000.10^{-6}.\ (\pm 0{,}036)$$

Dabei ist der wahrscheinliche Fehler jeder Zahl gleich der Wurzel aus der Summe der Quadrate der wahrscheinlichen Fehler ihrer Theile nach den Formeln (17) gesetzt.

Durch Einsetzung dieser Werthe ergiebt sich der allgemeine Werth des Dehnungs- oder Biegungscoëfficienten in einer Richtung die den Winkel φ gegen die Hauptaxe macht, nach Formel (9):

$$E_\varphi = 4{,}325 . \sin^4\varphi + 4{,}619 . \cos^4\varphi + 13{,}328 . \sin^2\varphi . \cos^2\varphi.$$

Ein Maximum oder Minimum hat dieser Coëfficient für Richtungen $\bar{\varphi}$ die erfüllen:

$$\frac{dE_\varphi}{d\varphi} = 0 = 2\sin\bar{\varphi}\cos\bar{\varphi}\,(8{,}650\sin^2\bar{\varphi} - 9{,}238\cos^2\bar{\varphi} + 13{,}328\,(\cos\bar{\varphi}^2 - \sin^2\bar{\varphi}))$$

d. h. für $\bar{\varphi} = 0$, $\bar{\varphi} = 90^0$ und ein $\bar{\varphi}$, für welches gilt:

$$\mathrm{tg}^2\varphi = \frac{4{,}090}{4{,}678} \quad \text{d. h. für } \bar{\varphi} = 43^0 5' \text{ ca.}$$

Die zugehörigen Werthe sind:

$$E_0 = 4{,}619, \quad E_{43} = 5{,}573, \quad E_{90} = 4{,}325.$$

Die für E_φ aufgestellte Formel gestattet auch, zu beurtheilen, wie groß der Einfluß einer nicht vollständig richtigen Orientirung auf den Werth des beobachteten E ist. Man erkennt, daß für die Gattungen (0⁰) und (90⁰) der Einfluß mit aller Strenge nur zweiter Ordnung wird (also bei Fehlern, welche innerhalb 2⁰ bleiben etwa 1/1000 beträgt) bei der Gattung (45⁰) aber äußerst nahe zu, da diese Richtung fast genau mit derjenigen des Maximums für E übereinstimmt. Herr Dr. Hennig hat an einer größeren Zahl von Beryllstäbchen die Orientirung aus der Schwingungsebene des durch die Schmal- und Breitseiten hindurchgegangenen Lichtes bestimmt und die Abweichungen von der geforderten Richtung stets kleiner als 2⁰, meist unter ½⁰ liegend gefunden:

Die als Coëfficient der Drillung bezeichnete Function lautet für Beryll:

$$T_\varphi = 15{,}000 - 3{,}675\cos^2\varphi_2 - 17{,}536\,.\cos^2\varphi\,.\cos^2\varphi_1.$$

Hierin bezeichnen φ, φ_1, φ_2 die Winkel der Längs-, Breiten- und Dickenrichtung gegen die Hauptaxe. Dieser Coëfficient bestimmt ganz allein die Abhängigkeit der Drillung von der Orientirung, wenn die Dicke des Prismas sehr klein gegen seine Breite ist. Insofern ist seine Discussion ebenfalls von Interesse.

Läßt man die Breitseite des Stäbchens im Hauptschnitt liegen, so ist $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ zu setzen $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} + \varphi$ also

$$T_{\left(\varphi_2=\frac{\pi}{2}\right)} = 15{,}00 - 17{,}536\sin^2\varphi\cos^2\varphi.$$

Man erhält dann ein Minimum T = 10,616 für $\varphi = 45^0$. Liegt die Schmalseite im Hauptschnitt so ist $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \varphi$, $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ also

$$T_{\left(\varphi_1=\frac{\pi}{2}\right)} = 15{,}00 - 3{,}675\sin^2\varphi.$$

Hier liegt das Minimum T = 11,325 bei $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Auch der Fehler des Drillungs-Coëfficienten, der durch fehlerhafte Orientirung der Stäbchen entsteht, ist hiernach zweiter Ordnung.

Die obigen Werthe der Determinantenverhältnisse s_{hk} bestimmen nach dem früher Gesagten die Größen jeder Art von elastischer Deformation bei gegebenen Kräften auf sehr einfache Weise.

Bei allseitig gleichem Druck p findet eine Compressien parallel der Hauptaxe statt, welche nach Formel (18) gegeben ist durch:

$$z_z = -p\,A_0, \qquad A_0 = 2s_{13} + s_{33},$$

normal dazu

$$x_x = y_y = -p\,A_{90}, \qquad A_{90} = s_{11} + s_{12} + s_{13};$$

dazu eine cubische Compression:

$$\delta = -p(A_0 + 2A_{90}) = -p\,M.$$

Nach den obigen Werthen ist:

$$A_0 = 2{,}947\,.\,10^{-8}, \quad A_0 = 2{,}154\,.\,10^{-8}, \quad M = 7{,}255\,.\,10^{-8}.$$

M ist das Maaß der cubischen Compressibilität; für Wasser findet sich dasselbe in unsern Einheiten (Gramm und Quadratmillimeter) rund 5.10^{-6}; der Werth für Beryll ist hiervon nur der 70. Theil.

Die Winkeländerung, die zwei Ebenen innerhalb des Krystalles durch allseitig gleichen Druck erleiden, ist nach (21) gemessen durch die Constante:

$$B = s_{33} + s_{13} - s_{11} - s_{12};$$

ihr Werth ist für Beryll $B = 0{,}796\,.\,10^{-8}$. Mißt man den Druck in Atmosphären so wird $(B) = 8{,}22\,.\,10^{-8}$. Bildeten die Ebenen ursprünglich einen rechten Winkel, so ist die bei einem Druck von 100 Atmosphären unter günstigsten Umständen eintretende Winkeländerung $8{,}22\,.\,10^{-6}$ d. h. immer noch nicht zwei Bogensecunden. Es ergiebt sich heraus, daß Beobachtungen dieser Winkeländerung, um eine Gleichung für die Elasticitäts-Constanten zu erhalten, bei Beryll fast unmöglich wären und somit auch bei andern Substanzen desselben Systems nicht sehr aussichtsvoll sind.

Die thermischen linearen Ausdehnungscoëfficienten (pro 1° C) des Beryll (Smaragd) sind noch **Fizeau**:

$$a_0 = -1{,}06\,.\,10^{-6} \qquad a_2 = +1{,}37\,.\,10^{-6}.$$

Setzt man diese Werthe mit denen der s_{hk} in die Gleichungen (25) ein so erhält man:

$$-1{,}06 = -q_1\,.\,0{,}0167 + q_0\,0{,}0462$$
$$+1{,}37 = q_1\,.\,0{,}0299 - q_0\,0{,}00836$$

und hieraus:

$$q_0 = -7{,}10 \qquad q_1 = +43{,}9.$$

Dies Resultat, welches parallel der Axe keine Wärme-Abstoßung sondern eine Wärme-Anziehung ergiebt, ist im hohen Grade überraschend und folgt keineswegs mit Nothwendigkeit aus der parallel der Axe stattfindenden Zusammenziehung bei einer Erwärmung, denn bei anderen Werthen der Elasticitäts-Constanten würde das entgegengesetzte eintreten können.

Schließlich sind noch nach den Formeln (16) die Elasticitäts-Constanten des Beryll wirklich zu berechnen; die Rechnung ergiebt:

$$c_{11} = 0{,}2746 . 10^{+8}, \quad c_{12} = 0{,}0980 . 10^{+8}, \quad c_{13} = 0{,}0674 . 10^{+8},$$
$$c_{33} = 0{,}2409 . 10^{+8}, \quad c_{44} = 0{,}0666 . 10^{+8}.$$

Diese Werthe zeigen, daß diejenigen Relationen, welche aus der Poissonschen Theorie sich unter der Voraussetzung ergeben, daß die Molecularwirkung nach allen Richtungen die gleiche ist, für Beryll nahezu erfüllt sind. Es ist c_{13} so genau $= c_{44}$, daß man eine strenge Gleichheit annehmen kann; statt $c_{11} = 3 . c_{12}$ findet sich $c_{11} = 2{,}8 . c_{12}$ also immerhin eine bemerkenswerthe Annährung an das theoretische Verhältniß. Man darf demnach den Schluß ziehen, das bei Beryll die Polarität der Moleküle nur schwach ist und man eine bedeutende Annährung an die Wirklichkeit erhält, wenn man sie völlig ignorirt.

Es ist von Interesse zu untersuchen, wie sich die Werthe der Constanten ergeben, wenn man diese Poisson'sche Relationen als streng gültig ansieht. Die demgemäß geänderten Werthe s und c seien durch den obern Index $'$ unterschieden. Die Bedingungen:

$$c'_{11} = 3 . c'_{12} \qquad c'_{13} = c'_{44}$$

drücken sich in den Größen s'_{hk} aus:

$$0 = s'_{33}(s'_{11} + s'_{12}) + s'_{13}(s'_{44} - 2 s'_{13})$$
$$0 = 4 s'^2_{13} - (s'_{11} + 3 s'_{12}) s'_{33},$$

oder auch indem man aus beiden durch Elimination von s'_{11} eine neue bildet:

$$\left.\begin{aligned} s'_{44} &= \frac{2 s'_{12} s'_{33}}{s'_{13}} - 2 s'_{13} \\ s'_{11} &= \frac{4 s'^2_{13}}{s'_{33}} - 3 s'_{12}. \end{aligned}\right| \qquad 26)$$

Bezeichnet man dann die direct durch die Beobachtung bestimmten Werthe wie bisher mit s_{hk}, so erhält man zu Bestimmung der drei Unbekannten s'_{12}, s'_{13}, s'_{33} die fünf Gleichungen:

$$s_{11} = \frac{4 s'^2_{13}}{s'_{33}} - 3 s'_{12}$$
$$s_{12} = s'_{12}$$
$$s_{13} = s'_{13}$$
$$s_{33} = s'_{33}$$
$$s_{44} = \frac{2 s'_{12} s'_{33}}{s'_{13}} - 2 s'_{13}.$$

Dieselben sind durch Einführung der Nährungswerthe:

$$s'_{12} = s_{12} + \delta_{12} \qquad s'_{13} = s_{13} + \delta_{13} \qquad s'_{33} = s_{33} + \delta_{33}$$

lineär zu machen und lauten dann:

$$s_{11} - 4 \frac{s^2_{13}}{s_{33}} + 3 s_{12} = -3 \delta_{12} + 8 \frac{s_{13}}{s_{33}} \delta_{13} - 4 \frac{s^2_{13}}{s^2_{33}} \delta_{33}$$
$$s_{44} - 2 \frac{s_{12} s_{33}}{s_{13}} + 2 s_{13} = 2 \frac{s_{33}}{s_{13}} \delta_{12} - 2\left(1 + \frac{s_{12} s_{33}}{s_{13}}\right) \delta_{13} + 2 \frac{s_{12}}{s_{13}} \delta_{33}$$
$$0 = \delta_{12}$$
$$0 = \delta_{13}$$
$$0 = \delta_{33}.$$

Die Auflösung ergiebt nach der Methode der kleinsten Quadrate:

$$\delta_{12} = +0{,}092, \qquad \delta_{13} = -0{,}025, \qquad \delta_{33} = -0{,}017,$$

und hiernach, sowie nach den Formeln (26), die folgenden Werthe der s'_{hk}:

$$s'_{11} = 4{,}382, \; s'_{12} = -1{,}246, \; s'_{13} = -0{,}861, \; s'_{33} = +4{,}602, \; s'_{44} = +15{,}042.$$

Stellt man hierzu die direct beobachteten Werthe, ferner ihre wahrscheinlichen Fehler Δ_{hk} und die Abweichungen $s'_{hk} - s_{hk} = \delta_{hk}$ so erhält man das System:

$$s_{11} = 4{,}325, \; s_{12} = -1{,}338, \; s_{13} = -0{,}836, \; s_{33} = +4{,}619, \; s_{44} = +15{,}00$$
$$\Delta_{11} = \pm 0{,}012, \; \Delta_{12} = \pm 0{,}029, \; \Delta_{13} = \pm 0{,}043, \; \Delta_{33} = \pm 0{,}009, \; \Delta_{44} = \pm 0{,}036$$
$$\delta_{11} = +0{,}057, \; \delta_{12} = +0{,}092, \; \delta_{13} = -0{,}025, \; \delta_{33} = -0{,}017, \; \delta_{44} = +0{,}042.$$

Dasselbe zeigt, daß die Abweichungen δ zweimal erheblich den wahrscheinlichen Fehler überschreiten, namentlich ist δ_{12} sehr bedeutend. Daher ist es als unwahrscheinlich zu bezeichnen, daß die Beryllmoleküle streng keine Polarität besitzen; — ein Resultat, das ja an sich plausibel ist, da ohne Polarität der Proceß des Aufbaus eines Krystalls nicht wohl zu erklären ist.

Immerhin ist die nahe Ueberstimmung mit den theoretischen Resultaten dieser Annahme so merkwürdig, daß es lohnt auch die Werthe der Constanten c'_{hk} zu bestimmen, wie sie sich aus diesen s'_{hk} nach (16) ergeben. Man erhält:

$$c'_{11} = 0{,}2666 \,.\, 10^{+8}, \quad c'_{33} = 0{,}2422 \,.\, 10^{+8}, \quad c'_{44} = 0{,}0665 \,.\, 10^{+8}$$
$$c'_{12} = \tfrac{1}{3} c'_{11} = 0{,}0889 \,.\, 10^{+8} \quad c'_{13} = c'_{44} = 0{,}06651 \,.\, 10^{+8}.$$

Dagegen fanden sich ohne Voraussetzung der Poisson'schen Resultate die Werthe:

$$c_{11} = 0{,}2746 \,.\, 10^{+8}, \quad c_{33} = 0{,}2409 \,.\, 10^{+8}, \quad c_{44} = 0{,}0666 \,.\, 10^{+8}$$
$$c_{12} = 0{,}0980 \,.\, 10^{+8} \quad c_{13} = 0{,}0674 \,.\, 10^{+8}.$$

Diese Zusammenstellung zeigt die große Empfindlichkeit der Constanten c_{hk} gegenüber den Aenderungen der Größern s_{hk}, welche ihre Bestimmung aus Beobachtungen überhaupt unsicher macht. Indeß ist dies für die Anwendungen ohne Belang, da für diese stets die genauer zu bestimmenden s_{hk} benutzt werden, auch beurtheilt sich die Gültigkeit der Relationen (14) ebenso gut an diesen wie an den eigentlichen Elasticitäts-Constanten.

Anmerkung. Um zu entscheiden, ob die Stächen der Gattung (90°), welche bei der Torsion so auffällig leicht zerbrachen, sich bei Biegungen ähnlich verhalten, habe ich Herrn Dr. Hennig ersucht, einige kleinere Stücke bis zum zerbrechen allmählig zu belasten. Die Beobachtungen gaben, ein zu erwarten, wenig übereinstimmende Resultate. Aus den am regelmäßigsten verlaufenen Versuchen ließ sich schließen, daß die größten Belastungen, welche ein Stäbchen von der Länge, Breite und Dicke 1^{mm} zu tragen vermag, für die Gattungen

	(0°)	(45°)	(90°)
gleich	9900 g	7800 g	8700 g

sind. Die Dilatationen der am meisten gespannten Längsfaser sind dabei resp.

0,00068	0,00064	0,00056.

Die Unterschiede sind also nicht erheblich. Für Glas ist der letztere Werth = 0,0007, also von der gleichen Ordnung, obgleich der Elasticitätscoëfficient dafür nur etwa den dritten Theil des für Beryll gültigen beträgt.

(Fortsetzung folgt in einer späteren Nummer.)

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Callar ...

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

17. März. № 4. 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. Februar 1886.

Kleine Mittheilungen

von

Paul de Lagarde.

Guêtre.

IosScaliger, dessen wichtige diatriba de hodiernis Francorum linguis (Opuscula, Paris 1610, 123—126) FDiez in seiner Grammatik [4] 1 122 123 nicht kennt, schrieb im April 1596 an die Brüder Heinrich und Friedrich Lindenbruch (Lindenbrogiis) im Briefe 205 (Seite 455 der Elzevire, Leiden 1627):

> Apud Ruffini Iosephum »ingredientibus per eum pedibus velut de vastrapis« recte, ut in Graeco ἐμβαινόντων εἰς αὐτὸ τῶν ποδῶν ὥσπερ ἀναξυρίδας. Nam erant, ut sunt hodie, in multis locis, braccae, quae tibialia uno tenore continuata habent, ut opus sit in ea pedes includi, cuiusmodi sunt in Gallia sacerdotum. Nos Galli vastras vel wastras aut (ut vulgus pronunciat) guastras etiamnunc vocamus, sed eas tantum in quae crura et pedes ingrediuntur, non etiam in quae τὰ αἰδοῖα. Memini me nuper in commentarium viri longe doctissimi incidere, qui suspectam habet vocem vastrapes in glossario. Frustra.

J-BCotelier schrieb in seiner Ausgabe der apostolischen Väter zu den Constitutionen der Apostel α 3 (Band 1 Seite 204 des dritten Druckes), vermuthlich aus Scaligers Briefe an die beiden Lindenbruch schöpfend, Folgendes:

Z. S. P.

'Αναξυρίδας recte Rufinus in Iosephi ἀρχαιολογίας lib. 3 cap. 11 (al. 8) vertit vastrapas, quae, teste glossarii latinograeci scriptore, feminalia sunt. A nobis Gallis inde appellantur des guestres.

Siehe lBekkers Iosephus 1 152, 3 = γ 7, 1.

Scaliger meint mit dem glossarium, Cotelier mit dem glossarium latinograecum die von HEstienne 1573 herausgegebenen glossaria duo, welche 221, 4 [im Nachdrucke des BVulcanius (thesaurus utriusque linguae, Leiden 1600) ebenfalls 221, 4 (GLoewes Prodromus 181 [1])] vastrapes φιμινάλια bieten.

Dazu merkt BVulcanius — in Wahrheit nach GLoewes Prodromus 183 IosScaliger — 68, 41 an:

Ruffinus apud Iosephum lib. 3 Antiq. c. 11 usurpat vastrapae. Frustra est vir doctus, qui dubitat an pro vastrapes dicendum sit vestipes, cum vastrapes non sint pedum, sed femorum tegumenta, quae et femoralia. notum enim est femur genitivum habere femoris et feminis. Tibull.

implicuitque femur femini.

Ich finde nur femori conseruisse femur bei Tibull α 8, 26 (Haupt), an welcher Stelle Scaliger selbst (98 der Ausgabe von 1577) wie Haupt liest.

Das Glossar, dem das Angeführte entnommen ist, veröffentlichte HEstienne nach GLoewes Prodromus 181 aus der pariser Handschrift 7651.

Vermuthlich ist des Vulcanius vir doctus, des IosScaliger vir doctissimus ein und derselbe. Den Lindenbruch schrieb Scaliger im April 1596, also zu einer Zeit, in welcher man zu Leiden an einem Sueton druckte, welcher auf ICasaubons 1595 zu Genf erschienene Ausgabe dieses Schriftstellers zurückzugreifen zwang. Da der leidener Druck von PScriver (Schweiger 2² 976), also gewis nicht ohne Scaligers Beirath, besorgt wurde, wird Scaliger sich mit seines Freundes ICasaubon Sueton gerade im Jahre 1596 beschäftigt haben. Möglich, daß Casaubon es war, der zu Suetons Augustus 82 — hieme feminalibus et tibialibus muniebatur — jenes unglückliche vestipes vorgebracht hat: Casaubons erster, Scrivers einziger Sueton fehlen mir, und fehlen der goettinger Bibliothek: in Casaubons anderem Drucke von 1611⁸⁰ werden 286 287 braccae ἀναξυρίδες φιμινάλια besprochen: was Scaliger 1596 und durch des Vulcanius Mund 1600 getadelt hatte, ist selbstverständlich nicht wieder zu Markte getragen worden.

Iosephus braucht sein *ἀναξυρίδες* für מִכְנָסִים des Pentateuchs Exod. 28, 42 39, 28 Levit. 6, 3 16, 4: der alte Grieche dort περισκελῆ, der sogenannte Onkelos [wie Ezech. 44, 18 Ionathan] מִכְנְסִין, der Syrer im Exodus ܦܪܙܘܡܐ = περιζώματα [التبان[1]) ܦܪܙܘܡܐ Elias aus Nisibis § 13, 1 = 36, 29 meiner Praetermissa], Ionathan אֲוּרְקְסִין (meine Semitica 1 40) oder איבּרְקְסִין oder אֲוּרְקְסִין oder אֲבַרְקְסִין, wofür Elias der Levit איבְּרָסְקִין bietet: in welchen Wörtern ich [illegible] = بر = उपरि + x suchte.

Auf J-BCoteliers Bemerkung über guêtres verwies ich in meinen 1863 erschienenen Anmerkungen zur griechischen Uebersetzung der Proverbien 60.

Vastrapa ist ein Wort wie satrapa gausapa astrapa — letzteres heißt freilich den Griechen *ἀστράβη*[2]) —, sieht mithin eranisch aus. Daß vastrapa nicht celtisch sei, versicherte mich auf meine Anfrage HZimmer. Die *ἀναξυρίδες* (meine Abhandlungen 205, 24) waren den Persern eigenthümlich, so daß ein eranischer Namen für sie dagewesen sein wird: σκελέαι, welches nach Pollux ζ 59 mit *ἀναξυρίδες* gleichbedeutend war, deckt sich mit den oben genannten feminalia.

FDiez hatte in der ersten Ausgabe seines Wörterbuchs guêtre 653 behandelt: noch in der vierten liefert er 607 dasselbe was er in der ersten geliefert, nämlich Folgendes:

> Ursprünglich Lappen, Lumpen? vergleiche das buchstäblich stimmende it. guáttera Scheuermagd (Scheuerlappen?), dsgl. venez. guaterone Fetzen Tuch (bei Ferrari), altfr. gaitreux bettelhaft.

Dies hat den verstorbenen Littré gut genug gedünkt, um es — ohne Diez zu nennen — in sein Wörterbuch aufzunehmen.

Herr HRoensch in KVollmöllers romanischen Forschungen 2 314:

Wir

— ein Majestätsplural war wohl hier wenig am Platze —

---

1) bragas tubbén Pedro de Alcala 119[1] 8 meiner Ausgabe: Gauharî 2 360, 2 (Bûlâq) Zamakšarî Asâs 1 52, 14 Ḳafâǵî 60, 8: Dozy dictionnaire des vêtemens arabes 93 94, der im Supplément 1 141 die Vokabel ausläßt.

2) *Ἀστράβη* wird verschieden erklärt (HEstienne 1 2255), als *σωματηγῶν ἡμίονος* oder als *σαγμάριον*. Da neuPersisch astar, im Sanskrit açvatara Maulesel bedeutet, habe ich 1866 in den gesammelten Abhandlungen 222 *ἀστράβη* für verwandt mit astar açvatara und für eranisch erklärt. Die Endung ist mir noch heute so dunkel wie sie 1866 es war.

möchten guêtre . . . . auf vestitura »Kleidung« zurückführen, und annehmen, die Gamasche sei so genannt als eine Bekleidung der Wade und des (oberen) Fußes, so daß es für eine Scheideform von vêture zu halten wäre. Vêture kenne ich nur in der Bedeutung Einkleidung einer Nonne, nicht für Kamasche. Eine Scheideform ist hier undenkbar.

Henschel zu DuCange 6 746[3] und VdeWit zu Forcellini 6 253[1] 755[1] (der wenigstens den Vulcanius citiert) wissen von Scaligers und Coteliers Erklärung der Vokabel so viel wie Diez, Littré, Roensch von ihr gewußt haben, das heißt, nichts. Der Akademiker LDiefenbach schweigt im Supplément zu Henschels DuCange 607[3]. LaCurne de Ste Palaye 6 440[2] belegt guestre, schweigt aber über die Herkunft des Wortes. Godefroy 4 380[3] schweigt.

Soin.

In seinem Buche Itala und Vulgata 29 hat Herr HRoensch 1868 [=1875] darauf aufmerksam gemacht, daß Theodors de Bèze jetzt in Cambridge verwahrter, von Kipling und jüngst von Scrivener herausgegebener Evangeliencodex Lucas 21, 34 μέριμνα durch sonium gebe, das soin sei. In Vollmöllers romanischen Forschungen 2 314 315 kommt er auf diese Bemerkung zurück, verschweigt aber, was ich ihm in einer Besprechung seiner eigenen Schrift über das neue Testament Tertullians — jetzt Symmicta 1 101, 37 — 1871 in Erinnerung gebracht habe, daß IohIakWetstein 1730 in seinen Prolegomena (85 des von Semler besorgten Nachdrucks) sonium mit soin in Verbindung gebracht hat. Wie die Gleichung soin = sonium aufzufassen ist, will ich hier nicht untersuchen.

Calautica.

In guten älteren Wörterbüchern der lateinischen Sprache, wie dem Thesaurus Gesners, wird calantica als die richtige, calautica als die falsche Form eines κρήδεμνον Homers übersetzenden Wortes angesehen.

KSchenkl druckt in des Ausonius Periochae 30 [= Odyssee ε 351] 237 noch 1883 ohne Variante calantica, hingegen ThMommsen im Digestum λδ 2 25, 10 nach vittae mitrae semimitrae ebenfalls ohne Variante calautica. Ciceros von

Nonius ausgezogener Satz ist 1821 durch APeyron in seinem ursprünglichen Zusammenhange an das Licht getreten: ich benutze den 1824 zu Stuttgart verübten Nachdruck der Ciceronis orationum fragmenta inedita. Dort heißt es 116 von dem indutus muliebri veste Clodius so: Tune cum vincirentur pedes fasciis, cum calvatica capiti accommodaretur, cum vix manicatam tunicam in lacertos induceres, cum strophio accurate praecingerere, in tam longo spatio numquam te Appi Claudi nepotem esse recordatus es? Peyron hält 175 das calvatica seiner Handschrift für richtig, obwohl er 174 aus dem Scholiastes Ambrosianus einen Vers des Afranius anführt, der cum mitris calauticis sagt, und für seine Jamben am Versausgange mitris calvaticis kaum gebraucht haben würde Siehe jetzt ORibbecks sc[a]enicae Romanorum poesis fragm.[1] 2 145 [2] 2 170, Halms Cicerofragmente 949.

Daß Anthony Rich calantica für das Richtige erachtet, würde ich nicht anführen, wenn ich nicht in Ermangelung besserer Hülfsmittel auf seine der IsisStatue des Kapitols — er nennt auch eine [bei Cohen nicht erwähnte] Münze der Mutter Caesars — entnommene Abbildung der calautica verweisen müßte: diese Aurelia wird die calautica wegen der Rolle tragen, welche sie bei dem bekannten, durch Clodius entweihten Opfer spielte. »Guasco, ornatrici 90« Rich.

DuCange 2 20[3] belegt calantica, obwohl er 2 35[1] aus den Synodalstatuten von Chartres calanticas seu calotas beibringt, was doch gewis calauticas empfehlen durfte. Da in einem von DuCange 2 35[1] angezogenen Ortsstatute von Marseille die calota crocea — oder aber das von URobert in der revue des études juives 6 81 bis 95 7 94 bis 102 behandelte Rad — den Juden zu tragen befohlen wird, darf man sich wohl aus den Abbildungen, welche in eben dieser Revue 6 268 269 ein Herr Isidore Loeb aus Handschriften hat wiederholen heißen, eine Vorstellung davon machen, wie die calota = calautica im Jahre 1347 zu Manresa ausgesehen hat.

Da die calautica nach Rom aus Aegypten gekommen ist, lag nahe, auf κλαϥτ zu greifen. Dies Femininum belegt APeyron 66[1] — ohne an calautica zu denken — aus Zoega 504, dem fünften turiner Papyrus 111, Kircher 120: für das ebenfalls weibliche ϫλαϥτ führt er Zoega 91 an. Marcus Kabis[1]) liefert ZAegSpr 13 57 für κλαϥτ nichts.

1) Ueber ihn ABsciai in Revillouts revue égyptologique 2 357.

Der Buchstabe ϥ entspricht dem hebräischen ו, also entspricht ⲕⲗⲁϥⲧ = klawt ganz gut dem calaut- der calautica. Von ϥ — das Zeichen ist aus dem Bilde der Hornschlange entstanden — sagt Herr Legationsrath Brugsch Pascha in seinem Wörterbuche 2 533, »es stellt den flüssigsten Konsonanten des altAegyptischen Alphabets dar, der mit dem Vokale u die nächste Verwandtschaft hat«: de Rougé habe früher die Hornschlange mit w wiedergegeben. Ich selbst erkannte schon 1853 — jetzt Mittheilungen [1] 155) — ϥ, eines der sechs aus der Hieroglyphenschrift in das NeuAegyptische übergegangenen[1]) Zeichen, als Original des armenischen Հ, was 1876 auch Herr Revillout[2]) in den mélanges d'archéologie égyptienne et assyrienne 3 45 behauptet hat.

In Zoegas Kataloge 504 redet der SüdAegyptier Besa. Es heißt Zeile 15—18: **ⲉⲧⲟⲩⲥϩⲟⲩⲟⲣⲧ ⲛϭⲓ ⲛⲉⲧⲛⲁϥⲓ ⲗⲁⲁⲩ ⲛϩⲛⲟ ⲛϫⲓⲟⲩⲉ . . . ⲙⲁⲗⲓⲥⲧⲁ ⲟⲩϩⲟⲉⲓⲧⲉ ⲙⲛ ⲟⲩⲡⲣⲏϣ ⲏ ⲟⲩⲕⲗⲁϥⲧ ⲙⲛ ⲟⲩⲧⲟⲟⲩⲉ ⲏ ϭⲉ̄ ⲗⲁⲁⲩ ⲛϩⲛⲟ ⲉⲡⲧⲏⲣϥ**, wo

---

1) Goodwin ZAegSpr 6 19.

In der revue égyptologique 1 146[a] berichtet Herr ERevillout über seine den von Pesunthius handelnden Papyren gewidmeten Studien, und führt dann fort: Il paraît qu'un Monsieur songerait à profiter d'une besogne toute faite: celle des papyrus de Pesunthius, dont les textes actuels n'existent que par mon oeuvre et par la traduction suivie qui m'a permis de les reconstituer. J'attends. Herr Revillout bat mich 1879, als ich ihn im Louvre aufsuchte, in München nach einem seines Dafürhaltens irrthümlich unter Quatremères Nachlaß gerathenen Pesunthius-papyrus des Louvre zu forschen. Ich hatte für KvHalm Aegyptiaca der münchener Sammlung beurtheilt (amtlicher Katalog 1 4, 99), und konnte daher sofort versichern, daß unter den münchener Papyrus ein von Pesunthius handelnder sich nicht finde. Halm sandte mir, nachdem er die Sachen an Ort und Stelle auf den Namen Pesunthius hatte durchsehen heißen, zum Ueberflusse die Papyrusbruchstücke noch einmal nach Göttingen, und auch ich fand das von Herrn Revillout Gesuchte nicht. Halms Brief vom 19 September 1879 hat Herrn Revillout in der Urschrift vorgelegen: meine diesem Briefe gleichlautende Aeußerung zur Sache ist ebenfalls schriftlich abgegeben worden. Nichts desto weniger hatte Herr Revillout den Muth, Halm und mir nicht zu trauen. Das Publikum wird natürlich mit berechtigter Neugier die oben abgedruckte Klage des Herrn Revillout gelesen haben, und dankbar sein, daß nun un Monsieur selbst das Räthsel löst, und die Einsicht in alle gewechselten Schriftstücke freistellt.

2) Daß Herr Revillout den sechszehnten Buchstaben der Armenier und den siebenundzwanzigsten Buchstaben der NeuAegyptier identificieren kann, lehrt, daß er die Gleichheit der beiden oben besprochenen Zeichen nur als tappender Blinder gefunden hat.

also die ⲕⲗⲁϥⲧ neben ⲡⲣⲏϣ στρώμνη θέριστρον[1]) = فراش Lane 2371[2], ϩⲟⲓⲧⲉ ἱμάτιον[2]), ⲧⲟⲟⲩⲉ ὑπόδημα[3]) als alltäglich gebraucht erscheint. In eben diesem Kataloge 91 [,[12]/[13]], einem nordAegyptischen Stücke, das aber nicht aus dem Vaticanus copt. 62, sondern aus Tukis Abschrift dieses Vaticanus geflossen ist, treffen wir als Mönchskleider ⲟⲩⲃⲁⲗⲗⲓⲛ ⲛ̀ⲭⲁⲙⲉ »ein schwarzes Pallium«[4]) und ⲟⲩⲭⲗⲁϥⲧ ⲉⲧⲙⲉϩ ⲛ̀ⲥⲧⲁⲩⲣⲟⲥ »eine mit Kreuzen „gefüllte" Kalotte«. Den fünften turiner Papyrus gibt mein lieber Francesco Rossi gerade heraus: auf meine Bitte hat er mir den von Peyron gelobten Satz ausgeschrieben: hier ist er: ⲙ̅ⲡⲉ ⲧⲉϥϣⲧⲏⲛ ⲧⲁⲕⲟ ϩⲙ̅ ⲡⲕⲁϩ ⲟⲩⲇⲉ ⲧⲉϥⲕⲗⲁϥⲧ̅ ⲟⲩⲇⲉ ⲡⲉϥⲡⲁⲗⲗⲓⲛⲟⲛ.[5]) Natürlich entspricht der Satz des Hieronymus vita Hilarionis 46 (2 40[2] Vallarsi) »illaesa tunica, cuculla et palliolo«: ebenso, nur mit pallio für palliolo, liest man in Heribert Rosweyds vitae patrum 85: in den Վարք սրբոց հարանց (Venedig 1855) entspricht 1 330, 27 der ϣⲧⲏⲛ խորգ[6]), der ⲕⲗⲁϥⲧ գլխնոց[7]), so daß man ruhig ⲕⲗⲁϥⲧ̅ mit cucullus übertragen darf. Kircher liefert 120 ϯⲕⲗⲁϥⲧ cucullus[8]) monasticus القلنسوة, und durch قلنسوة wird die Richtigkeit dieser Auffassung vollends bestätigt[9]).

---

1) *στρώμνη* Iob 41, 21 (22) [Schenute bei] Zoega 461 [, 26] citiert Peyron. Tuki theilt in den rudimenta linguae coptae 591—595 in den beiden damals bekannten Dialekten der neuAegyptischen Sprache Isaias 3, 16—26 mit: im çaïdischen steht 23 ⲙⲛ̄ ⲡⲉⲩⲣ̄ϣⲱⲛ ⲙⲛ̄ ⲡⲉⲩⲡⲣⲏϣ, im nordAegyptischen ⲛⲉⲙ ⲛⲓⲉⲣϣⲱⲛ ⲛ̀ⲕⲁⲧⲁⲕⲗⲏⲧⲟⲛ für *καὶ θέριστρα κατάκλιτα*. Ueber *θέριστρον* meine Semitica 1 24 Mittheilungen [1] 234 unter צעיף: die Stellen Gen. 24, 65 38, 14 19 fehlen bei Ciasca.

2) Ioh. 19, 23 Ecclus 14, 17 = ϩⲟⲓⲧⲉ *ἱμάτιον* Exod. 19, 10 Matth. 9, 20 Luc. 23, 34 [Act. 9, 39].

3) Ecclus 46, 19 [=26] Matth. 3, 11 10, 10 Luc. 15, 22 22, 35.

4) Ⲃⲁⲗⲗⲓⲛ fehlt bei Peyron, findet sich bei Parthey, steht bei Kircher 120: das entsprechende arabische Wort fehlt in beiden Werken Dozys, der Supplément 1 116[1] die Arabisierung von palliolum aufnahm.

5) Rossi schreibt mir: il passo citato dal Peyron nel suo lessico si trova nell' ultimo foglio di questa vita [di S. Ilarione], il quale è ora tutto frantumato, ed in tale stato era gia quando il Peyron l'ha studiato.

6) Venediger Wörterbuch 1 974[1]: für *σάκκος* Matth. 11, 21 Luc. 10, 13.

7) Venediger Wörterbuch 1 1105[1] (1104[3]).

8) Du Cange 2 643 (Favre), KSuicer unter *κουκούλιον*, JBingham works (Oxford 1855) 2 360 und in Grischows lateinischer Uebersetzung der Antiquitates (Halle 1727) 3 52, GSalmon dictionary of christian antiquities 1 520[1], FXKraus RealEncyclopaedie der christlichen Alterthümer 1 339[1].

9) ECastle hatte Avicenna 2 153, 25 [wo AAlpagus aus Belluno

ⲕⲗⲁϥⲧ schrieb im Jahre 1855 Gustav Seyffarth[1]) zu 532 und 533 der Tafeln seiner Grammatica aegyptiaca hinzu, und die dort abgebildeten Kopfbedeckungen erkennt man leicht in S 3—5 der hieroglyphischen Typen FTheinhardts, deren Verzeichnis RLepsius 1875 dem dreizehnten Bande der Zeitschrift für aegyptische Sprache beigegeben hat. So daß man schon aus diesem Typenregister sich eine Vorstellung von der ⲕⲗⲁϥⲧ der Aegypter bilden kann.

Mein Schüler Georg Steindorff meldete mir auf eine über ⲕⲗⲁϥⲧ an ihn gerichtete Frage, daß seines Wissens bei den alten Aegyptern das Wort ⲕⲗⲁϥⲧ nicht nachzuweisen sei: wohl je nach der Art der Fältelung habe man im Pharaonenreiche von χat oder nms geredet, welche Vo-

---

507 F pileus: es ist von einer Pelznachtmütze die Rede] 176, 18 [wo AAlpagus 521 G ebenfalls pileus: es handelt sich um einen silbernen Fingerhut] citiert, SdeSacy in seinem Abdallatif 226 [zu 61, 8 White-Paulus] festgestellt, daß der kupferne Aufsatz der Obelisken auf Arabisch qalansuwat, bei Ephraim dem Syrer **2** 145[1] ܩܘܒܥ [arabisch = calotte, Dozy supplément **2** 303] heiße, und Sacy hat aus Vanslebs relazione del Egitto 197 die Sätze ausgeschrieben: L'abito con il quale li monachi vengono distinti dai preti secolari, è il capuccio di saia negra: è questo non maggiore del capo del monaco. Onde essi lo portano sotto il turbante, come se fosse una berretta, e lo chiamano kalasue. Vergleiche EWLane manners and customs[5] **2** 280 und den pariser Ibn Baṭuṭa **2** 379, 7 439, 5 441, 4 **3** 38, 5: aus der letztgenannten Stelle ergibt sich, daß eine qalansuwa ohne imâma zu tragen, das Zeichen äußerster Armseligkeit war.

1) einst Professor in Leipzig, von wo er aus mir unbekannten Gründen fortgieng, nach der Vossischen Zeitung vom 1 December 1885 (Nummer 561, Beilage) am 17 November 1885 zu NewYork gestorben. Gerade darum, weil Seyffarth den Abdruck des in meiner Schrift „aus dem deutschen Gelehrtenleben" 25—65 gewürdigten Libells nicht gehindert hat (siehe dort vor Allem die §§ 111 125 148 213 260 321 349 357 417 450 472 496), mache ich darauf aufmerksam, daß Herr Georg Ebers, also ein Mann, welcher in der vollen Gunst der jetzt Ton angebenden Kreise steht, in seinem Buche über RLepsius 123 ausdrücklich zugegeben hat, daß von Seyffarth vor Lepsius die Sylbenzeichen als solche erkannt worden sind: vergleiche MUhlemann ZDMG **6** 300 301. Damit ist zugestanden, daß Seyffarth mit seinen Klagen gegen RLepsius Recht hatte. Vieles ist offenbar von dem wunderlichen und grob unwissenden Seyffarth zuerst gefunden, und ich konnte daher nicht billigen, daß zum Beispiel AWiedemann in seinem Aufsatze über die Phoenixperiode ZAegSpr **16** 89—106 Seyffarths Abhandlung ZDMG **3** 63—89 gar nicht nannte. CFMovers hat eine Kritik des jetzt Verstorbenen geliefert in den Schriften „die Unfähigkeit des Herrn Professor Seyffarth in Leipzig", Breslau 1842, und „die Denunciation der Schrift: »die Unfähigkeit des Herrn Professor Seyffarth«", ebenda 1843.

kabeln mit dem Bilde des Kopftuchs determiniert worden seien. Ich finde χat in des Herrn Brugsch Wörterbuche **3** 1024 unter Berufung auf [Herrn PLePage Renouf] ZAegSpr **5** 33, 7 erwähnt (vergleiche Herrn Brugsch **6** 888), nms **3** 767 behandelt, wo eine Abbildung gegeben wird, und die Verbindung χât em nems vorkommt. Ebenda **7** 1260 erfahren wir, daß ⲕⲗⲁϥⲧ ϫⲗⲁϥⲧ zur Wurzel ḳrf qrf qlf = גָּלַם »wickeln« gehört, was nur von einem Glauben, nicht von der Wissenschaft anerkannt werden dürfte, und auf Einer Höhe mit Seyffarths Lehre (grammatica 102) steht, ⲕⲗⲁϥⲧ sei aus ϭⲁ̈ⲁⲗⲉ-ϩⲟⲡⲧ »vestimentum capitis« entstanden.[1])

Vorläufig also ist ⲕⲗⲁϥⲧ in den Hieroglyphen noch nicht nachgewiesen, und eine Ableitung der Vokabel noch nicht gefunden: vorläufig also ist es nur ein neuAegyptisches Wort unbekannter Herkunft. Das erste a von calautica ist kaum erklärbar, wenn calautica von ⲕⲗⲁϥⲧ stammt — höchstens könnte man annehmen, daß Semiten ⲕⲗⲁϥⲧ semitisiert hätten, und das semitisierte ⲕⲗⲁϥⲧ weiter gewandert sei. Da כָּלִיל als ϭⲗⲓⲗ = ϣⲗⲓⲗ, كلية (woher כְּלִית) als ϭⲗⲱⲧ und ϭⲗⲟⲟⲧⲉ, aber כַּלָּה und קַלַּחַת (beide mit ll) als ϣⲉⲗⲉⲧ und ϭⲁ̈ⲗⲁϩⲧ erscheinen, ist durchaus möglich, daß ⲕⲗⲁϥⲧ einem semitischen كلوتة sein Dasein dankt. Auch das -ica von calautica kann ich mir nicht zurecht legen: soll es die calautica als eine irgendwie aus der calauta herausgebildete mitra bezeichnen?

Mit كلوتة habe ich in den gesammelten Abhandlungen 62, 1rd im Jahre 1866 calautica zusammengebracht: vor mir hatte EQuatremère, den ich auch anführe, in seiner Uebersetzung der histoire des sultans Mamlouks des Maqrîzî 1^{1} 138 wenigstens das calotte seiner Muttersprache mit كلوتة und كلفتاه verglichen. Ich wußte 1866 nicht, was ich erst aus Dozys Supplément **2** 482^{1} erfahren, daß EQuatremère, welchen Dozy freilich nicht namentlich nennt, auch im Journal des Savans 1848, 46—48 über calotte gehandelt, und allerhand zu dem

---

1) ϭⲁⲁⲗⲉ ist mittelAegyptisch dasselbe was oberAegyptisch ϭⲟⲟⲗⲉ heißt: ⲛϭⲁⲁⲗⲉ ⲛⲛⲟⲩⲃ Hebr. 9, 4 für *περικεκαλυμμένη χρυσίῳ*. ϩⲟⲡⲧ steht Exod. 25, 11 meiner Ausgabe nur durch einen Druckfehler, während Exod. 25, 24 25 37, 2 richtig — für *κυμάτιον* — ϩⲟⲧⲡ: ich muß meinen Lesern überlassen zu beurtheilen was in des Herrn Brugsch Wörterbuche **3** 1005—1008 verwendbar ist. So weit ich Aegyptisch verstehe, bedeutet ϭⲁⲁⲗⲉϩⲟⲧⲡ [so] nur etwas was Kehlleisten einhüllt. Sollte Seyffarth bei seinem ϩⲟⲡⲧ an unser Haupt gedacht haben?

an Maqrîzî Angelehnten nachgetragen, auch calotin erläutert hat: Quatremère bespricht in dem angezogenen Aufsatze Pihans bekanntes Glossaire.

Ich belegte 1866 كلوتة aus Habichts Ausgabe der tausend und einen Nacht 3 248, 6: Habicht gibt 21 zu der Zeile die Erklärung: كلوتة eine Kappe, Französisch calotte: Herr Fleischer (de glossis habichtianis 96) hat über كلوتة und 3 248, 6 Habichts eine Bemerkung nicht gemacht.

Völlig klar ist aus dieser Stelle, daß die كلوتة nur Männern eignet. Die Königin Budûr verkleidet sich als Mann, nimmt deshalb خف und مهماز, setzt sich كلوتة und شاش — Käppchen und Turbantuch — auf das Haupt, bindet sich den لثام[1]) um, und reist dann unbehelligt, لانها كانت اشبه الناس بقمر الزمان. Man lese EWLanes Uebersetzung 2 121 und die zu dieser Uebersetzung stimmende Bûlâqer Ausgabe 2 26[21], woselbst كلوتة und شاش zusammen kurzweg durch عمامة bezeichnet werden.

In Schiaparellis Vocabulista 280, 4 treffen wir ein kallauta gesprochenes كلوتة für capellus, welches Wort auch mit dem uns schon bekannten قلنسوة übertragen wird.

كلفتاة spreche ich kalafta:t aus, weil nur bei dieser Aussprache كلفتاة mit كلوتة verwandt sein kann, mit welchem es doch ohne Zweifel verwandt ist. Es verhält sich zu كلوتة wie شاة zu שֶׂה, wie برطاة (πιεpφει), welches Kafâǵî 52, 14 aus Yâqût anführt, zu برق, von welchem ich an einer anderen Stelle dieser Mittheilungen handeln werde.

كلوتة und كلفتاة haben nichts mit dem persischen كلوته gemein, welches Burhân i qâṯi, Castle 466, Meninsky nennen: denn dies ist nur eine fehlerhafte Nebenform zu گلوته, und wird von Meninsky k'ülūte gesprochen. Gulôta [Meninsky[2] 4 114[2]] Rašîdî 2 164 Šuûrî 2 287[2] ist durch Verse des Sôzanî und des Auḥadî sicher: sein gu vertritt natürlich ein ꞩ.

كلاه der Perser ist sachlich dasselbe wie قلنسوة (Ibn Baṭûṭa 2 379, 7), also auch dasselbe wie ⲕⲗⲁϥⲧ und كلوتة, sprachlich hat es gar nichts mit ⲕⲗⲁϥⲧ und كلوتة zu schaffen. Schon 1866 habe ich aus Garzonis kolaf spi »Weißmütze« gefolgert, daß kulâh für kulâf stehe, wie كوه dem avestischen קאופא entspricht: jetzt hat man aus Justis dictionnaire curde 339[1] كلاو und كلاف zu nennen. Auch ապրջումյ =

1) Lane Nights zu Geschichte 6 Anmerkung 32 = Band 1 435 der Ausgabe von 1883.

սաղաւարտ »cucullo dei dottori Armeni« in meinen armenischen Studien § 1967 erweist, daß كلاه den cucullus bedeutet.

Vom ܟܘܣܐ der Syrer wird in GHoffmanns Glosse 4723 ausgesagt:

ܟܘܣܐ ܕܡ ܗܕܡܐ ܘ ܗܡܐܕܐ ܀

القلانس باطراف والبرانس والبرانس والقحفيات ❀

Mehr suche man bei PSmith 1 1745. Sachlich ist also auch ܟܘܣܐ mit كلوتة und كلوة und ⲕⲗⲁϥⲧ identisch: möglich daß ܟܘܣܐ mit كلوة auch sprachlich verwandt ist: wie es dies sein soll, vermag ich allerdings nicht zu sagen.

Bei Revillout ZAegSpr 18 71—80 und Maspero ebenda 22 79 erscheint die jetzt ⲕⲗⲁϥⲧ geheißene Kopfbedeckung entschieden als Priestermütze.

Bottarga = bottarica

der Italiener erklärt Jagemann für Rogen von eingesalzenen und geräucherten Fischen, das entsprechende boutargue botargue der Franzosen die Akademie für sorte de mets qu'on prépare, en Italie et dans le midi de la France, avec des oeufs de poisson salé, confits dans le vinaigre, während EQuatremère an der gleich anzuführenden Stelle behauptet, boutargue seien d'oeufs du poisson appelé muge ou mulet, séchés et salis.

Die Vokabeln fehlen bei Diez ganz und gar.

Schon 1836 schrieb in seinen glossis habichtianis 70 Herr HLFleischer unter Bezugnahme auf ein koptisch-arabisches Glossar der pariser Bibliothek:

Gloss. 45 in capite de piscibus: βοταριχον (a τάριχος) بطارخ, it. Gloss. 50 inter cibos: ουταριχον بطارخ, unde fluxit gall. boutargue, i. e. ova piscium salitorum aceto condita.

EQuatremère wußte oder sagte von Herrn Fleischer nichts, als er 1848 im Journal des Savans Pihans bekanntes glossaire beurtheilte. Dort 45 citiert er für boutargue Kirchers lingua aegyptiaca restituta 200 ⲟⲩⲧⲁⲣⲁϫⲟⲛ bottarga بطارخ, und will ⲟⲩⲧⲁⲣⲓϫ[ⲓ]ⲟⲛ geschrieben haben, das ταρίχι[ο]ν sei.

Neben dem männlichen ⲡⲓⲧⲁⲣⲓϫⲟⲛ — dies, nicht ⲟⲩⲧⲁⲣⲓϫⲟⲛ, ist der Vater des بطارخ — gibt es ein weibliches ϯⲑⲁⲣⲓⲕⲓ الاساريه Fleischer ZAegSpr 6 83 84, der aus Silvestre de Sacy Abdallatif 284—288 الابساريه ὀψάρια bessert.

Buṭârik der Araber verdankt seine Selbstlauter gegen ⲡⲓⲧⲁⲣⲓϫ-ⲓⲟⲛ dem Bestreben eine geläufige Vokalfolge zu erhalten, wie das Particip der dritten Form sie bot.

Τάριχος nun, zu dem بطارخ gehört, hat in Griechenland keine Heimath. Schon 1866 habe ich in den gesammelten Abhandlungen 48, 3 zu ձուկ auf LAlishans physiographie de l'Arménie 19 verwiesen, der τάριχος für տարեխ = տառեխ erklärt, und auch BvDorn geogr. caucas. 31, 8 gelobt, der für طريخ, das er mit τάριχος տառեխ ձուկ nicht in Verbindung bringt, auf Jaubert zu Edrisi 1 328 verweist. Für PSmith 1 1421 ist das natürlich nicht vorhanden gewesen. Ich habe in den armenischen Studien § 2205 noch BvDorn mélanges asiatiques 6 667[r] (wo nur Koehlers unten noch einmal vorkommende Abhandlung citiert wird) und Fleischer ZAeg Spr 6 84 angeführt. Was Alles für GCurtius[5] 729 742 so wenig vorhanden war wie das früher von mir Gebotene für GCurtius[4] 719. Dafür schreibt GCurtius gelahrt τάρ-ι-χο-ς, was er Pökelfleisch übersetzt, als ob 1851 zu Paris der siebente Foliant HEstiennes (1842—1847) und Koehlers von LDindorf dort genannte recherches sur l'histoire et les antiquités des pécheries de la Russie méridionale — mit der Spitzmarke τάριχος — 1832 zu Petersburg [in den Mémoires der Petersburger Akademie, sechster Folge erstem Bande] nie gedruckt wären, als ob die τάριχοι ποντικοὶ des Cratinus bei Athenaeus γ 89 Pollux ς 49 und der ταριχόπλεως Βόσπορος des von Athenaeus γ 84 ausgezogenen Dichters nicht »Philologen« bekannt sein müßten, von denen mittelst der Register und Noten auf Athenaeus ς 109 und den von Athenaeus dort angerufenen Polybius λα 24, 2 mit ihren ταρίχη ποντικά leicht zu kommen war. Τέρχνεα ἐντάφια des Hesych, welche Lobeck ῥηματικόν 305 mit τάριχος zusammenbringt, überlasse ich Hetoimologen, und bemerke aus Lobecks pathologia 1 463, daß τάριχος ein langes ι hat, so daß τάριχος und طريخ in gutem Einvernehmen stehn.

Was PSmith im thesaurus 1 1421 aus den Originallexikographen der Syrer bietet, so wie Hoffmanns Glosse 4133 kann ich hier nicht mittheilen: die syrischen, arabischen, lateinischen Typen der Druckerei stimmen so wenig zueinander, daß ich mich mit ihrer Gesammtvorführung lächerlich machen würde. Sehe also jeder selbst nach, und beachte, daß ر des arabischen طريخ verdoppelt wird.

Տարեխ = տառեխ ist nach dem venediger Wörterbuche von 1837[1]) 2 848[1] ein namentlich im Meere von Wan an-

1) Dies Wörterbuch nennt auf dem Titel als Verfasser Gabriel Ave-

zutreffender spannenlanger, weißfarbiger, und an Aussehen dem χηφαλι ähnlicher Fisch, welcher auch getrocknet verkauft wird: wo das nicht altArmenische քէֆալի so gut wie sicher κέφαλος ist: siehe weiter unten. Damit »wahrheitsliebende« Leser sich meine Uebersetzung von Kennern bequem »bestätigen« lassen können, setze ich die Urschrift her, verweise aber zur Erhärtung meines Rechts über Armenisches Einiges zu wagen für diejenigen, welche einen der weltberühmten »Kenner« nicht gleich zur Hand haben, auf des Herrn Nöldeke Untersuchungen zur Kritik des alten Testaments 154: ich habe seit 1869 wenigstens nichts vergessen. Նոյն ձկան տառեխ'ի ծովն Վանայ, Թզաչափ, սպիտակագոյն, և ձևով նման քէֆալի, որ և ապխտեալ վաճառի.

Das armenische tareḳ ist als τάριχος zu den Griechen gekommen: zwischen dem Pontus und Griechenland war natürlich ein reger Verkehr. Τάριχος und ταρίχιον wanderten nach Aegypten, zu einem am fischreichen Nile begreiflich fischliebenden, aber darum vermuthlich auch fremde Fische gerne aufnehmenden Volke. Bei diesem entstand ⲡⲓⲧⲁⲣⲓϫⲓⲟⲛ, das als buṯârik zu den Arabern, und von diesen als bottarga bottarica zu den Italienern, als botargue nach der Provence gelangte, natürlich nicht zu einer Zeit, als Genua im schwarzen Meere herrschte, sondern als Alexandria Mittelplatz des Handels zwischen Ost und West war. Wäre buṯariḳ über Konstantinopel und Genua nach Italien und der Provence gewandert, so würden die Türken trotz der eigenthümlich aegyptischen Ausgestaltung der Vokabel das

---

dikhian, Ḳacadour Sürmelian, Mgrdic Auker[ian], drei recht bekannte Männer. Auf dem Vorsatzblatte des göttinger Exemplars erscheinen die Herausgeber als Gabriel, Vorleser, Chatschadro, Vorsteher, Mgrdschi, Erzpriester. Diese Leistung steht auf Einer Höhe mit der des in meinen persischen Studien 8 gekennzeichneten Kenners, der Ḥusainîs Sammlung persischer Räthsel als türkische preces et supplicationes, Šamîs türkischen Kommentar zu Sadis Bôstân als historia de quibusdam fluminibus et aquis, das persische, in Versen geschriebene Mesnewi des großen Ǵelâleddîn als arabisch-türkischen Kommentar zum Koran, des Šâhidî persisch-türkisches Vokabelbuch als preces et suspiria ad deum katalogisierte. Es ist nützlich, an so etwas zu erinnern, damit nicht vergessen werde, daß amtlich und durch die Zunft erfolgte Anerkennung mitunter nur ein „Werthurtheil", kein „Seinsurtheil" ist, und daß die Klage über „Schroffheit" der Nüchternen gelegentlich wohl der jedesmaligen Gegenwart als Beweis für die Klienten und als Rechtstitel ausreicht, den „Schroffen" zu verleumden, aber der Nachwelt und der Einsicht nur desto größeren Spaß macht, je mehr sie für zeitgenössische principes mediocritatis verschlagen hat.

Wort aufgenommen haben: allein wenigstens Meninsky[2] 1 561[2] verzeichnet es als türkisch nicht: ich hatte von vorne herein erwartet, daß ich es bei ihm nicht finden würde.

Damit mir Niemand um der ταριχευταί der Aegypter willen das Vaterland des τάριχος in Aegypten suche, erwähne ich, daß Herr Revillout, der uns ZAegSpr 18 mit einem eigenen travail über taricheutes et choachytes beschenkt hat, als einheimischen Namen dieser Handwerker das demotische ẖerhêb angibt, das Niemand als Original von ταριχευτής ansehen wird, und das nach der Versicherung Georg Steindorffs im mittleren und neuen Reiche den mit der Balsamierung damals, so weit wir wissen, nicht bemengten Vorlesepriester bezeichnet: Revillout »employé aux panégyries«.

ThReinesius — dieser gelehrte Mann war zu Gotha 1587 geboren, und starb zu Leipzig 1667 — defensio variarum lectionum (Rostock 1653) 167 redet von ovotaricum, das nach ihm ὠοτάριχον = botargha ist.

Des Reinesius Citate führen uns weiter. Er beruft sich nämlich auf des Platina Schrift de arte coquin[aria] und des Hor[az] Augen[io] eilftes Buch der epistolae medicinales. Meines Wissens kann nur des Platina Buch de honesta voluptate ac valitudine [vel de obsoniis et arte coquinaria] libri decem gemeint sein, von welcher mir drei Ausgaben vorliegen, Bologna 1499 bei IohAntPlatonides, Venedig 1503 bei Iohannes de Cereto de Tridino alias Tacuinum, Venedig 1517 bei Iohannes Tacuinus de Trino [so]. In Buch 10 Kapitel 62 der erstgenannten Ausgabe heißt es:

> Oua tarica. Ova cephali sale trito consparges: reservata membranula illa in qua oua ipsa tanquam in folliculis nascuntur. Post diem a salitura inter duas tabulas per diem et noctem opprimes: inde ad fumum suspendes procul flamma, ne uehementem calorem sentiant. Sicca in uasa lignea cum furfuribus repones. Edi hoc modo non suaviter poterunt. Verum si cocta uolueris[,] sub cinere: aut in focolari calido et terso saepe uoluta concalefacies ac peredes. Cum Sophiano meo hoc nil suavius edisse me memini. Delata e Graecia illa putarim: unde optima salitura aduehi solet.

Ich weiß über Platinas Schicksale nicht viel, kann daher nicht sagen, ob sein Sophianus der Michael Sophianus ist, dessen sich FrRobortelli angenommen hat, oder aber der AkademieName irgend welches mir nicht vorgestellten

Römers. Auf jeden Fall ist das քէֆալի des venediger Wörterbuches einigermaßen gerechtfertigt: ich meine, in Italien céfalo (Alant) nicht selten gegessen zu haben, that es aber nichts als Ichthyologe. Jedenfalls ist Quatremères muge mulet »MeerAesche, MeerAlant« wie der cefalo der Italiener = κέφαλος քէֆալի. Der տառեխ der Armenier sieht mithin wie eine Aesche, ein Alant aus.

Des Horatius Augenius a Monte Sancto epistolarum et consultationum medicinalium dritte Ausgabe liegt mir vor, ein schöner Foliant, Venedig 1592. Buch 11 Brief 1 des ersten Bandes 130[a] heißt es, das garum der Alten sei nicht id genus salsamenti, quod vulgo dicitur Cauiaro: putauerim ipsum cauiarum ad genus ouotartici referendum, ut aliud etiam, quod botarghe nuncupatur .... ex paruis pisciculis neque ouotartica neque botarghe fiunt. Also hat Augenio keine Ahnung davon, daß ouotar[t]icum und botargha ein und dasselbe Wort sind. Augenio † zu Padua 1603.

بشنين

= bašnîn fehlt in Dozys Supplément, steht bei Freytag als lotus aegyptiaca, bei Lane nach dem تاج العروس als ein Wort of the dialect of Egypt, das den weißen wie den blauen Lotus bezeichne. Aus Burkhardts arabic proverbs[a] § 749 genügt mir Folgendes auszuschreiben: the flower consists of four green-coloured outer leaves, and four of a violet or rose colour placed in the interstices of the others: these inclose the inner part, which consists of a double set of smaller white leaves, one behind the other, in the midst of which stands the yellow seed-vessel, about one inch and a half high. Ibn Baiṭâr 1 96 behandelt den بشنين, indem er auf des Dioscorides Artikel δ 114[sar] 112[spr] verweist: in Le Clercs Uebertragung 1 § 292. Bei Ḳafâǧî 54 erscheint بشنين als Fremdwort und نوع من النيلوفر (also = नीलोत्पल), und wird mit einem Verse eines ungenannten Dichters belegt.

Nach des Herrn Brugsch Wörterbuche 4 1314 1315 (wo Ungers botanische Streifzüge 53 beigezogen werden) galt für nymphaea lotus im alten Aegypten sšni sššn sšn, wofür Champollion [wo?] sšnîn biete: die eßbare Knolle der Pflanze heiße sšn: die Vokabeln seien »identisch« mit שושן سوسن ϣⲱϣⲉⲛ.

Zu diesen füge ich շուշան.

Unser بشنين ist Champollions sšnîn mit dem Artikel ⲡⲓ davor: daß sššn männlichen Geschlechtes sei, bezeugt Herr Brugsch ausdrücklich, der von بشنين nichts weiß, was auch Herr Hehn nicht thut. Offenbar steht بشنين für بسشنين, das heißt bašnîn für bassnîn.

Bekannt ist, daß

برابا [oben wies ich برابة nach] = برق aus ⲡⲓⲉⲣⲫⲉⲓ entstanden ist: Quatremère recherches 278:

بقرور aus ⲡⲓⲕⲣⲟⲩⲣ: HLFleischer zu Seetzens Reisen 3 490 4 514 und ZAegSpr. 6 84:

بلشوم [und das aus بلشون der Bücher herzustellende بلشوب] aus ⲡⲓⲉⲗϫⲱⲃ: Fleischer ZAegSpr 6 84: wozu ich bemerke, daß ⲉⲗϫⲱⲃ Psalm ργ 17 ἐρωδιός übersetzt, und daß in der arabischen Uebertragung der pariser Polyglotte, welche in meinem Psalterium arabicum quadruplex unten rechts wiederholt ist, an dieser Stelle بلشوم gebraucht wird, während Giustiniani und Scialac هام bieten, Abûlfatḥ aus ἐρωδιός فيرودى bildete, eine in Dozys Supplément fehlende Vokabel.

Auch ich halte, wie Brugsch, שושן für identisch mit den aegyptischen Ausdrücken für Lotus, genauer, mit dem an zweiter Stelle genannten sššn, dessen s abfallen mußte wie das frühere ܫ von ܫܠܡܐ = חַשְׁלָמָה in ... (meine Mittheilungen [1] 157) abgefallen ist, und dessen Vokale wohl nach שושן bestimmt werden müssen. Man erwäge, in wie nahe Beziehung Herodot Lotus und Lilien bringt: β 92 ἐπεὰν πλήρης γένηται ὁ ποταμός, καὶ τὰ πεδία πελαγίσῃ, φύεται ἐν τῷ ὕδατι κρίνεα πολλά.... ἔστι δὲ καὶ ἄλλα κρίνεα ῥόδοισι ἐμφερέα, ἐν τῷ ποταμῷ γινόμενα καὶ ταῦτα. Nur freilich weiß Herr Brugsch nicht, daß שׁוּשַׁן im alten Testamente »Lilie«, wenn man dabei an die weiße Lilie denkt, allein schon darum nicht bedeuten kann, weil unsere Lilie »in Palästina sich überhaupt niemals findet«, Leunis-Frank Synopsis der Pflanzenkunde § 718. Unser AGrisebach erklärte in seinem Werke über die Vegetation der Erde 1 585, 51 die Lilie Palästinas für Lilium chalcedonicum, also für die ScharlachLilie.

In meinen gesammelten Abhandlungen 227, 6—11 liest man Sätze des Athenaeus ιβ 8, des Eustathius zu Dionys 1073, des großen Etymologicum, welche die Stadt Σοῦσα ἀπὸ τῶν περιπεφυκότων κρίνων genannt sein lassen: σοῦσα γὰρ τὰ κρίνα oder λείρια, oder σοῦσον τὸ κρίνον. Athenaeus nennt Aristobulus und Chares als seine Gewährsmänner: wenn er

mit Aristobulus denjenigen meint, über welchen LCValckenaer so gelehrt gehandelt hat, was zu untersuchen ich keine Muße habe, so ist es schlecht mit dieser Nachricht bestellt: Aristobulus war einer der zahlreichen Schwindel-Juden, welche in der Ptolemäerzeit Mitwelt und Nachwelt durch ihre Lügen verpesteten. Dieser Bursche sog aus seinem lieben alten Testamente die Konjektur heraus, welche er den Epigonen der alten Griechen als Thatsache aufband.

Die Wurzel des بشنين hieß nach Ibn Baiṯâr 1 96, 10 بيارون [Andere بيارو]: möglich, daß auch dieses Wort ein aegyptisches, und ب der Artikel ⲡⲓ ist. Die Wurzel verdiente einen eigenen Namen um so gewisser, als schon Herodot β 92 ihre Genießbarkeit kannte.

ϣⲱϣⲉⲛ ist bei Kircher 179 hyacinthus خزام, bei demselben 255 ligamen خزام: ich baue auf diesen Herausgeber nichts, der خزامى und حزام verwechselt. Paralip. β 4, 5 in meinen Orientalia 1 84 vertritt ϣⲱϣⲉⲛ κρίνον.

Regn. γ 7, 19 lesen wir von ἐπιθέματα (رووس السوارى, Abulwalîd 335, 30/31) ἐπὶ τῶν κεφαλῶν τῶν στύλων, daß sie מַעֲשֵׂה שׁוֹשַׁן (ἔργον κρίνου) gewesen seien. Niemand wird sich Kapitäle von Lilium chalcedonicum vorstellen können: es sind Lotus-Kapitäle gemeint. Von dem großen Waschfasse der Priester heißt es Regn. γ 7, 26 sein Rand habe das Aussehen des Randes eines Bechers von der Gestalt der Śôśanblüthe geboten, was Paral. β 4, 5 mit der Variante שׁוֹשַׁנָּה für שׁוֹשַׁן wiederholt wird: ich würde mir kaum einen Becher in Gestalt der Lilienblüthe zu wünschen vermögen, da die sechs Zungen, von denen die Perser so oft reden — die sechs Blätter des Perigons —, wenn vom Goldschmiede nachgeahmt, das Trinken in der unstatthaftesten Weise erschweren müßten, und da nur durch Ihre Nachahmung der Becher als »Lilien«becher gekennzeichnet wäre. Doch vergleiche was ich unten nach Dozy und Fleischer bringen werde. Dem Ausdrucke der Tempelmusik לַמְנַצֵּחַ עַל שׁוֹשַׁנִּים Psalm 45, 1 69, 1 80, 1 gehe ich aus dem Wege, da uns von den Musikinstrumenten der Israeliten nichts bekannt ist: ebenso dem unter Śôśanblumen Weiden des hohen Liedes (2, 16 4, 5 6, 3), denn vom Zeitalter und Sinne dieses Gedichts weiß ich nichts, und muß auch das berühmte Bild 7, 3 »dein [der Braut] Bauch ist ein Haufen von Weizenkörnern, mit Śôśanblumen eingezäunt« der Bewunderung und dem Verständnisse derer überlassen, für welche diese Rarität ein pretium

affectionis besitzt. Einiges Zutrauen flößt mir nur desselben Werkchens Stelle 2, 1 2 ein, welche uns das lilium convallium und lilly of the valley geliefert hat:

»Ich bin die Herbstzeitlose der SaronNiederung, die šóšanna der Thäler.

»Wie eine šóšanna unter <den> Dornen, so steht meine Freundin unter den Mädchen da«.

Daneben 6, 2: da geht der Schatz zu einem mit wohlriechenden Blumen besetzten Beete, um šóšannîm zu »sammeln«. Mir gilt für sicher, daß der Spätling, welcher in einer Studierstube diese Ziererereien verübt hat, durch weite Strecken des Raumes und der Zeit von dem plumpen, aber ehrlichen Gesellen getrennt ist, der ohne von der Baukunst etwas zu verstehn, die Herstellung des Tempels Salomons noch vor dem Umsichgreifen des Alexandrinismus beschrieben hat. Dieser »Dichter« hat שׁוֹשַׁן sicher nicht im Sinne von Lotus gebraucht: ihm wird שׁוֹשַׁן geheißen haben was nach JGWetzstein in der berliner Zeitschrift für allgemeine Erdkunde (neue Folge) 7 148 im Ḥaurân سوسان heißt, eine dunkel violette, füglich neben die Herbstzeitlose zu stellende Wiesenblume. Osee selbst hat 14, 6—9 seine Rede genau geordnet, aber sein Text ist schwerlich in Ordnung: von Pflanzen werden genannt šóšanna, Oelbaum, Weinstock, βραθύ, und nur dreimal wird des Libanon gedacht, den man auch nach βραθύ erwähnt zu finden erwarten muß: an Lotus ist bei Osees שׁוֹשַׁנָּה nicht zu denken, sondern an ein auf Waldwiesen wachsendes Zwiebelgewächs. Es scheint also, als ob im alten Testamente שׁוֹשַׁן nur in der Sprache der Architekten den Sinn behalten habe, den sššn in Aegypten gehabt, daß im Volke der aegyptische Namen des Lotus auf lilium chalcedonicum oder eine buntblühende Liliacee übertragen worden ist. Ist doch auch das aus سوسن entstandene azucena der Spanier (Pedro de Alcala 109[1] 3) nicht das rothe lilium chalcedonicum der Juden, sondern das lilium candidum. Es gab in Palaestina eine Zeit, in welcher שׁוֹשַׁן schlechtweg צִיץ »Blume« und פֶּרַח »Blüthe« vertrat: IBuxtorf 2538 genügt um diesen Satz zu beweisen. Wenn der Targum Paral. β 3, 10 מַעֲשֵׂה צַעֲצֻעִים durch עובד שושנין übersetzt, so hat er das Regn. γ 6, 29 durch שושן gegebene צִיץ in der Stelle zu finden gemeint, צעצעים als צִצִּים verstanden, wo der Grieche, dessen Text noch mein Lucian nicht anfocht, ἔργον ἐκ ξύλων gibt, also מַעֲשֵׂה עֵצִים vorfand.

Solche Uebertragung erkenne ich auch in dem persischen Pflanzennamen دار شيشغان.

Ich habe in Schleusingen die berliner Handschrift des Bar Bahlûl zweimal durchgelesen, und unter Rubriken, auch der Rubrik Botanik, Auszüge aus ihr gemacht. Da finde ich ܫܫܓ neben ܫܫܓ und ܩܢܝܐ ܕܫܫܓ angemerkt, was nach دار شيشغان = ܕܪ ܫܝܫܓܢ sei. Herr Löw aramäische Pflanzennamen § 290 lehrt mich, daß ich trotz der Hast, mit der ich damals arbeitete, richtig gelesen habe. Nun ist nach PSmith 1 311 دار شيشغان = ܐܣܦܠܬܘܣ, also ἀσπάλαθος. Ἀσπάλαθος ist nach KFraas Synopsis plantarum florae classicae[2] 49 genista acanthoclada, wird von Dioscorides α 19 besprochen, und von HEstienne 1 2205 reichlich belegt. Unzweifelhaft entspricht ἀσπάλαθος dem دار شيشغان, und dies Wort, in welchem das persische دار = दारु wohl längst erkannt ist, enthält in seiner anderen Hälfte das ܫܫܓ der Syrer. Ich suche in شيشغان ein persisches شششكان »mit ššn (= duftigen Blumenkelchen) besetzt«, und finde in diesem ششن eben das aegyptische Wort wieder, welches zu diesem Artikel die Veranlassung gegeben hat. Daß سوسن, auch wenn nicht mit շուշան verglichen, in Persien ein Fremdwort ist, steht mir seit Jahren fest, und wäre bewiesen, wenn meine Deutung des ܕܫܫܓ = دار شيشغان richtig wäre, weil dann als altPersisch ein ششن erschiene, also سوسن ein irgendwoher in das neuPersische eingedrungenes Lehnwort sein müßte. Im Ecclesiasticus (auf protestantisch Iesus Sirach) 24, 20 tritt nun ἀσπάλαθος neben κιννάμωμον, σμύρνα, χαλβάνη, ὄνυξ, στακτή, λίβανος auf: er muß also einen sehr schönen Duft ausathmen. Der alte Lateiner (aber meine Mittheilungen [1] 326!) stimmt mit balsamum aromatizans zu meinem aus dem Hebräischen übersetzenden Syrer, der ܒܠܣܡܐ ܕܒܣܡܐ bietet, während mein SüdAegypter (24, 16) ⲥⲡⲁⲗⲁⲑⲟⲥ hat. Im Urtexte muß ein Wort gestanden haben, aus welchem man sowohl ܒܠܣܡ = balsamum wie ἀσπάλαθος herauslesen konnte. Die armenische Uebersetzung (Venedig 1833) bietet für ἀσπάλαθος Հալիբակ, und das diesem entsprechende türkische und arabische زنبق [Blau bosnisch-türkische Sprachdenkm. 294] dient, wie OCelsius hierobotanicon 1 384 385 nachgewiesen hat — Herr FAPott ist für seine Sammlungen

1) RDozy schreibt hartnäckig dârašaišaân Glossaire [2] 371 Supplément 1 420[1], wo er den das Richtige bietenden Freytag [2 1[2]] verbessern heißt.

ZKM 7 121 (wie immer) ohne OCelsius au
um κρίνον auszudrücken: زنبق gilt für Lil
für Maiblume und vor Allem für Jasmin.
aus persischem زنبه entstanden.

دار شيشغان ist eine der zahllosen, dur
volle semitische Schrift veranlaßten Entstell
nur beim اهل الكتاب sich halten konnten: man
als richtig ansehen, ohne darum in jüngere
Form herstellen zu dürfen: fällt doch auch
Zenith in Zemth zu ändern, obwohl wir lan
سمت Freytag 2 350[1] semt, nicht das aus sem
senít liefert.

Daß der durchaus nicht immer, viell
weiße שׁוֹשָׁן von der nicht vorhandenen Wu
sein« herstamme, dürfte durch das Vorstehe
sein: ich gebe mich natürlich der Hoffnung
diese Ableitung aus den Schulwörterbüchern e
den werde, als bis deren StereotypPlatten a
Ist doch auch was ich über שֵׁשׁ, das שֵׁשׁ ge
den müsse, zu շեշ ἀλάβαστρος in den armeni
§ 1699 bemerkt habe, für den nach der Vossi
vom 5 Juli 1885 — wegen oder trotz der von
fried und mir an ihn gewandten Kritiken? -
mit der Würde eines Doktors der Theologie
Staatsrath Mühlau nicht vorhanden gewesen.

In den Berichten über die Verhandlunge
lichen Gesellschaft der Wissenschaften zu L
hist. Klasse) 1868 Seite 304 305 hat Herr
festgestellt, daß سوسن sowohl bläulich oder
als weiß ist. Man muß zu dem dort Gebot
RDozy lettre à Monsieur Fleischer 203 Beig
zunehmen, und erhält dann aus Maqqarí folg
1 370, 9 سوسنية مسدسة:
2 366, 10/11 سن كانه اكوس البلور قد صنعت مسدسات
2 397, 18 وردت غراما حين لاح كانما
تفتح بين الورد والاس سوسان
2 406, 14 فكان غرته وتحجيلاته
خمس من السوسان وسط شقايق *
Aus diesen Stellen ergibt sich, daß der Bech
auch mit dem Súsan verglichen werden konnt
der sechsseitige, nicht ein »Lilienblüthenförmi
daß der Súsan dunkel gewesen ist, wenn ihm d

Bart des semitischen Jünglings ähnlich ist: daß es aber auch weiße sûsan gab, wenn die Blässe und die weißen Fußringe eines Rothfuchses mit zwischen Adonisröschen wachsenden sûsân — ein entzückendes, echt neuSemitisches Bild — verglichen werden können. Für die weiße Farbe des sûsan führt Herr Fleischer aus Dozys glossaire des mots espagnols ... dérivés de l'Arabe 228 das Spanische azucena an: er hätte vielmehr den alten Cannes 1 193[2] nennen müssen: meinen neuerdings erschienenen Neudruck des seltenen Pedro de Alcala 294[1] 11 lirio blanco o azuçena çucina çucin [= سوسانه und سوسان] wie meinen Elias aus Nisibis [Praetermissa 49] § 22, 5 erwarte ich nicht von jetzt lebenden Semitisten benutzt zu sehen.

Für κρίνον — das aber nach Fraas synopsis[2] 287 nicht unsere Lilie bedeutet — verzeichnet Herr Dillmann 1118 nach Ludolfs Gregor und aus Cant. 2, 2 ደንጉላ፡, und 373 aus Paral. β 4, 5 ሰንኅዐፈር፡ = ሰንኅአፈር፡ = ሰኅዐፈር፡, welche Vokabeln sich meinem Verständnisse entziehen.

Die berühmte keusche Susanna trug ihren Namen jedenfalls nicht von der weißen Lilie, sondern von der Scharlachlilie oder von der violetten Wiesenlilie des Ḥaurân. Ihr Namen wird als die weiße Lilie bezeichnend weiter umlaufen, ganz wie wir aus den verballhornten Texten der Germania des Tacitus 40 Hertha weiter schleppen, trotzdem KHofmann in München ZDMG 2 126 schon 1847 das Nerthus der Handschrift durch नृतू als richtig erwiesen hat.

Λείριον.

Nachdem Herr FAPott 1836 in seinen etymologischen Forschungen 2 99 angedeutet hatte, daß λείριον wohl das Persische لاله sein könne, da »die Lilie in Persien recht eigentlich zu Hause war« [woher wußte das Herr Pott?], hat 1842 Theodor Benfey unter Citierung Potts in seinem griechischen Wurzelwörterbuche 2 137 λείριον für das persische لاله erklärt, und Herr Victor Hehn hat sich in dem Buche über Kulturpflanzen und Hausthiere[4] 486 noch 1883 ihm angeschlossen, nennt aber den Herrn Pott nicht. Soweit ich habe nachkommen können, hat Herr Pott in der zweiten Ausgabe seiner Forschungen λείριον nicht besprochen.

Alle persischen Wörter, welche ein L enthalten, müssen mit Vorsicht behandelt werden, da L, welches in einzelnen

Gegenden Erans ganz oder fast ganz verschwindet[1]), entweder die es enthaltende Vokabel der Herkunft aus der Fremde verdächtigt, oder darauf hinweist, daß sie starke Umbildungen erfahren hat. Stammte das Wort lâla nicht aus Persien, sondern wäre es nur dorthin verschleppt, so dürfte Herr Hehn nicht um seinetwillen die Heimath der Lilie in Persien suchen: wäre lâla eine Verstümmelung eines ursprünglich ganz anders lautenden Wortes — unter Umständen kann das andere L dieses Wortes ja sogar RD vertreten —, so könnte ein aus لاله entstandenes λείριον erst verhältnismäßig spät sein: aber λείριον ist alt.

Jenes لاله nun bedeutet zunächst jede wildwachsende Blume, und muß durch Zusätze bestimmt werden, um ein einzelnes Blumengeschlecht zu bezeichnen. Wanderte aber die Lilie aus Persien nach Griechenland, so that sie dies schwerlich unter dem ganz allgemeinen Namen »wildwachsende Blume«. Pedro de Alcala 108[2]39 braucht لولو für lirios.

Was Vullers gesammelt hat, will ich etwas vermehrt übersichtlicher gedruckt wiederholen. Es gibt in Persien

لاله آل röthliche Lâla?
لاله الوند AlwandLâla:
لاله بابری BâbarLâla:
لاله پیکانی PfeilLâla: پیکان = պատկան in պատկանդարան »Pfeilbehälter« armenische Studien § 1834:
لاله جوغاسی?
لاله خطای Khaṯâische Lâla = لاله نعمان:
لاله خودروی wildwachsende Lâla: خودروی Isa 37, 30 in meinen persischen Studien[2]) 35 für סָפִיחַ, und واروسته خودروی ebenda für שָׁחִיס: auch لاله خودرنگ:
لاله داغدار stigmatisierte Lâla? داغ Wês ô Râmîn 170 Ende?
لاله دختری MädchenLâla: nach Meninsky [2] 4 192 [1] eine gelbe, innen schwarze Tulpe:
لاله دشتی SteppenLâla, Anemone: Meninsky ebenda:

---

1) HKiepert Lehrbuch der alten Geographie (1878) § 55[2], SBAW 1854, 176. JOppert revue de linguistique 4 207—212. KLottner ZVS 7 19 (1858) „wahrscheinlich besaß die Ursprache das L überhaupt gar nicht, und es wäre also überall erst später entwickelt". AFick (der Lottnern nicht nennt, aber nach GGA 1873, 1753 sehr wohl kennt) die ehemalige Spracheinheit der Indogermanen Europas (1873) 201—261.

2) Ich kann noch eben anfügen, daß mir Herr FPraetorius in Breslau unter dem ersten Februar 1886 freundlichst mittheilt, daß (persische Studien 14 17—24 66) auch in Breslau ein Exemplar des Halîmî liegt.

لاله دل سوخته herzverbrannte Lâla:
لاله دل سوز mitleidige [?] Lâla:
لاله دوروى doppelgesichtige [innen gelbe, außen rothe?] Lâla;
لاله رومى griechische Lâla:
لاله زرد gelbe Lâla:
لاله سپيد weiße Lâla:
لاله سرخ rothe Lâla:
لاله سر نگون kopfhängerische Lâla:
لاله سيراب rein rothe Tulpe: Meninsky[2] 4 192[1]:
لاله صحراى WüstenLâla:
لاله صدبرگ hundertblätterige Lâla:
لاله عباسى AbbâsLâla:
لاله قرمزى karmesinrothe Lâla:
لاله كبود blaue Lâla,
لاله كوه BergLâla, rothe tulpenähnliche Blume, Meninsky[2] 4 192[1]:
لاله گلبوى rosenduftige Lâla:
لاله مقراضى kaum eine Zangen- oder LichtputzenLâla, sondern DoppelpfeilLâla:
لاله نعمان = لاله نعمانى NumânLâla: wohl شقايق النعمان PdeLagarde Semitica 1 32.

Gegenwärtig bezeichnet man mit lâla unsere Tulpe (Moores Lalla Rookh bedeutet tulpenwangig), und die Tulpe ist eine spät nach Europa gedrungene Blume: niemals bezeichnet man mit lâla die Lilie.

Und wie sollte das ει und das ι des Wortes λείριον erklärt werden, wenn lâla sein Original war? Faßte man λείριον als Verkleinerungsform — nicht einmal ein Auerbach würde Lilchen wagen —, so bliebe stets das ει unverständlich.

Λείριον ist das nordAegyptische ϩⲣⲏⲣⲓ, das in SüdAegypten ϩⲣⲏⲣⲉ lautet. Im MittelAegyptischen tritt in großem Umfange ⲗ für ⲣ ein (MSchwartze koptische Grammatik 1 § 283: LStern koptische Grammatik § 33), allein MittelAegyptisches konnte kaum nach Griechenland dringen, und ϩⲣⲏⲣⲓ hätte mittelAegyptisch ϩⲗⲏⲗⲉ lauten müssen. Vielmehr ist ῥηρι dissimiliert, oder hr zu l geworden.

ϩⲣⲏⲣⲉ steht Ecclus 39, 18 [39, 14 der umlaufenden griechischen Drucke] 50, 8 meiner Ausgabe für ἄνθος: beide Male wird das danebenstehende κρίνον als ⲕⲣⲓⲛⲟⲛ beibehalten — kannt man im Çaîd die Lilie nicht? —: auch der von Peyron angerufene SüdAegypter [Šenûte?] bei Zoega Katalog 637, 14/15 sagt ⲉⲧⲟ ⲛ̄ⲑⲉ ⲛ̄ⲟⲩϩⲣⲏⲣⲉ ⲛ̄ⲭⲟⲣⲧⲟⲥ,

wenn er des Iacobus 1, 10 ὡς ἄνθος χόρτου wiedergeben will. ϩⲣⲏⲣⲓ vertritt in der nordAegyptischen Uebersetzung κρίνον Exod. 25, 31 Matth. 6, 28: allerdings in derselben Iacob. 1, 10 Petr. α 1, 24 ἄνθος: die Briefe sind von anderer Hand übertragen als die Evangelien.

Ich erachte es für nicht allzu unvorsichtig[1]), hier auf des Herrn Brugsch Pascha Wörterbuch 3 985 zu greifen, woselbst hrr oder hll als älteste Form jenes ϩⲣⲏⲣⲓ = ϩⲗⲏⲗⲓ = ϩⲣⲏⲣⲉ auftritt. Ich bringe das Hauptwort mit dem Zeitworte ϩⲉⲗϩⲱⲗ »sich erschließen« im Zusammenhang, dessen älteste Gestalt Herr Brugsch 3 986 behandelt. Jede Blume konnte ein Sich Erschließendes genannt werden, vor allen Blumen konnte es die Lilie. Mir scheint möglich, das nach Herodot β 92 aegyptische Wort λωτός als *ϩⲣⲱⲧ von eben der Wurzel ϩⲣ herzuleiten, von welcher ϩⲣⲏⲣⲓ stammt: glaublich machen läßt sich das freilich nur durch eine Vorführung von Analogien, zu welcher ich vorläufig noch nicht vorbereitet genug bin.

Herr VHehn behauptet in seinem Buche über Kulturpflanzen und Hausthiere[4] 202 jubelnd, »die Sprache habe ihm die Tiefen der Vorwelt erschlossen, bis zu denen keine

---

1) Meine Vorsicht wird, da das angezogene Buch die Jahreszahl 1868 trägt, jedem geboten erscheinen, der die Litteratur verfolgt hat. Ich bitte zum Beispiel um Belehrung über folgende Thatsache: ZAegSpr **13** 37 übersetzt Herr Legationsrath Brugsch Pascha in den Zeilen 10 und 11 der von seinem Herrn Bruder aufgefundenen MendesStele „Als nun seine Majestät [heimgekehrt war an seinen Ort, wünschte er zu vereinigen] die erste seiner [Frauen] Netef-ânχ mit der Göttin Ba-âbot“: die Einleitung ergeht sich in den robustesten Ausdrücken über die drei Jahre währende, methodisch musterhafte Arbeit, welche der Entzifferung der Stele gewidmet worden. Auf des seligen GDroysen Veranlassung hat der Herr Uebersetzer seine Uebertragung 1882 einer „nochmaligen Revision“ unterzogen: in den SBAW 1882, 227 ist durch eine Art Rhinoplastik gelungen die — oben durch [ ] angezeigten — Lücken der Stele auszufüllen, und es lautet was ich eben nach ZAegSpr **13** 37 mitgetheilt habe, folgender Maßen: „Der König wünschte sich zu vermählen mit der ersten der Jungfrauen, [gleichsam] der Gott Tentefânχ mit der Göttin Ba-âboli“, wo wir in Klammern erfahren, daß Tentefâuχ ein Beiname des Osiris Mendes gewesen ist. Mir scheint das Andere vom Früheren recht verschieden: vor Allem trifft das „wünschte sich zu vermählen“, also das, worauf es GDroysen ankam, in die Lücke der Stele: wie war möglich, es hinzuschreiben, ohne es ausdrücklich als freihändige „Ergänzung“ des Herrn Legationsraths zu bezeichnen? Es würde mir schwer fallen, durch Mariettes Tafel dem Originale näher zu treten.

historische Kunde reicht«: wir seien »in Betreff der Rose wie der Lilie auf CentralAsien gewiesen« — was bedeuten soll, die Urheimat dieser beiden Blumen sei CentralAsien —, »denn ῥόδον wie λείριον seien ursprünglich irânische Worte« — aus welcher Begründung ich lernte, daß Persien jetzt zu CentralAsien gerechnet wird. Schade, daß die Sprache andere Leute anders belehrt als den Herrn Hehn. Für mich scheint erwiesen, daß wenigstens die uns aus Griechenland zugekommenen weißen Lilien aus Aegypten stammen.

Νάρδος = نار.

Im Jahre 1854 stellte ich in dem Hefte zur Urgeschichte der Armenier 1073 lydisches σάρδις (ein von Menken aufgegrabenes Wort), armenisches սարդ in Նաւասարդի »Neujahrsmonat« (PdeLagarde NeuGriechisches aus KleinAsien 5, աւսարդ = օսարդ »bejahrt« Abhandlungen 274[34], երիտասարդ »gering an Jahren« Beiträge 5, 10) und neuPersisches سال »Jahr« zusammen, das im Awestischen çareḏa, im Sanskrit शरद् neben sich hat. Ich berief mich auf die Parallelen دل = սիրտ हृद् »Herz«, گل = վարդ ⲟⲩⲣⲧ »Rose«, پلنك = पृदाकु »Leopard«, und fügte in den Abhandlungen 76, 1 die selbstverständlich den »Theologen« unbekannt gebliebene Gleichung פַּרְדֵּס պարտէզ پاليز hinzu.

Ναρδ- des Wortes νάρδος würde ebenso نار ergeben, wie σαρδ- des Wortes σάρδις سال ergeben hat. Bedenke ich (was Fortunatow in Bezzenbergers [zur Zeit mir unzugänglichen] Beiträgen 6 214 ff. nachgewiesen hat), daß ळ des Sanskrit aus ld entstanden ist, so erscheint als Vertreter des ναρδ- in Indien नड (Boehtlingk-Roth[1] 4 18) »Schilf, Schilfrohr«, das in falscher Schreibung als नल »Rohrschilf, amphidonax karka Lindl.« Boehtlingk-Roth[1] 4 65 umliefe. नल »bambusa arundinacea« an einer Stelle des Mahâbhârata (Raub der Draupadî 5, 9) behandelte AStenzler ZKM 4 $^{398}/_{399}$. Mir scheint möglich, daß in गोनर्द »a fragrant grass« (Wilson) = »rustling in the water« (WJones Asiatic Researches 2 413) = cyperus rotundus (Boehtlingk-Roth 2 801) die ursprüngliche Gestalt des नड noch erhalten ist. Es ergäbe sich, daß नलद, das nach Boehtlingk-Roth 4 67, wenn auch selten, im Sinne von Nardostachys जटामांसी vorkommt, ein Lehnwort ist, dessen ल den Weg wiese, auf welchem es nach Indien übergeführt worden. Vergleiche BFabricius zum Periplus

des erythräischen Meeres 151: bei Dioscorides α 6 wird σαμφαριτική (ἀπὸ χωρίου ὠνομασμένη) auf סְפָר der Genesis 10, 30 gehn — wir wissen durch Fairûzâbâdî, welcher sein Leben in Arabien beschloß (EGlaser in Petermanns Mittheilungen 1886, 7[a]), daß ظفار [Yâqût 3 577, 10] bei مرباط der Hauptumschlagsplatz wenigstens für den Handel mit Costus war, dem sich die Narde leicht anschließen konnte —: ich stelle darum bei Dioscorides nach dem Periplus des erythräischen Meeres § 23 Σαφαριτική her, und verweise auf FFresnel JAP 1838 und ERoediger ZKM 3 289: will man das μ erhalten wissen, so mag man nach Ptolemaeus Σαπφαριτική setzen: zur Sache ASprenger die alte Geographie Arabiens § 301.

Ich kann mir das Vergnügen nicht versagen, auf des Sir William Jones Aufsatz on the spikenard of the ancients, welcher 1790 zu Calcutta im zweiten Bande der Asiatic Researches 405—417 gedruckt wurde, namentlich Botaniker aufmerksam zu machen. Der Name Valeriana jatamansi [जटामांसी] ist von Jones gegeben, welcher vortreffliche Forscher auch eine Abbildung der Pflanze geliefert hat. Sogar EWLane könnte zu seinem Artikel سعد = cyperus complanatus 1361/1362 aus diesen Researches 408 einen Nachtrag machen: da ebendort 409 versichert wird, die जटामांसी diene beim Opfer der Brahmanen, so werden jetzt auch die Schriften über das indische Opferwesen beizuziehen sein.

Die ältere Litteratur über die Narde verzeichnet Christoforo Acosta [EMeyer Geschichte der Botanik 4 408] § 23 (ich besitze nur die italienische Uebersetzung, Venedig 1585).

ILoew bietet in seinem Buche über aramäische Pflanzennamen auch in § 316 nur leicht zu beschaffende Zusammenstellungen: zum Schlusse zweifelt er, daß امرؤ mit ابزار (denn بزر ist wohl ein durch falsche Analogie aus dem für Plural der Form افعال gehaltenen ابزار erschlossener innerArabischer Singular) und اوزارك [das ihm aus Justis Bundehesch 78 Herr Nöldeke zugeschrieben haben wird] zusammengebracht werden dürfe, da die Gleichung ز = ؍ bedenklich sei. Ich habe längst اوزار = աւձառ gesetzt — wobei anzunehmen, daß ر des اوزار verdoppelt ist und für rn steht —: damit war erwiesen, daß امرؤ = اوزار zu setzen erlaubt ist.

ژ vertritt ج = ջ = च् in folgenden allgemein bekannten Vokabeln:

ܐܡܨ = ածիճ »eine gewisse Speise« armenische Studien § 82:
ܓܨ = գաճ = گچ = جص »Gips« ebenda § 446:
ܕܪܨܝܢ = دار صينى = دار چينى = դարիճենիկ ebenda § 592 »chinesisches Holz, Zimmt«: vergleiche բուիճենիկ = *بوى چينى ebenda in § 417 und ܪܝܚܢ:
صنج = چنگ »ein Musikinstrument«:
ܨܢܕܠ = चन्दन = چندان = صندل »Sandelholz« ebenda § 1372.
Hingegen
արճիճ = ارزيز armenische Studien § 262: wozu رصاص »Zinn«:
աւաճ = آواز ebenda § 292 »Stimme, Melodie«:
դահլիճ = دهليز ebenda § 559 »παστοφόριον«:
կապիճ = ܩܦܝܙ = قفيز = ϬⲀⲠⲒⲬⲎ ebenda § 1108 »καπίθη«:
ճանբակ ἀσπάλαθος = زنبق = زنبه ebenda § 1371:
ռոճիկ = روزى ebenda § 1917: wozu رزق:
տաճառ = تزر [ebenda § 2181]:
տաճիկ = تازى »Araber« ebenda § 2182:
փառաճիրհ = Φάρζιρις ebenda § 2287.

Sollten die Herren mehr Beispiele wünschen, so stehn dieselben dutzendweise zu Befehl. Speciell für אַבְזָר hätte Herr Loew sich aus meinen Semitica 1 36—38 unterrichten können: Herr Nöldeke würde seine Bemerkung ZDMG 32 408 vielleicht ungeschrieben gelassen haben, wenn er ܐܘܙܐ gekannt hätte. Freilich Herr PSmith versichert ohne Angabe eines Grundes 1 355 daß ܢܙܪ seiner Einen Handschrift rectius sei als ܐܘܙܪ der beiden anderen, und auch Elias aus Nisibis 11, 3 [meine Praetermissa 34, 67] schreibt ܢܙܪ: dasselbe thut Hoffmanns Glosse 1375. Das beweist nichts gegen die Wurzel: nur die Praeposition ist eine andere: auch in Armenien steht աճառ neben աւճառ, also etwa अग oder (falls iççâr zu sprechen ist) [illegible] gegen अग्नि.

אֵל

Es ist mir eine große Freude gewesen, als der erste das wichtige Wort אֵל richtig zu erklären: in meiner Probe einer neuen Ausgabe der lateinischen Uebersetzungen des alten Testaments 48 findet man alle nöthigen Citate, und einen letzten Beitrag zu der für die Geschichte der Religion so wichtigen Verhandlung. Durch einen »Zufall« traf ich auf eine ausdrückliche Bestätigung meiner Lehre. Payne Smith führt in seinem Thesaurus 1 1183, 5 aus der Oxforder Handschrift Marshall 361, 36 die Angabe eines syrischen Grammatikers an, in ܐܠ sei ܣܚܪܐ ܚܢܐ, in ܚܡܫܐ hingegen ܣܚܪܐ

ܐܝܠܐ: das heißt für syrisch nicht Lesende, in איל werde ein kurzes, in בישותא ein langes I gesprochen. Ueber das Buch, aus welchem PSmith geschöpft hat, siehe seinen Katalog 522: ich wüßte nicht, wer in Oxford mir eine Abschrift der bedeutsamen Stelle besorgen sollte. Allzuviel beweist nicht was ein syrischer Grammatiker lehrt: das Zeugnis daß ܐܝܠ ein kurzes i habe, ist, da es ein ausdrücklichstes ist, kaum zu beanstanden.

Ich freue mich, durch meinen Schüler Alfred Rahlfs auf eine schwer zu entschuldigende Unterlassungssünde aufmerksam gemacht worden zu sein. Wie viel ich meinem Amtsvorgänger IDMichaelis danke, habe ich oft und warm genug ausgesprochen. Weil ich in dieses vortrefflichen Gelehrten Supplementis ad lexica hebraica über אֵל nichts zu finden meinte, habe ich dieses Buch, auf welches Neuere nicht verwiesen, so oft ich über אֵל handelte, nicht aufgeschlagen: nun meldet mir Rahlfs, daß schon der alte Biedermann אֵל auf الو und الى zurückgeführt: mehr noch, schon Christian Benedikt Michaelis hat seinem Sohne bei אֵל wegen des in Namen wie אֱלִיאָב sicheren ֱ bei אֵל an איל zu denken verboten. Daß IDMichaelis an الو oder الى »benefacere« glaubt, darf ich hier unerörtert lassen: die Hauptsache ist, daß schon Er nach seinem Vater für אֵל die Wurzel איל verworfen, die Wurzel אלה erkannt hat.

Ἀρτάγνης.

Otto Puchstein hat in dem am 11 Januar 1883 ausgegebenen Hefte des SBAW einen Bericht über seine Reise in Kurdistan veröffentlicht, und in diesem die von ihm auf dem Gipfel des Nemrûd-dâgh abgeschriebene, auf Befehl des in den Jahren 69 bis 34 vor Christus herrschenden Antiochus von Commagene eingemeißelte Inschrift mitgetheilt.

In dieser Inschrift werden Ζεὺς Ὠρομάσδης, Μίθρας Ἥλιος Ἑρμῆς und Ἀρτάγνης Ἡρακλῆς Ἄρης genannt,

Ich beschäftige mich hier mit Ἀρτάγνης, weil dadurch ältere von mir gemachte Entdeckungen in erwünschter Weise bestätigt werden.

Den auf indoscythischen Münzen erscheinenden Ορδαγνο hatte 1842 Theodor Benfey im griechischen Wurzelwörterbuche 2 276 als den Verethraghna des Awesta erkannt, der aus वृत्रहन् der Inder zu erklären sei. Benfey war auf diesen

Ορδαγνο-Verethraghna 1854 ZDMG 8 460—463 zurückgekommen.

Er wußte nichts davon, daß die Gebrüder Whiston 1736 in ihrer Ausgabe des Moses Chorenensis 74 angemerkt hatten, daß Maccab. β 4, 19 der Վահագն = Wahagn jenes Moses Ἡρακλῆς übersetzt. Er konnte, als er schrieb, noch nicht wissen, daß ich in meinem Hefte zur Urgeschichte der Armenier (1854) 39 die Gleichungen gegeben hatte

होत्र = awestischem zaothra = ܙܘܬܐ = զոհ:

क्षत्रपति = awestischem ḳšathrapaiti = շահապետ [= ἐξατράπης] = σατράπης:

شاه + पुत्र = Σαπώρης = Շապուհ,

aus denen folgte, daß հ unter Umständen त्र vertritt, was den Namen Wahagn sofort hätte als Verethragna erkennen lehren.

Ich bin mir schuldig darauf hinzuweisen, daß der Akademiker Petermann զոհ = होत्र (was gewis eine Leistung war) für זֶבַח erklärt, daß ich selbst in den horis aramaicis (1847) 32 und in den supplementis lexici aramaici (1848) 41 in ܙܘܬܐ das awestische zaothra erkannt hatte, und daß, soviel von Religionsgeschichte an dieser Identification hängt, Herr Payne Smith 1 1163 1164 an der Uebernahme des awestischen zaothra durch die Syrer, obwohl 1866 die gesammelten Abhandlungen 42, 1877 die armenischen Studien § 792 die Gleichung wieder in Erinnerung gebracht hatten, mit dem schönen Schweigen der Zunft vorbeigegangen ist: dies Vorbeigehn steht auf derselben Höhe mit dem Reden des Herrn von Spiegel Studien 1 85 »wie „man“ längst gesehen hat«.

Ich habe dann 1866 in den gesammelten Abhandlungen 293 die Gleichung Wa[r]hagn = Verethraghna ausdrücklich formuliert, und 1877 in den armenischen Studien § 2084 (einem viel Charakteristisches zusammenstellenden Paragraphen) als drittes Glied das indoscythische Ορδαγνο hinzugefügt. Daß Herr Friedrich Müller nach mir was ich gefunden, als sein Eigenthum vortrug, versteht sich bei der bekannten Art dieses von mir in den armenischen Studien 203—205 gewürdigten Schriftstellers von selbst.

Jetzt tritt nun Ἀρτάγνης zu den eben genannten drei alten Formen des Namens hinzu. Und dies Ἀρτάγνης ist recht wichtig. Ich habe 1866 drei Schichten in der armenischen Sprache geschieden, die haikanische, arsacidische, sasanidische. Wenn ein Zeitgenosse Iulius Caesars in Com-

magene, welche allerdings nicht gradezu ein armenischer Landstrich ist, den Verethraghna noch Ἀρτάγνης nennt, wie ihn die Diadochen Alexanders in OstEran als Ορδαγνο feiern, so ist das armenische Wahagn (für Warhagn) sicher spätArsacidisch, so ist Wahagn kein einheimisch armenischer, sondern ein durch die Arsaciden nach Armenien eingeführter Gott. Für die Geschichte des Awesta liegt viel daran, dies festzustellen. بهرام (vergleiche Mittheilungen [1] 108rd) = վռամ = Οὐαραράνης ist die sasanidische Form des arsacidischen Ορδαγνο Ἀρτάγνης = Wahagn: im Haikanischen erscheint हन् = घन् als ձնձուլ, zeigen Derivata der Wurzel ह् den Anlaut գ. Siehe auch BvDorn mélanges asiatiques 3 507.

Die arabische Uebersetzung des εὐαγγέλιον διὰ τεσσάρων.

In meiner Ausgabe der pars prior des alten Testaments Lucians, welcher pars prior eine pars altera niemals folgen wird, habe ich im Jahre 1883 angekündigt, daß ich die vom Cardinale Stephan Borgia gesammelten Fragmente der südAegyptischen Bibelübersetzung herausgeben werde. In meinen »Mittheilungen« 200—205 ist auseinandergesetzt, warum ich diesen Plan nicht habe ausführen können. Es ist schwer zu tragen, das vollständige Manuskript eines solchen Schatzes als Eigenthum in Händen gehabt, und sich gezwungen gesehen zu haben, den Schatz wie eine feurige Kohle fallen zu lassen.

Es mag Rücksicht auf dies mein Misgeschick gewesen sein, was den Augustinermönch ACiasca, zu dessen Gunsten die Propaganda auf die Handschriften Borgias gegen mich Beschlag gelegt hatte, mir seine Abschrift der arabischen Evangelienharmonie des Vatikans zur Verfügung zu stellen vermocht hat. Man wird aus meinen »Mittheilungen« 1 31^{r} 118 ersehen, daß ich dieser Urkunde seit 1864 lebhaftes Interesse gewidmet habe. Als ich zu Ostern 1885 in der Vaticana nach dem Codex fragte, war er unzugänglich.

Ich habe es nicht wagen zu sollen geglaubt, eine Arbeit in Angriff zu nehmen, welche mich 25 Monate beschäftigt habe würde. Die arabischen Typen, welche unserer Gesellschaft eigen gehören, wurden einst gekauft, um Reiskes Abulfidâ zu drucken, dem nachmals Dänemark an das Licht helfen mußte: sie sind jetzt so verbraucht, daß nicht mehr als was ich hier als Probe biete, auf Einmal gesetzt

— und wie gesetzt! — werden kann. Das von Herrn Kästner auf eigene Rechnung angeschaffte Material ist durch die Herren Sachau, Jahn, Thorbecke auf lange Zeit mit Beschlag belegt. Da die königliche Gesellschaft der Wissenschaften für mich schon neuAegyptische und armenische Typen erworben hat, kann ich unmöglich auch noch um arabische Schrift bitten. So würde ich immer nur sechs Oktavseiten meinem Freunde Ignazio Guidi zur Vergleichung mit der Handschrift haben nach Rom senden können, und wenn ich in Anschlag bringe, daß drei Monate im Vatikan Ferien sind, würde ich etwa zu Ostern 1888 mit der Arbeit fertig geworden sein.

Ignazio Guidi, der allezeit Gefällige, hat mit dem Codex verglichen was ich nach des Herrn Ciasca, diesem längst zurückgestellter Abschrift als Probe für ich weiß nicht wen, habe absetzen heißen.

Die Vergleichung mit der Pešîþâ — dieser, nicht der älteren Gestalt der syrischen Uebersetzung, hängt dies Τετραευαγγέλιον an — eine fast nutzlose Arbeit, überlasse ich dem Liebhaber. Ich bin dankbar, durch Umstände, denen ähnlich, über welche in seinem Verzeichnisse der zu Bonn verwahrten arabischen Handschriften unser Genosse IGildemeister so bitter höhnisch klagte, gehindert zu sein, abermals für ein nicht vorhandenes Publikum Zeit und Kraft zu vergeuden.

Alles Weitere lese man in des Cardinal Pitra Analecta 4 465—487 nach.

فالصبر جميل ✿

بسم الاب والابن والروح القدس المحيي الاله الواحد جوهرا بالذات الثالوث اقانيما بالصفات

1

Marc 1, 1 Iohann 1, 1—5 Luc 1, 5—80.
in margine manu secunda Luc 1, 1—4

1[1] ابتداء من مرقس وقال : [1]مبداء بشار[ة ا]يسوع المسيح بن الله : يوحنا : [1]في

Codex pro ث semper ت, et pro ذ scribit د : pro ة vero nunc ه, nunc ة *Guidi*. quae in editione emendata sunt

0 ابتداء hoc loco ponendum esse, non omnino certus perspexit G.

0 1 super verba من مرقس وقال scriptum est اول بشارته, et super يوحنا scriptum est اول بشارته

البدء كان الكلمة والكلمة كان لدي الله واله هو الكلمة 2هذا هو في البدء لدي الله
3كل بيده كان ومن دونه ولا موجود واحد كان 4به كانت الحياة والحياة هي نور
الناس 5والنور ينير في الظلمة والظلمة لم تدركه : لوقا : 5كان في ايام هيرودس
الملك كاهن اسمه زكريا من خدمة ال ابيا وامراته من بنات هرون اسمها اليشبع
6وكانا جميعا بارين قدام الله ويسيران بجميع اوامره وفي عدالة الله بغير لوم 7ولم
يكن لهما ابن لان اليشبع كانت عاقرا وكانا جميعا قد اسنا 8وبينما هو يكهن في
مرتبة خدمته قدام الله 9علي عادة الكهنوت انتهي اليه تبخير البخور فدخل
هيكل الرب 10وكل جميع الشعب كان يصلي خارجا في اوان البخور 11وتراي
لزكريا ملك الرب قايما عن يمين مذبح البخ[ور 12فاضطرب زكريا] اذ راه
ووقعت عليه خشية 13[فقال له الملاك لا تخف يا زكريا فان] صلاتك سمعت
1 وامراتك [اليشبع ستلد ابنا فتسميه يوحنا] 14ويكون لك فرح وسرور وكثيرون
يسرون بمولده 15يكون عظيما قدام الرب ولا يشرب خمرا ولا سكرا ويمتلي من روح
القدس وهو في حشا امه 16ويرد كثيرين من بني اسرا[ييل] الي الرب الههم 17وهو
ينطلق امامه بالروح وبقوة ايليا النبي ليرد قلب الاباء علي الابناء والذين لا
ينطاعون الي علم الابرار ويعد للرب شعبا كاملا 18قال زكريا للملاك كيف اعرف
هذا وانا شيخ وامراتي مسنة 19اجاب الملاك وقال له اني انا جبرييل القايم
قدام الله وارسلت لاكلمك وابشرك بذلك من الرب 20تكون صامتا لا تستطيع
الكلام الي اليوم الذي فيه يكون ذلك لانك لم تثق بكلامتي هذه الذي* تكمل
في اوانها 21وكان الشعب قايما ينظر زكريا وحاروا لتاخيره في الهيكل 22ولما خرج
زكريا لم يتمكن ان يكلمهم فعلموا انه راي في الهيكل روياء وكان هو يومي اليهم
ايماء وثبت علي خرسه 23ولما كملت ايام خدمته انطلق الي منزله 24ومن بعد
تلك الايام حبلت اليشبع زوجته واخفت [خمسة اشهر] وقالت 25هذا صنع بي

Luc 1, 5 ad لوقا in margine + اول بشارته

5 in margine manu secunda *اول الانجيل بشارة لوقا لاجل ان كثرين راموا ترتيب قصص الامور التى كملت فينا كما عهد الينا اوليك الذين كانوا منذ البدء يبصرون وكانوا خداما للكلمة رايت انا ايضا تابعا لكل شىء بتحقيق ان اكتب ايها العزيز ثاوفيلا لتعرف حقايق الكلام الذى وعظت به كان فى ايام هيرودس et ab eadem manu, ut Ciascae videbatur, ab alia, si Guidio credo اربع بشاير كوامل متى ومرقس ولوقا ويوحنا. confer quae de his versibus, operis dioscoridei initium imitantibus, in psalterio iuxta Hebraeos a me edito paginis 165 et 166 anno 1874 disserui

Luc 1, 12 رعاه codex, sed ء et ر recenti manu scr

الرب في الايام [التي نظر الي فيها ليصرف عني العار بين] الناس 26 وفي الشهر [السادس
2[1] ارسل الملاك جبرائيل من] عند الله الي الجليل | الي مدينة اسمها ناصرة 27 الي
بكر مملكة برجل اسمه يوسف من بيت داوود واسم ال[بـ]كر مريم 28 ودخل اليها
الملاك وقال لها السلام لك ايتها ال[ممتلئة ا]لنعمة سيدنا معك ايتها المباركة في النساء
29 وهي [لما راته] عجبت بكلمته وفكرت ان ماذا هذا السلام 30 وقال [لها الملاك
لا] تخشي يا مريم فقد وجدت نعمة لدي الله 31 [وها انت تحبلين] وتلدين
ابنا وتدعين اسمه ايسوع 32 هذا يكون [عظيما ويدعي ابن] العلي ويعطيه الرب
الاله كرسي داوود ابيه 33 [ويملك علي ال] يعقوب الي الابد ولا يكون لملكه نهاية
34 قالت [مريم للملا]ك اني يكون لي هذا ولم يعرفني رجل 35 اجاب الملك [وقال]
لها روح القدس تاتي وقوة العلي تحل عليك ولهذا يكون المولود منك طاهرا وابن
الله يدعا 36 وها اليشبع قريبتك هي ايضا حاملة ابنا علي شيخوختها وهذا الشهر
السادس لها لتلك المدعوة عاقرا 37 لان الله لا يعسر عليه شي 38 قالت مريم انا امة
الرب ليكن لي كقولك وانطلق الملك من عندها 39 و[قامت مريم] في تلك الايام
ومضت بجد الي الجبل الي مدينة يهوذا 40 ودخلت الي بيت زكريا وسالت عن
2[2] سلامة اليشبع 41 فلما سمعت اليشبع سلام مريم | استن الطفل في حشاها
وامتلت اليشبع روح القدس 42 وصاحت بصوت عال وقالت لمريم مباركة انت في
النساء ومباركة الثمرة التي في حشاك 43 اني لي هذا ان تاتي ام سيدي الي 44 [و]حين
حصل صوت سلامك في اذني بسرور عظ[يم استن] الطفل في حشاي 45 فطوبي للتي
امنت بان الذي خوط[ب به من] لدن الرب يكمل 46 وقالت مريم تعظم نفسي الرب
47 [وتبتهج روحي] بالله محيي 48 الذي نظر الي تواضع امته ها من الان ال[طوبي]
تعطيني كل القبايل 49 بان صنع لي عظايم ذلك الذي هو [قدير] وقدوس اسمه
50 ورافته شاملة للذين يخافونه علي الدهور 51 فعل الغلبة بذراعه 52 ويدل المتعظمين
من الكراسي ويرفع المتواضعين بازايهم نكس المتجبرين 53 اشبع الخيرات الجياع
وترك الاغنياء بغير شي 54 اعان اسرايل عبده وذكر رافته 55 حسبما ذكر مع ابائنا
مع ابرهيم ومع زرعه الي الابد 56 واقامت مريم عند اليشبع نحو ثلثة اشهر [ثم

26 supra versum الفصل الثانى من بشارة لوقا

31 وتدعون 39 الجبل C, الجليل codex G 41 استن L, استر CG

45 خوط legit, ب به من supplevit G, قيل لها descripsit C

52 المتواضعين C uncinis incluserat tamquam non lectum, sed coniectura inventum, sed G legi adhuc posse vocabulum testatur, quamquam non perspicue

54 اعان proposuit G, اعار C, verum teste Guidio non ر, sed semicircellum habet codex, puncto tamen carentem

عادت الي بيتها] 57 والبشبع ان لها وقت الولاد وولدت [ابنا 58 وسمع جيرانها
واقار]بها بان الله اكثر رافته عندها وسروا معها 59 و[كـ]ان في اليوم [الثامن] جاوا
3¹ لختان الصبي |، ودعوه زكريا باسم ابيه 60 فاجابت امه وقالت لهم لا هكذا لكن
يدعي يوحنا 61 فقالوا لها ليس انسان في قبيلتك يدعا بهذا الاسم 62 واوموا الي
ابيه ان كيف تحب ان تسميه 63 والتمس صفيحة وكتب وقال اسمه يوحنا وتعجب
كل انسان 64 وفي الوقت انفتح فوه ولسانه وتكلم وحمد الله 65 ووقعت خشية علي
جميع مجاوريهم ووصف ذلك [في جميع جبـ]ـل يهوذا 66 وجميع الذين سمعوا افكروا
في قلوبهم وقالوا ماذا يكون [هذا الـ]ـصبي ويد الرب كانت معه 67 وامتلا زكريا
ابوه من روح [القدس] وتنبا وقال 68 مبارك هو الرب اله اسراييل الذي [افتقد]ه
ووضع له خلاصا 69 واقام لنا قرن الخلاص ببيت داوود [فتاه 70 كمـ]ـا نطق علي فم
انبيايه القديسين من الابد 71 ليخلصنا [من اعدا]ينا ومن يد جميع مبغضينا
72 وفعل رافته مع ابايبنا [وذكر موا]ثيقه القديمة 73 والقسم الذي قسمه لابراهيم
ابينا بان [يعطينا 74 الـ]ـخلاص من يد اعداينا وبغير خوف نخدم قدامه 75 جميع
ايامنا بعدالة وتقوي 76 وانت ايها الصبي نبي الله تدعا تنطلق قدام وجه الرب
لتعد طريقه 77 لتعطي معرفة الحياة لشعبه لغفران خطاياهم 78 برحمة رافة الهنا
التي بها يراعينا الظهور من العلا 79 لانارة الجالسين في الظلام وتحت اظلال الموت
3² ولتقوم | ارجلنا في طريق السلام 80 فاما الصبي فكان ينمي ويتقوي بالروح
وكان مقيما في القفر الي يوم ظهوره لبني اسرايبل ✿

2

Matth I, I—25[1] Luc 2, I—39

الاصحاح الثاني : متي : 1 كتاب ولادة ايسوع المسيح بن داوود بن ابرهيم
2 ابرهيم ولد اسحق ولد يعقوب يعقوب ولد يهوذا واخوته 3 يهوذا ولد
فارص وزارح من ثامار فارص ولد حصرون حصرون ولد ارام 4 ارام ولد عميناذاب
عميناذاب ولد نخشون نخشون ولد ضلمون 5 ضلمون ولد باعاز من راحاب باعاز
ولد عوبيد من رعوت [عوبيد] ولد ايسي 6 ايسي ولد داوود الملك داوود ولد
سليمان من امراة [اوريا] 7 سليمان ولد ارحبوام ارحبوام ولد ابيا ابيا ولد اسا[ف]
8 [اساف] ولد يهوشافاط يهوشافاط ولد يورام يورام ولد عوزيا 9 [عوزيا] ولد يوثام

78 بها يراعينا الظهور lectu perquam difficilia G, C non legerat

79 لنقوم codex, لتقوم emendavit G. equidem de لنقوم II scribendo cogitaveram

1 in margine بدو بشارة متى البشير

5 priori loco باعار

يوثام ولد اخاز اخاز ولد حزقيا [10] حزقيا ولد منسي منسي ولد امون امون
ولد يوشيا [11] يوشيا ولد يوخانيا واخوته في جلوة بابل [12] ومن بعد جلوة بابل
يوخانيا ولد شالتال شا[لتال] ولد زوربابل [13] زوربابل ولد ابيوذ ابيوذ ولد الياقيم
الياقيم [ولد عازور] [14] عازور ولد زاذوق زاذوق ولد اخين اخين ولد اليوذ
4[1] | [15] اليوذ ولد اليعازار اليعازار ولد ماثان ماثان ولد يعقوب [16] يعقوب ولد
يوسف رجل مريم الذي منها ولد ايسوع المسيح [17] فكل القبايل الان من ابرهيم
والي داوود اربع عشرة قبيلة ومن داوود الي جلوة بابل اربع عشرة قبيلة ومن جلوة
بابل الي المسيح اربع عشرة قبيلة [18] فاما ميلاد ايسوع المسيح فهكذا كان في الوقت
الذي كانت امه مملكة بيوسف من قبل ان يجتمعا الفيت حاملا من [روح] القدس
[19] ويوسف بعلها كان عدلا ولم يحب ان يشهرها وهم في تخليتها سرا [20] ولما فكر في
ذلك تراءا له ملك الرب في الحلم فقال له يا يوسف بن داوود لا تخف من اخذ
مريم امراتك فان المولود فيها من روح القدس [21] تلد ابنا وتدعوا اسمه ايسوع
وهو يحيي شعبه من خطاياهم [22] وكل ذلك كان ليتم المقول من الرب في النبي [23] ها
البتول تحبل وتلد ابنا ويدعون اسمه عمنويل المفسر معنا هو الهنا [24] ولما قام
يوسف من رقدته ففعل كما امره ملك الرب وتناول امراته [25] ولم يعرفها الي ان
ولدت ابنها البكر : لوقا : [1] وفي تلك الايام خرج امر من اوغسطس قيصر ليكتب
4[2] جميع شعب عمله [2] هذه الكتابة الاولي كانت في ولاية قورينوس | بسوريا
[3] ومضي كل انسان ليكتب في مدينته [4] ويوسف صعد ايضا من ناصرة مدينة الجليل
الي يهوذا الي مدينة داود المدعوة بيت لحم لانه كان من بيت داود ومن قبيلته
[5] مع مريم مملكته وهي حامل ليكتب هناك [6] وعند كونها ثم كملت ايام ولادها
[7] وولدت ابنها البكر ودرجته في القمط والقته في معلف لانه لم يكن لهما [موضع]
حيث كانا فيه حالين [8] وكان في ذلك الصقع رعاة حالين يحفظون رعيهم في هزيع
الليل [9] واذا ملك الله قد اقبل اليهم ومجد الرب انار عليهم وفزعوا فزعا عظيما
[10] قال لهم الملاك لا تفزعوا فاني مبشركم بفرح عظيم يكون لجميع العالم [11] ولد
لكم اليوم مخلص هو الرب المسيح في مدينة داوود [12] وهذه علامة لكم تجدون
طفلا ملفوفا في قمط وموضوعا في معلف [13] وظهر مع الملايكة بغتة قوي سماية
كثيرة من حيث يسبحون لله ويقولون [14] التسبحة لله في العلا وعلي الارض السلام
والرجاء الصالح للناس [15] ولما انصرف من عندهم الملايك الي السماء خاطب الرعاة
بعضهم بعضا وقالوا نسير الي بيت لحم ونعرف الكلمة التي كانت كما اعلمنا الرب

13 زربابل codex — 19 وهم vix legitur
22 القول CG — 23 وتدعون CG
7 والفته codex — 8 الصقع G, الصفع C. correxit L. vide Luc 3, 8
8 هريع CG

[16]واتوا بسرعة ووجدوا مريم ويوسف والطفل موضوعا في معلف [17]ولما بصروا
اخبروا بالكلمة التي قيل لهم عن الصبي [18]وجميع الذين سمعوا تعجبوا | 5¹
بالوصف الذى وصفه لهم الرعاة [19]ومريم كانت تحفظ هذه الاقاويل وتميزها
في قلبها [20]وعاد اوليك الرعاة وهم يسبحون ويهللون لله علي جميع [الذي ما
عاينوا و]سمعوا حسب ما وصف لهم [21]ولما تمت ثمنية ايام ليعذر [الصبي د]عي
اسمه ايسوع وهو الذي به دعي من الملك قبل حمله [في الحشا [22]و]اما كملت ايام
طهارتهم بحسب سنة موسي اصعدوه [الي اورشليم ل]يقيموه قدام الرب [23]كما
كتب في ناموس الرب ان كل ذكر [فاتح رحم يدعي] قدوس الرب [24]وليعطوا
ذبحا كما قيل في سنة الرب [زوج ا]لشفانين او فرخا* حمام [25]وكان في اورشليم
رجل اسمه [سمعان] وهذا رجل كان عدلا تقيا ومنتظرا لعزا اسرايل [26]وقيل
له [من] روح القدس انه لا يري الموت حتي يعاين مسيح الرب [27]وهذا اتا
بالروح الي الهيكل وفي حال ما ادخل الصبي ابواه ليقربا عنه ذبحه كما كتب في
الناموس [28]حمله علي ذراعيه وحمد الله وقال [29]الان تطلق اسر عبدك يا سيدي
بسلام حسب قولك [30]فقد شاهدت عيني رافتك [31]التي اعددتها لسبب جميع
العالم* [32]نورا ليجلي الشعوب ومجدا لشعبك اسرايل [33]ويوسف وامه كانا
متعجبين من الاشيا التي تقال فيه [34]ودعا لهم سمعون فقال لمريم امه هاهوذا
وضع لصرعة كثير في اسراييل وقيامهم ولعلامة المراء [35]وفي نفسك انت يجتاز | 5²
الرمح لكيما تنكشف افكار قلوب كثيرين [36]وحنة النبية ابنة فنوايل من سبط
اشير كانت هي ايضا مسنة ومكثت مع بعلها سبع سنين من بتوليتها [37]وبقيت
ارملة نحو اربع وثمانين سنة ولم تكن تفارق الهيكل وتخدم ليلتها ونهارها
بالصوم والصلوة [38]وقامت هي ايضا في تلك الساعة وشكرت الرب ووصفته مع كل
انسان [الذي كان] متوقعا لخلاص اورشليم [39]ولما تمموا كل شي علي ما في ناموس[س
الرب] عادوا الي الجليل الي ناصرة مدينتهم ✿

3

Matth 2, 1²—23 Luc 2, 40—3, 3 Matth 3, 1²—3¹
Luc 3, 4²—6 Ioh 1, 7—17

الاصحاح الثالث : متي : [1]ومن بعد ذلك اتي المجوس من المشرق الي [اورشليم] وقالوا
[2]اين ملك اليهود الذي ولد لقد راينا نجمه بـ[المشرق] وجينا لنسجد له [3]وسمع
هيرودس الملك وانزعج وكل اورشليم معه [4]وجمع جميع عظماء الكهنة وكتاب
الشعب وسالهم اي مكان يولد المسيح [5]قالوا هم في بيت لحم يهوذا هكذا
كتب في النبي [6]انت ايضا يا بيت لحم يهوذا ليست حقيرة في ملوك يهوذا منك
يخرج ملك وهو يرعي شعبي اسرايل [7]حينيذ دعي هيرودس المجوس سرا
واستعلم منهم الزمان الذي فيه ظهر لهم الكوكب [8]وارسلهم الي بيت لحم وقال
لهم انطلقوا نابحثوا عن الصبي باجتهاد | فاذا ما وجدتموه هلموا فاكشفوا 6¹

لي حتي انطلق انا ايضا فاسجد له 9 وهم لما سمعوا من الملك انطلقوا واذا الكوكب
الذي ابصروا بالمشرق يسير امامهم الي ان جاء ووقف علي علو الموضع الذي
فيه الصبي 10 ولما شاهدوا الكوكب سروا سرورا عظيما جدا 11 ودخلوا البيت
وشاهدوا الصبي مع مريم امه وخروا سجدا له وفتحوا حقايبهم وقربوا له قرابين
ذهبا ومرا ولبانا 12 وراوا في المنام الا يرجعوا الي هيرودس وسلكوا في طريق اخري
في المضي الي بلدهم 13 ولما انطلقوا ترا‌ا ملك الرب في الحلم ليوسف وقال له قم
خذ الصبي وامه واهرب الي مصر وكن ثم الي ان اقول لك فهيرودس مزمع ان
يطلب الصبي لكيما يهلكه 14 ويوسف قام واخذ الصبي وامه في الليل وهرب الي
مصر 15 وبقي فيها الي حين موت هيرودس ليتم المقول من الرب في النبي الذي
قال من مصر دعوت ابني 16 وهيرودس حينيذ لما راي انه قد امتهن من
المجوس غضب جدا وانفذ وقتل جميع الصبيان الذين في بيت لحم وساير حدودها
من ابن سنتين وما دون علي حسب الزمان الذي بحث عنه من المجوس 17 حينيذ
تم المقول في ارمياء النبي الذي قال 18 صوت سمع في الرامة بكاء ونوح كثير راحيل
تبكي علي بنيها ولا تريد [ان تتسـ]ـلي لفقدهم 19 ولما مات هيرودس الملك تراي
6a ملك الرب في الحلم ليوسف | بمصر 20 وقال له قم فخذ الصبي وامه وامض
الي ارض اسرايل فقد مات الذين كانوا يلتمسون نفس الصبي 21 ويوسف قام
وتناول الصبي وامه واتي ارض اسرايل 22 ولما سمع بان اركلاوس صار ملكا علي يهوذا
بدل هيرودس ابيه خاف ان يمضي الي هنالك فراي في المنام ان يمضي الي ارض
الجليل 23 وان يسكن في مدينة تدعي ناصرة ليتم المقول في النبي انه يدعي
ناصريا : لوقا : 40 والصبي كان ينمي ويتقوي بالروح ويمتلي معرفة ونعمة الله كانت
عليه 41 واهله في كل سنة كانوا يمضوا الي اورشليم في عيد الفصح 42 ولما صار ابن
اثنا عشرة سنة صعدوا كعادتهم الي العيد 43 ولما استتمت الايام عادوا والصبي
ايسوع بقي في اورشليم ويوسف وامه لم يعلما 44 وظنا انه مع اولاد رفقتهما ولما
سارا مسيرة يوم واحد التمساه عند ناسهما وعند من يعرفهما 45 ولم يجداه فعادا
الي اورشليم والتمساه ايضا 46 ومن بعد ثلثة ايام وجداه في الهيكل جالسا وسط
المعلمين يسمع منهم ويسلهم 47 وجميع من يسمعه كان يتعجب من حكمته والفاظه
48 ولما ابصراه تعجبا قالت له امه يا بني لماذا صنعت بنا هكذا ها انا وابوك
نتضـ[ـو]ر كثيرا نلتمسك 49 فقال لهما لماذا انتما تلتمساني اما تعلمان انه يجب

9 manus recentior جا in جاا mutavit, addita super ا madda
16 الدين manus secunda, الدي manus prima 16 بن CG
40 معرفة Ciasca, حكمة dubitans Guidius
47 والفاظه . codex saepissime puncta diacritica omittit
48 [ ] debetur Guidio 49 انه يجب incertissima *Guidi*

علي ان اكون في بيت ابي 50وهما لم يفهما الكلمة التي قال لهما 51ونزل معهما
واتي ناصرة وكان يطيعهما وامه كانت تحفظ جميع هذه الاقاويل في قلبها 52وايسوع
7[1] كان ينمي في قامته وحكمته | وفي النعمة لدي الله والناس 1وفي السنة
الخامسة عشر لملك طيباريوس قيصر في ولاية بنطيوس فيلاطوس في يهوذا واحد
الروسا الاربعة هيرودس في الجليل وفيليفوس اخوه احد الروساء الاربعة بايطوريا
وفي صقع طراخونا ولوسانيا احد الروسا الاربعة [بابيـ]ـلانا 2في عظمة كهنوت حنان
وقيافا خرج امر الله الي يوحنا بن زكريا في القفر 3وجاء الي جميع الصقع
الذي حول الاردن ينادي بالمعمودية التوبة بغفران الخطايا: متي: 1وكان ينادي
في خراب يهوذا 2ويقول توبوا قربت ملكوت السماء 3هذا الذي قيل في اشعيا
النبي الصوت الذي يدعوا في القفر: لوقا: 4اعدوا طريق الرب وقوموا في
القاع سبلا لالهنا 5كل الاودية تمتلي وجميع الجبال والاكام تتضع ويصير الوعر
مستويا والمكان الصعب سهلا 6ويري كل بشر حياة الله: يوحنا: 7هذا جاء
للشهادة ليشهد علي النور ليومن كل انسان بتوسطه 8ليس هو النور لكن ليشهد
علي النور 9الذي هو نور الحق المنير لكل انسان ات الي العالم 10في العالم
كان والعالم به كون والعالم لم يعرفه 11جاء الي ماله وماله لم يقبله 12والذين
قبلوه اعطاهم السلطان ليكونوا [ابناء الله] الذين يومنون باسمه 13الذين ليس
7[2] هم من الدم ولا من ارادة اللحم ولا من ارادة | رجل لكن من الله ولدوا
14والكلمة صار لحما وحل فينا ورايناه مجده كمجد الوحيد من الاب المملوا نعمة
وقسطا 15يوحنا شهد عليه ونادي وقال هذا هو الذي قلت انه ياتي بعدي وكان
قبلي لانه اقدم مني 16ومن امتلايه اخذنا النعمة عوض النعمة 17لان الناموس
بتوسط موسي اعطي والحق والنعمة بايسوع المسيح كانا ✿

1 بانطوريا
1 والوسانيا
3 وجا m. pr., وجاا m. recentior 16 priori loco والنعمة CG

Bemerkungen über die AwestaSchrift.

غرضنا تلويح لا البسط
Masûdî.

Friedrich von Spiegel hat in seiner 1867 erschienenen baktrischen Grammatik mehrere Gelehrte genannt, welche sich vor 1867 über die Entstehung der AwestaSchrift geäußert hatten. Was er geboten, will ich nicht vervollständigen: es genügt mir, anzuführen, daß Henry Rawlinson, welcher von den eranischen Sprachen und Schriften

sehr viel versteht, im Journal of the Royal Asiatic Society 10 88 [Spiegel Huzwâresch Grammatik 27[1]] behauptete »the Zend appears to have derived its character, with some modifications, and with considerable additions, from the cursive Pehlevi«, welches natürlich eine spät semitische Schrift ist, und daß Richard Lepsius, welcher von den eranischen wie semitischen Sprachen und Schriften genau gar nichts verstand, im Standard alphabet[2] 120 »the Pehlewi writing as a reduction of the Zendcharacter« ansah. Ich habe in meinen Mittheilungen 149 darauf aufmerksam gemacht, daß Iustus Olshausen, der Entzifferer der Pehlewimünzen, durchaus wie Henry Rawlinson dachte. Wer nur ein ganz klein wenig sich mit diesen Dingen beschäftigt hat, kann gar nicht anders urtheilen als Rawlinson und Olshausen urtheilten.

Ich hoffe, in meinen Mittheilungen 140—163 die Verhandlungen ein Stück weiter geführt zu haben, nachdem ich mich schon 1870 in meinen Symmicta 1 44 zur Sache geäußert hatte. Was Herr von Spiegel in der neusten Zeit in dieser Angelegenheit für erheblich hält, ist in Bezzenbergers Beiträgen 9 173—189 nachzulesen.

Ich nehme hier die Untersuchung wieder auf, indem ich in öffentlichem Drucke auseinandersetze was ich meinen Schülern seit sechszehn Jahren mündlich vortrage. Wie ich in meinen Anmerkungen zur griechischen Uebersetzung der Proverbien (die Einleitung des völlig vergriffenen Buchs ist in meinen Mittheilungen 1 19—26 wiederholt worden) wichtige Ergebnisse durch die Durchführung der Einsicht erzielte, daß hebräische Schreiber zwischen 100 und 800 nach Christi Geburt dieselben Eigenthümlichkeiten hatten, welche syrische und griechische Schreiber dieser Jahrhunderte zeigen, so arbeite ich hier mit der an sich Kindern einleuchtenden Schlußfolgerung, daß wenn unweigerlich der Awesta in einer aus dem semitischen PehlewiAlphabete entstandenen Schrift vorliegt, im Awesta die Schreibeigenthümlichkeiten derjenigen Zeit semitischer Litteratur erwartet werden müssen, welche der Erfindung des AwestaAlphabets gleichzeitig war. Das ist die Zeit der letzten Sasaniden: man lese Olshausens Worte in meinen Mittheilungen 1 149.

Ich greife auf etwas zurück, was ich 1868 in meinen Beiträgen zur baktrischen Lexikographie 63[r] vorgetragen habe.

Die awestischen Wörter kehrp »Leib«, kahrkâça »Geier«,

çtehr »Stern«, vehrka »Wolf« enthalten ein h, welches aus कृप् كركس ستاره वृक = گُرگ nicht zu erklären ist. Ich habe in diesem h das von gewissen syrischen Schreibern als Bezeichnung des ε verwandte ܗ erkannt. Payne Smith gibt 1 960—1056 auch dem nur Blätternden überreichliche Beispiele für diese Verwendung des ܗ, GHoffmanns syrisch-arabische Glossen thun dasselbe. Da *αι* später mit ε gleichlautend war, dient ܗ auch für den Ausdruck von *αι*: in Hoffmanns Glossen

3261 ܗܓܘܩܝܪܘܣ *αἰγόκερως*:
3266 ܗܓܠܘܦܣ *αἰγίλωψ*:
3288 ܗܛܝܡܛܐ *αἰτήματα*.

Auch in der Mitte von Wörtern dient ܗ diesem Behufe:

Elias aus Nisibis in meinen Praetermissa 31, 12 ܦܪܗܢܝܛܝܣ φρενῖτις:
Hoffmanns Glosse 3299 ܗܠܗܢܝܘܢ ἑλένιον:
PSmith 1 1017 ܗܠܬܗܛܘ ἐλθέτω:
PSmith 1 267 ܐܢܛܝܠܝܡܦܣܗܛܝ ܡܣܬܡܟ aus Bar Bahlûl, was (wie FField im otium norwicense 2 9 erkannt) auf ἀντιλήψεται Psalm 3, 6 zurückgeht.

Trotz des von GHoffmann ZDMG 32 736 1) geführten, von mir in meinem Iohannes von Euchaita VIII^r bestätigten Nachweises, daß gewisse Syrer ἐτυμολογία als ἑτοιμολογία = ܛܘܗܡܐ ܕܡܠܐ deuteten, gehört auch Hoffmanns Glosse 3286 ܗܛܘܡܘܠܘܓܝܐ hierher, da das Wort

ܡܫܡܠܝܘܬܐ ܕܫܡܗܐ اشتقاق الاسماء والكلام

erklärt wird.

והרקא des Awesta bedeutete also werka: wichtig ist das in diesen Wörtern zum Erweise kommende e. In קהרקאסא, was kerkâça gelesen werden sollte, ist nachmals irrthüm-

1) Der dort von GHoffmann belehrte Schriftsteller hat sich in des Herrn Stade Zeitschrift für die alttestamentliche Wissenschaft 2 312—314 mit der Beantwortung der Frage beschäftigt, wie alt Salomon gewesen, als er zur Regierung kam. Der allbekannte Umstand, daß die von ihm angeführten *διατάξεις τῶν ἀποστόλων* [β 1] im engsten Zusammenhange mit Ignatius stehn, hat ihn nicht vermocht, auf des Ignatius² Brief an die Magnesier 3 zurückzugreifen, und von da auf JUshers Bemerkungen auf LXXVII seiner Ausgabe zu kommen, welche auch in Cotelier-LeClercs Ausgabe der patres apostolici 2 225 anzutreffen sind. Wer wie der in derselben Zeitschrift 3 185 Schreibende die Periode der Geschichte, welcher er selbst ausnahmelos Alles dankt was er besitzt, als einer sträflichen Nachlässigkeit der Vorsehung entsprungen leugnet, hatte mindestens den Eupolemus zu kennen, welcher sich in der *προπαρασκευή* des Eusebius 𝔍 30, 8 [263 Estienne, 447 Viger] zur Chronologie des Lebens Salomons äußert. Den סדר עלם, auf welchen der Andere der Zwei den Früheren verweist, hatte bereits JUsher angerufen. Hieronymus 1 434² 4 53² Vallarsi!!

lich vor ה der Vokal a eingefügt worden.

Längst nemlich sehe ich im ε des Awesta das griechische ε in eigener Gestalt, welches die WestSyrer in eben dieser Gestalt in ihr Vokalsystem aufgenommen hatten. Wilhelm Wright hat in seinen 1871 gedruckten Fragments of the ܬܘܪܨ ܡܡܠܠܐ ܢܗܪܝܐ or syriac grammar of Jacob of Edessa 4[1] nachgewiesen, daß »about the time of Jacob of Edessa the Greek vowels were introduced« nach Syrien, und daß »the earliest examples of their use in the Nitrian manuscripts« des britischen Museums »are in Add. 17,134 fol. 83 (dating from about A. D. 675) and Add. 14,429 (dated A. D. 719)«. Jakob von Edessa blühte um 675.

Damit ist ungefähr die Zeit gegeben, vor welcher Awestahandschriften, welche ε enthalten, nicht geschrieben sein können. Die welche H = ܗ für ε verwendeten, müssen um einiges älter sein, als diejenigen welche in והרקא ein ε einschoben, also über den Sinn des H schon nicht mehr im Klaren waren. Das ε zu והרקא hinzuzufügen, ist darnach zu beurtheilen, daß PSmith 1 1006 zum ܗ von ܗܟܝܢܘܣ = ἐχῖνος, 1 1017 zum andern ܗ von ܗܠܬܝܬܘ = ἑλθέτω ein • hinzufügt. Und kann ein Syrer zum ersten ܗ jenes ܗܠܬܝܬܘ = ἑλθέτω irrthümlich ein ˏ setzen, so kann auch ein Zoroastrianer vor ה von קהרקאסא ein a einbringen, statt kerkâça zu erkennen. Wir lassen ja auch ἀφ' οὗ und ἔσθ' ὅτε drucken, obwohl nur ἀφ' οὗ und ἐσθ' ὅτε oder ἀπ' οὗ und ἔστ' ὅτε zulässig sind: in dem was wir gewöhnt sind zu schreiben, ist die Aspiration zweimal ausgedrückt.

Bei den späteren Juden ist ע für indoeuropäisches ε eingetreten, wie א für A und O. Da SDLuzzatto als ein klassisches Hebräisch schreibender Gelehrter allgemein gefeiert wird, nehme ich gerne gerade aus dieses Mannes zufällig auf meinem Tische liegenden Briefen 185 Seite 415 folgende wahrhaft salomonischen Sätze als Beispiel:

זה שלשה ימים מסרתי לבית הדיליזאנץ פאקעט של ספרים בשבילך נתתי בתוכו שנים עקסעפלערע' .... אנשי הפאסט .... התירו לשלוח בלי שאשלם אני דמי הפאר̇טא:

Uebrigens haben die Griechen es nicht anders gemacht, als sie א ה ח י ע in A E H I O umsetzten: nur freilich erfanden sie als Indogermanen was die Syrer als Semiten nachahmten: sie erwarben in tiefer bescheidener Stille heiliger Urzeit eine Sache, jene Syrer als Gebildete einer verlumpten Kulturepoche ein Surrogat. Die Griechen thaten den un-

geheuren Schritt von der Konsonantenschrift zur Lautschrift, die Syrer waren trotz des Vorbildes jener zu dumm oder zu feige, diesen Schritt nachzuthun, welchen doch in einer Landschaft wahrscheinlich nicht rein semitischer Bevölkerung die Mandäer einigermaßen, und weiter nach Osten die Zoroastrianer, Mongolen und Mandschu recht ausreichend nachzuthun über sich gewannen.

Jakob von Edessa hat wie aus Abulfarags ܟܬܒܐ ܕܨܡܚܐ und genauer aus den von WWright herausgegebenen Bruchstücken seines ܬܘܪܨ erhellt, seinem Volke eine Lautschrift erfunden, welche den mit dem Immervonneuemdreschen des leeren Strohs der Dogmatik beschäftigten Pfaffen seiner Kirche selbstverständlich nicht einleuchtete, welche aber sehr wohl den unter der Herrschaft der Semiten seufzenden und sich durch Sammlung und Studium der heiligen Bücher ihres Glaubens stärkenden Bekennern des Awestaglaubens einleuchten konnte.

Es ist vor funfzig Jahren möglich gewesen einen Ruf auf die Verwendung der Palaeographie für Sprachforschung zu gründen, da sich damals Niemand eingestand — so jammervoll antihistorisch sah es in dem Deutschland des Bundestages aus —, daß vor jedem Weitern die Frage vorzulegen und zu beantworten sei, wie denn thatsächlich — urkundlich — die Alphabete der Urzeit beschaffen gewesen sind, deren späte Nachfolger Lepsius für seine Hallucinationen verwandte. Erst 1856, also nachdem zweiundzwanzig Jahre lang das »geistvolle« Schriftchen des von einflußreichen Conservativ-Liberalen eifrig beschützten RLepsius seine Thesen unter die Ueberzeugungen der damals Ton angebenden Linguisten allmählich eingeschmuggelt hatte, erschien des Herrn Albrecht Weber Aufsatz ZDMG **10** 389—406, der muthig seine Verwunderung darüber aussprach, daß nach UFKopps vorsichtiger Warnung ein »Misgriff« wie der des Akademikers Lepsius überhaupt möglich gewesen sei, und der 390 sich folgendermaßen äußerte:

> Das Schriftchen [des RLepsius] kann in palaeographischer Hinsicht nur als ein vollständiger Fehlgriff bezeichnet werden. Der Verfasser hat nämlich die jetzige Form der Buchstaben, und zwar diese nicht einmal nach dem Usus der Handschriften, sondern nach dem A.W.v. Schlegelschen Typenschnitt zur Basis seiner Untersuchungen gemacht!

— das Ausrufungszeichen rührt von Herrn Weber selbst her, und dürfte dreist verdreifacht werden —

und ist so zu palaeographisch natürlich höchst sonderbaren .... Resultaten gelangt.

Auch in Betreff des AwestaAlphabets gilt gegen die Hübschmann, Bartholomae und Genossen dasselbe, was in Betreff der Dêwanâgarîschrift Herr AWeber im August 1856 gegen RLepsius geltend gemacht hat. Ich bedaure lebhaft, daß auch ein so verdienter Gelehrter wie KSalemann in den Spuren des UniversalAbecedarius [Symmicta 2 97, 28] wandelt: aber ist es nicht unerhört, für die Beurtheilung des AwestaAlphabets eine Handschrift des neunzehnten — sage des neunzehnten — Jahrhunderts verwenden zu sehen? Man lese in meinen Mittheilungen [1] 140—163 das Weitere [1]).

Mir fällt es nicht ein, des Jakob von Edessa O-Vokale in Westergaards und Geldners Awesta aufzufinden: ich suche diese Vokale noch nicht einmal in der ältesten uns bekannten AwestaHandschrift, denn diese ist immer noch fünf bis sechs Jahrhunderte jünger als jener Jakob. Ich habe GLoewes und PEwalds die westgothische Schrift so schön darstellenden Tafeln sorgsam studiert, ich kenne LDelisles Abhandlung über die Kalligraphie von Tours, ich verstehe lombardische Minuskel Italiens zu lesen — ein in der Barberina neben mir stehender Italiener hielt meinen Codex für hinterasiatisch, so verschieden von dem Gewohn-

1) Wer die Geschichte des Awesta durchdenkt, wird auch den Stoff in Rechnung zu stellen haben, auf welchem dies Buch einmal umgelaufen ist. Des Plinius ιγ 73 Versicherung, obwohl in Babylon Papyrus genug wachse, tamen adhuc malunt Parthi vestibus literas intexere, habe ich 1868 in meinen Beiträgen zur baktrischen Lexikographie 53 erläutert, und nachgewiesen, daß noch ein neuPersischer Epiker des eilften Jahrhunderts, um im Kolorit zu bleiben, seine Helden nur auf Seide schreiben läßt. Daß EWLane 1 538[1] von der mir 1868 gegebenen Erläuterung des arabischen taḥrîr nichts weiß, ist völlig entschuldbar, RDozy war verbunden, in seinem Supplément 1 262[1] 264[1] von ihr Kenntnis zu nehmen. Im arabischen Spanien bedeutet taḥrîr nicht mehr das [längst nicht mehr auf Seide ausgestellte] Diplom, sondern für mich nachweisbar vorzugsweise die, durch Erlaß einer Obrigkeit festgestellte, Steuerfreiheitsgewähr (siehe Dozy), Jubiläum an welchem Ablaß erworben werden kann (mein Pedro de Alcala 280, 4/5 [wo mein Setzer ååln statt ååm, der Urdruck ååin] jubileo anno de remission عام التحرير), wo die Leute irrthümlich an حر, das nicht exemptus, sondern ingenuus bedeutet, gedacht haben mögen.

ten sieht diese Minuskel aus —: ich habe den chaldäischen Theil von Reuchlins Handschrift der Propheten, und ich habe das unsern »Theologen« völlig unlesbare hebräische Stück meiner Symmicta 1 144—151 herausgegeben, kenne also reichlich verschiedene Schreibweisen mir wohl bekannter Sprachen: mir fällt es aber nicht ein, diese Verschiedenheit als »Mittel für Sprachforschung« zu brauchen: das kann nur Jemand, der von der Sache — die Sache ist hier die Geschichte der Schrift — gar nichts versteht. Alle Verschiedenheit dieser Codices ist rein graphisch, und hat mit der Sprache der Codices schlechthin gar keinen Zusammenhang, es darf also auch aus ihr auf diese Sprache nicht geschlossen werden. Im Awestischen ist es nicht anders.

Ich spreche nur einen Glauben aus, wenn ich behaupte, daß die Zeichen, welche Jakob von Edessa für o ó erfunden, in die AwestaSchrift übergegangen sind, wie ich einen Glauben ausspreche, wenn ich behaupte, daß Juden bei Herstellung dieser Schrift thätig gewesen sind, da וו für consonantisches W, יי für consonantisches Y, wo solche Buchstaben in Mitte der Worte vorkommen, zu setzen, wie es in unsern AwestaHandschriften ganz gebräuchlich, spezifisch jüdisch ist.

Ich habe in meinen Mittheilungen [1] 151 darauf aufmerksam gemacht, daß das NeuPersische seinen Vocalismus darin semitisiert hat, daß es nicht mehr mit einer Doppelkonsonanz anlauten lassen kann: क्रतु *խրատ* lautet ḳiraḍ. Der Unfug geht soweit, daß in سپاس, welches die Armenier als *սպաս* kennen, und das einem çpâça des Awesta entsprechen wird, die NeuPerser das Zahlwort سه und das Hauptwort پاس suchen, weshalb Neriosengh त्रिधापहरक überträgt, eine Thatsache, welche Herr von Spiegel dem über sie ZDMG 6 37 sich wundernden AHoltzmann ebenda 417 nicht voll erklärt hat: vergleiche meine armenischen Studien § 2041.

Das Awestische hat wie das Armenische die Aspiraten भ् घ् ध् in die Tenues ब् ग् द् verwandelt: ich habe 1854 in dem Hefte zur Urgeschichte der Armenier 33 meinen Glauben ausgesprochen, daß die Armenier, um den Unterschied des ursprünglichen bgd und des aus bh gh dh herabgekommenen bgd zu markieren, erstere in pkt zu verschieben begonnen haben: die Erfindung des armenischen Alphabets wird in die Zeit gefallen sein, in welcher diese

Verschiebung vor sich gieng: die Sprache wurde mitten in einem Uebergange durch die Schrift fixiert, und dadurch die Verschiebung zum Stillstande gebracht. Die Awestaschriften zeigen, daß die Anhauchung der בגדכפת, über welche ich in den Abhandlungen 255 ff. gehandelt, von den Syrern und Juden zu zoroastrisch gesinnten Eraniern gelangt ist. Ueberall wo nach der über die Anhauchung der בגדכפת bei Syrern und Juden geltenden Grundregel bgdkpt behaucht sein muß, ist es im Avesta durch eigene Zeichen ausgedrückt: nur die Behauchung vom Ende eines vorhergehenden Wortes her findet nicht statt, und in gewissen, hier gleichgültigen Fällen erscheint die Anhauchung da, wo sie aus dem Gebrauche der syrischen ܪܘܟܟܐ und der hebräischen נקדנים nicht erläutert werden kann. Ich hatte dies längst erkannt, als die jüdisch-persischen Texte, von denen ich ein Paar in meinen persischen Studien herausgegeben habe, die urkundliche Bestätigung eines solchen Vorgehns brachten. Ich sehe in daδâiti = दधाति, in maδu = मधु, in maiδya = मध्य das δ nicht für ध्, sondern für ד֗ an, und schreibe daher (über die Aussprache der Vokale siehe unten) daᴅâiti, maᴅu, maiᴅia: betrachte also jene δ als völlig auf Einer Stufe stehend mit den δ in pâδa = पाद्, in haδis = सदस् ἕδος, welche ich pâᴅa haᴅis wiedergebe: pâᴅa haᴅis haben ᴅ = ד֗ aus demselben Grunde, aus welchem אָדָם ein ד֗ hat: das d steht zwischen zwei Vokalen, das ist Alles. Analog in analogen Fällen. Setze ich überhaupt hebräische Buchstaben für das aus einer semitischen Schrift entstandene AwestaAlphabet, so dienen in ihm

בֿ גֿ דֿ ךֿ ףֿ תֿ

das heißt, ב ג ד ך ף ת mit dem Raphestriche, für die awestischen Zeichen, welche Herr von Spiegel

w γ d' k' f ϑ

wiedergibt, Andere anders schreiben.

Olshausen hatte in seiner hebräischen Grammatik § 32^c als Zeichen für die »aspirierte« Gestalt der בגדכפת βγδχφϑ eingeführt, was für בפת nicht stimmt — er hätte für diese χπτ brauchen müssen — ich verwende — lediglich aus Rücksicht auf das was sich in jeder Druckerei an Typen findet — seit Jahren die Kapitälchen ʙɢᴅᴋᴘᴛ. Etwa bgdkpt mit einem Striche zu setzen, wäre nicht bequem, da ḇḏḵṯ den Strich unten, ḡp̄ ihn oben tragen müßten. ۳ = خو = ۿ sehe ich als Ligatur von וח an, und schreibe daher

ḥw. Dabei weiß ich, daß א und ח in der Pehlewischrift ähnlich sind, und daß אחוינק des Targum dem خرينه = خرينه = خوجينك entspricht, also für חו auch או hat gelesen werden dürfen: Semitica 1 40.

Der »Vokal« âo, welchen Herr von Spiegel in § 20 seiner Grammatik bespricht, ist wenigstens in einer Reihe von Fällen אֻו (ein zu einem einzigen Zeichen verschlungenes אא mit folgendem ו), denn im NeuPersischen entspricht ihm آب: meine Semitica 1 46.

Bedenke ich, daß Mesrob *ŋ*, das heißt Omikron der Griechen mit darauf folgendem Alaph der Syrer, zur Bezeichnung eines — irgend wie — schattierten O braucht, so kann ich mir auch denken, daß או zum Ausdrucke eines — irgend wie — schattierten O hat verwendet werden können. Ich verstehe daher באושנא nicht als baošna, sondern als bóšna, wo die Artung des durch ó bezeichneten schattierten O mir unbekannt ist, und vermuthlich aller Welt für immer unbekannt bleiben wird. Entsprechend denke ich über באוידי, welches im NeuPersischen بوى = bóy geworden ist, und für welches etwa bȭᴅi die genaueste Umschreibung sein möchte. Wenn der neujüdische Klassiker SDLuzzatto אויךּ schreibt, so weiß ich nur weil ich es gelernt habe, nicht weil ich es durch Nachdenken mit Hülfe einer mir als NichtArzte unverständlichen Physiologie und Laryngoskopie erschlossen, daß er das Wort *auf* gesprochen haben will: wenn ich im Awesta באוידי erblicke, so weiß ich aus dem Striche über ד, daß אוי des Wortes nicht ein Diphthong ist, da die ܒܓܕܟܦܬ nach einem Diphthonge nicht angehaucht werden dürfen: wie aber אוי von den Parsenpriestern der Zeit des Iustinian — älter ist die uns vorliegende Schrift nicht — gelesen worden ist, weiß ich nicht, denn mir ist nie ein Parsenpriester jener Zeit, überhaupt nie irgend ein Parsenpriester über meinen Weg gelaufen, und ich glaube, daß auch nach Aschaffenburg, Erfurt und Kiel oder Tübingen nie ein solches lange verstorbenes Wesen gelangt ist, von dem man hätte lernen können.

Sehe ich in einem hebräischen Texte בני vor mir, so bestimme ich aus dem Zusammenhange des Satzes, ob ich בֹּנִי mein Erbauer, בֹּנַי meine Erbauer, בֹּנֵי Erbauer von, בְּנִי mein Sohn, בְּנֵי Söhne von, בָּנַי meine Söhne, בַּנָּי Baumeister aussprechen muß. Ebenso aber bestimme ich, wenn ich איבֿי erblicke, aus dem durch den Raphestrich als weich bezeich-

neten ב von איבי, daß nicht aibhi, sondern ebhi, vielleicht abh[1] gesprochen werden soll: denn nach den Diphthongen ai au (= ay aw) würden die בגדכפת hart sein, der Raphestrich nach אי [oder או] zeigt also, daß אי [oder או] nicht Diphthonge sein sollen. Plutarch, Dinon, Ctesias, Herodot sind alle älter als die Niederschrift unseres Awesta, woraus ich schließe, daß da bei jenen Griechen ein αη αοι αωι αω aus Eran niemals erscheint, mögen sie über welche Landschaft sie wollen berichten, אי אוי des Awesta nicht αη αοι αωι gelesen werden darf: Alexander der Große hatte trotz ראוכשנא keine Ραωξάνη, sondern eine Ρωξάνη zum Weibe: die Armenier haben was sie dem Eranischen der Arsaciden-Zeit entlehnten, vor der Niederschrift unseres Awesta entlehnt, und wenn sie է, beziehungsweise ու = o für איבי schreiben, so folgt mir, daß sie איבי nicht aibhi, sondern æbh[i] oder gar äbh haben sprechen hören. Von der Gestalt zu geschweigen, welche die betreffenden Worte im NeuPersischen in einer Zeit zeigen, die doch von der Niederschrift des Awesta nicht so weit entfernt ist, wie diese Niederschrift von der Zeit der Achaemeniden entfernt war. Denn der Archetypus unseres Awesta ist höchstens so alt wie Iustinian, also rund tausend Jahre jünger als Cyrus, während Firdusi rund nur 450 Jahre jünger als Iustinian, und die soviel arsacidisches Persisch enthaltende armenische Bibel 100 Jahre älter als dieser Kaiser ist.

Irrthum vorbehalten, sehe ich das bei Herrn von Spiegel § 5 verzeichnete AwestaAlphabet folgendermaßen an:

a = א, i = י, u = ו, e = ɛ:

Das andere ɛ ist mir noch unverständlich, für die Zeichen o ô suche ich die Vorlage im Alphabete des Jakob von Edessa.

ā = אא, ī = יי, ū = וו: wo die doppelt gesetzten Zeichen des semitischen Alphabets jedesmal in einander gezogen sind, was bei י und ו deshalb nöthig war, weil יי und וו, wenn einzeln geschrieben, das zwischen Vokalen stehende konsonantische y und w bezeichnete. Das sogenannte é ist eine Umbildung des ɛ, ą oder ā nichts als eine Ligatur aus אנ, also auch durch an zu geben: so besprach ich oben: ê ist Spiegels ẹ überall, wo es an einer besondern Stelle des Wortes steht.

Die Konsonantentafel sieht so aus:

ך ךּ ג גּ

č ǧ

ח ה ד ד [was Herr von Spiegel δ schreibt, sehe ich als eine Finalform des ה an]

ף ף ב ב, falls nicht mein ב das mit drei Punkten versehene ڤ des Muwaffaq ist: es sieht ja in den wenigen mir bekannten AwestaHandschriften und in den Drucktypen Burnoufs, Bopps, Westergaards wie eine Umgestaltung des ף aus.

יי ד וו, wo יי und וו in einander geschlungen sind, וו eine dem Լ der Armenier nachgebildete Anfangsform besitzt. Dies Լ entstand nach 431 aus վ!

ס שׂ שׁ ז ג [š formell aus in einander geschlungenem שׂשׂ]

ם ן [die anderen N sind Doppelungen oder Ligaturen]

ה

וח oder וא [die andern Ligaturen gehn uns, als nur graphisch, nichts an].

Oder in lateinischer Schrift — die Vokale führe ich nicht mit auf —:

k ĸ g ɢ

č ǧ

t ᴛ d ᴅ [die Finalform des ᴛ bedarf keiner besonderen Bezeichnung, da wir die Worte trennen]

p ᴘ b ʙ

y r w n [das irgend welcher Unterscheidung entrathen kann]

ç s š z ž

h

ḥw.

An dieser Umschreibung braucht kein Mann von Geschmack Anstoß zu nehmen, wie an derjenigen der neusten Kenner, welche noch dazu nicht nur an ihrer hochgradigen Häßlichkeit, sondern auch (nicht allein die Götter kommen nie einzeln) an dem grundstürzenden Fehler leidet, eine historisch gewordene Schrift nach den in meinen Augen immer nur angeblichen und eingebildeten Einsichten der Umschreibenden in die doch nicht so ganz ohne Weiteres zu bewältigende Anatomie und Physiologie verstehn zu wollen. Das sind Alles »Werthurtheile«: und die kennt man nachgerade. Was nach dem Gesagten aus der Metrik des Awesta wird, mag den an sie Gläubigen ein Anderer auseinandersetzen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

24. März. **№ 5.** 1886.

Universität.

Verzeichniß der Vorlesungen auf der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen während des Sommerhalbjahrs 1886.

Die Vorlesungen beginnen den 28. April und enden den 15. August.

Theologie.

Encyklopädie der theologischen Wissenschaften zur Einführung in das Studium der Theologie: Prof. *Knoke* vierstündig um 12 Uhr.

Hebräische Grammatik: Prof. *Duhm* Mont. u. Dienst. 10 Uhr.

Einleitung in das Alte Testament: Prof. *Bertheau* fünfstündig um 10 Uhr.

Alttestamentliche Theologie: Prof. *Duhm* viermal um 4 Uhr.

Erklärung der chaldäischen Abschnitte des Buches Daniel: Prof. *Bertheau* Dienstag und Freitag von 2—3 Uhr, öffentlich.

Erklärung der Psalmen: Prof. *Schultz* fünfmal um 10 Uhr.

Hebräische Uebungen s. *Orientalische Sprachen* S. 181.

Theologie des Neuen Testaments: Prof. *Ritschl* sechsmal um 12 Uhr.

Leben Jesu nebst cursorischer Evangelienerklärung: Prof. *Wagenmann* viermal um 7 Uhr.

Synoptische Erklärung der Evangelien des Matthaeus, Marcus und Lucas: Prof. *Lünemann* sechsstündig um 9 Uhr.

Erklärung des Briefs an die Römer: Prof. *Wiesinger* fünfmal um 9 Uhr.

Kirchengeschichte Theil I: Lic. *Bornemann* sechstündig um 7 Uhr.

Kirchengeschichte Theil II: Prof. *Wagenmann* sechsmal um 8 Uhr.

Kirchengeschichte der neueren Zeit seit der Reformation: Prof. *Reuter* sechsmal um 8 Uhr.

Geschichte der Kirche und Theologie seit Mitte des XVIII. vornemlich im XIX. Jahrhundert: *Derselbe* fünfmal um 11 Uhr.

Dogmatik II. Theil: Prof. *Schultz* fünfmal um 12 Uhr.

Symbolik: Prof. *Ritschl* sechsmal um 11 Uhr.

Praktische Theologie: Prof. *Wiesinger* fünfstündig um 10 Uhr.

Geschichte und System der Paedagogik: Prof. *Knoke* vierstündig um 5 Uhr.

Kirchenrecht s. unter *Rechtswissenschaft* S. 171.

Die alttestamentlichen Uebungen der wissenschaftlichen Abtheilung des theologischen Seminars leitet Prof. *Bertheau* Dienstags um 6; die neutestamentlichen Prof. *Wiesinger* Montags um 6; die kirchen- und dogmenhistorischen Prof. *Reuter* Donnerstags um 5; die dogmatischen Prof. *Ritschl* Freitags um 6 Uhr.

Die homiletischen Uebungen der praktischen Abtheilung des theologischen Seminars leiten abwechslungsweise Prof. *Schultz* und Prof. *Knoke* Sonnabends 9—11 Uhr öffentlich; die katechetischen Uebungen Prof. *Wiesinger* am Mittwoch von 2—3 Uhr und Prof. *Knoke* Sonnabends 2—3 Uhr öffentlich; die liturgischen Uebungen *Derselbe* Sonnabends 9—10 Uhr öffentlich.

Wissenschaftlich-theologische Uebungen für Anfänger, privatissime nach Verabredung: Lic. *Bornemann*.

Rechtswissenschaft.

Encyklopädie der Rechtswissenschaft: Prof. *John* Montag, Mittwoch und Freitag von 10—11 Uhr.

Geschichte des römischen Rechts: Prof. *Merkel* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 7—8 Uhr.

Institutionen des römischen Rechts: Prof. *Regelsberger* Montag bis Freitag von 8—9 und Mittwoch von 7—8 Uhr.

Pandekten I. Theil (Allgemeine Lehren, Sachenrecht, Obligationenrecht): Prof. *Merkel* Montag bis Freitag von 11—1 Uhr.

Pandekten II. Theil (Gemeines Familien- und Erbrecht): Prof. *Regelsberger* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 7—8 Uhr.

Römischer Civilproceß der letzten Periode: Prof. *Merkel* einmal wöchentlich unentgeltlich.

Exegetische Uebungen in den Digesten: Prof. *Regelsberger* einmal wöchentlich von 5—7 Uhr.

Pandekten-Prakticum: Prof. *v. Jhering* Montag, Mittwoch, Freitag von 12—1 Uhr.

Deutsche Rechtsgeschichte: Prof. *Dove* sechsmal wöchentlich von 9—10 Uhr.

Deutsches Privatrecht: Prof. *Schröder* täglich von 10—11 Uhr.

Deutsches Privatrecht mit Lehnrecht: Prof. *Wolff* täglich von 9—10 Uhr.

Handelsrecht mit Einschluß des Wechsel- und Seerechts: Prof. *Frensdorff* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Erklärung ausgewählter Rechtsfälle aus dem Gebiete des deutschen Privatrechts (nach Loersch und Schröder, Urkunden zur Geschichte des deutschen Privatrechts, 2. Auflage, Bonn 1881): Prof. *Schröder* Sonnabend von 11—1 Uhr öffentlich.

Hauptlehren des preußischen Privatrechts: Prof. *Ziebarth* Dienstag, Donnerstag und Freitag von 8—9 Uhr.

Strafrecht: Prof. *Ziebarth* fünfmal wöchentlich, Dienstag, Mittwoch, Freitag von 11—12 und Donnerstag von 11—1 Uhr.

Deutsches Staatsrecht (Reichs- und Landesstaatsrecht): Prof. *Frensdorff* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr.

Canonistische und kirchenrechtliche (exegetische und praktische) Uebungen: Prof. *Dove* Dienstag von 6—8 Uhr Abends privatissime und unentgeltlich.

Civilproceß einschließlich des Konkursprocesses und der summarischen Processe: Prof. *John* täglich von 9—10 Uhr.

Strafproceß: Prof. *v. Bar* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 10—11 Uhr.

Civilproceß-Prakticum: Prof. *v. Bar* Dienstag von 4—6 Uhr.

Criminal-Prakticum: Prof. *John* Donnerstag von 4—6 Uhr.

Handelsrechtliches Prakticum: Prof. *Schröder* Freitag von 4—6 Uhr.

Medicin.

Zoologie, Botanik, Chemie s. unter *Naturwissenschaften.*

Knochen- und Bänderlehre: Dr. *Schiefferdecker* am Dienstag, Donnerstag und Sonnabend von 11—12 Uhr priv.

Der systematischen Anatomie II. Theil, Gefäß- u. Nervenlehre, lehrt Prof. *Fr. Merkel* täglich von 12—1 Uhr.

Allgemeine Anatomie lehrt Prof. *Fr. Merkel* Montag, Mittwoch, Freitag, von 11—12 Uhr.

Mikroskopische Uebungen hält Dr. *Schiefferdecker* für Anfänger (allgemeine Anatomie) vierstündlich und für Geübtere (specielle mikroskopische Anatomie) gleichfalls vierstündlich priv.

Prof. *Krause* wird seine Vorlesungen nach seiner Rückkehr von der Reise anzeigen.

Allgemeine und besondere Physiologie mit Erläuterungen durch Versuche und mikroskopische Demonstrationen: Prof. *Herbst* 6 Stunden wöchentlich um 10 Uhr.

Experimentalphysiologie I. Theil: Prof. *Meissner* täglich um 10 Uhr.

Physiologie der Zeugung und Embryologie: Prof. *Meissner* Freitag von 5—7 Uhr.

Arbeiten im physiol. Institut leitet Prof. *Meissner*.

Hygiene, 2. Theil, lehrt Dienstag, Mittwoch, Freitag 5—6 Uhr Prof. *Flügge*.

Arbeiten im Institut für medicinische Chemie und Hygiene leitet Prof. *Flügge* täglich von 8—6 Uhr.

Patholog. Anatomie der Lungen lehrt Prof. *Orth* Mittwoch 2—3 Uhr öffentlich.

Specielle patholog. Anatomie lehrt Prof. *Orth* täglich außer Sonnabend 12—1 Uhr.

Praktische Uebungen in der patholog. Histologie hält Prof. *Orth* privatissime Dienstag und Freitag 2—4 Uhr.

Sections- und diagnostischen Cursus leitet Prof. *Orth* in passenden Stunden privatissime.

Physikalische Diagnostik verbunden mit Uebungen lehrt Prof. *Damsch* Montag, Mittwoch und Donnerstag von 4—5 Uhr. Dasselbe trägt Dr. *Wiese* viermal wöchentlich in später zu bestimmenden Stunden vor.

Ueber physikalische Heilmethoden mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotherapie, mit Uebungen am Krankenbett trägt Prof. *Damsch* dreimal wöchentlich vor.

Laryngoskopische Uebungen hält Prof. *Damsch* Sonnab. v. 12—1 Uhr.

Diagnostik des Harns lehrt Prof. *Damsch* Mittwoch von 3—4 Uhr.

Arzneimittellehre und Receptirkunde verbunden mit Experimenten und Demonstrationen sowie mit practischen Uebungen im Receptiren und Dispensiren lehrt Prof. *Marmé* dreimal wöchentlich Montag, Dienstag und Donnerstag von 5—6 Uhr.

Die gesammte Arzneimittellehre trägt Prof. *Husemann* fünfstündlich von 3—4 Uhr vor.

Specielle Toxicologie, I. Th., für ältere Mediciner lehrt in Verbindung mit Experimenten zweimal wöchentlich von 2—3 Uhr Prof. *Marmé.*

Ausgewählte Kapitel der Pflanzengifte demonstrirt einmal wöchentlich von 6—7 Uhr Prof. *Marmé* öffentlich.

Ueber eßbare und giftige Pilze trägt Prof. *Husemann* öffentlich Montags von 4—5 Uhr vor.

Ein pharmacognostisches Practicum mit mikroskopischen Uebungen hält für Pharmaceuten Prof. *Marmé* Sonnabend von 9—11 und von 11—1 Uhr.

Arbeiten im pharmacologischen Institut leitet Prof. *Marmé* täglich.

Specielle Pathologie und Therapie I. Hälfte lehrt Prof. *Ebstein* täglich, außer Montag, von 7—8 Uhr.

Ueber Kinderkrankheiten trägt Prof. *Damsch* Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr vor.

Die medicinische Klinik und Poliklinik hält Prof. *Ebstein* täglich, und zwar fünfmal von 10½—12 Uhr, Sonnabend von 9¼—10¾ Uhr.

Poliklinische Referatstunde hält Prof. *Damsch* einmal wöchentlich publice.

Allgemeine Chirurgie lehrt Prof. *Rosenbach* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Specielle Chirurgie lehrt Prof. *Lohmeyer* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Chirurgische Klinik hält Prof. *König* täglich mit Ausnahme Sonnabends 9½—10¾ Uhr.

Chirurgische Poliklinik hält Prof. *König* gemeinsam mit Prof. *Rosenbach* 10¾ Uhr öffentlich.

Einen chirurgisch-diagnostischen Cursus hält Prof. *Rosenbach* zweimal wöchentlich, Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr.

Operationscursus an Leichen hält Prof. *König* täglich 5—7 Uhr mit Ausnahme Sonnabends.

Ueber Hernien trägt Dr. *W. Müller* einmal wöchentlich vor in später zu bestimmender Stunde öffentlich.

Ueber die Anomalien der Refraction und Accommodation des Auges, verbunden mit practischen Uebungen in der Brillenbestimmung trägt einmal wöchentlich von 8—9 Uhr vor Prof. *Deutschmann.*

Augenspiegelcursus hält Prof. *Deutschmann* zweimal wöchentlich, Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Die Klinik der Augenkrankheiten hält Prof. *Leber* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 12—1 Uhr.

Augenoperationskursus hält Prof. *Leber* Mittwoch und Sonnabend von 8—9 Uhr.

Ueber die practisch wichtigen Abschnitte der Ohrenheilkunde mit Uebungen im Ohrenspiegeln trägt Prof. *Bürkner* Dienstag und Freitag von 3—4 Uhr oder zu besser passender Zeit vor.

Poliklinik für Ohrenkranke hält Prof. *Bürkner* (für Geübtere) Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Ueber Beckenfehler trägt Prof. *Schwartz* öffentlich und einmal wöchentlich zu gelegener Zeit vor.

Geburtshülflichen Operationscursus am Phantom hält Dr. *Droysen* Mittwoch und Sonnabend von 8—9 Uhr.

Ueber Frauenkrankheiten liest Dr. *Droysen* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 3—4 Uhr.

Gynäkologische Klinik leitet Prof. *Schwartz* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 8—9 Uhr.

Psychiatrische Klinik mit systematischen Vorlesungen über Geisteskrankheiten hält Prof. *Meyer* wöchentlich in vier Stunden, Montag und Donnerstag von 3—5 Uhr.

Gerichtliche Psychiatrie mit casuistischen Demonstrationen lehrt Prof. *Meyer* wöchentlich in zwei nach Verabredung festzusetzenden Stunden.

Die äußeren Krankheiten der Hausthiere und Beurtheilungslehre des Pferdes und Rindes trägt Prof. *Esser* wöchentlich fünfmal von 8—9 Uhr. vor.

Klinische Demonstrationen im Thierhospitale wird *Derselbe* öffentlich in zu verabredenden Stunden halten.

Philosophie.

Geschichte der Philosophie: Prof. *Rehnisch*, 5 Stunden, 10 Uhr.

Geschichte der alten Philosophie: Prof. *Baumann*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Ueber die Philosophie Kants: Prof. *Peipers*, Mittwoch und Sonnabend 12 Uhr, öffentlich.

Logik nebst Einleitung in die Philosophie: Prof. *Peipers*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Moralphilosophie mit der Lehre von der Willens- und Charakterbildung: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 9 Uhr.

Naturphilosophie: Prof. *G. E. Müller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

In einer psychologischen Societät wird Prof. *G. E. Müller* die Erscheinungen des Gedächtnisses näher behandeln, Mittwoch 9 Uhr.

Die Uebungen des K. pädagogischen Seminars leitet Prof. *Sauppe*, Dienstag und Freitag 11 Uhr, öffentlich.

Geschichte und System der Pädagogik: vgl. *Theologie* S. 170.

Mathematik und Astronomie.

Einleitung in die Differential- und Integral-Rechnung: Prof. *Schering*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Zahlentheorie: Dr. *Schönflies*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Ueber die Auflösung der algebraischen Gleichungen: Prof. *Felix Klein*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr.

Integration der gewöhnlichen Differentialgleichungen: Prof. *Schwarz*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Einleitung in die Theorie der analytischen Funktionen: Prof. *Schwarz*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 9 Uhr.

Theorie der bestimmten Integrale: Dr. *Hölder*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Hydrodynamik: Prof. *Schering*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 6 Uhr.

Theorie des Potentiales mit besonderer Rücksicht auf Electrostatik: Prof. *Voigt*, Dienstag bis Freitag 10 Uhr.

Einleitung in die theoretische Physik: Dr. *Hugo Meyer*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 10 Uhr.

Sphärische Astronomie: Prof. *Schur*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 10 Uhr.

Allgemeine Astronomie: Prof. *Schur*, Mittwoch und Sonnabend, 4 Uhr, öffentlich.

Magnetische Beobachtungen im Gauss-Observatorium leitet Prof. *Schering* in Gemeinschaft mit dem Assistenten Kand. *Holborn*, Dienstag Abend.

Reduktionen erdmagnetischer Beobachtungen: Prof. *Schering*, Freitag Abend.

Praktische Uebungen an den Instrumenten der Sternwarte: Prof. *Schur*.

Mathematische Kolloquien wird Prof. *Schwarz* privatissime, unentgeltlich, wie bisher einmal zweiwöchentlich leiten.

Mathematisches Kolloquium: Prof. *Felix Klein*, Mittwoch 11—1 Uhr, öffentlich.

Im K. mathematisch-physikalischen Seminar werden Prof. *Schering* (Montag 3 Uhr) und Prof. *Schwarz* (Dienstag 4 Uhr) mathematische Uebungen veranstalten. Vgl. *Naturwissenschaften* S. 177.

Naturwissenschaften.

Allgemeine Zoologie: Prof. *Ehlers*, Mont., Dienst., Mittw., Donn. 8 Uhr.

Specielle Zoologie, Theil I: Prof. *Ehlers*, Freit. und Sonnabend 8 Uhr.

Vergleichende Anatomie der Wirbelthiere: Dr. *Brock*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Vergleichende Anatomie der beiden höhern Sinnesorgane (Auge und Ohr): Dr. *Brock*, Montag 4 Uhr, unentgeltlich.

Vergleichende Histologie mit Demonstrationen: Dr. *Hamann*, Montag und Donnerstag 6 Uhr.

Zootomischer Curs: Prof. *Ehlers*, Dienst. und Mittw. 9—11 Uhr.

Zoologische Uebungen: Prof. *Ehlers*, wie bisher, täglich (mit Ausnahme des Sonnabends) von 9—1 Uhr.

Grundzüge der gesammten Botanik: Prof. *Graf zu Solms*, 5 Stunden, früh 7 Uhr.

Ausgewählte Kapitel aus der Biologie der Pflanzen: Prof. *Berthold*, Mittw. 12 Uhr, öffentlich.

Systematik der Phanerogamen mit besonderer Berücksichtigung der einheimischen Familien: Prof. *Falkenberg*, Dienst. u. Freit. 6 Uhr.

Ueber die Vegetation des Meeres: Prof. *Falkenberg*, Mittw. 6 Uhr, öffentlich.

Ueber die Bewegungserscheinungen im Pflanzenreiche: Dr. *Arthur Meyer*, Donnerstag 12 Uhr, unentgeltlich.

Uebungen im Bestimmen der Pflanzen: Prof. *Berthold*, Dienstag und Freitag 6 Uhr.

Demonstrationen im botanischen Garten: Prof. *Graf zu Solms*, Mittwoch 3 Uhr, öffentlich.

Anleitung zu täglichen Arbeiten im Laboratorium des botanischen Gartens, wesentlich für Vorgeschrittenere: Prof. *Graf zu Solms*, privatissime, in zu bestimmenden Stunden.

Mikroskopisch botanischer Kursus, Sonnabend von 9—1 Uhr (für Pharmaceuten 2stündig): Prof. *Berthold*.

Tägliche Arbeiten im pflanzenphysiologischen Institut: Prof. *Berthold*.

Mineralogie: Prof. *C. Klein*, Mont. bis Sonnab. 11 Uhr.

Petrographie: Prof. *C. Klein*, Mont. Dienst. Donn. Freit., 9 Uhr.

Ueber technisch wichtige Mineralien und ihre Lagerstätten: Dr. *Rinne*, Mittw. und Sonnab. 9 Uhr.

Palaeontologie: Prof. *v. Koenen*, 5 Stunden, Dienst. bis Sonnab., 7 Uhr.

Ueber die geologischen Verhältnisse des nördlichen Deutschlands: Prof. *von Koenen*, Sonnabend 12 Uhr, öffentlich, verbunden mit geologischen Excursionen.

Mineralogische Uebungen: Prof. *C. Klein*, Freit. 2—4 Uhr, öffentlich.

Krystallographische Uebungen: Prof. *C. Klein*, privatissime, aber unentgeltlich, in zu bestimmenden Stunden.

Palaeontologische und geologische Uebungen: Prof. *von Koenen*, täglich, privatissime, aber unentgeltlich.

Experimentalphysik, erster Theil (Mechanik, Akustik, Optik): Prof. *Riecke*, Mont. und Dienst. 5 Uhr, Donnerst. und Freit. 4 Uhr.

Ueber Anstellung und Auswerthung meteorologischer Beobachtungen: Dr. *Hugo Meyer*, Donnerst. 6 Uhr unentgeltlich.

Die praktischen Uebungen im physikalischen Institute leiten die Prof. *Riecke* und *Voigt*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Dr. *Meyer*, Dr. *Hennig* und Dr. *Krüger*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 2—4 Uhr, Sonnabend 9—1 Uhr.

Theorie des Potentiales und Einleitung in die theoretische Physik: s. *Mathematik* S. 175.

Klimatologie: vgl. *Erd- und Völkerkunde* S. 179.

In dem mathematisch-physikalischen Seminar behandelt Prof. *Riecke* ausgewählte Kapitel der mathematischen und Experimentalphysik, behandelt ausgewählte Probleme der Mechanik Prof. *Voigt*, Sonnabend 10 Uhr. — Vgl. *Mathematik* S. 176.

Allgemeine Chemie, organischer Theil (Organische Experimentalchemie): Prof. *V. Meyer*, 6 Stunden, 9 Uhr.

Ueber die chemische Constitution der unorganischen Körper: Prof. *V. Meyer*, Dienst. 4 Uhr, öffentlich.

Organische Chemie, für Mediciner: Prof. *von Uslar*, 4 Stunden, 9 Uhr.

Analytische Chemie I. Theil: Dr. *Buchka*, Mittwoch und Sonnabend 8 Uhr.

Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie: Dr. *Buchka*, Donnerst. 8 Uhr.

Pharmaceutische Chemie (anorgan. Theil): Prof. *Polstorff*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Chemie der Benzolderivate, II. Theil: Dr. *Leuckart*, Dienst. Donnerst. und Freit. 12 Uhr.

Experimentelle Gasanalyse mit besonderer Berücksichtigung der technisch wichtigen Methoden: Dr. *Jannasch*, 1 Stunde.

Ueber die Verunreinigungen und Verfälschungen der Nahrungs- und Genußmittel und deren Erkennung: Prof. *Polstorff*, Dienstag und Freitag, 8 Uhr.

Besprechung ausgewählter Kapitel aus der Tagesliteratur: Dr. *Leuckart*, Donnerst. 6 Uhr.

Pharmacie: Prof. *von Uslar*, 4 Stunden, 3 Uhr. — S. unter *Medicin* S. 173.

Pflanzenernährungslehre (Agriculturchemie): Prof. *Tollens*, Montag, Dienstag, Mittwoch, 10 Uhr.

Grundzüge der Chemie für Landwirthe: Dr. *Pfeiffer*, Mont., Dienst., Donnerst. 5 Uhr.

Methoden der Agriculturchemie: Dr. *Kern*, 2 Stunden.

Die chemischen Uebungen und wissenschaftlichen Arbeiten im akademischen Laboratorium leitet Prof. *V. Meyer*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Prof. *Polstorff*, Dr. *Buchka*, Dr. *Leuckart* und Dr. *Gattermann*, und zwar 1) Vollpracticum, tägl. (außer Sonnabends) 8—12 und 2½—5 Uhr; 2) Halbpracticum je Vor- oder Nachmittags, täglich (außer Sonnabends); 3) Chemisches Anfänger-Practicum für Mediciner, täglich (mit Ausschluß des Sonnabends).

Ein chemisches Practicum in speciell mineral-analytischer Richtung leitet Prof. *V. Meyer* in Gemeinschaft mit Prof. *Jannasch*, und zwar 1) Vollpracticum, täglich (außer Sonnabends) und 2) Halbpracticum, täglich (außer Sonnabends), je Vor- oder Nachmittags.

Prof. *Boedeker* leitet die praktisch-chemischen Uebungen im physiologisch-chemischen Laboratorium (Stumpfebiel II), täglich (außer Sonnabend), 8—12 und 2—4 Uhr.

Praktische Uebungen im agricultur-chemischen Laboratorium leitet Prof. *Tollens*, in Gemeinschaft mit Dr. *Rischbiet*, Montag—Freitag, 8—12 und 2—4 Uhr.

Medicinisch-chemisches Practicum s. S. 172.

Historische Wissenschaften.

Lateinische Palaeographie: Prof. *Steindorff*, vierstündig, Dienst. und Freit. 10—12 Uhr.

Diplomatische Uebungen: Prof. *Steindorff*, Mittwoch 10—12 Uhr. privatissime, unentgeltlich.

Allgemeine Geschichte des Mittelalters: Prof. *Weiland*, Montag, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag, 9 Uhr.

Geschichte der germanischen Staatengründungen: Dr. *von Kap-herr*, 3 Stunden.

Deutsche Geschichte im Zeitalter der Reformation: Prof. *Kluckhohn*, Dienst. Donnerst. Freit. 5 Uhr.

Geschichte der Neuzeit von 1806 an: Prof. *Kluckhohn*, Mont. Dienst. Donnerst. Freit. 4 Uhr.

Geschichte Italiens seit der Zeit Karls des Großen: Prof. *Th. Wüstenfeld*, Mont. Dienst. Donnerst. u. Freit., 10 Uhr, unentgeltlich.

Historische Uebungen leitet Prof. *Weiland*, Freitag 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen leitet Prof. *Volquardsen*, Dienst. 6 Uhr, öffentl.

Historische Uebungen leitet Prof. *Kluckhohn*, Montag 6 Uhr, öffentl.

Kirchengeschichte: s. unter *Theologie* S. 170.

Erd- und Völkerkunde.

Klimatologie und Verbreitung der Organismen: Prof. *H. Wagner*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 11 Uhr.

Ueber Studium und Unterricht der Geographie: Prof. *H. Wagner*, Mittwoch 10—12 Uhr.

Geographische Uebungen für Vorgeschrittenere: Prof. *Wagner*, privatissime, unentgeltlich, Sonnabend, von 10 bis 1 Uhr.

Staatswissenschaft und Landwirthschaftslehre.

Praktische Nationalökonomie und Verwaltungslehre: Prof. *Cohn*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Volkswirthschaftslehre (theoret. Theil und Geschichte der Nationalökonomie): Prof. *Eggert*, 4 Stunden, Mittwoch u. Sonnabend 9—11 Uhr.

Finanzwissenschaft: Prof. *Cohn*, 4 Stunden, 5 Uhr.

Finanzwissenschaft mit Berücksichtigung der preußischen und Reichssteuern: Prof. *Eggert*, 4 Stunden, Donnerst. u. Freit. 3—5 Uhr.

Staatswissenschaftliches Seminar: Prof. *Cohn*, 2 Stunden wöchentlich, privatissime, unentgeltlich.

Volkswirthschaftliche Uebungen: Prof. *Soetbeer*, privatissime, unentgeltlich, in später zu bestimmenden Stunden.

Cameralistische Societät: Prof. *Eggert*, privatissime, unentgeltlich.

Einleitung in das landwirthschaftliche Studium: Prof. *Drechsler*, 1 St., öffentlich.

Ackerbaulehre, allgemeiner und specieller Theil: Prof. *Drechsler*, 6 Stunden, 12 Uhr.

Die allgemeine und specielle landwirthschaftliche Thierproductionslehre (Lehre von den Nutzungen, der Züchtung, Ernährung und Pflege des Pferdes, Rindes, Schafes und Schweines): Prof. *Griepenkerl*, Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag, 4 Uhr.

Die Ackerbausysteme (Felderwirthschaft, Feldgraswirthschaft, Fruchtwechselwirthschaft u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, Donnerstag und Freitag 10 Uhr, öffentlich.

Im Anschluß an diese Vorlesungen werden Excursionen nach benachbarten Landgütern und Fabriken veranstaltet werden.

Die Lehre vom Futter (I. Theil der landw. Fütterungslehre): Prof. *Henneberg*, Montag, Dienstag, Mittwoch 11 Uhr.

Landwirthschaftliches Practicum, 1. Uebungen im landwirthschaftlichen Laboratorium, Freitag 2—6 Uhr, Sonnabend 9—1 Uhr, unter Leitung des Prof. *Drechsler* und Dr. *Edler*; 2. Uebungen in landwirthschaftlichen Berechnungen, Montag u. Donnerstag 6 Uhr: Prof. *Drechsler*.

Landwirthschaftliche Excursionen und Demonstrationen im Versuchsfeld und Garten: Prof. *Drechsler*, Mittwoch Nachmittag.

Krankheiten der Hausthiere: s. *Medicin* S. 174.

Agriculturchemie, Agriculturchemisches Practicum: s. *Naturwissenschaften* S. 178.

Literatur- und Kunstgeschichte.

Geschichte der deutschen Literatur im Mittelalter bis zum Tode Frauenlobs: Dr. *Roethe*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Deutsche Literaturgeschichte des 16. Jahrhunderts: Prof. *Goedeke*, Montag 5 Uhr, öffentlich.

Geschichte der französischen Literatur im 17. Jahrhundert: Prof. *Vollmöller*, Mont. Dienst. Donn. Freit. 12 Uhr.

Geschichte der mittelenglischen Literatur und Interpretation ausgewählter Denkmäler: Prof. *Albr. Wagner*, Mont. Dienst. Donn. Freit. 7 Uhr früh.

Geschichte der Plastik bei den Griechen und Römern, nach den Antiken und Gypsabgüssen des K. Museums: Prof. *Wieseler*, 2 oder 3 Stunden 12 Uhr.

Geschichte der deutschen Kunst, mit Demonstrationen in der Kupferstichsammlung: Prof. *Lange*, Dienst. Donn. Freit. 3 Uhr.

Lionardo da Vinci, sein Leben und seine Werke. Mit Lektüre ausgewählter Kapitel aus seinem Malerbuche: Prof. *Lange*, Donn. 6 Uhr.

Geschichte der Philosophie: vgl. *Philosophie* S. 174.

Alterthumskunde.

Athenische Topographie: Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, vier Stunden, 4 Uhr.

Römische Alterthümer: Prof. *Volquardsen*, Mont. Dienst. Donn. Freit. 8 Uhr.

Geschichte und Topographie Roms im Alterthum: Prof. *Gilbert*, 2 Stunden, 5 Uhr.

Griechische Numismatik, für Philologen und Historiker: Prof. *Wieseler*, 2 oder 3 Stunden, 12 Uhr.

Ausgewählte Bildwerke lässt im K. archäolog. Seminar erklären Prof. *Wieseler*, Sonnabend, 12 Uhr, öffentlich.

Die Abhandlungen der Mitglieder des K. archäol. Seminars wird Prof. *Wieseler* privatissime beurtheilen, wie bisher.

Vergleichende Sprachlehre.

Ueber die Entwicklung der indogermanischen Sprachen: Prof. *Fick*, 2 Stunden.

Litauische Grammatik: Prof. *Bechtel*, zweimal wöchentlich.

Grammatische Gesellschaft (Griechische Dialektinschriften): Prof. *Bechtel*.

Orientalische Sprachen.

Die Vorlesungen über das A. Testament s. u. *Theologie* S. 169.

Hebräische Uebungen (die Makamen des Harizi): Prof. *de Lagarde*, Mont. und Donnerst. 4 Uhr, öffentlich.

Die chaldäischen Abschnitte des Buches Daniel: Prof. *Bertheau*, Dienst. und Freit. 2 Uhr.

Ausgewählte Stücke aus arabischen Schriftstellern erklärt Prof. *Wüstenfeld*, privatissime.

Arabisch, dritter Cursus (Hariris Durra und Mutanabbi): Prof. *de Lagarde*, fünfmal, 3 Uhr.

Anfangsgründe der Geezsprache und Erklärung der äthiopischen Chrestomathie von Dillmann: Prof. *Haupt*, Montag und Donnerstag, 5 Uhr.

Assyrische Grammatik (für Anfänger) und Erklärung leichter Keilschrifttexte: Prof. *Haupt*, Mont. und Donnerst., 6 Uhr, öffentlich.

Assyriologische Uebungen (Cursorische Lektüre der bilinguen Texte im IV. Rawl.): Prof. *Haupt*, Freitag, 5 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Grammatik der Sanskritsprache für Anfänger: Prof. *Kielhorn*, Montag, Mittwoch, Sonnabend, 9 Uhr.

Erklärung ausgewählter Hymnen des Ṛigveda: Prof. *Kielhorn*, Mittwoch und Sonnabend, 8 Uhr, öffentlich.

Erklärung des Tarkasaṃgraha oder des zweiten Kapitels des Kâvyâdarça: Prof. *Kielhorn*, 2 Stunden, öffentlich.

Griechische und lateinische Sprache.

Dialekt und Entstehung der hesiodischen Gedichte: Prof. *Fick*, 4 St.

Aeschylos Perser: Prof. *Sauppe*, Mont., Dienst., Donn., Freit., 9 Uhr.

Aristophanes Ritter: Prof. *von Leutsch*, Mittw. und Sonnab. 12 Uhr.

Erklärung der Gedichte Theokrits, mit Einleitung über Theokrit und die bukolische Poesie: Prof. *Dilthey*.

Die Schrift vom Erhabenen: Prof. *von Wilamowitz - Möllendorff*, 4 Stunden, 10 Uhr.

Griechiche Dialektinschriften: vgl. *Vergleichende Sprachlehre* S. 181.

Lateinische Grammatik: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 7 Uhr Morgens.

Im K. philologischen Seminar leiten die schriftlichen Arbeiten und Disputationen Prof. *Sauppe* und Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, Mittwoch 11 Uhr, läßt Plutarchs Perikles erklären Prof. *Sauppe*, Montag und Donnerstag, 11 Uhr, läßt Catullus Locke der Berenike erklären Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, Dienstag und Freitag, 11 Uhr, alles öffentlich.

Im philologischen Proseminar läßt Bruchstücke des Solon und anderer alten Elegiker erklären und leitet die Disputationen über die eingereichten schriftlichen Arbeiten Prof. *Dilthey*, Mittwoch und Sonnabend, 10 Uhr, alles öffentlich.

Deutsche Sprache.

Einführung in die deutsche Philologie: Prof. *Heyne*, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Erklärung des Parzivâl von Wolfram von Eschenbach: Prof. *Wilh. Müller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 3 Uhr.

Die Uebungen der deutschen Gesellschaft leitet Prof. *Wilh. Müller*, Dienstag, 6 Uhr.

Altdeutsche Uebungen: Prof. *Heyne*, 1 St., privatissime, unentg.

Deutsche Uebungen für Anfänger: unentgeltlich Dr. *Roethe*, Mittwoch zu gelegener Stunde.

Geschichte der deutschen Literatur: s. *Literaturgeschichte* S. 180.

Neuere Sprachen.

Geschichte der französ. u. ital. Literatur: s. *Literaturgesch.* S. 180.

Einführung in das Studium des Altfranzösischen und Erklärung des Chevalier au lyon von Crestien von Troies: Prof. *Vollmöller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 11 Uhr.

Altfranzösische Formenlehre: Dr. *Andresen*, Mont. Mittw. Freit. 8 Uhr.

Erklärung der Sophonisbe von Jean de Mairet in französischer Sprache nach seiner Ausgabe (Heilbronn 1886): Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Mittwoch 11 Uhr, privatissime und unentgeltlich.

Italienische Grammatik mit praktischen Uebungen: Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Montag und Freitag 10 Uhr.

Erklärung von Byron's Childe Harold in englischer Sprache: Prof. *Albr. Wagner*, (mit *M. L. Perrin*), Dienst. und Donnerstag 8 Uhr.

Geschichte der mittelenglischen Literatur: vgl. *Literatur- und Kunstgeschichte* S. 180.

Im Seminar für neuere Sprachen leiten Uebungen Prof. *Vollmöller* (im Lesen altfranzösischer Handschriften), Mittwoch 12 Uhr, Prof. *Albr. Wagner* (mit *L. A. Perrin* M. A.) Mont. u. Donnerst. 6 Uhr Abends, und Dr. *Andresen*, Mont. und Dienst. 6 Uhr.

L. Kœune: Literatur, Quelques portraits contemporains, Montag und Mittwoch, 8 Uhr; — Lecture, récitation, Montag und Mittwoch, 9 Uhr; — Grammatische Uebungen, Dienstag und Freitag, 8 Uhr; — Exercices de style et de composition, Dienstag und Freitag, 9 Uhr.

Schöne Künste. — Fertigkeiten.

Unterricht im Zeichnen ertheilt Zeichenlehrer *Peters*, Sonnabend 2—4 Uhr, unentgeltlich.

Unterricht im Malen *Derselbe* in zu verabredenden Stunden.

Harmonie- und Kompositionslehre, verbunden mit praktischen Uebungen: Musikdirector *Hille*, in passenden Stunden.

Zur Theilnahme an den Uebungen der Singakademie und des Orchesterspielvereins ladet *Derselbe* ein.

Reitunterricht ertheilt in der K. Universitäts-Reitbahn der Univ.-Stallmeister, Rittmeister a. D. *Schweppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, Sonnabend, Morgens von 7—11 und Nachm. (außer Sonnabend) von 4—5 Uhr.

Fechtkunst lehrt der Universitätsfechtmeister *Grüneklee*, Tanzkunst der Universitätstanzmeister *Höltzke* (Mont. und Donnerst. 8 bis 10 Uhr Abends).

Oeffentliche Sammlungen.

In der *Universitätsbibliothek* ist das Ausleihezimmer an den Wochentagen von 12—1 und von 2—3 Uhr geöffnet. Verliehen werden Bücher nach Abgabe einer Semesterkarte mit der Bürgschaft eines Professors.

Die *Gemäldesammlung* ist Sonntag von 11—1 Uhr geöffnet.

Der *botanische Garten* ist dem Publikum täglich von 7—12 und von 2—6 Uhr geöffnet.

Die *mineralogische* und die *geologisch-paläontologische Schausammlung* sind während des Sommerhalbjahrs Sonnabends v. 1—3 Uhr dem Publikum geöffnet.

Die Sammlungen des *landwirthschaftlichen Instituts* sind dem Publikum Mittwoch Nachmittag von 2—4 Uhr zugänglich. Anmeldung im Institutsgebäude.

Besuchszeit des *agriculturchemischen Laboratoriums* Donnerstag v. 10—12 Uhr.

Ueber den Besuch und die Benutzung der *theologischen Seminarbibliothek*, des *Theatrum anatomicum*, des *physiologischen Instituts*, der *pathologischen Sammlung*, der *Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle*, des *zoologischen* und *ethnographischen Museums*, des *botanischen Gartens* und des *pflanzenphysiologischen Instituts*, der *Sternwarte*, des *physikalischen Kabinets* und *Laboratoriums*, der *mineralogischen* und der *geognostisch-paläontologischen Sammlung*, der *chemischen Laboratorien*, des *archäologischen Museums*, der *Gemäldesammlung*, der *Bibliothek des k. philologischen Seminars*, der *Bibliothek des k. mathematisch-physikalischen Seminars*, des *diplomatischen Apparats*, der *Sammlungen des landwirthschaftlichen Instituts* bestimmen besondere Reglements das Nähere.

Bei dem Logiscommissär, Pedell *Bartels* (Kleperweg 2), können die, welche Wohnungen suchen, sowohl über die Preise, als andere Umstände Auskunft erhalten und auch im voraus Bestellungen machen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

24. April. № 6. 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung am 6. Februar 1886.

DAS DEFLECTOREN-BIFILAR-MAGNETOMETER,

ein neues Instrument zur Bestimmmung der Variationen der verticalen erdmagnetischen Kraft.

(Mit einer Tafel).

Von

KARL SCHERING.

Wenn es sich darum handelt, ein Instrument herzustellen, welches jeden gewünschten Grad von Genauigkeit besitzt, welches die Variationen nur allein der Vertical-Intensität mißt und sowohl von der Richtung wie auch von der Größe der horizontalen erdmagnetischen Kraft unabhängig ist, welches ferner noch gestattet, die Aenderung seines magnetischen Zustandes mit genügender Genauigkeit zu ermitteln, so hat man an dem, von meinem Bruder Ernst Schering und von mir im erdmagnetischen Observatorium zu Göttingen gegen Ende des Jahres 1882 construirten *Quadrifilar* ein allen diesen Anforderungen genügendes Instrument[1]).

Indessen können Mangel an hinreichendem Raum und an Festig-

1) Karl Schering: Das Quadrifilar Magnetometer. Diese Nachrichten 1884 p. 306 und Wiedemann Annalen der Physik und Chemie Bd. XXIII p. 686.

keit der verticalen Wände des Observatoriums, insbesondere eines bei Expeditionen nur anwendbaren temporären Observatoriums, es wünschenswerth erscheinen lassen, ein Instrument zu besitzen, welches, wenn es auch nicht die letzte der oben ausgesprochenen Anforderungen erfüllt, doch den beiden vorhergenannten genügt. Ein solches ist das hier zu beschreibende neue Instrument, welches wir mit dem Namen

Deflectoren - Bifilar

bezeichnen.

Im Jahre 1842 hat H. Lloyd[1]) das von ihm »*Induction Inclinometer*« genannte, und seither von vielen Beobachtern angewandte Variations-Instrument construirt, bei welchem ein oder zwei verticale, und durch die inducirende Wirkung der Erde magnetisch gewordene, weiche Eisenstäbe einen Magneten aus dem Meridian ablenken. Aendert sich die Vertical-Intensität des Erdmagnetismus, so erfahren auch die magnetischen Momente der Eisenstäbe eine Aenderung und also auch die Ruhelage des Magneten. Dieses Instrument leidet aber an mehreren Mängeln, welche den Werth der mit demselben angestellten Beobachtungen sehr beeinträchtigen. Der größte Uebelstand besteht darin, daß nicht nur die Aenderungen der Vertical-Intensität sondern auch in gleichem Grade die Aenderungen der Declination und Horizontal-Intensität den Stand des Magneten beeinflussen. Es müssen daher diese Aenderungen zunächst aus den Ablesungen der betreffenden Instrumente, Unifilar und Bifilar, berechnet werden, ehe es möglich ist, die Variationen der Vertical-Intensität aus den Angaben des Lloyd'schen Instruments abzuleiten[2]).

Trotz dieser großen Mängel hat das nach dem Lloyd'schen Principe construirte Instrument eine große Verbreitung gefunden und auch aus diesem Grunde wird es vielleicht von Interesse sein, in dem Folgenden zu sehen, wie der oben erwähnte Hauptmangel beseitigt und das Instrument zu einem ganz selbständigen umgewandelt werden kann.

Das so geänderte Instrument, das neue »*Deflectoren-Bifilar*«, ist in der (schematischen) Figur I der Tafel dargestellt. Mit I und II sind die beiden verticalen Eisenstäbe bezeichnet. Zwischen denselben werden zwei mit einander zu einem astatischen System

1) H. Lloyd: Proceedings of the Royal Irish Academy. Dublin 1842 p. 210—217; vergl. auch Gauss und W. Weber, Resultate des magnetischen Vereins 1841. p. 76 und Tafel IX, Fig. 4—6.

2) Vergl. auch die Beobachtungen des Herrn H. Wild mit dem Lloyd'schen Instrumente: Annalen des physikalischen Centralobservatoriums, Petersburg 1879. Theil I.

fest verbundene Magnete von gleichem magnetischen Momente an einer bifilaren Suspension aufgehängt. Durch Drehung des, die verticalen Eisenstäbe tragenden, Rahmens und ferner des oberen Torsionskreises der Bifilarsuspension kann es in einer, im Folgenden zu beschreibenden Weise, erreicht werden, daß die magnetischen Achsen der beiden Magnete nahezu in der magnetischen Meridianebene sich befinden und gleichzeitig senkrecht sind zur Ebene der verticalen magnetischen Achsen der inducirten Eisenstäbe.

In dieser Stellung ist das Instrument ganz der Einwirkung der horizontalen erdmagnetischen Kraft entzogen, und gleichzeitig ist das von den Eisenstäben auf die Magnete ausgeübte Drehungsmoment so groß wie möglich.

Die Gleichung, durch welche die Ruhelage des magnetischen astatischen Systems bestimmt wird, hat dann folgende Form:

$$(M_1 + m_1)(\mu' C_1' + \mu'' C_1'') + (M_2 + m_2)(-\mu' C_2' + \mu'' C_2'') = B \sin\beta$$

Hierin bedeutet:

B den Maximalwerth des Drehungsmoments der Bifilarsuspension
β den Winkel, um welchen die Drähte gedreht sind
μ' das magnetische Moment des untern Magneten
μ'' das magnetische Moment des oberen Magneten
M_1 resp. M_2 das in dem unteren Eisenstab I resp. dem oberen Eisenstab II inducirte magnetische Moment;
m_1 resp. m_2 das permanente Moment des Eisenstabes I resp. II Es werden m_1 und m_2 positiv, wenn in der betreffenden Stellung der Eisenstäbe die unteren Enden Nordpole sind, im anderen Falle werden sie negativ. Abgesehen von der etwaigen Verschiedenheit der Vorzeichen, ist die Form der Vertheilung des permanenten Magnetismus und des inducirten Magnetismus des weichen Eisen als einander gleich angenommen worden. Es wird hier, bei dieser vorläufigen Mittheilung über dieses Instrument, $\mu' = \mu'' = \mu$ vorausgesetzt, um das Wesentliche bei dieser Construction nämlich den Nutzen der Astasie deutlicher hervortreten zu lassen.

Die Größen

$$C_1', \; C_1'', \; C_2', \; C_2''$$

sind abhängig von der Vertheilung des Magnetismus in den Eisenstäben und von den Entfernungen zwischen Magneten und Eisenstäben; sie ändern sich mit dem Winkel, den die verticale Ebene der magnetischen Achsen der Eisenstäbe mit den Achsen der Magnete bildet. Wenn dieser Winkel, wie oben erwähnt, ein Rechter ist, und die Magnete die in der Figur I bezeichnete Lage haben, also der obere

zwischen dem Südpole von I und Nordpole von II, der untere vor dem Nordpole von I hängt, so haben die Größen C_1', C_1'' und C_2'' nahezu ihre Maximalwerthe, während C_2' gegen C_2'' sehr klein wird.

Die durch die Gleichungen

$$C_1 = C_1' + C_1'' \,, \quad C_2 = -C_2' + C_2''$$

eingeführten Größen C_1 und C_2 erhalten demnach auch nahezu ihre Maximalwerthe und es dürfen daher ihre Aenderungen bei einer geringen Drehung des magnetischen Systems in einer zunächst abzuleitenden Näherungsformel vernachlässigt werden.

Wie die Aenderungen von C_1 und C_2 ermittelt und als Correctionsgrößen in Rechnung gesetzt werden können, wird weiter unten ausgeführt werden.

Wenn eine geringe Drehung der Magnete eingetreten ist, veranlaßt durch eine Aenderung der Vertical-Intensität der erdmagnetischen Kraft, so geht die ursprüngliche Gleichgewichtsbedingung:

$$(1) \qquad \mu C_1 (M_1 + m_1) + \mu C_2 (M_2 + m_2) = B \sin \beta$$

in die folgende

$$(2) \quad \mu C_1 (M_1 + \delta M_1 + m_1) + \mu C_2 (M_2 + \delta M_2 + m_2) = B \sin (\beta + \delta \beta)$$

über.

Aus (1) und (2) ergiebt sich:

$$(3) \qquad \mu C_1 \cdot \delta M_1 + \mu C_2 \cdot \delta M_2 = B \cos \beta \cdot \delta \beta \,,$$

wenn Größen von der Ordnung $(\delta \beta)^2$ vernachlässigt werden.

Man pflegt anzunehmen, daß die inducirten Momente M_1 und M_2 proportional der erdmagnetischen verticalen Intensität V sind, also

$$M_1 = h_1 \cdot V \qquad M_2 = h_2 \cdot V,$$

worin h_1 und h_2 Constanten bedeuten, daher ist

$$\delta M_1 = h_1 \cdot \delta V \qquad \delta M_2 = h_2 \cdot \delta V.$$

Die Gleichungen (1) und (3) erhalten dann die Form:

$$(1') \qquad \mu \left(h_1 C_1 + h_2 C_2 + \frac{h_1 C_1 m_1}{M_1} + \frac{h_2 C_2 m_2}{M_2} \right) V = B \sin \beta$$

$$(3') \qquad \mu(h_1 C_1 + h_2 C_2)\,\delta V = B \cos\beta \cdot \delta\beta.$$

Wird (3′) durch (1′) dividirt, so entsteht schließlich

$$(4) \qquad \delta V = V\left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) \operatorname{cotg}\beta \cdot \delta\beta,$$

worin zur Abkürzung

$$\varepsilon_1 = \frac{h_1 C_1}{h_1 C_1 + h_2 C_2} = \frac{1-\varepsilon}{2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{h_2 C_2}{h_1 C_1 + h_2 C_2} = \frac{1+\varepsilon}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{h_2 C_2 - h_1 C_1}{h_2 C_2 + h_1 C_1}$$

gesetzt ist.

Der Winkel $\delta\beta$ ist mit Fernrohr, Scala und einem an dem astatischen Magnetpaar befestigten Spiegel zu beobachten. Bedeutet

R den Abstand zwischen Scala und Spiegel in Millimeter,

$n - n_0$ die beobachtete Aenderung in Scalentheilen (Millimeter), so wird mit genügend genauer Annäherung

$$(5) \qquad \delta V = V_0\left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) \operatorname{cotg}\beta_0 \cdot \frac{n - n_0}{2R};$$

darin ist $(n - n_0)$ mit seinem Vorzeichen zu nehmen, wenn bei wachsenden Scalentheilen auch der Winkel β wächst, andernfalls mit entgegengesetztem Vorzeichen.

Es ist also der Werth σ eines Scalentheiles, abgesehen von der Correctionsgröße

$$\frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}$$

durch:

$$\sigma = V_0 \cdot \frac{\operatorname{cotg}\beta_0}{2R}$$

bestimmt.

Herr Wild[1]) hat vorgeschlagen, bei den Polar-Expeditionen

---

1) H. Wild, Mélanges phys. et chim. tirés du Bulletin de l'Acad. imp. d. sc. de St. Petersbourg. Tome XI, p. 525, 1881.

1882/83 die Empfindlichkeit eines Variations-Instruments für die Vertical-Componente gleich
0.0005 Gauss' Einheiten zu wählen.

In Göttingen, wo
$V = 4.28$ ist, wird $\sigma = 0.0005$ wenn man für

	R	und	β	
die Werthe:	2000^{mm}	und	64° 57′	
oder:	3000	und	54° 58′	
oder:	4000	und	46° 56′	
oder:	5000	und	40° 34′	wählt.

Man kann also mit dem: »Deflectoren-Bifilar« die eben genannte als erforderlich bezeichnete Empfindlichkeit oder eine noch größere in der That leicht erreichen.

Die in der Formel (5) vorkommenden Größen β und $\frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}$ können in der folgenden Weise ermittelt werden.

Bei dieser Ableitung möge die Construction des im unterirdischen Observatorium in Göttingen seit Juli 1882 aufgestellten Instruments mit Verticalen Deflectoren zu Grunde gelegt werden, Tafel Fig. II.

Der Eisenstab II ist in der Zeichnung, um ihn sichtbar zu machen, aus seiner verticalen Lage, welche er bei den Beobachtungen haben soll, heraus um seine horizontale Achse d_{II} gedreht. Analog ist der Eisenstab I um die Achse d_I drehbar. Der ganze, aus Eichenholz gearbeitete Rahmen, welcher die Eisenstäbe trägt, kann ferner um eine verticale, durch die Mitte der Sandsteinsäule L gehende Achse gedreht werden.

Die beiden Drähte, an welchen das astatische System hängt, gehen innerhalb weiter Oeffnungen im Rahmen frei durch diesen hindurch, und sind oben am Gewölbe des Beobachtungsraumes mit einem, auf einer conischen Fläche (in der von Troughton angewandten Weise) getheilten und drehbaren Kreise befestigt, welcher mit geneigt stehenden Lupen abgelesen werden kann.

Die Kupferdämpfer der Magnete, die Luftkasten so wie auch die mit Wasser gefüllten und die Eisenstäbe I, II umgebenden Kupferkasten sind in dieser Zeichnung nicht mit dargestellt.

Es ist S_1 der mit dem Magnetsystem verbundene Beobachtungsspiegel, S_2, S_3 sind zwei an eine Messinghülse befestigte Spiegel, welche, ehe sie mit dem Holzrahmen verbunden wurden, unter Zuhülfenahme eines Theodoliten so eingestellt waren, daß ihre Normalen genau einen rechten Winkel mit einander bilden.

Die Bestimmung von β kann man dann in folgender Weise ausführen.

I. Zuerst, und bevor die Eisenstäbe I, II angebracht sind, werden zwei den Mágneten an Gewicht gleiche Messingstäbe in die Schiffchen der Magnete eingelegt; die Ablesung an der Scala eines auf den Spiegel S_1 gerichteten Fernrohrs sei n_1.

II. Der obere Messingstab wird dann durch einen Magneten μ'' ersetzt; die Ablesung sei jetzt n_2;

III. Es ist dann der Torsionskreis der Bifilarsuspension in solche Lage zu bringen, daß die wiederholten Ablesungen für die Combinationen I und II dieselbe Zahl ($n_1 = n_2$), sie sei n_0, ergeben. Am Torsionskreise werde dann A_0 abgelesen.

IV. Darauf befestigt man die beiden Eisenstäbe an den Rahmen und dreht sie um $d_{\rm I}$ und $d_{\rm II}$ bis sie vertical stehen. Der Magnet wird jetzt abgelenkt sein; durch Drehen des Rahmens um seine verticale Achse kann aber erreicht werden, daß der Magnet in seine frühere Lage zurückkehrt, so daß die Ablesung für diesen wieder n_0 ergiebt. Es befindet sich dann die Ebene der magnetischen Achsen beider Eisenstäbe ebenfalls im magnetischen Meridian.

V. Während der Rahmen in dieser Lage bleibt, dreht man das Spiegelsystem S_2 und S_3 für sich, bis in demselben Fernrohr, welches auf S_1 gerichtet ist und bleibt, auch die von S_2 gespiegelte Scala erscheint, und an dem verticalen Faden des Fadenkreuzes auch an dieser Scala n_0 abgelesen wird; durch Anziehen einer Klemmschraube wird dann das Spiegelsystem S_2 und S_3 fest mit dem Rahmen verbunden.

VI. Man dreht nun diesen Rahmen, bis die von S_3 reflectirte Scala im Gesichtsfelde des Fernrohrs erscheint und wieder der Scalentheil n_0 von dem verticalen Faden des Fadenkreuzes bedeckt wird. Dann ist die Verticalebene der magnetischen Achsen der beiden Eisenstäbe normal zum magnetischen Meridian.

VII. Statt des unteren Messingstabes werde jetzt der zweite, dem oberen an Moment gleiche, Magnet μ' so eingelegt, daß die magnetische Achse die entgegengesetzte Richtung hat wie bei dem oberen Magneten.

VIII. Dreht man schließlich den Torsionskreis der Bifilarsuspension so weit, bis im Spiegel S_1 ebenfalls wieder der Scalentheil n_0 abgelesen wird, so befinden sich die Achsen der Magnete wieder in der Meridianebene, sind also, wie verlangt senkrecht zu der Ebene der magnetischen Achsen der beiden Eisenstäbe.

Wird jetzt am Torsionskreise der Bifilarsuspension A abgelesen, so ist der positive Winkel:

$$\beta = A - A_0 \text{ resp. } \beta = A_0 - A$$

Um die Größe

$$\frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}$$

zu ermitteln, muß in der eben erwähnten Weise die Achse des magnetischen Systems senkrecht gestellt werden zur Achsenebene der Eisenstäbe bei jeder der vier verschiedenen Lagen, welche man den letzteren durch Drehung derselben um 180° um die Achsen d_{I} und d_{II} geben kann. Um diese vier Lagen leicht unterscheiden zu können, seien die Enden jedes der Eisenstäbe I und II mit den Buchstaben *a* und *b* bezeichnet.

Wenn die beiden Enden I_a und II_a unten sind, so möge die obige Gleichung (1′) gelten und zwar für den Winkel β_1, also in der Form:

$$\mu(h_1 C_1 + h_2 C_2) V\left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) = B \sin \beta_1.$$

IX. Es werde dann der Eisenstab II um 180° gedreht, so daß die Enden I_a und II^b nach unten gehen; das Magnetsystem wird dann eine etwas andere Stellung annehmen. Durch Drehung des Torsionskreises werde es wieder erreicht, daß die Achsen der Magnete senkrecht zu der Ebene der Eisenstäbe stehen; β_1 sei dann in β_2 übergegangen, so daß wir die Gleichung erhalten:

$$\mu(h_1 C_1 + h_2 C_2) V\left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} - \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) = B \sin \beta_2.$$

X. In analoger Weise folgt, wenn die Enden I^b und II^b nach unten gehen, die Gleichung:

$$\mu(h_1 C_1 + h_2 C_2) V\left(1 - \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} - \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) = B \sin \beta_3,$$

und schließlich XI:

$$\mu(h_1 C_1 + h_2 C_2) V\left(1 - \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right) = B \sin \beta_4$$

geltend für die Stellung: Enden I^b und II_a unten.

Hieraus ergiebt sich zunächst die Bedingungsgleichung

$$\sin \beta_1 + \sin \beta_3 = \sin \beta_2 + \sin \beta_4, \tag{6}$$

welche als Controlle oder zur Ausgleichung der Beobachtungs-Fehler

benutzt werden kann und zwar bestimmen sich die Correctionen $\Delta\beta_1$, $\Delta\beta_3$, $\Delta\beta_2$, $\Delta\beta_4$ der entsprechenden Winkel durch die Gleichungen

$$(7)\qquad +\frac{\Delta\beta_1}{\cos\beta_1} = +\frac{\Delta\beta_3}{\cos\beta_3} = -\frac{\Delta\beta_2}{\cos\beta_2} = -\frac{\Delta\beta_4}{\cos\beta_4} =$$

$$= -\frac{+\sin\beta_1 + \sin\beta_3 - \sin\beta_2 - \sin\beta_4}{(\cos\beta_1)^2 + (\cos\beta_3)^2 + (\cos\beta_2)^2 + (\cos\beta_4)^2}.$$

Ferner erhält man die gesuchten Größen:

$$(8)\quad \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2} = \frac{\sin\beta_1 - \sin\beta_3}{\sin\beta_1 + \sin\beta_3} = \operatorname{tang}\frac{\beta_1 - \beta_3}{2}\cdot\operatorname{cotang}\frac{\beta_1 + \beta_3}{2}$$

$$\frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} - \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2} = \frac{\sin\beta_2 - \sin\beta_4}{\sin\beta_2 + \sin\beta_4} = \operatorname{tang}\frac{\beta_2 - \beta_4}{2}\cdot\operatorname{cotang}\frac{\beta_2 + \beta_4}{2}.$$

Bei den obigen Ableitungen war angenommen, daß diejenige Aenderung von C_1 und C_2 vernachlässigt werden kann, welche eintritt, wenn die Magnete sich um einen kleinen Winkel aus der Normallage herausbewegen.

Läßt man jene Annahme fallen und setzt voraus, daß die Aenderung der Grössen C_1 und C_2 mit der Aenderung des Winkels zwischen der Achsenebene der Magnete einerseits und andererseits der Achsenebene der Eisenstäbe proportional sei, so tritt zu der obigen Gleichung (5) noch ein Correctionsglied hinzu, und sie lautet dann:

$$(9)\qquad \delta V = V_0\left(1 + \frac{\varepsilon_1 m_1}{M_1} + \frac{\varepsilon_2 m_2}{M_2}\right)(1-\lambda)\operatorname{cotg}\beta_0\cdot\frac{n - n_0}{2R}.$$

Zur Ableitung dieser Formel bezeichne

α resp. α^* das von Süd nach West hin gerechnete Azimut der Verbindungsgeraden der unteren resp. oberen Enden der Suspensionsdrähte (vergl. Tafel Fig. III)

φ das Azimut der Achsenebene der beiden Magnete in der Richtung von dem Südende nach dem Nordende des oberen Magneten μ''

χ das Azimut der Achsenebene der beiden Eisenstäbe, in der Richtung von dem Südende des unteren Eisens nach dem Nordende des oberen Eisens.

α_0, φ_0, χ_0, $\beta_0 = \alpha_0 - \alpha^*$ seien diejenigen Werthe von α, φ, χ, $\beta = \alpha - \alpha^*$, welche der Normalstellung des Apparats, also der Scalenablesung n_0 und der Verticalintensität V_0 entsprechen.

Durch das oben unter III und VIII angegebene Verfahren wird erreicht, daß

$\pi - \varphi_0$ nahezu mit der von Nord nach West hin gerechneten erdmagnetischen Declination übereinstimmt, und

$\varphi_0 - \chi_0$ sehr nahe einen rechten Winkel beträgt.

Die für C_1 und C_2 jetzt geltende Annahme wird durch die Gleichungen:

$$(10)\quad C_1 = g_1 - g_1'[\varphi - \varphi_0 - (\chi - \chi_0)];\quad C_2 = g_2 - g_2'[\varphi - \varphi_0 - (\chi - \chi_0)]$$

ausgedrückt, wenn sowohl der Rahmen mit den Eisenstäben wie auch die Magnete um kleine Winkel aus der Normallage herausgedreht sind. Bleibt der Rahmen in ungeänderter Stellung, wie es bei den Variationsbeobachtungen stattfindet, so hat man:

$$(11)\qquad C_1 = g_1 - g_1'(\varphi - \varphi_0);\qquad C_2 = g_2 - g_2'(\varphi - \varphi_0).$$

Die Methode zur Bestimmung von λ ist dann die folgende:

XII. Dreht man, von der Normalstellung des Apparats aus, den Rahmen mit den Eisenstäben um den kleinen Winkel ψ, welcher an der vom Spiegel S_2 reflectirten Scala zu beobachten ist, so wird $\chi = \chi_0 + \psi$; die Magnete drehen sich dann um einen noch kleineren Winkel ψ', welchen man an der gleichzeitig im Spiegel S_1 sichtbaren Scala bestimmen kann; es wird dann also: $\varphi = \varphi_0 + \psi'$ und aus den Gleichungen (10) folgt:

$$(12)\qquad C_1 = g_1 + g_1'(\psi - \psi');\qquad C_2 = g_2 + g_2'(\psi - \psi').$$

Da hierbei die relative Lage der Magnete gegen die Suspension nicht geändert wird, so ist:

$\varphi - \alpha = \varphi_0 - \alpha_0$, daher: $\alpha = \alpha_0 + \psi'$ und weiter

$$\beta = \alpha - \alpha^* = \alpha_0 + \psi' - \alpha^* = \beta_0 + \psi'.$$

Nach Einsetzung dieser Ausdrücke für C_1, C_2, und β in Gleichung (1) ergiebt sich für die in Gleichung (9) angewandte Größe:

$$(13)\qquad \lambda = \frac{g_1'(M_1 + m_1) + g_2'(M_2 + m_2)}{g_1(M_1 + m_1) + g_2(M_2 + m_2)} \cdot \operatorname{tang} \beta_0 = \frac{\psi'}{\psi - \psi'}.$$

Ein analoges Corrections-Glied ist bei der Berechnung des mit dem Deflectoren-Unifilar ausgeführten Beobachtungen zu berücksichtigen. (Für das Instrument in Göttingen bei seinem Zustande in den Jahren 1882 und 1883 war $\lambda = +0{,}03$).

Es ist leicht ersichtlich, daß man durch solche eben beschriebene Beobachtungen die Einwirkung der Aenderung der Größen C_1 und C_2 in der Nähe der Normalstellung mit jeder wünschenswerthen Genauigkeit bestimmen kann. Etwaige gleichzeitige bei der Bestimmung von φ' vorgekommene Variationen der Vertical-Intensität sind entweder durch Ablesungen an einem andern Instrument zu ermitteln oder durch eine große Anzahl von Beobachtungen so viel wie möglich aus den Resultaten zu eliminiren.

Das Deflectoren-Bifilar ist also bei genügender Astasie der Magnete mit dem Hauptmangel des Deflectoren-Unifilar, nämlich mit der Einwirkung der Aenderung der Declination und der Horizontal-Intensität nicht behaftet; es hat aus gleichem Grunde vor dem letzteren Instrumente den Vortheil, daß es an Beobachtungsorten, welche nahe den magnetischen Erdpolen liegen und kleine Horizontal-Intensitäten besitzen, die Variationen der Vertical-Intensität mit genügender Sicherheit liefert, während die Beweglichkeit des Magneten im Deflectoren-Unifilar zu groß sein kann. Das Deflectoren-Bifilar hat aber doch mit jenem älteren Instrumente die freilich erheblich geringere Unvollkommenheit gemein, daß die Aenderung seines magnetischen Zustandes, insbesondere der Inductions-Fähigkeit der Eisenstäbe nicht direct bestimmt werden kann. Es bleibt wohl nichts Anderes übrig, als durch Benutzung der am Gauss'schen Bifilar gewonnenen und mit dem Weber'schen Hülfsmagneten corrigirten Beobachtungen in Verbindung mit wiederholt ausgeführten genauen Inclinations-Messungen die im magnetischen Zustande des Instrumentes langsam eintretenden Aenderungen zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke wurden in Göttingen während der internationalen Polar-Expeditionen 1882—83 an jedem der 26 Terminstage neben den sämmtlichen Variations-Beobachtungen nicht nur absolute Intensitäts-Bestimmungen [1]) sondern auch noch wenigstens drei Sätze absoluter Inclinations-Bestimmungen [2]) und zwar zu Anfang, in der Mitte und gegen Ende des Termins nach genauen Methoden ausgeführt, wie es in der Veröffentlichung jener Arbeiten [3]) angegeben ist.

1) Karl Schering. Diese Nachrichten. 1881. Seite 133—176. Bestimmung der Horizontal-Intensität.

2) Karl Schering. Diese Nachrichten. 1882. Seite 345—392. Magnetische Inclination und allgemeine Theorie des Erd-Inductors.

3) Ernst Schering und Karl Schering: »Beobachtungen in Gauss' Erdmagnetischem Observatorium in Göttingen während der Polar-Expeditionen 1882—83« im II. Bande der deutschen Polar-Forschungen, Berlin, Asher u. Co. 1886.

Strassburg im Januar 1886.

Ueber die Störungen, welche den Gebirgsbau im nordwestlichen und westlichen Deutschland bedingen.

Von **A. von Koenen.**

Schon vor 4 Jahren hatte ich kurz (Nachr. d. Königl. Ges. d Wissensch. zu Göttingen 1882 S. 309) mitgetheilt, welche Züge im Grossen und Ganzen das geologische Bild der Umgegend von Göttingen darbietet, dass namentlich Bruchlinien, welche von Südosten nach Nordwesten verlaufen, hier von jüngeren, süd-nördlichen durchschnitten werden.

Seitdem habe ich in zwei Aufsätzen in dem Jahrbuche der Kgl. geolog. Landes-Anstalt zu Berlin pro 1883 und 1884 gezeigt, dass die Entstehung dieser Bruchlinien der Hauptsache nach erst nach Ablagerung der oberen Braunkohlen, mit der mittleren Miocän-Zeit, ihren Anfang genommen hat und mit dem Empordringen von Basalt, Phonolith etc. in ursächlichem Zusammenhange steht, dass zum Theil aber noch in ganz junger Zeit Senkungen und Einstürze an diesen Bruchlinien erfolgt sind, obwohl die jetzigen Flussläufe zum Theil schon zur Pliocän-Zeit im Wesentlichen ausgebildet waren.

Wie aber diese Bruchlinien entstanden sind bei Aufbauchung resp. Herabbiegung der mesozoischen Schichten, besonders der Trias, durch Spannungen in der festen Erdrinde resp. durch tangentialen Druck, so nehmen in ihrer Nähe gar oft die Schichten ein steileres Einfallen ein, so dass die Richtung der Bergrücken durch die Richtung der Bruchlinien bedingt wird, während die Flüsse und Wasserläufe ganz gewöhnlich auf den Bruchlinien liegen. In Folge dessen sind schon auf topographischen Karten je nach ihrem Maassstabe und ihrer Genauigkeit die wichtigeren Bruchlinien in der Regel mit mehr oder weniger grosser Sicherheit zu verfolgen. Je nachdem die Einsenkungen und Einstürze mehr oder minder tief im Verhältniss zu der Sohle der Flussläufe erfolgten und dann durch Diluvium und Alluvium ausgefüllt wurden, entstanden, zumal an den Kreuzungsstellen von Spalten verschiedener Richtung, mehr oder minder breite, flache Becken, in welchen oft nur etwa die Kuppen der eingestürzten Gebirgsmassen durch die Diluvial- und Alluvial-Bildungen hervorragen, welche somit nicht durch Erosion entstanden, sondern vielmehr durch Anschwemmung ausgefüllt sind, oder auch noch jetzt tiefere Teiche und Seeen ohne genügenden natürlichen Abfluss enthalten.

Bei der Untersuchung über die weitere Verbreitung und den Verlauf solcher Bruchlinien bin ich nun, theils durch eigenes Studium, theils fussend auf die Arbeit Anderer, zum Theil angeregt durch Suess' Epoche-machende Arbeit »das Antlitz der Erde« zu folgendem Resultat gekommen:

Die paläozoischen und älteren Formationen sind in Deutschland meist stark gefaltet und geknickt und bilden eine Anzahl bedeutender Gebirgskämme und Gebirgskerne, deren Oberfläche zum Theil — anscheinend zur Zeit des Rothliegenden — vom Meere abgehobelt wurde und in späteren Perioden wohl meist aus dem Wasser hervorragte oder doch nicht von ausgedehnteren Sedimenten bedeckt wurde.

Diese Gebirgskerne resp. Rücken sind in vielen Fällen nachweisbar durch Bruchlinien von den sie umgebenden Trias- etc. Gebieten mit durchaus verschiedenen Berg- und Thalformen getrennt. Die Bruchlinien lassen sich aber auf sehr grosse Entfernungen verfolgen, auch da, wo sie nicht die Gebirgskerne etc. begrenzen, so dass dieselben Bruchlinien mit ihren Parallel-Spalten, also eigentlich Spalten-Züge, nicht bloss die Aussenränder der älteren Gebirge, sondern auch die Bergformen der zwischen diesen liegenden jüngeren Formationen wesentlich beeinflussen. Es wird daher die physikalische Geographie vor Allem diesen Störungen Aufmerksamkeit schenken müssen.

Die wichtigeren derartigen Bruchlinien sind nun folgende:

Das Wesergebirge mit seinen Fortsetzungen von Bramsche bei Osnabrück bis in die Gegend von Hameln und Elze und andrerseits der Teutoburger Wald von Ibbenbühren bis Horn bei Detmold bilden einen sogenannten Luftsattel und sind an ihrer Innenseite von verschiedenen Bruchlinien begleitet, an ihrer Aussenseite dagegen von grossen, meist mit Kreide- und Diluvial-Bildungen erfüllten Depressionen, nach Süden von dem Becken von Münster-Paderborn und nach Norden von dem westlichen Theile der norddeutschen Ebene.

Die Bruchlinie längs des Wesergebirges hängt ohne Zweifel direkt über Gronau-Bodenburg-Langelsheim mit der Hauptspalte am nördlichen Harzrande zusammen, wenigstens kenne ich an einigen Stellen auf dieser Linie Einbrüche, und sie verläuft im Uebrigen in Thalsohlen. Ich möchte aber vermuthen, dass diese Bruchlinie vom nördlichen Harzrande in gleicher Richtung unter dem Diluvium fort nach dem Rande der Sudeten verläuft und direct oder durch Nebenspalten mit den grossen Bruchlinien zusammenhängt, welche von Karpinski (Suess) aus der Gegend von Krakau und Warschau bis zum Kaspischen Meere nachgewiesen worden sind.

Die Bruchlinien längs des Teutoburger Waldes sind von einer grösseren Zahl von Nebenspalten begleitet, welche streckenweise grössere Bedeutung erlangen resp. Hauptspalten werden können. Diese Spaltenzüge durchziehen die mesozoischen und jüngeren Bildungen des ganzen mittleren Deutschlands zwischen dem Rheinischen Schiefergebirge, dem Harz und dem Thüringer Wald, laufen aber längs dieses, des Frankenwaldes, Fichtelgebirges, des Böhmer- und Bairischen Waldes, wie ich bereits a. a. O. erwähnt habe, bis Linz gegen den Alpenrand; es sind aber anscheinend Spalten derselben Nordwestrichtung auch weiter nach Westen und Süden weit verbreitet, so am Nordrande der Eifel, in Elsass, Lothringen etc. Auf Spalten derselben Richtung liegen auch wohl die Vulkane der Eifel zwischen Bertrich und Hillesheim, welche in der Richtung von Südosten nach Nordwesten angeordnet sind.

Querspalten zu den Nordwestspalten können stellenweise stärker hervortreten; so laufen von Horn bei Detmold, wo sich der Teutoburger-Wald-Rücken plötzlich mehr nach Süden umbiegt, zwei Spalten nach Nordosten und nach Osten nach den beiden Enden der sogenannten Hilsmulde, deren Schichten wesentlich nur von Nordwest-Störungen getroffen sind.

Namentlich östlich, vermuthlich aber auch westlich der Hilsmulde treten aber Spaltenzüge auf, welche im Allgemeinen nach Nord bis Nordnordost streichen, und häufiger als breite Versenkungen entwickelt sind, an ihren Kreuzungsstellen mit den Nordwestspalten aber besonders verworrene Verhältnisse bedingen. Im vorigen Jahre habe ich a. a. O. gezeigt, dass die sogenannte Rheinthalspalte (von Basel bis Frankfurt) in direkter Verbindung mit der Leinethalspalte bei Göttingen steht und sich bis Hildesheim verfolgen lässt. Nachdem aber Torcapel ausgeführt hat, dass das Rhonethal eine grosse Bruchlinie birgt, und da in deren Fortsetzung sogar bis in die Gegend von Trier-Bittburg durch Weiss und Grebe allerlei Dislokationen in gleicher Richtung nachgewiesen worden sind, so unterliegt es kaum einem Zweifel, dass durch die Bruchlinien längs des Jura eine Verbindung zwischen der Rhonethalspalte und der Rheinthalspalte existirt, so dass diese Bruchzone vom Mittelmeer bis Hildesheim und unter dem Diluvium vermuthlich noch weiter reicht. Leider liegen mir augenblicklich nicht genügende geologische Specialkarten vor, um feststellen zu können, wie die bekannten Dislokationen auf beiden Seiten des Juragebirges verlaufen; es erscheint aber wahrscheinlich, dass die in gleicher Richtung auf der rechten Rheinseite auftretenden Verwerfungen mit ihnen in Zusammenhang zu bringen sind, und da der schwäbische und bairische Jura bis

Regensburg ebenfalls eine nordöstliche Richtung hat, so wäre es wohl möglich, dass auch Nordost-Spalten bis dorthin fortsetzen, um an der Haupt-Nordwest-Spalte aufzuhören. Vielleicht liegt auch der Riess-Kessel-Einbruch auf einer solchen Spalte.

Besonders beachtenswerth ist jedenfalls, dass der Rhonethalbruch und die Jura-Bruchlinien nahezu parallel verlaufen der gekrümmten Haupt-Bruchlinie der westlichen und nordwestlichen Alpen, also mit dieser wohl in Beziehung zu bringen sind.

An anderer Stelle werde ich suchen eine generelle Darstellung der Entstehung und des Verhaltens solcher Bruchlinien zu geben.

Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der verticalen Intensität eines magnetischen Feldes;

von **R. Krüger.**

(Vorgelegt von Eduard Riecke.)

Die zur Messung der verticalen Intensität eines magnetischen Feldes bisher angewandten Methoden beruhen auf der elektromotorischen Wirkung, welche dasselbe auf eine um eine horizontale Achse drehbare Spirale ausübt. Wird die Spirale außerdem noch um eine verticale Achse gedreht, so ergiebt sich aus dem Verhältniß der bei beiden Drehungen inducirten Ströme die Neigung der magnetischen Kraftlinien gegen den Horizont. Wird hingegen der bei einer Drehung um eine horizontale Achse inducirte Strom nach absolutem Maaße mit einem Galvanometer gemessen, so ergiebt sich aus dem Inhalt der von den Windungen der Spirale umschlossenen Fläche und aus dem absoluten Widerstand des von der Spirale und dem Galvanometer gebildeten Kreises die verticale Intensität des Feldes. Bei einem Felde von geringer Ausdehnung muß die Drehung durch eine Parallelverschiebung der Spirale in ihrer Ebene ersetzt werden. In jedem Falle ist die Bestimmung einer verticalen Intensität mit diesen Hülfsmitteln eine schwierige und zeitraubende Arbeit.

Dem gegenüber bietet sich in der von Hrn. Prof. Riecke[1]) untersuchten Ablenkung, welche eine an einem verticalen Drahte in

---

1) Wied. Ann. 13. pag. 198. 1881.

horizontaler Stellung in einem mit Kupfervitriollösung gefüllten Gefäße schwebende Scheibe erleidet, sobald sie in radialer Richtung von einem Strome durchflossen wird, ein sehr bequemes Mittel zur Bestimmung der jene Ablenkung erzeugenden verticalen magnetischen Kraft.

Um die Leistungsfähigkeit der hierauf sich gründenden Methode einer experimentellen Prüfung zu unterwerfen, wurde sie angewandt zur Bestimmung der Verticalintensität des Erdmagnetismus, beziehungsweise der magnetischen Inclination.

Es ergab sich für die Verticalintensität der Werth:

$$V = 2.2903 \times T$$

wo T die Horizontalintensität bezeichnet. Gleichzeitig ergab sich aus Beobachtungen mit dem Erdinductor

$$V = 2.2899 \times T$$

während aus der von Hrn. Prof. K. Schering gegebenen Variationsformel folgen würde

$$V = 2.2895 \times T.$$

Setzt man im Mittel

$$V = 2.2899 \times T$$

so würde die Abweichung des mit der Drehwage bestimmten Werthes von diesem Mittelwerthe $\frac{1}{5700}$ betragen.

Die Beobachtungen, aus welchen dieses Resultat abgeleitet ist, sollen im Folgenden mitgetheilt werden.

In den Kreis des die electrodynamische Drehwage durchfließenden Stromes wurde das Bifilargalvanometer, welches des nähern von Hrn. Prof. F. Kohlrausch[1]) beschrieben ist, eingeschaltet. Die durch den Strom i hervorgerufenen Ablenkungen beider Instrumente aus ihren Gleichgewichtslagen gaben einen Maaßstab für die Producte iT und iV, wo unter T und V die oben bestimmten Größen verstanden sind, und durch Combination beider Producte den Winkel der Inclination an dem betreffenden Orte. Die Art der Verbindung ergiebt sich aus der Figur.

Bezeichnet man mit F die Windungsfläche des Bifilargalvanometers, mit D_1 die Directionskraft der Aufhängungsdrähte und mit Φ den Winkel, um welchen die Ebene der Windungen durch den Strom aus dem magnetischen Meridian herausgedreht wird, so gilt für das Bifilargalvanometer folgende Beziehung:

---

1) Pogg. Ann. 138. 1869.

$$iFT\cos\Phi = D_1 \sin\Phi$$
$$iT = \frac{D_1}{F}\operatorname{tg}\Phi.$$

Wird die Drehung mit Spiegel und Scala beobachtet, ist N der Scalenausschlag und R die Entfernung von Spiegel und Scala, so geht der obige Ausdruck durch Entwicklung von $\operatorname{tg}\Phi$ nach Potenzen von $\frac{N}{2R}$ über in:

$$iT = \frac{D_1}{F}\frac{N\left[1-\left(\frac{N}{2R}\right)^2+2\left(\frac{N}{2R}\right)^4\right]}{2R}.$$

Die Windungsfläche des aufgehängten Solenoides ist früher von Hrn. Prof. F. Kohlrausch[1]) durch geometrische Ausmessung der Dimensionen zu

$$F = 29774300 \text{ qmm.}$$

bestimmt worden. Bei der jetzigen Wiederholung der Messung wurde anfangs derselbe Weg eingeschlagen. Es zeigte sich jedoch, daß in der Länge der Zeit eine so große Deformation der Spiralenform eingetreten war, daß die Bestimmung der Windungsfläche in dieser Weise ohne große Willkür und Unsicherheit für das Resultat nicht gemacht werden konnte. In Folge dessen wurde der galvanischen Ausmessung der Vorzug gegeben und dabei die Abhandlung von Kohlrausch[2]) mit ihren Formeln und Angaben benutzt. Darnach wird das Solenoid mit einer Tangentenbussole zu einem Stromkreise so vereinigt, daß die Achse des Solenoides stets in ost-westlicher Richtung liegt, und daß sich die beiden Instrumente entweder in der ersten oder zweiten Hauptlage befinden. Erfolgt die Wirkung des Stromes in der Spule und in der Tangentenbussole in gleichem Sinne, so sei der Ablenkungswinkel φ, wird dagegen der Strom in der Tangentenbussole allein commutirt, so sei der neue Ablenkungswinkel φ'; wird ferner mit a die Entfernung der Mittelpunkte beider Instrumente und mit R der mittlere Radius des Tangentenbussolenringes bezeichnet, so ist die Windungsfläche des Solenoides für den Fall der ersten Hauptlage bestimmt durch folgenden Ausdruck:

$$F = \frac{a^3\pi}{R}\frac{\operatorname{tg}\varphi+\operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi-\operatorname{tg}\varphi'}\frac{1+\varepsilon+\zeta}{1+\delta}$$

wo δ, ε und ζ der Reihe nach Correctionsgrößen sind, welche von der Breite und Länge der Spule, von der Breite und Dicke des Rin-

1) Pogg. Ann. 138. 1869.

2) Wied. Ann. 18. pag. 513. 1883.

ges der Tangentenbussole und von der Nadellänge herrühren. Für die zweite Hauptlage kommt ein ganz analoger Ausdruck, nur mit dem Factor 2 versehen. Stellt man die Formeln für F mit den entsprechenden Correctionen für die 1. und 2. Hauptlage zusammen und unterscheidet die beiden Abstände durch a_1 und a_2, so kommt:

$$1.\quad F\left\{1+\frac{1}{a_1^2}\left(\frac{1}{2}l^2-\frac{9}{10}P\right)+\frac{1}{a_1^4}\left(\frac{3}{16}l^4-\frac{9}{8}l^2P+\frac{45}{56}P'\right)\right\}$$
$$= a_1^3\frac{\operatorname{tg}\varphi+\operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi-\operatorname{tg}\varphi'}\,\frac{\pi}{R}(1+\varepsilon+\zeta_1)$$

$$2.\quad F\left\{1+\frac{1}{a_2^2}\left(-\frac{3}{8}l^2+\frac{27}{40}P\right)+\frac{1}{a_2^4}\left(\frac{15}{128}l^4-\frac{45}{56}l^2P+\frac{225}{448}P'\right)\right\}$$
$$= 2a_2^3\frac{\operatorname{tg}\varphi+\operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi-\operatorname{tg}\varphi'}\,\frac{\pi}{R}(1+\varepsilon+\zeta_2)$$

Werden die Entfernungen a_1 und a_2 so gewählt, daß zwischen ihnen die Relation $a_1^2:a_2^2 = 4:3$ besteht, so gehen die beiden obigen Gleichungen über in die eine Gleichung, welche in dem Correctionsgliede δ nicht mehr das Glied mit $\frac{1}{a^2}$ enthält, nämlich:

$$3.\quad F\left\{1+\frac{19}{(2a_1)^4}\left(\frac{1}{6}l^4-l^2P+\frac{5}{7}P'\right)\right\}$$
$$= \frac{\pi}{R}\left(1+\varepsilon+\frac{\zeta_1+\zeta_2}{2}\right)\left(\frac{1}{2}a_1^3T_1+a_2^3T_2\right)$$

T_1 und T_2 seien die Tangentenverhältnisse in der 1. resp. 2. Hauptlage. Diese Formeln sind sämmtlich in der Abhandlung des Hrn. Prof. F. Kohlrausch, welche bereits oben genannt ist, enthalten und hier nur kurz angeführt, um wiederholtes Verweisen auf jene Arbeit zu vermeiden. Dieselben gelten nur unter der Voraussetzung eines rechteckigen Querschnitts der Windungslagen; es wurde deshalb der kreisförmige Querschnitt auf einen quadratischen mit demselben Flächeninhalt reducirt. Darnach berechnete sich die Breite und Höhe der Spule $l = r_1 - r_0 = 33.2$ mm.

Weil die Radien des Solenoides $r_1 = 353.4$ mm. und $r_0 = 320.2$ mm. wegen der schon oben erwähnten Deformation nur annähernd bestimmt, andrerseits die Entfernungen $a_1 = 2478.586$ mm. und $a_2 = 2146.524$ mm. nicht wohl größer gewählt werden konnten, so wurde gleich bei der Aufstellung der Instrumente zwischen den beiden Abständen das Verhältniß $\sqrt{4:3}$ hergestellt. Mit Hülfe der Combinationsformel 3. berechnet sich dann die Windungsfläche des Solenoides, wenn man für die Tangentenverhältnisse die beobachteten Werthe $T_1 = 0.182998$ und $T_2 = 0.148506$ einführt:

$$F = 29585800 \text{ qmm.}$$

Um Aufschluß über die Sicherheit der Radien r_1 und r_0 zu erhalten, wurde die Windungsfläche nach den Formeln 1. und 2. berechnet, weil in ihnen ein Fehler der Größen r_1 und r_0 bedeutend stärker zu Tage tritt, als in der Combinationsformel 3. In der ersten Hauptlage berechnet sich

$$F_1 = 29628500 \text{ qmm.}$$

und in der zweiten

$$F_2 = 29544900 \text{ qmm.}$$

Der große Unterschied, welcher zwischen den Werthen F_1 und F_2 zu Tage tritt, findet in der fehlerhaften Bestimmung der Radien seine Erklärung. Die Daten nämlich, aus welchen die Größen r_1 und r_0 hergeleitet werden mußten, machten eine genaue Bestimmung derselben von vornherein unmöglich und es war zu erwarten, daß an den Radien eine Correction angebracht werden müsse, um die Abweichung zu heben. Die Gleichheit der Werthe F_1 und F_2 würde durch eine Verminderung des absoluten Werthes der Radien um 8.5 mm. erreicht. Das Auffallende dieser großen Correction wird durch die Zahlen der folgenden Tabelle um ein bedeutendes abgeschwächt; sie giebt die Längen mehrerer unter einander paralleler Sehnen des Solenoides; die berechneten Längen entstanden dadurch, daß die Ellipsenform zu Grunde gelegt wurde und die große Achse derselben (in der Tabelle Sehne 3) und der Abstand der Sehnen von dieser die Rechnungsgrößen für die übrigen Theile bildeten.

	beobachtet	berechnet	ber. — beob.
Sehne 1.	638.04 mm.	642.29 mm.	+ 4.25 mm.
» 2.	640.03 »	710.48 »	+ 70.45 »
» 3.	737.20 »	—	
» 4.	706.92 »	706.78 »	— 0.14 »
» 5.	630.38 »	635.52 »	+ 5.14 »

Zieht man die geänderten Werthe der Radien $r_1 = 845.2$ mm. und $r_0 = 312.0$ mm. in Rechnung, so wird dadurch das Endresultat aus der Combinationsformel wenig geändert; es ergiebt sich als neuer Werth für die Windungsfläche des Solenoides:

$$F = 29587500 \text{ qmm.}$$

Diese Bestimmung der Windungsfläche ist im Folgenden zur Anwendung gekommen.

Die Directionskraft der Aufhängungsdrähte des Bifilargalvanometers bestimmte sich nach der Formel:

$$D = K\frac{\pi^2}{t^2}$$

wo unter K das Trägheitsmoment $K = 431852 \times 10^6$ mg. mm². verstanden ist. Die Schwingungsdauer t wurde für verschiedene Temperaturen bestimmt; bezeichnet man mit t_1 t_2 .... die Schwingungsdauern, welche den Temperaturen T_1 T_2 .... entsprechen, so wurde die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Temperatur dargestellt durch die Formel:

$$t_1 = t_2 + 0.02748\,(T_1 - T_2).$$

Form und Aufhängung der electrodynamischen Drehwage waren dieselben, wie sie in dem oben schon erwähnten Aufsatze des Hrn. Prof. Riecke dargestellt sind; nur waren hier die Dimensionen der Scheiben größer gewählt, und bei der beweglichen Scheibe statt der schweren Glasplatte als isolirendes Medium ein dünner Siegellacküberzug verwandt. Der Radius der Scheiben bis zum äußern Rande war $r_1 = 149.453$ mm. und bis zum innern Rande, d. h. bis zur Grenze der isolirenden Schicht $r_0 = 144.953$ mm., beide Größen auf die Temperatur 0° bezogen. Daraus folgt für $l = \frac{r_1 + r_0}{2} = 147.203$ mm. und für $\delta = \frac{r_1 - r_0}{2} = 2.250$ mm. So lange der Strom i mit seiner Gesammtintensität in horizontaler Richtung fließt, vom Mittelpunkte der Scheibe also dem Rande zu bis zu einer Entfernung r_0, ist das Drehungsmoment, welches die verticale Componente des Erdmagnetismus V ausübt gleich $\frac{1}{2}Vir_0^2$ oder $\frac{1}{2}Vil^2 - Vil\delta + \frac{1}{2}Vi\delta^2$. Für den Theil $r_1 - r_0 = 2\delta$ tritt der Strom aus der Scheibe in die Flüssigkeit über und zwar, wie aus dem Niederschlage auf den Scheiben zu schließen ist, überall mit gleicher Dichte. Mit Rücksicht hierauf ergiebt sich das Drehungsmoment, welches V auf diesen Theil der Scheibe ausübt, gleich $Vil\delta - \frac{1}{3}Vi\delta^2$. Das Gesammtdrehungsmoment ist also $\frac{1}{2}Vil^2 + \frac{1}{6}Vi\delta^2$. Bezeichnet man mit D_2 das Drehungsmoment, welches durch die Torsion des Drahtes hervorgerufen wird und mit φ den Ablenkungswinkel, so entsteht die Gleichung:

$$D_2 2\varphi = Vil^2\left(1 + \frac{1}{3}\frac{\delta^2}{l^2}\right)$$ [1]

Beobachtet man die Ablenkungen mit Spiegel und Scala und entwickelt 2φ nach Potenzen von $\frac{n}{r}$, wo n den Scalenausschlag und r die Entfernung zwischen Spiegel und Scala bezeichnet, so geht obige Gleichung über in:

---

1) Darnach ist die von Hrn. Prof. Riecke benutzte Formel zu verbessern.

$$Vi = \frac{D_2 n\left[1-\frac{1}{8}\left(\frac{n}{r}\right)^2\right]}{r l^2\left[1+\frac{1}{8}\left(\frac{\delta}{l}\right)^2\right]}.$$

Aus den Schwingungen einer cylindrischen Messingplatte, deren Trägheitsmoment $K = 224017 \times 10^4$ mg. mm.^{2} war, wurde D_2 hergeleitet; es ergab sich auch hier eine ähnliche Gleichung wie bei dem Bifilargalvanometer für die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Temperatur, nämlich:

$$t_1 = t_2 + 0.00635\ (T_1 - T_2)$$

Die durch den Strom in dem Suspensionsdrahte hervorgerufene Erwärmung wurde aus der Verlängerung des Drahtes bestimmt; an einem Mikroscop mit Mikrometervorrichtung wurden die betreffenden Ablesungen vor und nach jeder Beobachtung gemacht.

Das Bifilargalvanometer lieferte das Product

$$Ti = \frac{D_1}{F}\,\frac{N\left[1-\left(\frac{N}{2R}\right)^2+2\left(\frac{N}{2R}\right)^4\right]}{2R}$$

die electrodynamische Drehwage das Product

$$Vi = \frac{D_2 n\left[1-\frac{1}{8}\left(\frac{n}{r}\right)^2\right]}{r l^2\left[1+\frac{1}{8}\left(\frac{\delta}{l}\right)^2\right]}$$

Daraus folgt:

$$\frac{V}{T} = \operatorname{tg} i = \frac{2FR}{r}\,\frac{D_2}{D_1 l^2\left[1+\frac{1}{8}\left(\frac{\delta}{l}\right)^2\right]}\,\frac{n\left[1-\frac{1}{8}\left(\frac{n}{r}\right)^2\right]}{N\left[1-\left(\frac{N}{2R}\right)^2+2\left(\frac{N}{2R}\right)^4\right]}$$

Die Inclinationsbeobachtungen wurden im eisenfreien Pavillon des physikalischen Instituts angestellt und zwar Morgens 8 Uhr, Mittags 12 Uhr und Nachmittags 4 Uhr. Zur Erläuterung der Beobachtungsart möge das Protocoll einer Beobachtungsreihe mitgetheilt werden; es wurde am Freitag d. 27. November Mittags beobachtet.

Temp. 7°5 Mikroscop: 2 Kamm 38.1 Theilst.

Ruhelagen	11h 32m 0s	749.6			
	11	749.7			
	23	749.8	749.80		
	34	749.9	749.85	749.850	Drehwage
	46	750.0	749.85		
	57	750.0	749.90		
	33m 9	749.9			
	11h 33m 20s	749.9			
	578.0 886.7 581.8 883.0 585.1		581.63 884.85	733.240	Bifilargalv.

Ablenkungen	$11^h\ 40^m\ 14^s$	461.9			
	25	460.3	461.55		
	36	460.1	461.40	461.400	Drehwage
	48	461.2	461.25		
	59	462.5			
	$11^h\ 41^m\ 10^s$	462.4			
	$11^h\ 41^m\ 20^s$	784.8			
	31	784.7			
	43	784.8	784.85		
	54	784.8	784.80	784.838	Bifilargalv.
	$42^m\ 6$	784.9	784.85		
	17	784.9	784.85		
	29	784.9			
	$11^h\ 42^m\ 40^s$	784.9			
	$11^h\ 42^m\ 50^s$	458.9			
	$43^m\ 1$	459.8			
	12	461.1	460.05		
	24	461.2	459.90	459.950	Bifilargalv.
	35	460.0	459.90		
	$11^h\ 43^m\ 46^s$	458.7			

Temp. 7°.6 Mikroscop: 2 Kamm 42.9 Theilst.

Ruhelagen	989.2 472.2 983.9 478.3 978.2		983.77	475.25	729.510	Bifilargalv.

Ruhelagen	$11^h\ 50^m\ 40^s$	749.3			
	51	749.3			
	$51^m\ 3$	749.4	749.35		
	14	749.3	749.35	749.338	Drehwage
	26	749.4	749.35		
	37	749.4	749.30		
	49	749.3			
	$11^h\ 52^m\ 0^s$	749.3			
Ablenkungen	$11^h\ 56^m\ 14^s$	1005.0			
	25	1007.9	1005.30		
	36	1008.1	1005.40	1005.367	Bifilargalv.
	48	1005.6	1005.40		
	59	1002.9			
	$11^h\ 57^m\ 10^s$	1002.7			
	$11^h\ 57^m\ 20^s$	713.7			
	31	713.9			
	43	713.9	713.80		
	54	713.9	713.90	713.850	Drehwage
	$58^m\ 6$	713.9	713.85		
	17	713.9	713.85		
	29	713.8			
	$11^h\ 58^m\ 40^s$	713.8			
	$11^h\ 58^m\ 50^s$	1007.4			
	$59^m\ 1$	1004.9			
	12	1001.3	1003.15		
	24	998.9	1001.85	1002.067	Bifilargalv.
	35	998.8	1001.20		
	$11^h\ 59^m\ 46^s$	1001.1			

Temp. 7°.6 Mikroscop: 2 Kamm 53.6 Theilst.

	Zeit	Ablesung	Mittel		
Ruhelagen	$12^h\ 4^m\ 0^s$	749.8			
	11	749.7			
	23	749.5	749.60		
	34	749.3	749.60	749.500	Drehwage
	46	749.4	749.45		
	57	749.5	749.35		
	$5^m\ 9$	749.4			
	$12^h\ 5^m\ 20^s$	749.4			
		972.9 492.8 968.0 497.9 963.1	968.00 495.35	731.675	Bifilargalv.
Ablenkungen	$12^h\ 12^m\ 14^s$	460.3			
	25	459.5	457.30		
	36	456.6	457.35	457.317	Bifilargalv.
	48	454.3	457.30		
	59	455.2			
	$12^h\ 13^m\ 10^s$	458.0			
	$12^h\ 13^m\ 20^s$	785.0			
	31	785.0			
	43	784.8	784.90		
	54	784.8	784.85	784.813	Drehwage
	$14^m\ 6$	784.8	784.75		
	17	784.7	784.75		
	29	784.7			
	$12^h\ 14^m\ 40^s$	784.7			
	$12^h\ 14^m\ 50^s$	456.9			
	$15^m\ 1^s$	454.7	457.50		
	12	455.0	457.45	457.517	Bifilargalv.
	24	458.1	457.60		
	35	460.2			
	$12^h\ 15^m\ 46^s$	460.2			

Temp. 7°.6 Mikroscop: 2 Kamm 58.9 Theilst.

	Zeit	Ablesung	Mittel		
Ruhelagen		989.0 472.0 983.9 478.0 978.7	983.87 475.00	729.435	Bifilargalv.
	$12^h\ 22^m\ 40^s$	748.9			
	51	748.9			
	$23^m\ 3$	749.0	749.05		
	14	749.1	749.00	749.063	Drehwage
	26	749.2	749.10		
	37	749.1	749.10		
	49	749.2			
	$12^h\ 24^m\ 0^s$	749.1			

Hieraus ergiebt sich für $11^h\ 58^m\ 0^s$ als Scalenausschlag des Bifilargalvanometers $N = 272.522$ und als Scalenausschlag der electrodynamischen Drehwage $n = 35.478$; die Temperaturerhöhung τ durch den Strom beträgt $\tau = 0°.7$.

Nach obigem Schema sind die folgenden Beobachtungen angestellt; es möge Temp. die Zimmertemperatur bezeichnen, τ die Temperaturerhöhung im Suspensionsdrahte und T die Temperatur, welche für die Drehwage in Berechnung zu ziehen ist.

Temp.	n	N	τ	T	$\frac{V}{T}$	i	
10°9	24.767	193.960	0°6	11°5	2.2906	66°24′56″	Nov. 23
12.9	25.771	202.841	0.6	13.5	2.2845	66 21 35	Nov. 24
8.9	45.349	355.841	0.8	9.7	2.2908	66 25 1	Nov. 25
10.5	45.228	355.513	0.5	11.0	2.2911	66 25 13	Nov. 26
9.0	28.760	224.710	0.6	9.6	2.2925	66 25 57	Nov. 26
10.5	35.788	280.969	0.7	11.2	2.2894	66 24 15	Nov. 26
7.6	35.478	272.522	0.7	8.3	2.2899	66 24 31	Nov. 27
7.5	45.719	351.235	1.7	9.2	2.2938	66 26 43	Nov. 30
4.7	44.871	343.277	0.8	5.5	2.2965	66 28 9	Dec. 2
8.8	30.009	231.112	0.6	9.4	2.2845	66 21 35	Dec. 4
				Mittel:	2.29036	66°24′47″	

Neben diesen Beobachtungen an der electrodynamischen Drehwage und dem Bifilargalvanometer wurden mehrere Inclinationsbestimmungen nach der Weber'schen Methode mit einem kleinen Erdinductor angestellt; auch hier wurde Morgens 8 Uhr, Mittags 12 Uhr und Nachmittags 4 Uhr beobachtet. Es ergab sich als Mittelwerth auf den 27. November reducirt:

$$i = 66^\circ\,24'\,32''$$

in guter Uebereinstimmung mit dem anderen Werthe.

Schließlich wurde der von Hrn. Dr. Schaper für Juli 24 1881 beobachtete Werth der Inclination im eisenfreien Pavillon des physikalischen Instituts mit Hülfe der Schering'schen Variationsformel[1]) ebenfalls auf den 27. November 1885 reducirt; man erhielt auf diese Weise:

$$i = 66^\circ\,24'\,20''$$

Wenn auch das gute Zusammentreffen des letzten Werthes mit den beiden andern ein zufälliges sein kann, weil bei den ersteren Beobachtungsmethoden die Zeiten innerhalb enger Grenzen bleiben, so muß man aber andrerseits auch berücksichtigen, daß außerhalb dieser Grenzen die Aenderung der Inclination eine geringe ist. Man wird also mit ziemlicher Sicherheit den Werth der Inclination besitzen, wenn man aus den 3 Werthen das Mittel nimmt.

1885.91	$i = 66^\circ\,24'\,47''$	(Bifilar u. Drehwage)
1885.91	$i = 66^\circ\,24'\,20''$	(Schering's Variationsformel)
1885.91	$i = 66^\circ\,24'\,32''$	(Erdinductor)
1885.91	$i = 66^\circ\,24'\,33''$	

Die hieraus sich ergebenden Werthe von $\frac{V}{T}$ sind zu Anfang dieser Mittheilung angeführt.

Göttingen physik. Institut Februar 1886.

1) Gött. Nachr. 1882 pag. 388 u. 371.

Neuer Beweis eines von Helmholtz aufgestellten Theorems betreffend die Eigenschaften monocyclischer Systeme.

Von **Ludwig Boltzmann** in Graz.

Die große Wichtigkeit, welche die Aufstellung des Begriffs der monocyclischen Systeme und die Entwicklung der wichtigsten Eigenschaften derselben [1]) für alle die mechanische Bedeutung des II. Hauptsatzes betreffenden Untersuchungen hat [2]), dürfte die folgenden Betrachtungen als nicht ganz überflüssig erscheinen lassen, welche den Zweck haben, den Zusammenhang der älteren Lehrsätze mit dem allgemeinen Theoreme näher zu beleuchten, welches Helmholtz zu Anfang der letzten, eben citirten Abhandlungen beweist. Dieses Theorem lautet, wenn man daran eine Modification vornimmt welche ich in einer kurzen Mittheilung an die Wiener Academie [3]) und Helmholtz in seiner letzten Abhandlung über monocyclische Systeme [4]) als notwendig erkannten, folgendermaßen: Sei ein beliebiges, zusammengesetztes monocyclisches (also gefesseltes policyclisches) System gegeben, dessen langsam veränderliche Coordinaten mit p_a, dessen rasch veränderliche mit p_b bezeichnet werden sollen, q_a und q_b seien deren Differentialquotienten nach der Zeit, s_a und s_b die dazugehörigen Momente, endlich $-P_a$ die äußeren Kräfte, welche zum ungestörten Fortgang der Bewegung nötig sind. Es wird vorausgesetzt, daß bei passender Aenderung der P_a die Bewegung in genau ähnlicher Weise vor sich gehen kann, wobei nur sämmtliche Geschwindigkeiten mit einer constanten, für alle Geschwindigkeiten

---

1) Sitz. Ber. d. Berl. Acad. dd. 6. März u. 27. März 1884. Kroneckers' Journ. Bd. 97 pag. 111 und 317. 1884.

2) Betreffend die Vorgeschichte des Gegenstandes möge hier noch der Arbeiten Rankines gedacht werden, welcher schon lange (Trans. R. S. Edinburgh 1869 pag. 757, Bd. 20 pag. 158, Bd. 25, pag. 217, Phil. Mag. December 1865, Bd. 30 p. 241, Bd. 39 pag. 211) auf die innige Verwandtschaft der gastheoretischen Gleichungen mit denen für stationäre Flüssigkeitsströmungen hinwies, die ganz der von Helmholtz entwickelten Verwandtschaft derselben Gleichungen mit den auf die Rotation fester Körper mit veränderlichem Trägheitsmomente bezüglichen analog ist. Rankine betrachtete auch bereits Bewegungen, bei denen eine Steigerung der Geschwindigkeit ohne Aenderung der Gestalt der Bahnen möglich ist.

3) Anzeiger der Wiener Academie vom 9. October 1884.

4) Sitz.-Ber. d. Berl. Acad. vom 18. December 1884.

gleichen aber ganz willkührlichen Zahl n multiplizirt, also gewissermaßen die Zeitdauer aller Vorgänge auf den n^{ten} Theil reducirt erscheint; wenn dann außer der im Systeme enthaltenen Energie nur ein einziger langsam veränderlicher Parameter p_a vonhanden ist, so ist die gesammte im Systeme enthaltene lebendige Kraft immer integrirender Nenner des Differentials der von außen zugeführten Energie; sind dagegen mehrere p_a vorhanden, so gilt dieß ebenfalls jedesmal dann, wenn jenes Differentiale überhaupt integrirende Factoren besitzt. Dieses Theorem ist von Helmholtz a. a. O. in höchst origineller Weise bewiesen worden, und ich habe hier die Absicht, einen 2ten auf ganz anderer Basis beruhenden Beweis des Theorems zu geben, welcher zwar vielleicht nicht so unmittelbar aus der Natur des Gegenstandes selbst entspringt, wie der Helmholtz'sche, dafür aber mehr geeignet scheint, die Beziehungen des Helmholtz'schen Satzes zu den ältern ähnlichen Entwicklungen in ein klares Licht zu stellen.

Ich will da von der Gleichung ausgehen, welche ich zuerst auf die mechanische Wärmetheorie angewandt habe [1]) und welche nachher von Clausius [2]), Szily [3]), J. J. Müller [4]), Ledieu [5]) verallgemeinert wurde. In meinen Bemerkungen über einige Probleme der mechanischen Wärmetheorie [6]) schreibe ich diese Gleichungen in der Form

$$2\delta\int T dt = \sum p_i \delta q_i - \sum p_i^0 \delta q_i^0 + \int dt (\delta_1 U + \delta T)$$

Da hiebei das letzte Glied = der gesammten von Außen zugeführten Energie dQ multipl. mit der Zeit t der Bewegung ist, so lautet diese Gleichung, wenn wir die Bezeichnungsweise Helmholtz's adoptiren:

$$t . dQ = 2d\int L' dt - \sum s_i^1 dp_i^1 + \sum s_i^0 dp_i^0$$

dabei ist L' die während der Zeit dt im Systeme als lebendige Kraft vorhandene Energie. Die Bewegung, welche das System ur-

---

1) Wiener Sitz.-Ber. Bd. 53. 8. Febr. 1866.

2) Niederrhein. Gesell. f. Nat. u. Heilkunde 7. Nov. 1870, Poggend. Ann. Bd. 142 pag. 433, Bd. 145, pag. 585, Königl. Gesell. zu Göttingen 24. Mai 1871, Berl. Sitz.-Ber. 19. Juni 1884, C. R. Bd. 78, pag. 461.

3) Müegyetemi Lapok. Bd. 1, pag. 165, Pogg. Ann. Bd. 145, pag. 295, Bd. 149, pag. 74. Ergänz. Bd. VII, pag. 154.

4) Pogg. Ann. Bd. 152, pag. 105.

5) C. R. Bd. 77, pag. 94, 163, 260, 325, 414, 455, 517, Bd. 78, 26. Jänner 1874, Bd. 78. pag. 537.

6) Wiener Sitz.-Ber. Bd. 75. 11. Jänner 1877.

sprünglich während der beliebigen Zeit t durchmachte, wird druch die unendlich kleine Energiezufuhr dQ in eine beliebige andere unendlichwenig verschiedene Bewegung verwandelt, welche sich während einer der Länge nach von t unendlichwenig verschiedenen Zeit abspielt. Für die erstere Bewegung sind p_i^0 und s_i^0 die Anfangs-, p_i^1 und s_i^1 die Endwerte der rasch veränderlichen Coordinaten und Momente, für die letztere Bewegung sein die Anfangs- und Endwerte der rasch veränderlichen Coordinaten $p_i^0 + dp_i^0$ und $p_i^1 + dp_i^1$. Sei nun zunächst außer der im Systeme enthaltenen lebendigen Kraft nur noch ein langsam veränderlicher Parameter p_b vorhanden, so werden 2 Gattungen von Zustandsveränderungen möglich sein. Erstens bei ungeänderten Bahnformen ändert sich blos die Geschwindigkeit aller beweglichen Theile proportional. Dabei können und sollen immer alle dp_i^0 und dp_i^1 = Null sein. Zweitens es ändern sich die Bahnformen, dann sollen die Anfangs- und Endwerte der raschveränderlichen Coordinaten immer orthogonal geändert werden d. h. es soll

$$\sum s_i^0 dp_i^0 = \sum s_i^1 dp_i^1 = 0$$

sein. Verwandelt sich eine später auftretende Bahn in eine solche zurück, welche schon früher da war, so sollen dabei die p_i^0 und p_i^1 genau die gleichen, aber entgegengesetzt bezeichneten Veränderungen erfahren, welche sie früher erfuhren, als umgekehrt die letztere Bahn in die erstere übergeführt wurde. Dieß ist hier immer möglich, da die Gestalt der Bahnen nur von einer einzigen unabhängig veränderlichen Größe abhängt, während die andere unabhängig veränderliche Größe blos die Geschwindigkeit bestimmt, mit welcher die Bahnen durchlaufen werden. Verfährt man in der geschilderten Weise, so werden bei Rückkehr zur selben Bahn auch stets dieselben Integrationsgrenzen für $\int dt$ und $\int L'dt$ wiederkehren, es werden also diese Größen ganz bestimmte Werte besitzen. Wählen wir die Zeit t groß, so wird

$$tL = \int L'dt$$

wobei L die sogenannte mittlere lebendige Kraft der Bewegung ist. Die obige Gleichung reducirt sich also dann auf

$$tdQ = 2d\int Ldt \text{ oder } dQ = 2Ld \operatorname{lognat} Lt$$

Falls außer der im Systeme enthaltenen Energie mehr als ein langsam veränderlicher Parameter p_a existirt, ist L im Allgemeinen nicht mehr integrirender Nenner von dQ, da man bei Wiederkehr zu genau demselben Zustande des Systems im Allgemeinen nicht mehr

zu denselben Grenzen der p_s zurückkommen wird, sobald die p_s an beiden Grenzen immer orthogonal geändert werden; doch läßt sich auch in diesem Falle beweisen, daß L integrirender Nenner sein muß, falls überhaupt integrirende Factoren von dQ existiren. Sei allgemein $dQ = MdN$ und seien immer L und die p_a die independenten Variablen.

Nach dem eben Bewiesenen muß, sobald alle p_a bis auf eines constant sind, L integrirender Nenner von dQ sein; ist also g irgend einer der Indices a und $d\sigma_g$ das zum Factor L hinzutretende Differentiale, so folgt zunächst

$$M\left(\frac{\partial N}{\partial L}dL + \frac{\partial N}{\partial p_g}dp_g\right) = L\left(\frac{\partial \sigma_g}{\partial L}dL + \frac{\partial \sigma_g}{\partial p_g}dp_g\right) \quad . \quad . \quad (1)$$

Diese Gleichung muß für alle Wertecombinationen der dabei als constant vorausgesetzten Variablen $p_1, p_2, \ldots p_{g-1}, p_{g+1} \ldots$ gelten. Wenn also M und N gegeben sind, so ist daraus σ_g bis auf einen nur die letzterwähnten Variablen enthaltenden Ausdruck bestimmt. Dasselbe gilt auch für jeden beliebigen andern der Indices a z. B. h; man that also ebenso

$$M\left(\frac{\partial N}{\partial L}dL + \frac{\partial N}{\partial p_h}dp_h\right) = L\left(\frac{\partial \sigma_h}{\partial L}dL + \frac{\partial \sigma_h}{\partial p_h}dp_h\right)$$

wobei natürlich die Identität von σ_g und σ_h noch nicht erwiesen ist. Aus dieser und der Gleichung (1) folgt unmittelbar:

$$\frac{\partial \sigma_g}{\partial L} = \frac{\partial \sigma_h}{\partial L}$$

Es können sich also σ_g und σ_h nur um Größen unterscheiden, welche kein L sondern nur die p_a enthalten. Wir wollen setzen: $\sigma_g = \sigma + \Pi_g$, $\sigma_h = \sigma + \Pi_h$ wobei die Π nicht mehr Functionen von L sind; dann folgt aus der Gleichung (1)

$$M\frac{\partial N}{\partial L} = L\frac{\partial \sigma}{\partial L} \text{ und}$$

$$M\frac{\partial N}{\partial p_g} = L\left(\frac{\partial \sigma}{\partial p_g} + \frac{\partial \Pi_g}{\partial p_g}\right)$$

für jeden Wert von g; hieraus ergibt sich weiter

$$dQ = MdN = L\left(d\sigma + \sum \frac{\partial \Pi_g}{\partial p_g}dp_g\right)$$

die Summe ist über alle möglichen Werte des Index g zu erstrecken. Da laut Uebereinkunft dQ einen integrirenden Factor hat, so muß

es jedenfalls auch einen besitzen wenn man alle p_a bis auf zwei derselben etwa p_g und p_h constant setzt. Dividirt man dann noch das Differential dQ durch L so ergibt sich:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial L}dL+\left(\frac{\partial\sigma}{\partial p_g}+\frac{\partial\Pi_g}{\partial p_g}\right)dp_g+\left(\frac{\partial\sigma}{\partial p_h}+\frac{\partial\Pi_h}{\partial p_h}\right)dp_h$$

. Nach dem Gesagten muß auch dieser Differentialausdruck einen integrirenden Factor haben. Schreibt man die bekannte Bedingung dafür hin, so sieht man, daß aus derselben folgt: entweder

$$\frac{\partial\sigma}{\partial L}=0 \quad \text{oder}$$

$$\frac{\partial^2\Pi_g}{\partial p_g\,\partial p_h}=\frac{\partial^2\Pi_h}{\partial p_g\,\partial p_h} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

für alle Wertepaare von g und h. Die erste Gleichung kann nie erfüllt sein, wenn man voraussetzt, daß im Differentialausdruck dQ das dL vorkommt, welche Voraussetzung, wie mir scheint auch von Helmholtz stillschweigend gemacht wird. Im entgegengesetzten, physikalisch offenbar gar nicht denkbaren Falle schiene mir die Richtigkeit des zu beweisenden Theorems fraglich zu werden, in allen übrigen Fällen müssen die Gleichungen (2) gelten, aus welchen folgt, daß $\sum\frac{\partial\Pi_g}{\partial p_g}dp_g$ das complete Differentiale einer Function Π der p_a ist, weßhalb dann $dQ=Ld(\sigma+\Pi)$ wird.

Aus den obigen Entwicklungen folgt, daß die Frage, ob dQ einen integrirenden Factor besitzt, auf die andere hinausläuft, ob unter beständig orthogonaler Veränderung der Grenzen bei Rückkehr zu demselben Zustande immer auch eine Rückkehr zu denselben Grenzen möglich ist, worauf ich vielleicht ein anderes Mal zurückkommen werde; im Anschluß hieran dürfte sich dann am leichtesten die allgemeine Bedingung aufstellen lassen, daß für ein beliebiges System die lebendige Kraft integrirender Nenner ist, welche Aufgabe Helmholtz für monocyclische Systeme gelöst hat.

Graz 2. Jänner 1886.

Universität.

Achter Bericht über die Königl. Universitäts-Poliklinik für Ohrenkrankheiten.

Von

Prof. Dr. **K. Bürkner.**

Im Jahre 1885 wurden in der Poliklinik für Ohrenkrankheiten an 1049 Personen mit 1423 verschiedenen Krankheitsformen 7369 Consultationen ertheilt, so daß die Frequenz des Institutes, wie die nachstehende Tabelle ergiebt, gegen die Vorjahre abermals eine Steigerung erfahren hat. Es waren nämlich zu verzeichnen:

im Jahre 1878:	217	Patienten	mit	1271	Consultationen
1879:	328	»	»	2449	»
1880:	428	»	»	2179	»
1881:	516	»	»	2652	»
1882:	753	»	»	4564	»
1883:	868	»	»	5025	»
1884:	983	»	»	6643	»
1885:	1049	»	»	7369	»
zusammen:	5142	Patienten	und	32152	Consultationen.

Von den 1049 Patienten wurden 974 in regelmäßige Behandlung genommen, während 75 Kranke theils wegen völliger Unheilbarkeit oder wegen fehlender Ohrenkrankheit abgewiesen, theils andren Instituten zugeführt werden mußten.

Ueber die Heilerfolge bei den einzelnen Patienten giebt folgende Zusammenstellung Aufschluß:

Geheilt wurden	575	Patienten	= 54,8%
Wesentlich gebessert	191	»	= 18,2%
Ungeheilt blieben	20	»	= 1,9%
Ohne Behandlung entlassen wurden	75	»	= 7,1%
Vor beendigter Kur blieben aus .	154	»	= 14,7%
In Behandlung verblieben . . .	33	»	= 3,2%
Gestorben ist	1	»	= 0,1%
	1049		100,0.

Es war somit Heilung zu verzeichnen in 54,8%, Besserung in 18,2%, zusammen 73,0%. Von den überhaupt in Behandlung genom-

menen 974 Patienten wurden nach Abrechnung der noch in der Kur befindlichen, 81,4% geheilt oder wesentlich gebessert. Außerdem können noch von den vor beendigter Kur ausgebliebenen 154 Kranken etwa 60 zu den wesentlich Gebesserten hinzugezählt werden, so daß der wirkliche Procentsatz der Kurerfolge sich sogar noch günstiger gestalten würde.

Von den 1049 Patienten waren

wohnhaft in Göttingen:	396	=	37,7%.
wohnhaft außerhalb Göttingen, aber in der Provinz Hannover:	462	=	44,1%.
Mithin in der Prov. Hannover überhaupt:	858	=	81,8%.

Außerdem kamen auf

Provinz Hessen-Nassau	75	=	7,1%.
» Sachsen	69	=	6,6%.
» Westfalen	17	=	1,6%.
» Brandenburg	1	=	0,1%.
» Pommern	1	=	0,1%.
Rheinprovinz	1	=	0,1%.
Herzogthum Braunschweig	15	=	1,4%.
Herzogthum Anhalt	1	=	0,1%.
Herzogthum Sachsen-Coburg-Gotha	1	=	0,1%.
Fürstenthum Lippe-Detmold	5	=	0,5%.
Fürstenthum Waldeck	1	=	0,1%.
Freie Stadt Bremen	2	=	0,2%.
Freie Stadt Hamburg	1	=	0,1%.
Oesterreich	1	=	0,1%.
Mithin außerhalb der Provinz Hannover	191	=	18,2%.

Von andren klinischen Instituten wurden eine Anzahl von Kranken zur Untersuchung oder Behandlung der Poliklinik überwiesen, nämlich:

Patienten der Augenklinik	34.
» » Medicinischen Klinik	32.
» » Chirurgischen Klinik	6.
» » Irrenanstalt	1.
	73.

Männlichen Geschlechtes waren

622 = 59,3%, nämlich 394 = 37,6% Erwachsene, 228 = 21,7% Kinder.

Weiblichen Geschlechtes

427 = 40,7%	»	229 = 21,8%	»	198 = 18,8%	»
1049		623 = 59,4%	»	426 = 40,5%	»

Es stimmen diese Zahlen mit den Resultaten nahezu überein, welche ich [1]) aus einem sehr großen Material verschiedener poliklinischer Berichte berechnet habe und wonach 60,3% (oben 59,3%) der Ohrenkranken männlichen Geschlechts, 39,7% (oben 40,7%) weiblichen Geschlechts sind. Kinder kamen im Berichtsjahre in auffallend großer Anzahl zur Behandlung, nämlich 40,5%, währed die sonstige Durchschnittszahl 30% beträgt.

Die Thätigkeit der Poliklinik vertheilte sich auf die einzelnen Monate in folgender Weise:

Januar:	83	Patienten,	502	Consultationen.
Februar:	105	»	614	»
März:	95	»	600	»
April:	92	»	557	»
Mai:	98	»	630	»
Juni:	112	»	746	»
Juli:	97	»	672	»
August:	91	»	601	»
September:	63	»	557	»
October:	78	»	655	»
November:	61	»	672	»
December:	74	»	563	»
	1049	»	7369	»

Was die Erkrankung der einzelnen Ohrabschnitte anbetrifft, so kommen auf das

äußere Ohr	237	Fälle	=	22,6%
Mittelohr mit Trommelfell	767	»	=	73,2%
innere Ohr	42	»	=	4%
	1046	»	=	99,8%.

Die übrigen drei Fälle waren normal.

Auch diese Zahlen stehen in ungefährer Uebereinstimmung mit den statistischen Resultaten, welche für das äußere Ohr 25,5%, für das Mittelohr nebst Trommelfell 67%, für das innere Ohr 7,5% ergaben.

Folgende Krankheiten kamen zur Beobachtung:

A. Krankheiten des äußeren Ohres.

237 Fälle.

1. *Bildungsdefect der Ohrmuschel.* 1 Fall.

1 Kind. Einseitig.

Abgewiesen, weil auch tiefere Theile defect waren.

1) Siehe Bürkner, Beiträge zur Statistik der Ohrenkrankheiten. Arch. f. Ohrenkr. XXII. Bd.

2. *Erfrierung der Ohrmuschel.* 1 Fall.
   1 Erwachsener. Doppelseitig.
   Geheilt.
3. *Erythem der Ohrmuschel.* 1 Fall.
   1 Kind. Einseitig.
   Geheilt.
4. *Acutes Ekzem der Ohrmuschel und des Gehörganges.* 19 Fälle.
   6 Erwachsene. 10 einseitig.
   13 Kinder. 9 doppelseitig.
   15 geheilt, 4 ausgeblieben.
5. *Chronisches Ekzem der Ohrmuschel und des Gehörganges.* 3 Fälle.
   1 Erwachsener. 1 einseitig.
   2 Kinder. 2 doppelseitig.
   3 geheilt.
6. *Zerreißung des Ohrläppchens.* 1 Fall.
   1 Kind. Einseitig.
   Geheilt.
7. *Othaematom.* 1 Fall.
   1 Erwachsener. Einseitig.
   Geheilt.
8. *Pruritus cutaneus des Gehörganges.* 1 Fall.
   1 Erwachsener. Doppelseitig.
   Geheilt.
9. *Furunkelbildung im Gehörgange.* 34 Fälle.
   28 Erwachsene. 31 einseitig.
   6 Kinder. 3 doppelseitig.
   30 geheilt, 4 ausgeblieben.
10. *Diffuse Entzündung des Gehörganges.* 3 Fälle.
   2 Erwachsene. 3 einseitig.
   1 Kind.
   3 geheilt.
11. *Absceß des äußeren Gehörganges.* 3 Fälle.
   3 Kinder. 3 einseitig.
   3 geheilt.
12. *Seborrhö.* 1 Fall.
   1 Erwachsener. Einseitig.
   Geheilt.
13. *Ohrenschmalz-Ansammlung.* 155 Fälle.
   140 Erwachsene. 93 einseitig.
   15 Kinder. 62 doppelseitig.
   136 geheilt, 19 gebessert.

14. *Cholesteatom des äußeren Gehörganges.* 4 Fälle.
4 Erwachsene. 4 einseitig.
4 geheilt.

15. *Fremdkörper.* 9 Fälle.
4 Erwachsene. 7 einseitig.
5 Kinder. 2 doppelseitig.
9 geheilt.

Als Fremdkörper fanden sich vor: eine Borste, ein Knäuel verfilzter Pelzhaare, ein Knäuel Papier, ein Wattenpfropf, eine Getreidegranne, eine Zwiebel, eine Erbse, eine Bohne, ein Stück Schieferstift.

B. Krankheiten des Trommelfelles.
46 Fälle.

16. *Acute Trommelfellentzündung.* 5 Fälle.
2 Erwachsene. 5 doppelseitig.
3 Kinder.
5 geheilt.

17. *Chronische Trommelfellentzündung.* 1 Fall.
1 Erwachsener. einseitig.
geheilt.

18. *Zerreißung des Trommelfells.* 8 Fälle.
8 Erwachsene. 8 einseitig.
6 geheilt, 1 gebessert, 1 ungeheilt.

19. *Residuen von abgelaufenen Krankheiten.* 32 Fälle.
23 Erwachsene. 20 einseitig.
9 Kinder. 12 doppelseitig.
4 geheilt, 13 gebessert, 3 ungeheilt.
8 abgewiesen, 4 ausgeblieben.

C. Krankheiten des Mittelohres.
721 Fälle.

20. *Acuter Tubencatarrh.* 11 Fälle.
9 Erwachsene. 6 einseitig.
2 Kinder. 5 doppelseitig.
9 geheilt, 1 gebessert, 1 ausgeblieben.

21. *Chronischer Tubencatarrh.* 3 Fälle.
2 Erwachsene. 1 einseitig.
1 Kind. 2 doppelseitig.
2 geheilt, 1 ausgeblieben.

22. *Abnormes Offenstehen der Tuben.* 1 Fall.
1 Erwachsener. 1 doppelseitig.
1 ausgeblieben.

23. *Acuter einfacher Mittelohrcatarrh.* 178 Fälle.
91 Erwachsene. 92 einseitig.
87 Kinder. 86 doppelseitig.
115 geheilt, 37 gebesert,
1 abgewiesen, 20 ausgeblieben,
5 noch in Behandlung.

24. *Chronischer einfacher Mittelohrcatarrh.* 227 Fälle.
142 Erwachsene. 34 einseitig.
85 Kinder. 193 doppelseitig.
64 geheilt, 63 gebessert, 11 ungeheilt,
27 abgewiesen, 49 ausgeblieben, 13 in Behandlung.

25. *Acute eiterige Mittelohrentzündung.* 150 Fälle.
39 Erwachsene. 129 einseitig.
111 Kinder. 21 doppelseitig.
97 geheilt, 25 gebessert, 23 ausgeblieben,
4 in Behandlung, 1 gestorben.

26. *Chronische eiterige Mittelohrentzündung.* 140 Fälle.
76 Erwachsene. 93 einseitig.
64 Kinder. 47 doppelseitig.
54 geheilt, 29 gebessert, 6 abgewiesen,
40 ausgblieben, 11 noch in Behandlung.

27. *Absceßbildung am Warzenfortsatze.* 1 Fall.
1 Kind. Einseitig.
Geheilt.

28. *Neuralgie des plexus tympanicus.* 10 Fälle.
9 Erwachsene. 8 einseitig.
1 Kind. 2 doppelseitig.
7 geheilt, 3 ausgeblieben.

D. Krankheiten des inneren Ohres.
42 Fälle.

29. *Brausen ohne Befund.* 3 Fälle.
3 Erwachsene. 1 einseitig.
2 doppelseitig.
1 gebessert, 1 abgewiesen, 1 ausgeblieben.

30. *Salicyltaubheit.* 1 Fall.
1 Erwachsener. Doppelseitig.
Geheilt.

31. *Traumatische, acute Labyrintherkrankung.* 3 Fälle.
2 Erwachsene. 1 einseitig.
1 Kind. 2 doppelseitig.
2 abgewiesen, 1 ausgeblieben.

32. *Nervöse Taubheit (Labyrinth- und centrale Affectionen).* 23 Fälle.
22 Erwachsene. 6 einseitig.
1 Kind. 17 doppelseitig.
2 gebessert, 5 ungeheilt, 14 abgwiesen,
2 ausgeblieben.

33. *Taubstummheit.* 12 Fälle.
1 Erwachsener. 2 angeboren.
11 Kinder. 8 erworben.
12 abgewiesen.

E. Verschiedenes.

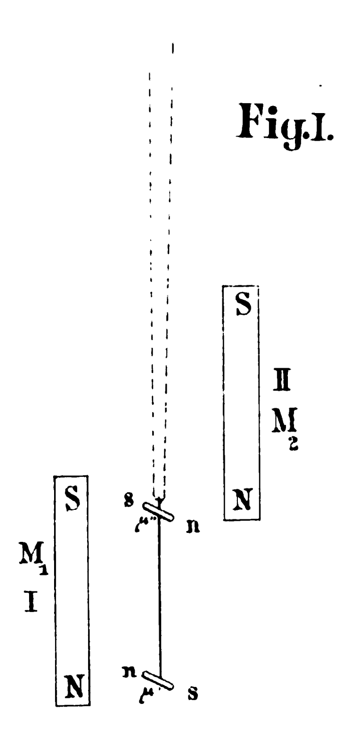
34. *Simulation.* 1 Fall.
Erwachsener. Doppelseitig (normal).
Abgewiesen.

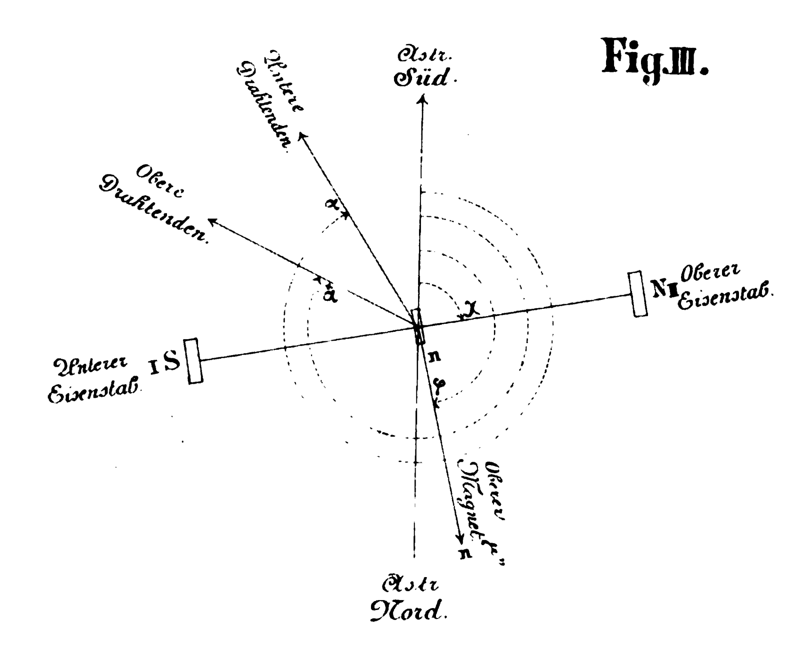
35. *Normal.* 2 Fälle.
1 Erwachsener.
1 Kind.

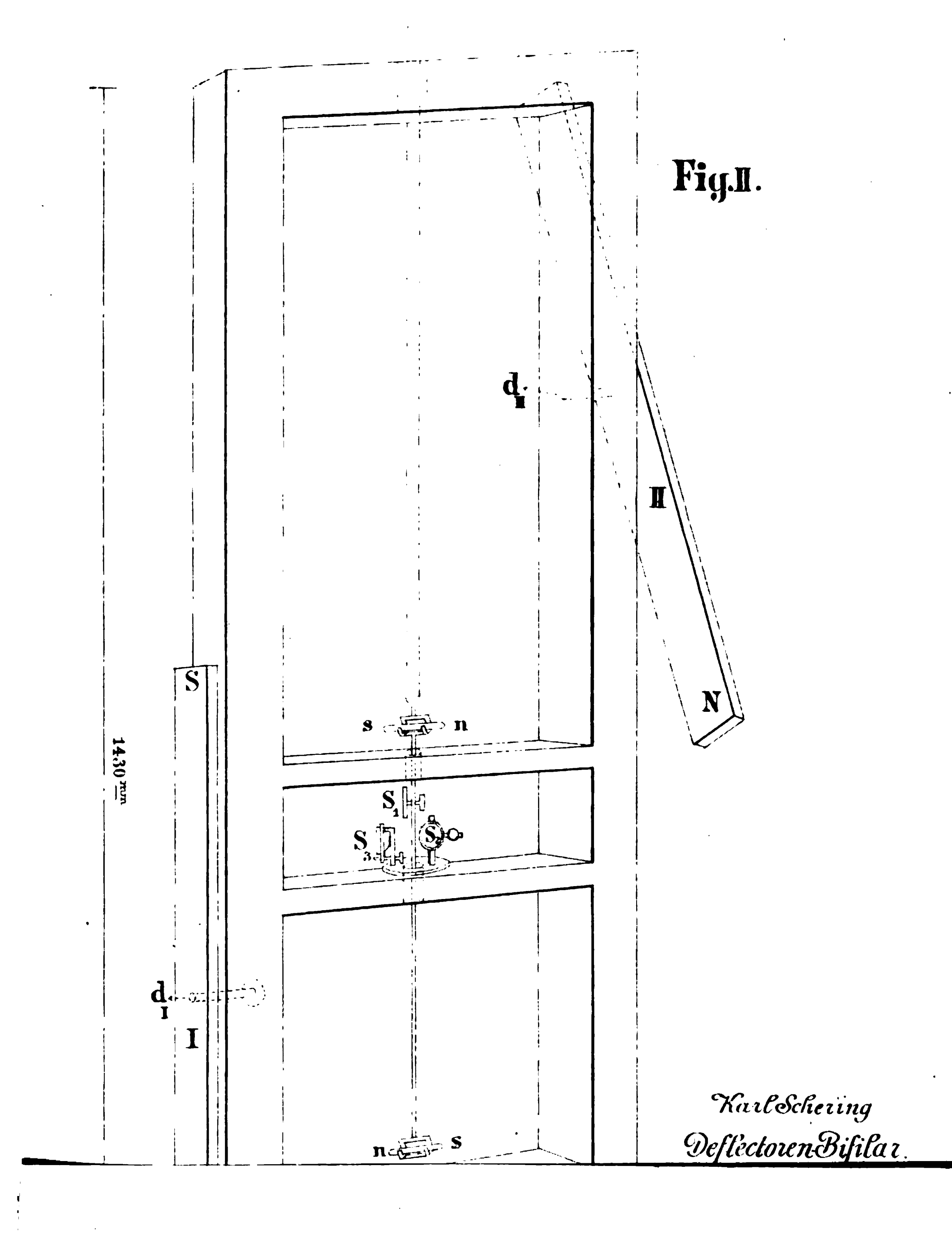
An Operationen wurden ausgeführt:

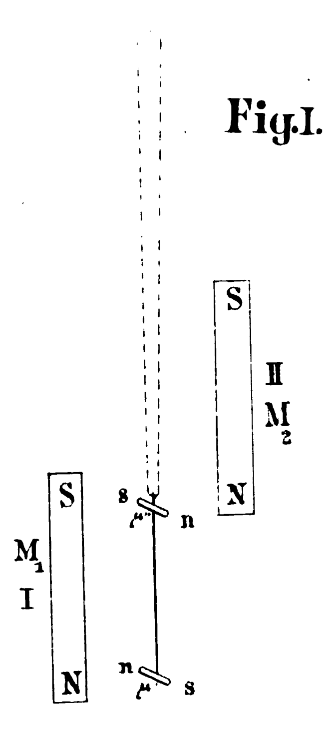
Eröffnung von Abscessen im Gehörgange	3 mal.
» » *Furunkeln* » »	28 mal.
Entfernung von Fremdkörpern mit der Spritze	8 mal.
» » » » *Instrumenten*	3 mal.
Eröffnung eines Abscesses am Warzenfortsatze	1 mal.
Paracentese der Paukenhöhle	67 mal.
Extraction von Polypen	13 mal.
	123.

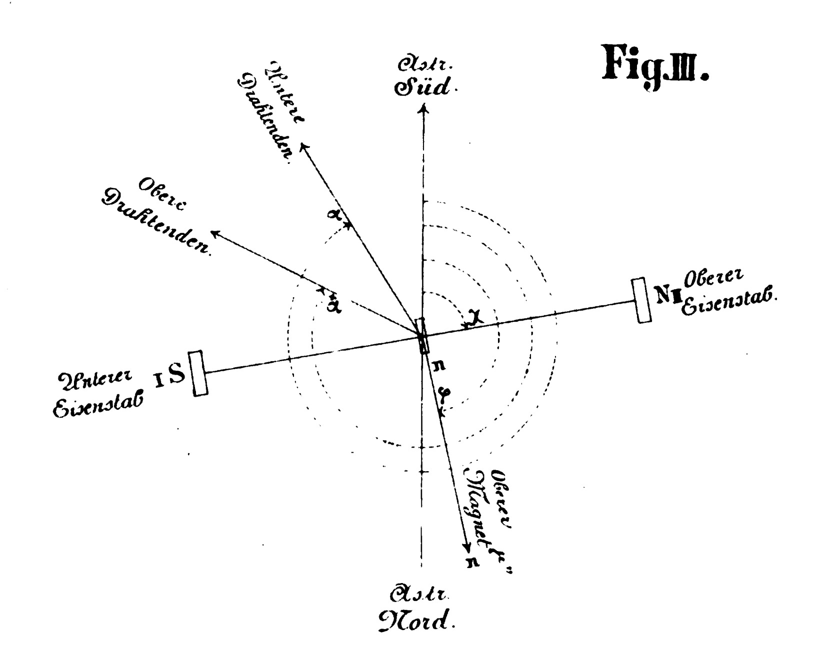
Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

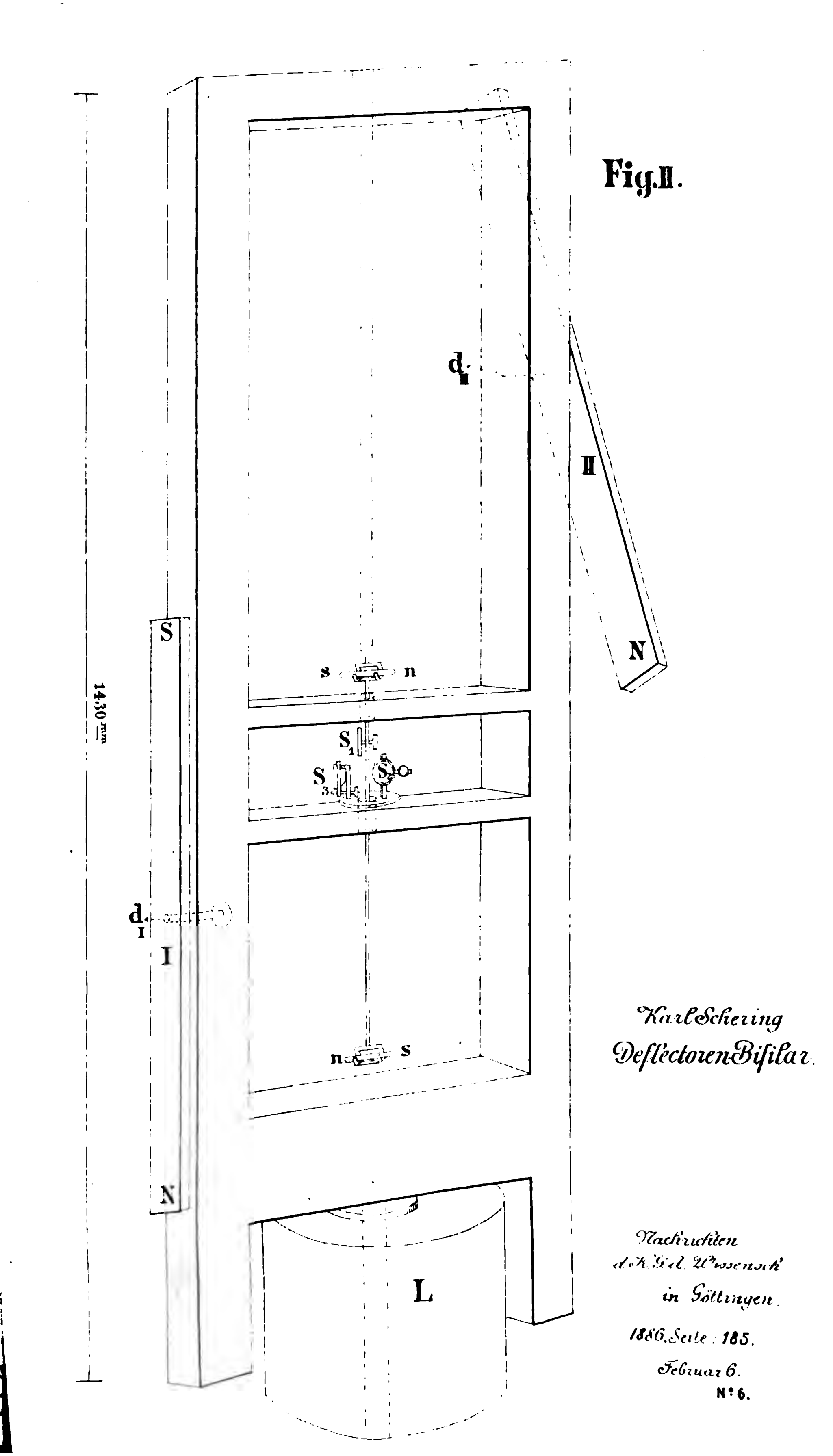

Fig.I.
S
II
M2
N
S
M1
I
N
s
μ''
n
n
μ
s


Fig.III.
Astr.
Süd.
Untere
Drahtenden.
Obere
Drahtenden.
α
α
χ
NII Oberer
Eisenstab.
Unterer
Eisenstab.
IS
n
φ
Oberer
Magnet μ''
n
Astr
Nord.

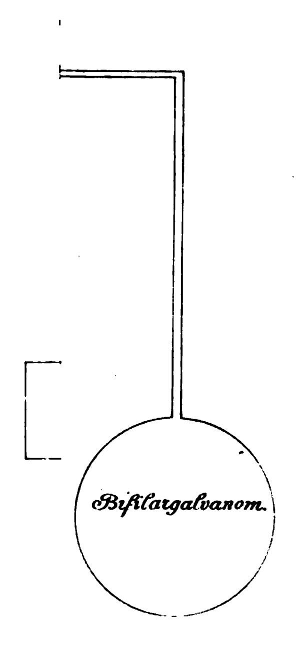

Fig. II.
d
II
N
s
n
S
S_1
S_2
S_3
14.30 mm
S
d
I
I
n
s
Karl Schering
Deflectoren-Bifilar.

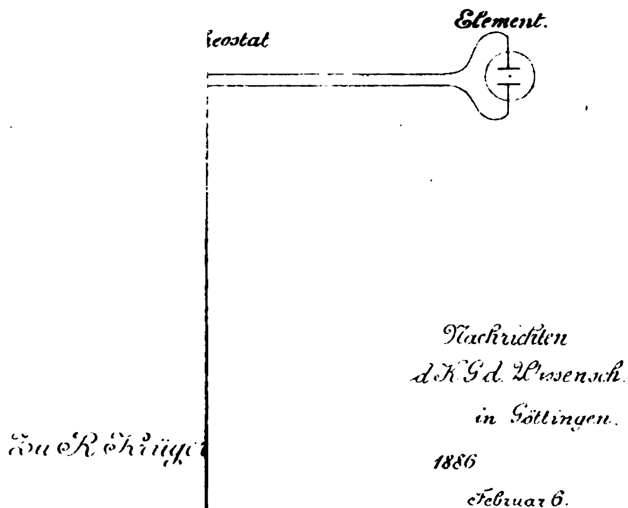

Fig. I.
S
N
II
M2
s
n
M1
I
S
N
n
s


Fig. III.
Astr.
Süd.
Untere
Drahtenden.
Obere
Drahtenden.
Oberer
Eisenstab.
N II
Unterer
Eisenstab
I S
n
Oberer
Magnet μ''
n
Astr.
Nord.


Fig. II.
14.30 mm
S
N
I
d I
d II
II
N
s
n
S 1
S 2
S 3
n
s
L
Karl Schering
Deflectoren-Bifilar.
Nachrichten
d. K. Ges. d. Wissensch.
in Göttingen.
1886. Seite: 185.
Februar 6.
N° 6.

Astr
Nord.

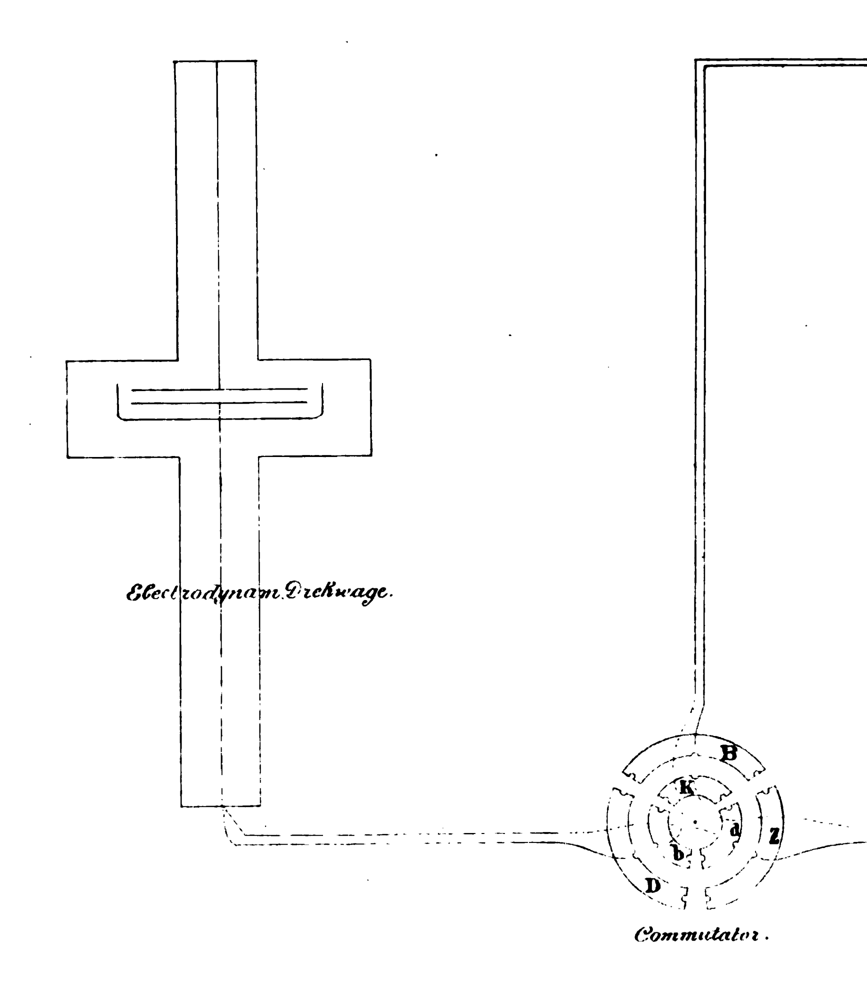




Nachrichten
d. K. G. d. Wissensch.
in Göttingen.
1886
Februar 6.

Zu R. Krüge[r]

L S



Zu R. Krüger, Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der verticalen
magnetischen Feldes.

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

28. April. № 7. 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 13. März 1886.

Sauppe, Bericht über die Preise der Wedekindschen Stiftung.

Kielhorn legt für die Nachrichten eine Abhandlung von Dr. Hultzsch in Wien »Ueber das Drama Tâpasavatsarâja« vor;

Schwarz eine »Bemerkung zu der Mittheilung des Herrn Weierstrass: Zur Theorie der aus *n* Haupteinheiten gebildeten complexen Größen« von Dr. O. Hölder;

Sauppe eine Abhandlung des Korrespondenten der historisch-philol. Klasse Prof. Leo Meyer in Dorpat: »Ueber das griechische ἐπιούσιος«.

Bericht über den vierten Verwaltungszeitraum der Wedekindschen Preisstiftung für deutsche Geschichte.

Erstattet

von dem zeitigen Direktor **Hermann Sauppe.**

Dem §. 19 der Ordnungen gemäß waren am 14. März 1877 als Preisaufgaben für den jetzt abgelaufenen vierten Verwaltungszeitraum aufgestellt und öffentlich bekannt gemacht worden

1. eine allen Anforderungen der Wissenschaft entsprechende Ausgabe der von dem Mainzer Eberhard Windeck verfaßten Denkwürdigkeiten über Leben und Zeit Kaiser Sigismunds;

2. eine Geschichte des jüngeren Hauses der Welfen von 1055—1235 (von dem ersten Auftreten Welf IV. in Deutschland bis zur Errichtung des Herzogthums Braunschweig-Lüneburg).

Der Verwaltungsrath ließ die bei der Ausschreibung der ersten Aufgabe verheissene Abschrift der in der Bibliothek des verstorbenen Sir Thomas Philipps zu Cheltenham unter No. 10381 befindlichen Handschrift alsbald durch Herrn Dr. Patzig in Berlin ausführen und schon bei der herkömmlichen Wiederholung der Aufgaben, in Nr. 11 der Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften J. 1878 (S. 407), konnte mitgetheilt werden, daß sich die mit größter Sorgfalt gefertigte Abschrift auf der Kön. Universitätsbibliothek befinde und von denen, welche sich mit der Lösung der Aufgabe zu beschäftigen entschlossen seien, entlehnt werden könne.

Dennoch hat weder diese noch die zweite Aufgabe, die zum zweitenmal ausgeschrieben worden war, einen Bearbeiter gefunden.

Leider war also die Thätigkeit des Preisgerichtes, das nach §. 24 der Ordnungen im Laufe des neunten Jahres 1885 gebildet werden mußte, auf die Berathungen über die Ertheilung des dritten Preises beschränkt. Zu den fünf hiesigen Mitgliedern des Verwaltungsrathes hatten auf deren Bitte die Herrn Professoren Dr. Dümmler in Halle und Dr. Weizsäcker in Berlin die Güte als auswärtige in das Preisgericht einzutreten und die hiesigen erbaten sich, da zufällig unter den fünf ältesten Mitgliedern der Historisch-philologischen Klasse, welche nach §. 5 der Ordnungen den Verwaltungsrath bilden, kein Historiker ist, für die zu treffende Entscheidung den Rath der Historiker unter den ordentlichen Mitgliedern der Gesellschaft der Wissenschaften und an der Universität.

Nach sorgfältiger Berathung hat sich dann das Preisgericht zu folgendem Beschluß geeinigt:

Indem das Preisgericht bei der Ertheilung des dritten Preises sich wieder einer sehr reichen und mannichfaltigen Literatur gegenüber befand, welche von den Fortschritten historischer Forschung und Kunst in Deutschland während dieses Jahrzehntes das erfreulichste Zeugniß giebt, glaubte es doch zwei alt- und langbewährte Werke, die in ihren Anfängen weit zurückreichen, bevorzugen zu müssen. Eben deshalb aber, weil dieselben längst ihren bestimmten Platz in unserer Literatur sich errungen haben, braucht hier nur in wenigen Worten an ihre Bedeutung erinnert zu werden. War es vor zehn Jahren Leopold Ranke, der Begründer und Meister der neueren Geschichtschreibung, dem der Preis zuerkannt wurde, so durfte man diesmal den Blick auf einen seiner ältesten und angesehensten Schüler lenken, der, da er selbst zweiundzwanzig Jahre hindurch Direktor dieser Stiftung war, früher nicht in Betracht gezogen werden konnte, auf Georg Waitz. Seine deutsche Verfassungsgeschichte, begonnen im J. 1844, hat mit dem achten Bande, der

bis auf Lothar reicht, 1878 ihren Abschluß gefunden. Der erste Band liegt in dritter, zwei bis vier in zweiter Auflage vor. Seit dem noch umfassenderen Werke K. Fr. Eichhorns über die deutsche Staats- und Rechtsgeschichte ist aus diesem Gebiete keines der Verfassungsgeschichte von Waitz an Bedeutung gleich zu stellen. Eine »mit den früheren Forschungen abschließende und neue Wege bahnende, grundlegende Arbeit«, so hat Sohm dies Buch mit Recht bezeichnet. Denn es ist der Ausgangspunkt für alle neueren Forschungen auch derer geworden, die in ihren Ergebnissen mehr oder minder von ihm abgewichen sind. Unzweifelhaft entspricht die Verfassungsgeschichte der von dem Stifter des Preises gestellten Anforderung auf sorgfältige und geprüfte Zusammenstellung der Thatsachen in hohem Maße und wird auch als ein umfassendes historisches Werk bezeichnet werden dürfen. Fraglicher erschien die Erfüllung der zweiten Hauptbedingung, die sich auf Kunst und Darstellung richtet. Durch den Gegenstand selbst zum guten Theil ausgeschlossen, wurde sie es noch mehr durch die vorsichtig und nüchtern abwägende Art des Verfassers, der, allem Konstruieren abhold, vor allem durch die Quellen gesicherte Grundlagen geben wollte. Um der großen Vorzüge des Werkes willen, das mit so vielen falschen und willkürlichen Annahmen für immer geräumt hat, glaubte das Preisgericht sich über den etwaigen Mangel der äußeren Form hinwegsetzen und diese so hochbedeutende Leistung mit gutem Grunde durch Ertheilung der Hälfte des dritten Preises, wie es bei einem gedruckten Werke nach den Ordnungen allein geschehn kann, auszeichnen zu dürfen.

Fast in denselben Grenzen wie die deutsche Verfassungsgeschichte bewegt sich Wilhelm von Giesebrechts Geschichte der deutschen Kaiserzeit, die ebenso wie jene weit in die Vergangenheit zurückreicht. Denn die erste Ausgabe des ersten Bandes erschien schon 1855. Seitdem ist sie im J. 1880 bis zur ersten Abtheilung des fünften Bandes fortgesetzt worden, während der erste und zweite Band bis zur fünften, der dritte und vierte bis zur vierten Auflage fortgeschritten sind. Dieser ungemeine Erfolg, wie ihn seit Raumers Hohenstaufen kein andres Werk aus der deutschen Geschichte des Mittelalters aufzuweisen hat, beruht vor allem auf der gewählten, lebensvollen und warmen Darstellung, der es zu verdanken ist, dass dies Buch in den weitesten Kreisen Antheil für unsere vaterländischen Studien erweckt hat. Diesem nicht geringen Verdienste gesellt sich aber auch das zweite einer gründlichen kritischen Durchforschung des gesammten Stoffes, die im Verlaufe der Arbeit desto eindringlicher geworden ist, je weniger die Vorarbeiten Anderer als Grundlage genügen konnten. Mag daher auch, wie es die einseitige Be-

schaffenheit der Quellen zum Theil bedingte, die kirchliche Seite der Entwicklung vor der staatlichen und weltlichen etwas bevorzugt worden sein, im Ganzen wird nach dem jetzigen Stande unserer Forschung schwerlich ein treueres Bild unserer Vorzeit gedacht werden können. So konnte das Preisgericht kein Bedenken tragen die zweite Hälfte des dritten Preises diesem Buche zuzuerkennen, welches noch kürzlich Leopold von Ranke »zugleich volksthümlich und grundgelehrt« genannt hat.

Gedruckt eingesandt war eine Urkundensammlung, die sich aber bei aller Tüchtigkeit der Arbeit doch nicht vor einer Anzahl anderer Werke der Art so auszeichnet, um eine besondere Berücksichtigung finden zu können.

Noch ist es leider nothwendig zu berichten, daß es dem Verwaltungsrath bis jetzt nicht gelungen ist den Druck der Chronik Hermann Korners nach dem in den Besitz der Stiftung übergegangenen Manuskripte so zu veranstalten, wie es in dem Bericht über die Sitzung der Gesellschaft der Wissenschaften vom 5. Mai 1877 (Nachrichten 1877 S. 237 ff.) versprochen wurde. Indessen halten wir die Hoffnung fest in nicht allzulanger Zeit es zu ermöglichen.

Göttingen den 13. März 1886.

Ueber das Drama Tâpasavatsarâja.

Von

E. Hultzsch.

No. 96 meiner Handschriftensammlung[1]), das Tâpasavatsarâja, in der Unterschrift des ersten Actes auch Tâpasavatsarâjacharita genannt, »die Geschichte des zum Asketen gewordenen Königs von Vatsa«, ist ein nâṭaka in sechs Acten. Der Verfasser hieß, wie aus dem Prolog hervorgeht, Mâtrarâja oder Anaṅgaharsha und war der Sohn des Narendravardhana (1)[2]).

Das Tâpasavatsarâja wird nach Pischel von Ânandavardhana und seinem Commentator Abhinavagupta erwähnt[3]). Der erstere lebte nach Kalhaṇa's Râjataraṃgiṇî unter Avantivarman[4]) (855—883

---

1) ZDMG. XL, 14.

2) Die eingeklammerten Zahlen verweisen auf die angehängten Auszüge aus der HS.

3) ZDMG. XXXIX, 315.

4) Bühler, Kaśmîr Report, p. 65.

n. Chr.). Pischel, a. a. O., will den Ānandavardhana etwas später ansetzen, da er der Lehrer des Abhinavagupta gewesen sei. Dann würde er von dem unter Avantivarman lebenden Ānandavardhana ganz zu trennen sein, da Abhinavagupta dem letzten Viertel des zehnten und dem ersten Viertel des elften Jahrhunderts angehört[1]). Herr Professor Pischel spricht sich jedoch in einer privaten Mittheilung, die ich ihm verdanke, dahin aus, daß asmadguruḥ und asmadupâdhyâyaḥ, wie Abhinavagupta den Ānandavardhana wiederholt nennt, vielleicht nicht wörtlich zu nehmen sei. Läßt man die Identität der beiden Ānandavardhanas gelten, so muß der Verfasser des Tâpasavatsarâja vor der zweiten Hälfte des neunten Jahrhunderts gelebt haben.

Herr Professor Pischel hat die große Güte gehabt, mir den Wortlaut der bei Ānandavardhana und Abhinavagupta vorkommenden Citate aus dem Tâpasavatsarâja nach der HS. No. 257 des Kaśmîr Report und zwei anderen HSS. mitzutheilen. Hiernach erwähnt Ānandavardhana das Drama nur einmal, HS. No. 257, Blatt 202 b: पुनरारब्धविश्रान्ते रसस्याङ्गिनो ऽनुसंधिश्च यथा तापसवत्सराजे. Abhinavagupta citirt sieben Strophen, welche ich unten abgedruckt habe, und erwähnt das Drama noch Blatt 222 b, Blatt 231 b und Blatt 234 b, ohne Citate daraus zu geben. Von den angeführten Strophen hat Herr Professor Pischel keine anderweit citirt gefunden.

In der HS. des Tâpasavatsarâja fehlen der Anfang des Prologs und die letzten Worte des Schlußverses nebst der Unterschrift. Nach Blatt 85 a findet sich eine längere Lücke. Die häufig vorkommenden kleineren Lücken weisen darauf hin, daß die Abschrift nach einem Bhûrja-MS. gemacht worden ist, von welchem hie und da kleine Stücke abgeblättert waren. Die Prâkṛitstellen des Dramas sind sehr verderbt und meist entweder mit einer Interlinearversion in Sanskrit versehen oder ganz durch fehlerhaftes Sanskrit ersetzt.

Der Stoff des Stückes ist die Sage von Udayana, König von Kauśâmbî in Vatsa. Eine ausführliche Behandlung dieser Sage findet sich in einem zwischen 1063 und 1081 n. Chr. abgefaßten[2]), aber auf alter Ueberlieferung fußenden Werke, dem Kathâsaritsâgara des Somadeva. Die Sage von Udayana zerfällt in zwei Theile: 1) die Geschichte der Vâsavadattâ; 2) die Geschichte der Padmâvatî. Erstere wird von Somadeva im zweiten, letztere im dritten lambaka erzählt.

Die Geschichte der Vâsavadattâ scheint buddhistischen Ur-

1) Bühler, a. a. O., p. 80.

2) Bühler, Sitzungsberichte der Wiener Akademie, CX, II, 558.

sprungs zu sein. Nach Buddhaghosa's Commentar zum Dhammapada hatte der König Udena von Kosambî drei Frauen, Sâmavatî, Vâsuladattâ und Mâgandikâ. Die Geschichte der Entführung der Vâsuladattâ (= Vâsavadattâ), der Tochter des Königs Chaṇḍapajjota von Ujjenî, durch Udena, welche in Fausböll's Ausgabe abgedruckt ist (p. 157—162), ist eine einfachere und kürzere Version des entsprechenden Abschnittes des Kathâsaritsâgara. Udena selbst bekehrte sich nach Buddhaghosa mit seiner Gemahlin Sâmavatî zum Buddha (p. 173). Im Vinayapiṭaka werden sowohl Udena von Kosambî (Chullavagga XI, 1, 12) als Pajjota von Ujjenî (Mahâvagga VIII, 1, 23) als Zeitgenossen des Buddha erwähnt. Es ist sehr bemerkenswerth, daß auch die nördlichen Buddhisten den Udayana von Kauśâmbî und den Pradyota von Ujjayinî zu Zeitgenossen des Buddha machen. Nach der von Schiefner übersetzten tibetanischen Lebensbeschreibung des S'âkyamuni wurden beide in demselben Augenblick, wie der Buddha, geboren (S. 235) und wurde Udayana vom Buddha bekehrt (S. 269). Der chinesische Pilger Hiuen Tsiang berichtet, daß sich zu seiner Zeit (629—645 n. Chr.) in Kauśâmbî eine Figur des Buddha aus Sandelholz befand, welche Udayana zu Lebzeiten des Buddha hatte anfertigen lassen [1]). Der buddhistische Ursprung der Sage von Udayana und Vâsavadattâ geht auch daraus hervor, daß die Elephantin Bhaddavatikâ und der Elephant Nâlâgiri, jene als dem Pajjota gehörig, dieser als in Râjagaha befindlich, in der Buddha-Legende vorkommen [2]). Beide spielen bei Somadeva, wo sie Bhadravatî und Naḍâgiri heißen, eine wichtige Rolle in der Entführungsgeschichte und werden bereits von Buddhaghosa in Verbindung mit dieser erwähnt. Der Elephant Nalagiri wird auch in einer interpolirten Strophe des Meghadûta (ed. Îśvarachandra Vidyâsâgara, p. 117, Zeile 2 von unten) neben Pradyota und seiner Tochter genannt. Wie populär die Sage von Udayana und Vâsavadattâ in der classischen Periode der Sanskrit-Literatur gewesen sein muß, geht aus den Anspielungen in der Mṛichchhakaṭikâ (ed. Stenzler, p. 67, l. 20), dem Meghadûta (Strophe 30), dem Daśakumâracharita und dem Mâlatîmâdhava (ed. Bhâṇḍârkar, p. 92 f.) hervor. Eine dramatische Behandlung scheint die Entführung der Vâsavadattâ in dem im Sâhityadarpaṇa (S. 169, Z. 1 v. u.) erwähnten Udayanacharita gefunden zu haben, worin der an das trojanische Pferd erinnernde künstliche Elephant vorkam [3]).

1) Beal, Buddhist Records of the Western World, I, 235.
2) Mahâvagga VIII, 1, 25—27. Chullavagga VII, 3, 11 f.
3) Dhammapada, p. 158. Kathâs. XII, 4.

Der zweite Theil der im Kathâsaritsâgara vorliegenden Sage von Udayana, die Geschichte der Padmâvatî, hat den Stoff für das Tâpasavatsarâja geliefert. Der Inhalt des Dramas ist kurz folgender.

Udayana, König von Vatsa, lebt nur dem Vergnügen, ohne sich um die Regierung zu kümmern. Um seinen Gegner, den Pâñchâla Âruṇi, welcher bereits Kauśâmbî erobert hat, zu vernichten, sucht sein Minister Varsharakshita Yaugaṃdharâyaṇa die Hilfe des Königs Darśaka von Râjagṛiha in Magadha für ihn zu gewinnen. Der Verbindung des Udayana mit Padmâvatî, der Schwester des Darśaka, steht jedoch der Umstand im Wege, daß Udayana bereits mit Vâsavadattâ, der Tochter des Königs Pradyota oder Mahâsena von Ujjayinî und der Aṅgâravatî [1]), vermählt ist. Während Udayana sich auf der Jagd befindet, läßt Yaugaṃdharâyaṇa im Einverständniß mit dem Minister Rumaṇvat Sthapatiputra, dem vidûshaka Vasantaka, der Königin Vâsavadattâ und ihrem Vater Pradyota den Frauenpalast in Lâvâṇaka anzünden. Als der König von der Jagd zurückkehrt, glaubt er, seine Gemahlin sei im Palast verbrannt. Rumaṇvat überredet den Verzweifelnden, mit Vasantaka nach Prayâga zu gehen. Dort wird er auf Rath des Lâmakâyana [2]), eines als Asket verkleideten (raktapaṭachchhadman, auch siddha genannt) Helfershelfers des Yaugaṃdharâyaṇa, Asket (tâpasa) und unternimmt eine Wallfahrt nach Râjagṛiha. Durch die Asketin (pravrâjikâ) Sâṃkṛityâyanî läßt Yaugaṃdharâyaṇa der Padmâvatî ein Bild des Udayana zeigen. Diese verliebt sich in das Gemälde, wird, da sie hört, daß Udayana Asket geworden sei, ebenfalls Asketin (gṛihîtapr[â]vrâjyâ oder gṛihîtavratâ), stellt das Bild in einem Tempel auf und erweist ihm göttliche Verehrung. Vâsavadattâ wird von Yaugaṃdharâyaṇa als eine von ihrem Gatten verlassene Brahmanin zu Padmâvatî gebracht, die mit ihr Freundschaft schließt. Der König wird durch Vasantaka mit Padmâvatî zusammengeführt, weist jedoch zunächst ihre Liebe zurück. Als sie sich aus Kummer erhängen will, verhindert er sie an der Ausführung ihres Vorhabens und vermählt sich mit ihr, da ihm von Lâmakâyana geweissagt worden ist, er werde die Vâsavadattâ wiedererlangen, nachdem er ein ihr ähnliches Mädchen geheirathet habe. Unterdeß besiegen Yaugaṃdharâyaṇa und Rumaṇvat mit Hilfe des Darśaka und der beiden Söhne des Pradyota, Gopâlaka und Pâlaka, den Pâñchâla Âruṇi, der sich nach Kauśâmbî flüchtet. Vâsavadattâ, welche trotz der Gegenvorstellungen des Yaugaṃdharâyaṇa fürchtet, daß die aus edlen Beweggründen hervorgegangene

1) Die HS. liest Raṅgâravatî; Blatt 72 a. Siehe jedoch Kathâs. XI, 39.

2) Die HS. schreibt regelmäßig fälschlich Lâmakâyaṇa.

Trennung von ihrem Gatten· ihr zur Schande gereichen werde, und der von Padmâvatî gefolgte Udayana, welcher sich von seinen Ministern getäuscht und die Vâsavadattâ todt glaubt, treffen in Prayâga an der Veṇikâ zusammen, als sie beide den Scheiterhaufen besteigen wollen. Rumaṇvat vervollständigt den glücklichen Ausgang des Intriguenspieles durch die Nachricht von der Gefangennahme des Pâñchâla.

Die Vergleichung der obigen Inhaltsangabe des Tâpasavatsarâja mit taraṃga XI—XVI des Kathâsaritsâgara ergiebt, daß Mâtrarâja seinen Stoff der Quelle des Somadeva, der Bṛihatkathâ des Guṇâḍhya, entlehnt haben muß. Namen und Thatsachen stimmen in dem Drama und in der Mährchensammlung fast ganz überein. Zwei Personen, die im Kathâs. nur beiläufig erwähnt werden, treten im Drama mehr in den Vordergrund, nämlich die pravrâjikâ Sâṃkṛityâyanî und ihre Schwester Kâñchanamâlâ, die vertraute Dienerin der Vâsavadattâ, welche auch von Bâṇa in die Ratnâvalî aufgenommen worden ist. Auch die bei Somadeva der Handlung des Dramas vorausgehenden Begebenheiten waren dem Verfasser bekannt. Im ersten Act wird auf die Entführung der Vâsavadattâ durch Udayana angespielt (5), und der dabei betheiligte Elephant Naḍâgiri[1]) wird in der Beschreibung der Schlacht mit dem Pâñchâla erwähnt. Endlich setzt Vasantaka die Sage von Ruru als bekannt voraus (11), welche ihm im Kathâs. XIV in den Mund gelegt wird.

Dem Tâpasavatsarâja eigenthümlich ist, daß Udayana und nach ihm Padmâvatî Asketen werden. Es scheint hieraus hervorzugehen, daß dem Verfasser die buddhistische Ueberlieferung bekannt war, nach welcher sich Udena und seine Gemahlin Sâmavatî zum Buddha bekehrten. Für diese Auffassung spricht, daß man, wie wir oben gesehen haben, noch zu Hiuen Tsiang's Zeit den Udayana mit dem entstehenden Buddhismus in Verbindung brachte. Vielleicht entspricht Mâtrarâja's Padmâvatî geradezu der Sâmavatî des Buddhaghosa, wie Vâsavadattâ der Vâsuladattâ. Diese Frage läßt sich jedoch nicht endgiltig entscheiden, da die Erzählung der Heirath des Udena und der Sâmavatî, welche bei Buddhaghosa die erste Gemahlin des Königs ist, in Faussböll's Ausgabe (p. 157) fehlt. Auch in einem anderen Punkte schließt sich das Tâpasavatsarâja an die buddhistische Legende an. Mâtrarâja nennt nämlich den Vater der Vâsavadattâ sowohl Pradyota als Mahâsena und versetzt ihn nach Ujjayinî. Bei den Buddhisten heißt derselbe, wie wir oben gesehen haben Pradyota oder Chaṇḍapradyota von Ujjayinî, ebenso in

1) Nalâgiri im Prâkṛit; Blatt 89 a und 90 a.

Lakshmîvallabha's Kalpadrukalikâ [1]), einem Commentar zu dem Kalpasûtra der Jainas, in der Ratnâvalî (S. 292, Z. 6 der Ausgabe von Cappeller) Pradyota, in einer interpolirten Strophe des Meghadûta (ed. Îśvarachandra Vidyâsâgara, p. 117, unten) Pradyota von Avanti. Im Kathâs. ist dagegen Pradyota von Magadha der Vater der Padmâvatî, Mahâsena oder Chaṇḍamahâsena von Ujjayinî der Vater der Vâsavadattâ. Offenbar hat Somadeva — oder schon Guṇâḍhya — aus einer, mehrere birudas besitzenden Persönlichkeit (Pradyota, Chaṇḍapradyota, Mahâsena) deren zwei gemacht und den Pradyota mit einem gleichnamigen König von Magadha, der in den Purâṇas erwähnt wird [2]), identificirt. Die Purâṇas kennen auch einen König Pâlaka von Magadha. Nach der Ueberlieferung der Jainas bestieg Pâlaka in der Nacht des Nirvâṇa des Mahâvîra den Thron von Avanti [3]). Auch die Mṛichchhakaṭikâ, das Tâpasavatsarâja und der Kathâsaritsâgara versetzen ihn nach Ujjayinî. Aus den merkwürdig übereinstimmenden Zeugnissen der südlichen und nördlichen Buddhisten und der Jainas geht unzweifelhaft hervor, daß sowohl Udayana von Kauśâmbî als Pradyota oder Chaṇḍapradyota und Pâlaka von Ujjayinî historische Personen sind, welche zur Zeit des Buddha und Mahâvîra lebten und deren sich aus diesem Grunde die Legende bemächtigte. Woher Mâtrarâja den Pâñchâla Âruṇi genommen hat, vermag ich nicht zu sagen.

In einer Anzahl von Fällen stimmt das Tâpasavatsarâja mit einer anderen dramatischen Bearbeitung desselben Stoffes, der Ratnâvalî, überein. Daß ein Dichter wie Bâṇa aus unserem Drama entlehnt habe, ist schon von vornherein unwahrscheinlich. Während die Ratnâvalî ein geschickt componirtes und fein empfundenes Drama genannt werden darf und der alte Sagenstoff in ihr mit der größten Freiheit behandelt ist, hat das Tâpasavatsarâja einen sehr geringen dramatischen und poetischen Werth. Der Verfasser hat den traditionellen Gefühlen und Situationen der indischen Dramatik wenig hinzugefügt. In der Durchführung der complicirten Intrigue hat er sich, wie wir oben gesehen haben, eng an Guṇâḍhya angeschlossen. Die geringe Schöpfungskraft des Mâtrarâja macht es wahrscheinlich, daß er diejenigen Einzelheiten, in denen er mit der Ratnâvalî übereinstimmt, aus dieser entlehnt habe.

Eine von Mâtrarâja der Ratnâvalî entnommene Situation ist

1) Hall, Vâsavadattâ, Preface, p. 5, note. Nach Jacobi, Kalpasûtra, Introduction, p. 26, heißt das citirte Werk Kalpadruma.

2) Oldenberg in ZDMG. XXXIV, 750, Anm.

3) Bühler im Ind. Ant. II, 362.

zunächst, daß Padmâvatî, wie Sâgarikâ, sich mit einer Mâdhavî-Liane erhängen will und vom König daran verhindert wird. Selbst die Worte stimmen zum Theil überein.

Ratnâvalî, S. 315, Z. 25.

सागरिका । ता जाव इधज्जेव्व माहवीलदाए असोअपाअवे पासं करिस्सं । इति लतापाशं रचयन्ती । हा ताद । हा अम्ब । एसक्खु अणाधा असरणा विवज्जामि मन्दभाइणी । इति कण्ठे लतापाशमर्पयति ।

विदूषकः । पश्यन्नुच्चैः ससंभ्रमम् । कधं । देवी वासवदत्ता अत्ताणअं उब्बन्धिअ वावादेदि ।

Tâpasavatsarâja, Blatt 83 b.

पद्मा । ..... ता जाव एदय्येव माधवीलदाए समोह्निदं णि[व्व]त्तेमि ॥ नाट्येन लतामालिङ्ग्य (॥) सास्रं । हा ताद । हा अज्ज । हा भादुअ .....

विदू । परिक्रम्यावलोक्य च । भो तुवर तुवर । एसा खु पदुमावदिय्येव अत्ताणअं वावादेदि ॥

Die einem gewissen Kuñjaraka in den Mund gelegte, ermüdend lange Beschreibung der Schlacht mit dem Pâñchâla im fünften Act verdankt ihre Entstehung vielleicht der Schilderung des Sieges des Rumaṇvat über den König von Kosala in der Ratnâvalî (S. 320 f.). Wie ferner in der Ratnâvalî der König gefolgt von Vâsavadattâ ins Feuer geht, um die Sâgarikâ zu retten, so gehen im Tâpasavatsarâja einerseits Vâsavadattâ, andererseits der König gefolgt von Padmâvatî ins Feuer. Die Situation ist ähnlich, nur der Anlaß verschieden [1]). Schließlich sind zwei Strophen der beiden Dramen dem Inhalt nach einander so ähnlich, daß man sich versucht fühlt, Nachahmung des Bâṇa durch Mâtrarâja anzunehmen.

---

1) Auch dieser Theil der Sage scheint in der buddhistischen Legende begründet zu sein. Bei Buddhaghosa läßt nämlich Mâgandikâ aus Eifersucht durch ihren Onkel den Palast der Sâmavatî anzünden, welche mit ihren Frauen darin verbrennt. Udena läßt aus Rache die Mâgandikâ mit ihren Verwandten verbrennen (p. 175 f.). Die Vermuthung, daß Sâmavatî der Padmâvatî entspricht, habe ich bereits oben ausgesprochen.

Ratnâvalî, S. 299, Z. 25.

नष्टं वर्षवरैर्मनुष्यगणनाभावादपास्य त्रपा-
मन्तः कञ्चुकिकञ्चुकस्य विशति त्रासादयं वामनः ।
पर्यन्ताश्रयिभिर्निजस्य सदृशं नाम्नः किरातैः कृतं
कुब्जा नीचतयैव यान्ति शनकैरात्मेक्षणाशङ्किनः ॥

Tâpasavatsarâja, Blatt 70 b.

कुब्जैस्सङ्कोचवद्भि+कथमपि पतितोत्थापिताङ्गैःप्रयातं
न्यस्तै+क्रीडाशुकानामुपरि कृतपदैर्वामनैर्दग्धमेव ।
क्रन्दन्त्येते च मूका+किमपि ततभुजव्याप्तवक्त्रानुमेयं
वेगेनोड्डीय दूरं पुनरभिपतिता वापिकामेव हंसाः ॥

Wenn die angeführten Gründe stichhaltig sind, so muß das Tâpasavatsarâja zwischen dem 7. und 9. Jahrhundert verfaßt worden sein. Zum Schluß gebe ich einige Auszüge aus der Handschrift und ein Verzeichniß der Strophenanfänge. In Böhtlingk's Indischen Sprüchen und Aufrecht's Index zur S'ârñgadharapadhhati ist keine von diesen Strophen enthalten.

(1) Anfang: Blatt 65a.

- पाण्डुचन्दनरसेन मुखं किमर्थं
मत्प्रार्थितार्थविमुखी सुमुखि स्थितासि ॥

नटी ॥ ण हु किस्स आणावेदु अय्यो ॥

सूत्र । आर्ये शरद्गुणाविष्कारिणा नेपथ्येन वत्सराजस्य मे वासवदत्ताभूमिकां सम्पादयिष्यतीति प्रस्तुतम् । स्मृत्वा । यावदसम्पादयन्त्येव सर्वं सम्पादितं भवत्या ॥

नटी विचिन्त्य । अय्य किं ता[प]सवच्छराअं पेक्खन्ति सामाइआ ॥

सूत्र । आर्ये अथ किं । ननु तस्यैव सकलनरेन्द्रचन्द्रमसः श्रीनरेन्द्रवर्धनसूनोरनङ्गहर्षापरनाम्नः श्रीमात्रराजस्य कृतौ कृतानुरागो जनः सम्प्रति स च कविः ॥

सद्वृत्तानुगतो गतो गुणवतामाराधनेनुन्नणं
कर्तुं वाञ्छति सर्वदा प्रणयिनां प्राणैरपि प्रीणनम् ।
मात्सर्येण विनाकृतःपरकृतीश्शृण्वन्वहृत्युच्चकै-
रानन्दास्रुजलप्लवाप्लुतमुखो रोमाञ्चपीनां तनुम् ॥
स च किल कविरेवमुक्तवान् । मया हि ।
न कवित्वाभिमानेन न च व्यामूढचेतसा ।
रचितं नाटकमिदं स्वगोष्ठीभावितात्मना ॥
सा च गोष्ठी ।
पदवाक्यप्रमाणेषु सर्वभाषाविनिश्चये ।
अङ्गविद्यासु सर्वासु परं प्रावीण्यमागता ॥
नटी । अय्य किं अबरं विलम्बीअदि ॥
नेपथ्ये ॥ अह्रो प्रसादस्स्वामिनः ॥
सूत्र । आकर्ण्य । आर्ये न कश्चिविलम्बः । तथा ह्ययं मम कनीयान्भ्राता धृतकञ्चुकिभूमिक इत एवाभिवर्तते । तदेह्यावामप्य(I)नन्तरकरणीयं संपादयाव [:॥] इति निष्क्रान्तौ ॥
॥ प्रस्तावना ॥
ततःप्रविशति कञ्चुकी ॥ २ ॥ अह्रो प्रसादस्स्वामिनः ॥
ह्रा निर्बलस्य सततं विषयोपभोगे
वाञ्छापि नास्ति शिथिलीकृतविग्रहस्य ।
बाल्योचितैर्मनसिजप्रभवैर्विकारै-
रशून्यात्मनस्स्खलितमस्य पदं ममेव ॥
तत्सर्वथा ।
उपालभ्या भूयो न खलु करिणास्सम्प्रति जनै-
स्सहन्ते नीचेभ्यस्स्मरमुषितमानाःपरिभवम् ।

---

[1] Lies हि. [2] Lies ह्य.

क्षितीशो येनायं विषयसुखमोहान्धितमना
न पाञ्चालं वेत्ति प्रसभमुपरिन्यस्तचरणाम् ॥

निश्वस्य । भवतु । यथादिष्टमेव सम्पादयामि । परिक्रम्यावलोक्य । भो: भो: नियोगिन: एष(:) खलु वत्सराजस्समाज्ञापयति ॥

ताराकारं दधानैर्दधतु मणिभव+कैरवैर्व्योमलक्ष्मी
ज्योत्स्नां तन्वन्तु शुभ्रास्स्थगितरविरुचो वेश्य+केतकानाम्।
वक्त्रैर्वाराङ्गनानां शितितिलकमिलच्छद्मभिर्भूरिचन्द्रा
सर्वत्रान्तःपुरेस्मिन्भवतु कृतपदा कौमुदी वासरेपि ॥

तत्क्षिप्रं सम्पाद्यतां देवादेश: । समन्तादवलोक्य । अये कथं देवादेशात्समनन्तरं प्रारब्धमेव नियोगि[भि]र्यथादिष्टम् । तद्यावद्देवं पश्यामि । विचिन्त्य । क्व देवो वर्तते इति । पुरोवलोक्य । अये देव्या:प्रत्यासन्नपरिचारिका मालतिका इत एवाभिवर्तते । भवत्वेनां पृच्छामि । क्व साम्प्रतं देवो वर्तते इति ॥

ततःप्रविशति चेटी ॥ २ ॥ आज्ञप्तास्मि देव्या यथा शरत्समयो(प)चितानि प्रसादे[3]नोपकरणानि मे गृहीत्वा लघु आगच्छेति तद्यावदेतदनुतिष्ठामि । परिक्रामति ॥

कञ्चु । उपसृत्य । भवति मालतिके किमन्तःपुर एव देव: ॥

चेटी । आर्य सुसन्निहितो देव्यावासभवने देव: ॥

कञ्चु । सासूयं । न खलु मृगयां यात: ॥

चेटी । न दाव[।] पिं[4]अवूणिडणा वणजीविणो णिक्कोअभूमिं मे[5]सिअ कौमुहीमहूसवणुऊबं णेबच्छपरिग्गहं देवीए आदिसअ अंतेउराणुचितं किम्पि अपुरवं पेक्खअं पेक्खिदुं णिक्कत्तो ॥

कञ्चु । सनिर्वेदमात्मगतम् । अहो विगर्हितेष्वनिर्वेद: ।

---

[1] Lies श्री. [2] Lies सि. [3] Lies ध. [4] Lies मि. [5] Lies पे.

परिभूय पुनःप्रख्यममात्यं वर्षरक्षितम् ।
देवेनात्मा स्वयं क्षिप्तो विषमे विषयावटे ॥

पुरोवलोक्य [।] कथमितो यौगन्धरायणशिष्यो माणवको देवी-भवनाभिमुखं प्रस्थितः। हन्त। कारणेनात्र भवितव्यम्। प्रकाशं। भवति मालतिके गच्छ त्वं स्वनियोगनिष्पत्तये [।] अहमपि देवमेव पश्यामि [॥] इति निष्क्रान्तौ ॥ विष्कम्भकः ॥

---

(2) Blatt 66b.

प्रायःपथ्यपराङ्मुखा विषयिणो भूपा भवन्त्यात्मना
निर्दोषान्सचिवान्भजन्त्यतिमहांल्लोकापवादज्वरः ।
वन्याश्श्लाघ्यगुणास्त एव विपिने सन्तोषभाजःपरं
बाह्योयं वरमेव सेवकजनो धिक्सर्वथा मन्त्रिणः ॥

---

(3) Inhalt eines Briefes: Blatt 67b.

स्वस्त्युज्जयिन्या महाराजःप्रद्योतः कल्याणिनी वासवदत्तां शिरस्युपाघ्राय परिबोधयति ॥

वत्से त्वां स्वजनाशिषामविषयं पत्युःप्रसादैर्गतां
श्रुत्वाहं सुखितस्तथाप्यनुदिनं दोदूयते मे मनः ।
आसक्तान्विषयेषु कार्यविमुखा यन्न त्वया वार्यते
जामातेति विहाय तन्मयि रुषं स्वार्थस्स्वयं चिन्त्यताम् ॥

सङ्क्षेपतश्चाभिधीयते ॥

अपि जीवितसंशयो न वत्से
हृदयात्स्त्रीसुलभं विहाय मोहम् ।
उपमानपदं पतिव्रतानां
चरितैर्यासि यथा तथा विधेहि ॥

---

[1] Lies सि.

(4) Blatt 68a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203a.

तद्वक्त्रेन्दुविलोकनेन दिवसो नीतःप्रदोषस्तथा
तद्गोष्ठ्यैव निशापि मन्मथकृतोत्साहैस्तदङ्गार्पणैः ।
तां सम्प्रत्यपि मार्गदत्तनयनां द्रष्टुं प्रवृत्तस्य मे
बद्धोत्कण्ठमिदं मन+किमथ वा प्रेमा समाप्तोत्सवः ॥

In Zeile 4 liest die HS. पुन°, Abh. °त्सवम्.

---

(5) Blatt 69a. Vom König befragt, weshalb die zum Verlassen ihres Gatten entschlossene Vâsavadattâ bekümmert sei, sagt

काञ्च[नमाला]। संदिट्ठं[1] से तादेण जहा जादे ण तुवं जहिच्छि-देहिं मङ्गलेहिं जामादुअस्स [स]मप्पिदित्ति अणुदिअसं रोअन्ती जणणी दे मं रोदावेदि ॥ एदं च सुणिअ भट्टिदारिअ तधा पय्याउल-हिदआ जधा कधंपि अम्हेहिं पय्यवत्थावीअदि ॥

Act II.

(6) Blatt 71a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203b.

दृष्टिर्नामृतवर्षिणी स्मितमधुप्रस्यन्दि वक्त्रं न किं
स्नेहार्द्रं हृदयं न चन्दनरसस्पर्शानि चाङ्गानि वा ।
कस्मिंल्लब्धपदेन किं कृतमिदं क्रूरेण दग्धाग्निना
नूनं वज्रमयोन्य एव दहनस्तस्येदमाचेष्टितम् ॥

Abh. liest in Zeile 1 स्मितमनु°; in Zeile 2 lies नाङ्गानि.

Act III.

(7) Blatt 74b.

पूर्वाह्णे कृतभोजनव्यतिकरान्नित्यैव नीरोगता
कण्डूतिस्त्वकचादपैति शिरसः स्नानं यथा रोचते ।

---

[1] Lies ट्ठं. [2] Lies हे.

ज्ञात्याचारकदर्थनाविरहितं ब्राह्मण्यमात्मेच्छया
धूर्तैस्तद्वहिताय केऽपि कृतं साधु व्रतं सौगतम् ॥

(8) Blatt 76a.

अभ्युद्यतानां श्रेयोर्थमपि मूलफलाशिनाम् ।
गृहिभिस्सह साङ्गत्यमन्तरायो विरागिणां ॥

(9) Blatt 77a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203b.

सर्वत्र ज्वलितेषु वेश्मसु भयादालीजने विद्रुते
त्रासोत्कम्पविहस्तया प्रतिपदं देव्या पतन्त्या तदा ।
हा नाथेति मुहुःप्रलापपरया दग्धं वराक्या तया
शान्तेनापि वयं तु तेन दहनेनाद्यापि दह्यामहे ॥

Abh. liest in Zeile 1 सर्वत्रोज्ज्व° und तदालो[नो]जने, in 2 श्वासो° und तथा.

(10) Blatt 77b.

विदू[षकः] । भो किं तेन तदा भगवता सिद्धेण भणितं भौतिकं वेशं गृह्ण मा नैष्ठिकमिति तत्किमिदानीं भेदः ॥

राजा । वयस्य । भौतिकं कारणवशात्परित्यक्तं न दोषाय । नैष्ठिकं पुनरत्याज्यम् । स्मृत्वा । किञ्च भवान्नैष्ठिकं प्रपन्नः ॥

विदू ॥ भोर्नाहं भौतिकं जानामि न नैष्ठिकं । यदा त्वमेतं पारिव्राज्यं परित्यजसि । तदाहमपि ॥

Zur Ergänzung dieser Stelle dienen die Bühnenanweisung auf Blatt 77a: ततःप्रविशति तापसवेशो राजा परिव्राड्वेशो विदूषकश्च॥ und die Worte des vidûshaka, als er sich anschickt, seine Asketen-

[1] Lies ब्रा.

tracht abzulegen, Blatt 84b: अह्मेक्को कदमङ्गलो जेण तिदण्डं कासाअसेत्तं (त्रिदण्डं काषायसक्तिं) परिच्चइदव्वं ॥

Act IV.

(11) Blatt 82b.

राजा ॥ विदग्धसुहृज्जनसमाश्वासनविनोदमात्रमेवैतत् । अन्यथास्ति क्वचित्केनचिदुपायेन परलोकगतःप्राप्यते ॥

विदू । सात्तेपं । भो मा एवं भण [।] किं उवरदा रुरुमहेसिणा पिअधमा पमद्वरा ण समासादिदा परसुरामजणणी जमदग्गिणा वा रेणुआ [।] एवं से आवेअवसीकदो सव्वं य्येव पम्हुससि ॥

(12) Blatt 85a.

Der König sagt mit Beziehung auf Vâsavadattâ und Padmâvatî:

दिशि प्राच्यां भूत्वा प्रथममयमात्मार्पणपरो
विना तस्यास्तापं परुषतरमासाद्य सुचिरम् ।
प्रतीचीमारक्तां द्रुतमनुसरन्सम्प्रति सखे
विवस्वान्मे सर्वं वद यदि विडम्बं न कुरुते ॥

Act V.

(13) Blatt 86a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203b.

तथाभूते तस्मिन्मुनिवचसि जातागसि मयि
प्रयत्नान्तर्गूढां रुषमुपगता मे प्रियतमा ।
प्रसीदेति प्रोक्ता न खलु कुपितेत्युक्तिविधुरं
समुद्भिन्नापीतैर्नयनसलिलैस्स्थास्यति पुरः ॥

Die HS. liest in Zeile 2 °ढ़ं.

(14) Blatt 86b; citirt von Abhinavagupta, Blatt 203b.

देवीस्वीकृतमान[स]स्य निभृतं स्वप्नायमानस्य मे
तद्गोत्रग्रहणादियं सुवदना यायात्कथं न व्यथाम् ।
इत्थं यन्त्रणया कथं कथमपि क्षीणा निशा जाग्रतो
दाक्षिण्योपहतेन सा प्रियतमा स्वप्नेपि नासादिता ॥

Nach Abh. soll der Vers aus dem IV. Acte sein; er liest in Zeile 1 °क्रियमाणस्य नियतं.

Act VI.

(15) Blatt 93a; citirt von Abhinavagupta, Blatt 204a.

त्वत्सम्प्राप्तिविलोभितेन सचिवैःप्राणा मया धारिता-
स्तन्मत्वा त्यजतः शरीरकमिदं नैवास्ति निःस्नेहता ।
आसन्नेवसरस्तथानुगमने जाता धृति+किन्त्विया-
न्खेदो यच्छतधा गतं न हृदयं तस्मिन्क्षणे दारुणे ॥

Abh. liest in Zeile 1 मनसा für सचिवैः.

---

(16) Schluss: Blatt 95b.

ततःप्रविशति रुमण्वान् ॥ २ ॥ उपसृत्य [।] विजयतां देवः ॥

राजा । अये कथं रुमण्वान् । आर्य स्वागतं । एह्येहीति परिष्वजति । अपि गृहीतस्स दुरात्मा पञ्चालहतकः ॥

रुम ॥ अव्याहतं देवस्य तेजः । इतश्च नातिदूरे संयतस्तिष्ठ-त्यारुणिः । अहमपि साङ्कृत्यायनीसन्देशात्त्वरितमागतः ॥

राजा । किं ध्रियते भगवती ॥

रुम । देव किं कश्चिदत्रोपरतः । इदं हि कार्याभिमुखैःपञ्चाल-विनाशहेतोरस्माभिर्देवीं परिबोध्य व्यवसितम् ॥

राजा । साधु सचिवाग्रेसर साधु ।

श्लाघ्या धीर्धिषणस्य रावणवशं यातस्सुराणां पति-
स्सर्वं वेत्त्युशना रसातलमहाकारान्धकारे बलिः ।
इत्यस्माननवेक्ष्य वैरिविजयप्राप्तौ कृतो निश्चयो
मात्सर्यं तु विहाय यत्तु युवयोर्लोकस्तयोश्चान्तरम् ॥
रुम ॥ देव के वयमस्यास्तुतेः ॥
भिनत्ति ध्वान्तसन्तानं भास्वानेवोदयस्थितः ।
व्यतिरेक+कराणां तु न बुधैरवगम्यते ॥

तदितो गोपालपालकौ दर्शकं च सभाजयितुं कौशाम्बीमेव प्रतिष्ठतां देवः ॥ देवोच्यतां किं ते भूयःप्रियमुपकरोमि ॥

राजा ॥ रुमणवन्नातःपरमपि प्रियमस्ति ॥ पश्य ।

दृष्टा यूयं निर्जिता विद्विषन्तः
प्राप्ता देवी भूतधात्री च भूयः ।
सम्बन्धोभूद्दर्शकेनापि सार्धं
किं दुष्प्रापं यन्न लब्धं भवद्भिः ॥[2]

तथापीदमस्तु ॥

आम्नायार्थविभाविनःप्रतिदिनं नन्दन्तु विप्राःपरं
स[-]स्तावदमी भवन्तु सुखिनो यावद्धरित्रीधराः ।
भृत्याःप्रौढ — — —
— — — —

Alphabetische Verzeichniß der Strophenanfänge[3].

[1] Lies न [2] Diese Strophe wird von Abhinavagupta, Blatt 203a, citirt.

[3] Die erste (römische) Zahl bedeutet den Act, die zweite (arabische) das Blatt der HS.

उत्कम्पिनी II. 71 b.
उत्तिष्ठ तत्र II. 72 b.
उत्सर्पद्धूम° I. 70 a.
उपालभ्या भूयो I. 65 b.
एभिः प्रतारयद्भि° V. 91 a.
करतलकलिता° IV. 84 b.
कर्णान्तस्थित° II. 71 b.
कामं दुष्करमे° IV. 82 b.
किं कर्णे I. 68 b.
किंचित्कुञ्चित° III. 77 b.
किं प्राणा न मया V. 87 a.
कुब्जैः संकोच° II. 70 b.
कुरवकतरु° II. 73 a.
कुरु वचो IV. 81 b.
कृत्वातिथ्यनिभं IV. 81 a.
केशान्वारिमुचः VI. 93 a.
कौशाम्बीं परिभूय I. 67 a.
क्षुद्राग्नेरमुतोपि II. 71 a.
गृहीत्वा मुञ्चन्ती II. 70 a.
चक्षुर्यस्य तवा° IV. 82 a.
ज्ञाता च कोप° V. 89 a.
तथाभूते तस्मि° V. 86 a.
तद्वक्त्रेन्दु° I. 68 a.
तन्नामैव ममैति III. 77 b.
तव वियोगशुचा IV. 84 a.
तां पश्यामि IV. 82 a.
तारध्यो धौत° III. 79 b.
ताराकारं I. 65 b.
[1]त्वत्संप्राप्तिविलोभितेन VI. 93 a.
दयितं विलोकयन्ती III. 76 b.
दृष्टाः श्रुताश्च II. 73 a.
दृष्टा यूयं VI. 95 b.
दृष्टिं समर्पय I. 69 a.
दृष्टिं प्रेम° I. 69 a.
दृष्टिर्नामृतवर्षिणी II, 71 a.

[1] Die Hs. liest द्व.

देवीस्वीकृतमान[स]स्य V. 86 b.
द्रष्टुं वाञ्छति कौतुकेन V. 87 b.
द्रुतमिमां IV. 84 a.
धारावेश्म विलोक्य II. 71 a.
धूमौघान्निर्गता° II. 70 b.
न कवित्वाभि° Prolog. 65 a.
न्यस्यन्तो घनसार° I. 70 a.
पदवाक्यप्रमाणेषु Prolog. 65 a.
परिभूय पुनः I. 66 a.
पाण्डुश्याम° II. 70 b.
पूर्वाह्णे कृतभोजन° III. 74 b.
पोतः साक्षात्त्वं II. 72 b.
प्रद्योतः स्वसुता° I, 66 b.
प्रद्योतस्य मया IV. 80 a.
प्रायः पथ्य° I. 66 b.
प्रारब्धो मणि° I. 70 a.
प्रिया तावन्नेयं III. 79 a.
फुल्लेन्दीवर° I. 68 b.
भिनत्ति ध्वान्त° VI. 95 b.
भ्रूभङ्गं रुचिरे V. 86 b.
मदास्ये न्यस्यन्तो V. 87 a.
मन्त्रिवृषभैर्वि° III. 73 b.
मयि मनः प्रणिधाय IV. 81 a.
मामुद्दिश्य II. 70 a.
मुषितमस्तु° I. 68 b.
यत्रार्पितो गुरुणा II. 71 a.
यथातथाधृतप्राणां VI. 95 a.
यां निर्दयेनो° II. 72 a.
रागान्धे मयि II. 72 b.
रिपुपरिभवं III. 76 a.
रिपुर्यातु II. 71 b.
वत्से त्वां I. 67 b.
वहसि सहसा I. 69 a.
विधुरमनसा IV. 84 a,
विसृज पाशमिमं IV. 84 a.

Bemerkung zu der Mittheilung des Herrn Weierstraß: Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Größen.

Von

O. Hölder.

(Vorgelegt von H. A. Schwarz.)

In der Mittheilung, welche Seite 395—419 des Jahrgangs 1884 dieser Nachrichten abgedruckt ist, hat Herr Weierstraß die arithmetischen Grundoperationen für die aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Größen so definirt, daß die Arithmetik dieser Größen mit der Arithmetik der aus einer Haupteinheit gebildeten möglichst in Einklang gebracht wird. Herr Weierstraß hat ferner gezeigt, daß es stets möglich ist, wenn die Operationen auf die von ihm festgesetzte Art erklärt sind, aus dem betrachteten Größengebiet ein System von Theilgebieten $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$ mit gewissen Eigenschaften herauszuheben. Diese Eigenschaften der Theilgebiete, auf welchen eine wesentliche Vereinfachung der Rechnungsregeln beruht, können folgendermaßen formulirt werden:

1) Jedes der Gebiete $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$ ist bestimmt als die Gesammtheit derjenigen Größen, welche aus einer oder aus zwei von einander unabhängigen Größen des Gesammtgebietes ableitbar sind. Es ist also jedes solche Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ entweder ein ein- oder ein zweidimensionaler Theil des gesammten, n-dimensionalen Größengebietes.

2) Jede Größe x des Gesammtgebietes ist darstellbar als Summe von r beziehungsweise den Gebieten $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$ angehörenden Größen, welche die den einzelnen Theilgebieten zugehörigen Componenten der Größe x genannt werden.

3) Diese Componenten sind vollkommen bestimmt, indem eine Summe von r beziehungsweise den Gebieten $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots, \mathfrak{G}_r$ ange-

hörenden Größen nur dann gleich Null ist, wenn jeder einzelne dieser Summanden gleich Null ist.

4) Das Product von zwei Größen, welche verschiedenen Theilgebieten angehören, ist stets gleich Null.

5) Das Product von zwei Größen, welche demselben Theilgebiet angehören, ist eine Größe eben dieses Theilgebietes und ein solches Product ist nur dann gleich Null, wenn einer seiner Factoren gleich Null ist.

Es können hieraus, wie Herr Weierstraß zeigt, die folgenden Schlüsse gezogen werden:

In jedem Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ existirt eine Größe $g^{(\mu)}$ von der Beschaffenheit, daß die Gleichung $a_\mu\, g^{(\mu)} = a_\mu$ für jede Größe a_μ dieses Theilgebietes erfüllt ist. Wofern nun dieses Theilgebiet eindimensional ist, kann jede demselben angehörende Größe in der Form $\alpha g^{(\mu)}$ dargestellt werden, wobei α eine Größe bedeutet, welche aus einer unbenannten Haupteinheit gebildet ist. Wenn aber das Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ zweidimensional ist, so ist in demselben die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ lösbar, und wenn mit $k^{(\mu)}$ eine Lösung dieser Gleichung bezeichnet wird, so ist jede Größe des Gebietes in der Form $\alpha g^{(\mu)} + \alpha' k^{(\mu)}$ darstellbar. Hieraus geht hervor, daß für die Rechnung mit den einem Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ angehörenden Größen dieselben Regeln bestehen wie für die Rechnung mit den reellen Größen, beziehungsweise mit den gewöhnlichen complexen Größen, je nachdem das Gebiet eindimensional oder zweidimensional ist.

Insbesondere hat innerhalb irgend eines Theilgebiets $\mathfrak{G}_\mu$ die Gleichung $x^2 = 0$ nur die eine Lösung $x = 0$, und die Gleichung $x^2 = x$ nur die beiden Lösungen $x = 0$ und $x = g^{(\mu)}$. Ist das Theilgebiet zweidimensional, so sind in demselben $x = k^{(\mu)}$ und $x = -k^{(\mu)}$ die einzigen Lösungen der Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$. Dies sind aber auch die einzigen Lösungen, welche diese Gleichung in dem gesammten, n-dimensionalen Größengebiete besitzt. Es muß nämlich die dem Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ zugehörige Componente einer solchen Lösung die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ erfüllen, jede einem andern Theilgebiete zugehörige Componente dagegen der Gleichung $x^2 = 0$ genügen, somit selbst gleich Null sein. Ebenso sieht man auch, daß es in dem Gesammtgebiete keine Größe giebt, welche die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ befriedigte, in dem Fall, daß das Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ eindimensional ist.

Bei der Bestimmung, welche Herr Weierstraß für die Theilgebiete gegeben hat, wird eine Größe g zu Grunde gelegt, welche abgesehen von einer gewissen Einschränkung willkürlich gewählt werden kann. Herr H. A. Schwarz hat nun (Seite 516—519 des Jahrgangs 1884 der Nachrichten) bewiesen, daß man dieselben Gebiete

erhält, wie man die Größe g auch wählen mag; dieses System von Theilgebieten ist also eindeutig bestimmt. Es bleibt aber dabei die Frage noch offen, ob jedes System irgendwie bestimmter Gebiete, welches die fünf genannten Eigenschaften besitzt, mit dem von Herrn Weierstraß angegebenen Systeme der Theilgebiete übereinstimmen muß.

Diese Frage wird im Folgenden bejahend beantwortet; es wird gezeigt, daß ein System von Gebieten durch die fünf Eigenschaften eindeutig definirt ist.

Angenommen, es liegen zwei Systeme von Gebieten vor, welche beide die Eigenschaften 1) bis 5) besitzen,

I. Die Theilgebiete $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$,
II. Die Theilgebiete $\mathfrak{G}'_1, \mathfrak{G}'_2, \ldots \mathfrak{G}'_s$,

so sind die Zahlen r und s nicht von vornherein als gleich vorauszusetzen. Unter den Gebieten des ersten Systems sollen nun r' eindimensionale und r'' zweidimensionale sich befinden und ebenso unter denen des zweiten Systems s' eindimensionale und s'' zweidimensionale Gebiete. Dann ist

$$r = r' + r'', \qquad s = s' + s''$$

und

$$r' + 2r'' = s' + 2s'' = n.$$

Es möge nun $g^{(\mu)}$ die Größe bedeuten, welche im Theilgebiet $\mathfrak{G}_\mu$ die Stelle der positiven Einheit vertritt, und $g_1^{(\nu)}$ die entsprechende Größe sein für das Gebiet $\mathfrak{G}'_\nu$. Indem nun $g^{(\mu)}$ der Gleichung $x^2 = x$ genügt, kann dasselbe ausgesagt werden von den sämmtlichen den Theilgebieten $\mathfrak{G}'$ zugehörigen Componenten von $g^{(\mu)}$. Somit ist die dem Theilgebiet $\mathfrak{G}'_\nu$ zugehörige Componente von $g^{(\mu)}$ entweder gleich Null oder gleich $g_1^{(\nu)}$, denn diese beiden Größen sind die einzigen dem Gebiete $\mathfrak{G}'_\nu$ angehörenden, welche die Gleichung $x^2 = x$ erfüllen. Es ist also

$$g^{(\mu)} = \sum_{\nu=1}^{\nu=s} \varepsilon_{\mu,\nu} g_1^{(\nu)}, \qquad (\mu = 1, 2, 3, \ldots r)$$

wo alle Größen $\varepsilon_{\mu,\nu}$ entweder gleich Null oder gleich $+1$ sind, und mindestens eine derselben von Null verschieden sein muß. Da nun irgend eines von den beiden Systemen von Theilgebieten zum ersten System gemacht werden kann, so kann man schließen, daß die Größen $g^{(\mu)}$ für $\mu = 1, 2, \ldots r$ und die Größen $g_1^{(\nu)}$ für $\nu = 1, 2, \ldots s$ sich wechselseitig durch einander linear ausdrücken lassen. Nun sind sowohl die r Größen $g^{(\mu)}$ als auch die s Größen $g_1^{(\nu)}$ von einander unabhängig, also muß $s = r$, und somit auch $s' = r'$ und $s'' = r''$ sein.

In die Summe, welche die Größe $g^{(\mu)}$ durch die Größen $g_1^{(\nu)}$ ausdrückt, mögen nun nur diejenigen Größen $g_1^{(\nu)}$ aufgenommen werden, deren Coefficient $\varepsilon_{\mu,\nu}$ von Null verschieden ist. Es erscheint dann jede Größe $g^{(\mu)}$ als Summe von einigen der Größen $g_1^{(\nu)}$, wobei keine der letzteren Größen in der Summe zweimal vorkommt, und mindestens eine vorkommen muß. Die beiden Summen, welche sich auf diese Weise für $g^{(\mu)}$ und $g^{(\mu')}$ ergeben, können, wenn μ und μ' von einander verschieden sind, nicht dieselbe Größe $g_1^{(\nu)}$ enthalten; denn es würde sonst die dem Theilgebiet $\mathfrak{G}'_\nu$ des zweiten Systems zugehörige Componente des Productes $g^{(\mu)}.\ g^{(\mu')}$ gleich $g_1^{(\nu)}$ sein, während vermöge der vierten von den obengenannten Eigenschaften der Theilgebiete

$$g^{(\mu)}.\ g^{(\mu')} = 0$$

sein soll. Es vertheilen sich also die r Größen $g_1^{(\nu)}$ auf die r die Größen $g^{(\mu)}$ darstellenden Summen so, daß zwei dieser Summen nie dieselbe Größe $g_1^{(\nu)}$ enthalten, so daß also jede dieser Summen nur eine Größe enthält. Die Größen $g_1^{(1)}, g_1^{(2)}, \ldots g_1^{(r)}$ stimmen somit abgesehen von der Reihenfolge mit $g^{(1)}, g^{(2)}, \ldots g^{(r)}$ überein, und es ist damit auch eine Zuordnung der Gebiete $\mathfrak{G}'_1, \mathfrak{G}'_2, \ldots \mathfrak{G}'_r$ zu den Gebieten $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \ldots \mathfrak{G}_r$ gegeben. Die Bezeichnung der Theilgebiete kann man nöthigenfalls in dem einen System so abändern, daß nunmehr $g_1^{(\mu)} = g^{(\mu)}$ ist für $\mu = 1, 2, \ldots r$, so daß also die Gebiete $\mathfrak{G}'$ den Gebieten $\mathfrak{G}$ in derjenigen Reihenfolge entsprechen, in welcher sie soeben aufgeführt wurden.

Die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ ist nun im Gesammtgebiete lösbar, wenn das Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ zweidimensional ist, dagegen unlösbar, wenn $\mathfrak{G}_\mu$ eindimensional ist. Entsprechendes gilt von der Gleichung $x^2 = -g_1^{(\nu)}$ und dem Gebiet $\mathfrak{G}'_\nu$. Da nun $g_1^{(\mu)} = g^{(\mu)}$ ist, so folgt hieraus, daß zwei einander zugeordnete Gebiete $\mathfrak{G}_\mu$ und $\mathfrak{G}'_\mu$ entweder beide eindimensional oder beide zweidimensional sind.

Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich, daß zwei einander zugeordnete Gebiete $\mathfrak{G}_\mu$ und $\mathfrak{G}'_\mu$ übereinstimmen müssen, wenn sie eindimensional sind. Sind nun $\mathfrak{G}_\mu$ und $\mathfrak{G}'_\mu$ zweidimensional, so giebt es im Gebiet $\mathfrak{G}_\mu$ eine Größe $k^{(\mu)}$, welche die Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ befriedigt, und im Gebiet $\mathfrak{G}'_\mu$ eine Größe $k_1^{(\mu)}$, welche die Gleichung $x^2 = -g_1^{(\mu)}$, d. h., da $g_1^{(\mu)} = g^{(\mu)}$ ist, dieselbe Gleichung erfüllt. Nun sind aber $k^{(\mu)}$ und $-k^{(\mu)}$ im ganzen, n-dimensionalen Gebiet die einzigen der Gleichung $x^2 = -g^{(\mu)}$ genügenden Größen (s. o.); man schließt hieraus, daß $k_1^{(\mu)} = \pm k^{(\mu)}$ sein muß, womit also auch für diesen Fall die Uebereinstimmung der beiden einander zugeordneten Gebiete $\mathfrak{G}_\mu$ und $\mathfrak{G}'_\mu$ nachgewiesen ist.

Ueber das griechische ἐπιούσιος.

Von

Leo Meyer.

Daß das griechische ἐπιούσιος sich im ganzen weiten Umfang griechischen Schriftthums nur in der vierten Bitte des Vaterunsers findet und zwar sowohl in seiner Fassung bei Matthäus (6, Vers 11), als in der bei Lukas (11, Vers 3), ist allgemein bekannt, ebenso bekannt aber auch, daß man sich seit ältester Zeit um seine Erklärung bemüht hat, bis auf den heutigen Tag aber kein Erklärungsversuch als der überzeugend richtige sich allgemeine Anerkennung erworben hat.

Vor etwa achtundzwanzig Jahren habe auch ich schon einmal, und zwar in der Kuhnschen Zeitschrift für vergleichende Sprachforschung (Band 7, S. 401—430), den Versuch gemacht, tiefer in das Verständniß des dunklen Wortes einzudringen. Mir lag namentlich daran, die völlige Unhaltbarkeit zahlloser früherer Erklärungsversuche zu zeigen, von meinen bezüglichen Ausführungen ist damals aber leider nur ein kleiner Theil zum Abdruck gebracht. Meine eigene Erklärung lief damals hinaus auf »(das Brot), das für das Leben, für den Lebensunterhalt dienlich oder angemessen oder nöthig ist, was den Bedürfnissen entspricht, für sie ausreicht«, sie mochte als eine begrifflich recht angemessene angesehen werden und ist auch thatsächlich von vielen als völlig befriedigend angesehen worden, ihr sehr Bedenkliches aber beruht darin, daß die Begriffe »Leben, Lebensunterhalt, Bedürfnisse« dabei rein ergänzt werden mußten, in keiner Weise in dem Aeußern des Worts selbst angedeutet sind.

Es ist deßhalb wohl angezeigt, den Versuch in das Dunkel von ἐπιούσιος einiges Licht zu bringen noch einmal zu wiederholen und zwar in möglichst vorsichtiger Weise. Das muß freilich von vornherein dabei betont werden, daß wir insofern immer nur eine nicht ganz abschließende Erklärung gewinnen können, als das ἐπιούσιος in Christi Munde immer nur als Uebertragung eines aramäischen Ausdrucks gelten kann, den wir nicht kennen und der sich, wie es scheint, auch nicht mit einiger Wahrscheinlichkeit reconstruiren läßt. Mir schreibt ein nah befreundeter sehr namhafter Orientalist »das Vaterunser getraue ich mich leidlich in seine Ursprache zurückzuübersetzen — bis eben auf die crux, den ἐπιούσιος. Was dessen Original gewesen sein mag, ist mir völlig unklar«.

So bleiben wir also genöthigt, auf rein griechischem Boden vorwärts zu gehen.

Die alten Erklärer zeigen in ihren Versuchen, den Inhalt von ἐπιούσιος klar zu stellen, außerordentlich vielerlei Nüancirungen im Einzelnen, die ausführlicher mitzutheilen an dieser Stelle wenig gerechtfertigt erscheinen würde, im Großen und Ganzen aber scheiden sie sich nach zwei verschiedenen Seiten. Alle erkennen ἐπι- (ἐπ-) als ersten Theil des dunkeln Wortes, daneben aber sehen die einen im Schlußtheil das Substantiv οὐσία, die anderen finden darin das participielle ἰοῦσα (ἰών) von ἰέναι »gehen«.

Daß auf keinem der beiden Wege für ἐπιούσιος irgend ein vernünftiger Sinn zu gewinnen ist, liegt auf der Hand. Das Substantiv οὐσία bedeutet ganz gewöhnlich »Vermögen, Eigenthum« und findet sich auch nur in diesem Sinne im Neuen Bunde, nämlich Lukas 15, 12 (πάτερ, δός μοι τὸ ἐπιβάλλον μέρος τῆς οὐσίας) und 13 (καὶ ἐκεῖ διεσκόρπισεν τὴν οὐσίαν αὐτοῦ ζῶν ἀσώτως), daneben aber zeigt es bei den Philosophen, zuerst bei Plato, auch die Bedeutung »Wesen, Wirklichkeit, wirkliches Sein, Realität«. Daß die letztere Bedeutung zur Erläuterung eines Wortes der einfachen evangelischen Sprache nicht herangezogen werden kann, bedarf keiner ausführlicheren Begründung, aber auch die Bedeutung »Vermögen, Eigenthum« giebt für ἐπιούσιος keinerlei passenden Sinn. Wie sollte das Brot als »zum Vermögen gehörig, zum Vermögen dienend« oder etwa »Vermögen an sich habend« oder ähnlich bezeichnet sein? Die Behauptung aber daß οὐσιά auch einfach »Dasein, Leben« bedeute, hat gar keinen Boden und daher auch nicht die Behauptung, daß ἐπιούσιος »zum Leben dienlich« bedeute. Ebenso wenig aber kann man etwa an ein unmittelbares Anlehnen von ἐπιούσιος an ἐπουσία »das Darübersein, der Ueberschuß« denken, das der Bedeutung nach durchaus nichts Passendes bietet und auch in der verschiedenen Behandlung des letzten Präfixvocales deutlich genug zeigt, daß bei den beiden Wörtern an keinerlei näheren Zusammenhang gedacht worden ist.

Daß das Präfix ἐπι- vor folgenden Vocal in der Regel sein auslautendes ι einbüßt, ist hinreichend bekannt, daneben aber doch auch nicht zu übersehen, daß die Sprache des Neuen Bundes keineswegs allen Regeln älterer griechischer Classiker nachgeht und weiter, daß jene Regel in Bezug auf das auslautende ι von ἐπι- überhaupt auch keine ausnahmslose ist. Es genügt hier in der Beziehung auf Bildungen hinzuweisen, wie die homerischen ἐπιοσσομένω »hinblickend« (Ilias 17, 381) und ἐπιόψομαι »ich will ausersehen, ich will auswählen« (Ilias 9, 167 und Odyssee 2, 294), wie ἐπίοπτος »sichtbar« (Aratos 25) und zahlreiche andere.

Der Gedanke, daß ἐπιούσιος sich an ἡ ἐπιοῦσα »der folgende Tag« anschließe, die vierte Bitte also um das Brot für den folgenden Tag

bitte — was in der Fassung bei Lukas mit dem τὸ καθ' ἡμέραν dann doch sein müßte »für den je folgenden Tag« — ist in jeder Beziehung ungeschickt. Es genügt hier dagegen zu bemerken, daß ἡ ἐπιοῦσα so zu sagen gar kein fertiges Substantiv mit der Bedeutung »der morgende Tag« ist, vielmehr bedeutet es als Feminin zu ἐπιών »herannahend, folgend, kommend«, das auch mit beliebigen anderen Wörtern, wie zum Beispiel bei Platon und Xenophon mit χρόνος, also für »die folgende, die kommende Zeit«, verbunden vorkömmt, immer nur »die folgende, die kommende« und »der folgende Tag«, also »der morgende Tag«, nur da wo ἡμέρα zugesetzt ist oder sich doch leicht ergänzt. Auch im Neuen Testament begegnet es nur so und zwar viermal in der Apostelgeschichte (7, 26; 16, 11; 20, 15; 21, 18), wo nur das erste Mal ἡμέρα zugesetzt ist; an einer folgenden Stelle (23, 11) findet sich die Verbindung τῇ δὲ ἐπιούσῃ νυκτί »in der folgenden Nacht«. Sonach ist ein aus ἐπιοῦσα abgeleites ἐπιούσιος »für den folgenden Tag bestimmt« ebenso wenig denkbar, als es etwa im Deutschen eine Form »kommendig« oder »folgendig« für jene Bedeutung sein würde. Ebenso wenig aber ist ein direct aus ἐπιόντ- (ἐπ-ιών) geleitetes ἐπιούσιος etwa mit der Bedeutung »herankommend, herzukommend, zukömmlich«, wie einige gewollt haben, zu denken. Die Bildungen auf -ούσιος, so weit sie aus Participformen auf -οντ hervorgingen, sind im Griechischen außerordentlich selten und in späterer Zeit entschieden nicht mehr lebendig, so daß sie nicht mehr beliebig weiter gebildet werden konnten. Kann man doch ebenso wenig etwa neben unserem altüberkommenen »lebendig« noch beliebige Formen weiterbilden, wie etwa ein »sehendig« oder die schon oben als Mißbildungen angeführten »kommendig« oder »folgendig«.

Völlig verfehlt und doch auch mehrfach wiederholt ist der Versuch, aus dem ἐπιούσιος die Bedeutung »täglich« herzuleiten. Wenn damit namentlich auch Luther das dunkle griechische Adjectiv übersetzte, so hat das einzig darin seinen Grund, daß er sich auf das *cotidianum* in der alten lateinischen Uebersetzung bei Lukas stützte. Der alte lateinische Uebersetzer aber wählte, während er bei Matthäus ein dem ἐπιούσιος ganz ungeschickt nachgebildetes *supersubstantialem* ohne vernünftigen Sinn gebraucht hatte, bei Lukas jenes *cotidianum*, für das die Quelle unschwer aufzufinden ist. Da der Uebersetzer das ἐπιούσιος gar nicht zu übersetzen wußte, entnahm er sein *panem cotidiânum* für die Lukasstelle aus der für ganz entsprechend gehaltenen Verbindung τῆς ἐφημέρου τροφῆς bei Jakobos 2, 15, die lateinisch durch *victû cotidiânô* wieder gegeben ist, bei Luther aber lautet »der täglichen Nahrung«.

Versuchen wir nun noch selbst einige Klarheit über die Bedeu-

tung des ἐπιούσιος zu gewinnen. Da ist vor allen Dingen festzuhalten, daß es kein altes Wort ist, ja wir können es als höchstwahrscheinlich hinstellen, daß es überhaupt erst zur Wiedergabe des von Christus in der vierten Bitte gebrauchten aramäischen Originalausdrucks gebildet worden ist, wohl weil dieser etwas irgend wie neues und ungewöhnliches enthielt. Wäre doch anderenfalls etwa für die sonst vermuthete Bedeutung »ausreichend« oder »nothdürftig« oder auch »für den anderen Tag bestimmt« und anderes, das man darin vermuthet hat, in dem reichen Schatze der griechischen Sprache ganz entsprechende Ausdrücke aufzufinden gewiß nicht schwer gewesen.

Jedes neuzubildende Wort aber muß sich irgendwie an bekanntes anschließen, es muß irgend welchen Zusammenhang mit schon vorhandenen Wortgebilden haben, da es sonst überhaupt gar nicht verständlich werden könnte: denn bei ἐπιούσιος etwa an ein Lehnwort, das also dann seinen weiteren Zusammenhang in außergriechischem Gebiet haben würde, zu denken, ist bei dem unverkennbar echt griechischen Gepräge des Wortes nicht wohl möglich. Innerhalb des griechischen Sprachgebietes aber hat ἐπιούσιος eine gar nicht zu übersehende Aehnlichkeit, ja das unverkennbar nächstliegende Muster, nach dem es gebildet wurde, nur in περιούσιος. Mit ihm stimmt ἐπιούσιος vollständig überein im Schlußtheil, seine Verschiedenheit von ihm beruht nur in dem anderen Präfix.

Daß aber περιούσιος den Evangelisten kein unbekanntes Wort war, darf man mit voller Bestimmheit annehmen: es begegnet einmal im Neuen Testamente, nämlich bei Titus 2, 14 in der Verbindung ἵνα . . . καθαρίσῃ ἑαυτῷ λαὸν περιούσιον, in Luthers Uebersetzung »und reinigte ihm selbst ein Volk zum Eigenthum«, außerdem aber auch schon in der griechischen Uebersetzung des Alten Testaments und zwar einmal im zweiten Buch Moses (19, 5: ἔσεσθέ μοι λαὸς περιούσιος ἀπὸ πάντων τῶν ἐθνῶν) und dreimal im fünften (7, 6: εἶναι αὐτῷ λαὸν περιούσιον παρὰ πάντα τὰ ἔθνη; 14, 2: σὲ ἐξελέξατο κύριος ὁ θεός σου γενέσθαι σε λαὸν αὐτῷ περιούσιον ἀπὸ πάντων τῶν ἐθνῶν und 26, 18: καὶ κύριος εἵλατό σε σήμερον γενέσθαι σε αὐτῷ λαὸν περιούσιον). An den angeführten Stellen ist also περιούσιος jedesmal mit λαός »Volk« verbunden und bezeichnet deutlich »angehöriges, zugehöriges, eigenes (Volk)« wie wir namentlich auch aus der hebräischen Grundlage עַם סְגֻלָּה, eigentlich »Volk des Eigenthums« wissen. In solcher Bedeutung wird aber auch der Evangelist das Wort gekannt haben, während zum Beispiel Hesychios das περιούσιον auch mit den Erläuterungen πολύ, περισσόν also »viel, überviel«, daneben aber auch περιποιητόν, also »erworben, zu eigen gehörig« anführt.

Es bleibt noch zu ermitteln, wie *περιούσιος* zu der Bedeutung des »eigenen, zugehörigen« gekommen sein wird und das ist gar nicht schwer zu bestimmen. Das *περί-* darin ist ganz ähnlich gebraucht wie zum Beispiel Markus 4, 10 in der Verbindung *οἱ περὶ αὐτόν* »die um ihn waren« und sonst. Der Ausgang *-ούσιος* aber ruht auf dem Particip *ὀντ-* (*ὤν*) »seiend«. Eine nur ganz geringe Zahl ähnlicher Bildungen ruht in ganz entsprechender Weise auch auf präsentischen Participien. Die älteste reicht bis in die homerische Sprache zurück, es ist *γερούσιος* (Il. 4, 25 und Od. 13, 8 vom Weine; Ilias 22, 119 vom Eide: *γερούσιον ὅρκον ἕλωμαι*), das von dem participiellen aber schon in ältester Zeit zum Substantiv erhobenen *γέροντ-* »Greis« ausging; weiter begegnen *ἑκούσιος* »freiwillig« (Soph. Trach. 727; Eur. Med. 751; Thuk. 8, 27 und sonst) vom participiellen *ἑκόντ-* »wollend, freiwillig« und *ἐθελούσιος* »freiwillig« (Xen. Hell. 4, 8, 10; Kyr. 5, 1, 25) vom Particip *ἐθέλοντ-* »wollend, bereit, entschlossen«. Wenn *περιούσιος* erst noch später gebildet wurde, wie doch daraus hervorzugehen scheint, daß sichs über die Uebersetzung der Siebzig nicht zurückverfolgen läßt, so konnte das deshalb immer leicht geschehen, weil das alte und immer lebendig gebliebene Substantiv *περιουσία* »Ueberfluß, Uebermaaß« (schon Aristoph. Wolk. 50; Thuk. 1, 7 und 2, 13, 2) ihm als Stütze zur Seite stand. Und neben *περιουσία* waren auch *συνουσία* »Zusammenleben, Umgang« (schon Aesch. Eum. 285), *παρουσία* »Gegenwart« (schon Aesch. Pers. 169), *ἀπουσία* »Abwesenheit« (Aesch. Ag. 915), *ἐξουσία* »Macht zu thun und zu lassen, Freiheit, Erlaubniß« (schon bei Sophokles in einem Bruchstück der Aleaden) und auch das einfache *οὐσία* »Vermögen, Eigenthum« (Herodot 1, 92; Eur. ras. Her. 337) immer sehr lebendige Wörter, die den Boden für *περιούσιος* mit bildeten. Wie *οὐσία* und die übrigen mit ihm zusammengesetzten Substantiva aus dem zu Grunde liegenden participiellen *ὀντ-* (*ὤν*) mittels des femininen *ιᾶ* gebildet wurden, so enthält das aus gleichem Boden entsprossene *περιούσιος* das noch allgemein adjectivische Suffix *ιο*, *περιούσιος* bedeutet also »das was um etwas anderes ist, was etwas anderes umgiebt« und daraus hat sich weiter die Bedeutung des »Zugehörigen, Eigenen« entwickelt. Da nun, wie wir oben schon bemerkten, das Wort *ἐπιούσιος* nur in bestimmter Anlehnung an *περιούσιος* gebildet sein wird, also auch nur als vom Particip *ὀντ-* (*ὤν*) ausgegangen zu denken ist, so ergiebt sich seine Bedeutung als »was *ἐπί* ist«.

Ehe wir das noch genauer prüfen und zu bestimmen versuchen, müssen wir noch einen Schritt zur Seite treten und das Substantiv etwas näher ins Auge fassen, das durch das adjectivische *ἐπιούσιος* näher gekennzeichnet sein soll, also *ἄρτος*.

Was ist ἄρτος? Es ist für uns von Wichtigkeit, seinen Gebrauch im Neuen Testament in seiner unversehrten Vollständigkeit festzustellen. Es findet sich im Ganzen neunundneunzig mal, davon allein dreiundachtzig Mal in den Evangelien. Von den übrigen Stellen gehören fünf der Apostelgeschichte, zehn den Briefen an die Korinther und Thessalonicher und eine dem Ebräerbrief (9, 2). An der letztgenannten Stelle ist die Rede von den sogenannten Schaubröten (ἡ πρόθεσις τῶν ἄρτων), deren auch in den Evangelien (τοὺς ἄρτους τῆς προθέσεως Matth. 12, 4; 2, 26; Luk. 6, 4) Erwähnung geschieht. Dabei heben wir hervor, daß in den Evangelien überhaupt vierzigmal von Bröten in der Mehrzahl die Rede ist. Mehrere Male werden sie mit Zahlen genannt, so πέντε ἄρτους (Matth. 14, 17; 14, 19; 16, 9; Mk. 6, 41; 8, 19; Luk. 9, 16), πέντε ἄρτοι (Luk. 6, 13), πέντε ἄρτους κριθίνους (Joh. 6, 9), ἐκ τῶν πέντε ἄρτων τῶν κριθίνων (Joh. 6, 13), ἑπτὰ ἄρτους (Matth. 15, 36; 16, 10; Mk. 8, 6), τρεῖς ἄρτους (Luk. 11, 5). Christus fragt (Mk. 8, 5): πόσους ἔχετε ἄρτους; und die Antwort lautet ἑπτά; an einer früheren Stelle (Mk. 6, 38) lautet die Antwort πέντε und es wird noch zugefügt καὶ δύο ἰχθύας; ganz ähnlich bei Matthäus (15, 34): ἑπτὰ καὶ ὀλίγα ἰχθύδια. Auch ein einzelnes Brot wird besonders hervorgehoben (Mk. 8, 14: εἰ μὴ ἕνα ἄρτον).

Bei der Speisung der Tausende ist außer an oben angeführten Stellen mit bestimmten Zahlen noch mehrfach von Bröten in der Mehrzahl die Rede, so heißt es: ἵνα . . . ἀγοράσωσιν ἑαυτοῖς ἄρτους (Mk. 6, 36); πόθεν ἡμῖν ἐν ἐρημίᾳ ἄρτοι τοσοῦτοι (Matth. 15, 33); ἀγοράσωμεν δηναρίων διακοσίων ἄρτους (Mark. 6, 37); πόθεν τούτους δυνήσεταί τις ὧδε χορτάσαι ἄρτων (Mk. 8, 4); πόθεν ἀγοράσωμεν ἄρτους (Joh. 6, 5); διακοσίων δηναρίων ἄρτοι οὐκ ἀρκοῦσιν αὐτοῖς (Joh. 6, 7), κλάσας ἔδωκε τοῖς μαθηταῖς τοὺς ἄρτους (Matth. 14, 19); κατέκλασε τοὺς ἄρτους (Mk. 6, 41); ἔλαβε δὲ τοὺς ἄρτους (Joh. 6, 11); οἱ φαγόντες τοὺς ἄρτους (Mk. 6, 44); οὐ γὰρ συνῆκαν ἐπὶ τοῖς ἄρτοις (Mk. 6, 52) ὅτι ἐφάγετε ἐκ τῶς ἄρτων (Joh. 6, 26). Drei Verse vor der letztangeführten Stelle ist der Singular gebraucht (Joh. 6, 23: ὅπου ἔφαγον τὸν ἄρτον), wo wir also sagen können, daß das Brot nur seinem Stoff nach oder collectiv bezeichnet zu sein scheint.

Die übrigen Stellen, an denen noch pluralisch von Bröten die Rede ist, sind: Luk. 15, 17, wo der verlorene Sohn davon spricht, wie viele Tagelöhner seines Vaters an Bröten die Fülle haben (περισσεύουσιν ἄρτων); ferner Matth. 16, 5: Die Jünger hatten bei Ueberfahrt vergessen Bröte mitzunehmen (ἄρτους λαβεῖν), worauf sich dann sowohl ihr Denken: ὅτι ἄρτους οὐκ ἐλάβομεν (v. 7), als Christi Worte ὅτι ἄρτους οὐκ ἐλάβετε (v. 8) beziehen. In ganz entsprechendem Zusammenhang heißt es Mark. 8, 16: ὅτι ἄρτους οὐκ ἔχομεν und Vers

17: τί διαλογίζεσθε, ὅτι ἄρτους οὐκ ἔχετε. Es ist daneben anzuführen, daß Christus, wo er seine Jünger aussendet und ihnen das Gebot ertheilt, außer verschiedenen anderen Sachen auch kein Brot mit sich zu nehmen, die singularische Form (μὴ ἄρτον Mark. 6, 8; μήτε ἄρτον Luk. 9, 3) gebraucht. Ebenso wie hier, ist die Singularform gebraucht, wo der Teufel versuchend zu Christus spricht: εἰπὲ τῷ λίθῳ τούτῳ, ἵνα γένηται ἄρτος (Luk. 4, 3), während an der Parallelstelle (Matth. 4, 3) pluralisch gesagt ist: εἰπὲ ἵνα οἱ λίθοι οὗτοι ἄρτοι γένωνται. Ein ähnliches Nebeneinandergehen der beiden verschiedenen Zahlformen findet sich, wo Pharisäer und Schriftgelehrte tadeln, daß die Jünger mit ungewaschenen Händen Bröte essen (Mk. 7, 2: χερσὶ . . ἀνίπτοις ἐσθίοντας ἄρτους), es heißt daneben in der Singularform Mk. 7, 5: ἀνίπτοις χερσὶν ἐσθίουσι τὸν ἄρτον und ganz ähnlich Matth. 15, 2: οὐ γὰρ νίπτονται τὰς χεῖρας αὐτῶν, ὅταν ἄρτον ἐσθίωσιν.

Es ist überall ganz klar und bedarf keines weiteren Hervorhebens, daß, wo das pluralische ἄρτοι gebraucht ist, nur an Bröte gedacht werden kann und dabei nirgend etwa auch noch andere eßbare Dinge als mit eingeschlossen zu denken sind. Aber auch die singularische Form ἄρτος läßt an den meisten Stellen, wo sie im Neuen Testament gebraucht worden ist, mit völliger Deutlichkeit erkennen, daß ihre Bedeutung sich auf »Brot« beschränkt. Zunächst sei dabei hingewiesen auf das Abendmahl, das Brotbrechen, bei dem sichs überall nur um wirkliches Brot handeln kann. Die betreffenden Stellen sind: Mark. 14, 22: λαβὼν ὁ Ἰησοῦς ἄρτον εὐλογήσας ἔκλασε; Matth. 26, 26: λαβὼν ὁ Ἰησοῦς τὸν ἄρτον καὶ εὐλογήσας ἔκλασε; Luk. 22, 19: λαβὼν ἄρτον εὐχαριστήσας ἔκλασε; Luk. 24, 30: λαβὼν τὸν ἄρτον εὐλόγησε καὶ κλάσας ἐπεδίδου αὐτοῖς; Luk. 24, 35: ἐν τῇ κλάσει τοῦ ἄρτου; außerdem auch Kor. 1, 11, 23: ὁ κύριος Ἰησοῦς ἐν τῇ νυκτί, ᾗ παρεδίδοτο, ἔλαβεν ἄρτον, καὶ εὐχαριστήσας ἔκλασε. Weiter aber schließen sich hier auch noch alle Stellen des ersten Briefes an die Korinther an so wie auch die der Apostelgeschichte, an denen überhaupt von Brot die Rede ist. Wir nennen die letzteren zuerst: Apost. 2, 42: ἦσαν δὲ προσκαρτεροῦντες . . . τῇ κλάσει τοῦ ἄρτου; 2, 46: κλῶντές τε κατ' οἶκον ἄρτον; 20, 7: συνηγμένων τῶν μαθητῶν τοῦ κλάσαι ἄρτον; 20, 11: κλάσας ἄρτον; 27, 35: λαβὼν ἄρτον εὐχαρίστησε τῷ θεῷ ἐνώπιον πάντων, καὶ κλάσας ἤρξατο ἐσθίειν. Die betreffenden Stellen des ersten Korintherbriefes sind: 10, 16: τὸν ἄρτον ὃν κλῶμεν; 10, 17: ὅτι εἷς ἄρτος, ἓν σῶμα οἱ πολλοί ἐσμεν; 10, 17: οἱ γὰρ πάντες ἐκ τοῦ ἑνὸς ἄρτου μετέχομεν; 11, 26: ὁσάκις γὰρ ἂν ἐσθίητε τὸν ἄρτον τοῦτον; 11, 27: ὃς ἂν ἐσθίῃ τὸν ἄρτον τοῦτον und 11, 28: οὕτως ἐκ τοῦ ἄρτου ἐσθιέτω.

Die bestimmte Bedeutung von »Brot« für ἄρτος finden wir weiter,

wo es heißt, daß Jesus seine Jünger vor dem Sauerteig der Pharisäer und Sadducäer warnt, die Jünger aber dabei an den Sauerteig des Brotes (*τῆς ζύμης τῶν ἄρτων* Matth. 16, 12) denken; ferner, wo erzählt wird (Joh. 21, 9), daß die Jünger ans Land traten und da auf einem Kohlenhaufen Fische und Brot (*ὀψάριον ἐπικείμενον καὶ ἄρτον*) liegen fanden, das Brot also deutlich von der übrigen Speise unterschieden wird. Ebenso wird etwas später auch wieder bemerkt, daß Jesus das Brot nahm und die Fische (Vers 13: *λαμβάνει τὸν ἄρτον . . . καὶ τὸ ὀψάριον ὁμοίως*). Noch weitere Stellen sind: Matth. 7, 9: *ὃν ἐὰν αἰτήσῃ ὁ υἱὸς αὐτοῦ ἄρτον* und die entsprechende Luk. 11, 11: *τίνα δὲ ἐξ ὑμῶν τὸν πατέρα αἰτήσει ὁ υἱὸς ἄρτον*; ferner Luk. 7, 33, wo es heißt, daß Johannes nicht Brot aß (*μήτε ἄρτον ἐσθίων*), Luk. 14, 15, wo einer der Tischgenossen Jesu ausruft: selig ist, der das Brot isset (*ὃς φάγεται ἄρτον*) im Reich Gottes, Mk. 3, 20, wo von solchem Volksgedränge die Rede ist, daß sie nicht zum Brotessen kommen konnten (*ὥστε μὴ δύνασθαι αὐτοὺς μήτε ἄρτον φαγεῖν*) und noch Luk. 14, 1, wo erzählt wird, daß Jesus in das Haus eines Obersten der Pharisäer kam, am Sabbath, um Brot zu essen (*φαγεῖν ἄρτον*). Nirgend nöthigt hier der Ausdruck bei dem *ἄρτος* auch noch an irgend welche andere Dinge zu denken, als eben an Brot.

Anzuführen sind auch noch ein paar Anführungen aus dem Alten Testament in den Evangelien, die des Brotes Erwähnung thun; zunächst Matth. 4, 4 und ebenso Luk. 4, 4, wo Jesus aus Mos. 5, 8, 3 die Worte anführt: *οὐκ ἐπ' ἄρτῳ μόνῳ ζήσεται ἄνθρωπος;* ferner Joh. 13, 18: »der mein Brot isset (*ὁ τρώγων μετ' ἐμοῦ τὸν ἄρτον*), der tritt mich mit Füßen« aus Psalm 41, 10, und vorher noch Joh. 6, 31: *ἄρτον ἐκ τοῦ οὐρανοῦ ἔδωκεν αὐτοῖς φαγεῖν,* welche Stelle sich anlehnt an die Worte Moses' (2, 16, 4) »siehe ich will euch Brot vom Himmel regnen lassen«. An allen drei Stellen hat der hebräische Text dem griechischen *ἄρτος* gegenüber sein לֶחֶם, das wir selbst hier nicht weiter zu prüfen nöthig haben, um etwa für die Bedeutung jenes griechischen Wortes noch irgend etwas zu gewinnen.

Es sind dann zu der von uns erstrebten Vollständigkeit nur noch zwei Stellen aus dem zweiten Brief an die Thessalonicher und eine aus dem zweiten Brief an die Korinther anzuführen. Die letztere lautet (9, Vers 10): *ὁ δὲ ἐπιχορηγῶν σπέρμα τῷ σπείροντι* (bei Luther »der aber Samen reichet dem Säemann«), *καὶ ἄρτον εἰς βρῶσιν χορηγήσει,* worin deutlich auch zunächst nur an Brot zu denken ist, wie es aus der Feldfrucht bereitet wird. Auch die beiden Stellen aus dem Thessalonicherbrief sprechen ohne willkührliches Hineindeuten zunächst nur von wirklichem Brot. Beide finden sich im dritten Capitel. Es heißt darin Vers 8: »wir haben nicht umsonst das Brot

von jemand genommen (ἄρτον ἐφάγομεν), sondern mit Mühe und Arbeit Tag und Nacht gewirkt« und etwas später Vers 12 »daß sie mit stillem Wesen arbeiten und ihr eigen Brot essen« (τὸν ἑαυτῶν ἄρτον ἐσθίωσιν).

Die Uebersicht ergiebt sehr klar, daß sich diejenigen in großer Täuschung befinden, die da glauben mit dem Begriff unseres neuhochdeutschen Brot in seinem vollen Umfang auch auf dem Gebiet des Neuen Testamentes operiren zu dürfen. Wir können sagen »sein Mittagsbrot oder sein Abendbrot essen«, auch wenn vielleicht zufällig gar kein wirkliches Brot sich dabei befinden sollte, und in noch erweiterter Bedeutung sagen wir »sich sein Brot verdienen, sein Brot nicht haben, reichliches Brot haben, sich sein Brot suchen« und anderes ähnlich, wo überall das Brot für Lebensunterhalt überhaupt gebraucht wird: das neutestamentliche ἄρτος ist nur »Brot« und auch in der vierten Bitte ist es durchaus willkührlich, das ἄρτον sogleich weiter als »Nahrungsmittel, Lebensmittel« überhaupt erklären zu wollen.

Für »Nahrung, Lebensunterhalt« überhaupt, wobei das Brot eingeschlossen sein kann, hat das Neue Testament ganz andre Bezeichnungen als ἄρτος, und zwar namentlich τροφή. So findet sichs in der schon oben angeführten Stelle aus dem Briefe des Jakobos (2, 15): λειπόμενοι ὦσι τῆς ἐφημέρου τροφῆς, wo Luther übersetzt hat »der täglichen Nahrung«, ebenso gut aber auch hätte sagen können »des täglichen Brotes«, was er in die vierte Bitte ganz unrichtig hineingebracht hat. An allen übrigen Stellen hat Luther jenes τροφή mit »Speise« wiedergegeben. Im Evangelium begegnet es Matth. 3, 4: ἡ δὲ τροφὴ αὐτοῦ ἦν ἀκρίδες καὶ μέλι ἄγριον; 6, 25: οὐχὶ ἡ ψυχὴ πλεῖόν ἐστι τῆς τροφῆς; 10, 10: ἄξιος γὰρ ὁ ἐργάτης τῆς τροφῆς αὐτοῦ; 24, 45: τοῦ διδόναι αὐτοῖς τὴν τροφὴν ἐν καιρῷ; Luk. 12, 23: ἡ ψυχὴ πλεῖόν ἐστι τῆς τροφῆς; Joh. 4, 8: οἱ γὰρ μαθηταὶ αὐτοῦ ἀπεληλύθεισαν εἰς τὴν πόλιν, ἵνα τροφὰς ἀγοράσωσι. Die übrigen Stellen, und auch hier scheint uns Vollständigkeit in der Anführung von Werth, gehören fast sämmtlich der Apostelgeschichte; es sind 2, 47: μετελάμβανον τροφῆς; 27, 33 und 34: μεταλαβεῖν τροφῆς; 9, 19: λαβὼν τροφήν; 27, 36: προσελάβοντο τροφῆς; 14, 17: ἐμπιπλῶν τροφῆς καὶ εὐφροσύνης τὰς καρδίας ἡμῶν; 27, 38: κορεσθέντες δὲ τροφῆς. An den beiden dann noch zu nennenden Stellen (Ebr. 5, 12 und 14) ist στερεὰ τροφή bildlich gebraucht und zwar in ganz ähnlicher Weise im Gegensatz zu γάλα, wie Kor. 1, 3, 2 βρῶμα gebraucht worden ist. Vereinzelt findet sich in der Bedeutung von τροφή auch διατροφή, nämlich Tim. 1, 6, 8: ἔχοντες δὲ διατροφὰς καὶ σκεπάσματα τούτοις ἀρκεσθησόμεθα, bei Luther »wenn wir aber Nahrung und Kleidung haben, so lasset

uns begnügen«. Ganz ähnlich begegnet mehrfach auch *βρῶμα*, das Luther regelmäßig »Speise« übersetzt, und etwas weniger oft auch *βρῶσις*, das außer Matth. 6, 19 und 20, wo Luther »Rost« sagt, auch beständig »Speise« bei ihm lautet. Das erstere findet sich im Evangelium bei Matth. 14, 15: *ἵνα . . . ἀγοράσωσιν ἑαυτοῖς βρώματα;* Mk. 7, 19: *καθαρίζον πάντα τὰ βρώματα*; Luk. 3, 11: *ὁ ἔχων βρώματα* »wer Speise hat, der gebe dem der keine hat«, wo man im Deutschen auch sehr wohl mit »Brot« würde übersetzen können; Luk. 9, 13: *εἰ μήτι πορευθέντες ἡμεῖς ἀγοράσωμεν εἰς πάντα τὸν λαὸν τοῦτον βρώματα;* Joh. 4, 34: *ἐμὸν βρῶμα* (bildlich gebraucht). Die übrigen Stellen, an denen *βρῶμα* sich findet, sind: Röm. 14, 15: *εἰ δὲ διὰ βρῶμα ὁ ἀδελφός σου λυπεῖται;* Röm. 14, 15: *μὴ τῷ βρώματί σου ἐκεῖνον ἀπόλλυε*; Röm. 14, 20: *μὴ ἕνεκεν βρώματος κατάλυε τὸ ἔργον τοῦ θεοῦ;* Kor. 1, 3, 2, von welcher Stelle schon oben die Rede war; Kor. 1, 6, 13: *τὰ βρώματα τῇ κοιλίᾳ καὶ ἡ κοιλία τοῖς βρώμασιν;* Kor. 1, 8, 8: *βρῶμα δὲ ἡμᾶς οὐ παρίστησι τῷ θεῷ* »Speise wird uns Gotte nicht darstellen«; Kor. 1, 8, 13: *εἰ βρῶμα σκανδαλίζει τὸν ἀδελφόν μου;* Kor. 1, 10, 3: *πάντες τὸ αὐτὸ βρῶμα πνευματικὸν ἔφαγον* »unsere Väter haben alle einerlei geistliche Speise gegessen«, womit auf das Manna, die »Speise von übernatürlichem, göttlich geistigem Ursprung« hingewiesen wird; Tim. 1, 4, 3: *ἀπέχεσθαι βρωμάτων;* Ebr. 9, 10: *μόνον ἐπὶ βρώμασι καὶ πόμασι*, und Ebr. 13, 9: *χάριτι βεβαιοῦσθαι τὴν καρδίαν, οὐ βρώμασιν.*

Die Form *βρῶσις* begegnet außer Matth. 6, 19 und 20, wovon schon die Rede war, und an vier Stellen bei Johannes, wo es bildlich gebraucht ist, wie später noch angeführt werden wird, noch Röm. 14, 17: *οὐ γάρ ἐστιν ἡ βασιλεία τοῦ θεοῦ βρῶσις καὶ πόσις*; Kor. 1, 8, 4: *περὶ τῆς βρώσεως οὖν τῶν εἰδωλοθύτων*; Kor. 2, 9, 10: *ἄρτον εἰς βρῶσιν χορηγήσει;* Kol. 2, 16: *μὴ οὖν τις ὑμᾶς κρινέτω ἐν βρώσει ἢ ἐν πόσει* und Ebr. 12, 16: *Ἠσαῦ, ὃς ἀντὶ βρώσεως μιᾶς ἀπέδοτο τὰ πρωτοτόκια αὐτοῦ.*

Wir müssen nun noch einmal zu *ἄρτος* zurückkehren. Es hat sich uns oben ergeben, daß *ἄρτος* überall im Neuen Testamente nur »Brot« bezeichnet, nirgend etwa »Nahrung, Nahrungsmittel« überhaupt. Daneben ist nun aber noch hervorzuheben, daß es von Christus gar nicht selten als »Brot« auch in das übersinnliche Gebiet hinaufgehoben wird, dann also »übersinnliches, geistiges, himmlisches Brot« bezeichnet. So kann schon angeführt werden Matth. 15, 26 (ebenso Mk. 7, 27), wo Christus sagt »es ist nicht fein, daß man den Kindern ihr Brot (*τὸν ἄρτον τῶν τέκνων*) nehme und werfe es vor die Hunde« und mit dem Brot auf seine Heilandsthätigkeit hindeutet. An einer anderen Stelle (Matth. 16, 11) hatte Christus allerdings nicht

den Ausdruck »Brot« selbst, sondern »Sauerteig« (ἀπὸ τῆς ζύμης τῶν Φαρισαίων καὶ Σαδδουκαίων) bildlich gebraucht, er erläutert aber, als die Jünger ihn mißverstehen, »wie verstehet ihr denn nicht, daß ich euch nicht sage vom Brot (περὶ ἄρτων), wenn ich sage: hütet euch vor dem Sauerteig u. s. w.« Dann wird zugefügt (Vers 12): »da verstunden sie, daß er nicht gesagt hatte, daß sie sich hüten sollten vor dem Sauerteig des Brotes, sondern vor der Lehre (οὐκ εἶπεν προσέχειν ἀπὸ τῆς ζύμης τῶν ἄρτων, ἀλλ' ἀπὸ τῆς διδαχῆς) der Pharisäer und Sadducäer«. Ein wenig anders lautet die Darstellung bei Markus 8, 15—17. Christus sagt hier: »sehet euch vor vor dem Sauerteig (ἀπὸ τῆς ζύμης) der Pharisäer und vor dem Sauerteig Herodis«, worauf die Jünger unter einander sprechen »das ists, daß wir nicht Brot haben« (ἄρτους οὐκ ἔχομεν) und Christus nun zurechtweisend fortfährt »was bekümmert ihr euch doch, daß ihr nicht Brot habt (ὅτι ἄρτους οὐκ ἔχετε)«.

Vor allem ist hier nun aber eine Reihe von Versen aus dem sechsten Capitel des Johanneischen Evangeliums anzuführen. Jesus sprach (Vers 35 und ebenso Vers 48): »ich bin das Brot des Lebens (ὁ ἄρτος τῆς ζωῆς); wer zu mir kommt, den wird nicht hungern«; Vers 41: Die Juden murreten darüber, daß er sagte: »ich bin das Brot, das vom Himmel kommen ist (ὁ ἄρτος ὁ καταβὰς ἐκ τοῦ οὐρανοῦ)«; Vers 50: »so beschaffen ist das Brot, das vom Himmel kommt (οὗτός ἐστιν ὁ ἄρτος ὁ ἐκ τοῦ οὐρανοῦ καταβαίνων)«; Vers 51: »ich bin das lebendige Brot, vom Himmel kommen (ὁ ἄρτος ὁ ζῶν ὁ ἐκ τοῦ οὐρανοῦ καταβάς)«; »wer von diesem Brot essen wird (ἐκ τούτου τοῦ ἄρτου), der wird leben in Ewigkeit«, und »das Brot, das ich geben werde (ὁ ἄρτος δέ, ὃν ἐγὼ δώσω), ist mein Fleisch, welches ich geben werde für das Leben der Welt«; Vers 57: »wer mich isset, der selbige wird auch leben um meinetwillen« und Vers 58: »so beschaffen ist das Brot, das vom Himmel kommen ist (οὗτός ἐστιν ὁ ἄρτος ὁ ἐκ τοῦ οὐρανοῦ καταβάς), nicht wie eure Väter haben Manna gegessen und sind gestorben; wer dieß Brot isset (ὁ τρώγων τοῦτον τὸν ἄρτον), der wird leben in Ewigkeit«. Schon vorher hatte Christus gesagt Vers 32: »Moses hat euch nicht Brot vom Himmel gegeben, sondern mein Vater giebt euch das rechte Brot vom Himmel (δίδωσιν ὑμῖν τὸν ἄρτον ἐκ τοῦ οὐρανοῦ τὸν ἀληθινόν)«; Vers 33: denn das Brot Gottes (ὁ γὰρ ἄρτος τοῦ θεοῦ, das ist »das von Gott verliehene Brot«) ist es, das vom Himmel herabsteigt (ὁ καταβαίνων ἐκ τοῦ οὐρανοῦ) und Leben giebt der Welt«. Da sprachen sie zu ihm, heißt es dann Vers 34: »Herr, gieb uns allewege solch Brot« (πάντοτε δὸς ἡμῖν τὸν ἄρτον τοῦτον).

Im unmittelbaren Anschluß an diese Gedanken drängt sich zwin-

gend das Urtheil auf, daß mit dem Brot der vierten Bitte auch nur himmlisches Brot gemeint sein kann. Christus gebraucht den Ausdruck *ἄρτος* mit Vorliebe in höherer übersinnlicher Bedeutung und, wo das Wort *ἄρτος* überhaupt nicht in diesem höheren Sinne im Neuen Testamente gebraucht wird, haben wir gesehen, bezeichnet es doch nur Brot im engsten Sinne des Wortes, nicht etwa, wie man ohne jene höhere Auffassung hätte erwarten mögen und wie es heute so gern ganz willkührlich ausgelegt zu werden pflegt, »leibliche Nahrung« überhaupt oder in noch weiterem Sinne, »was überhaupt die irdischen Bedürfnisse befriedigen kann«.

Zu einer weiteren Stütze solcher Auffassung dient noch etwas, das uns bisher nicht genügend beachtet zu sein scheint, wir meinen die ganze Wortanordnung der vierten Bitte. Ganz wie zum Beispiel Matth. 2, 10 die sehr große Freude der Weisen beim Anblick des Sternes in der Höhe über dem Christkind dadurch besonders nachdrücklich bezeichnet wird, daß das adverbielle *σφόδρα* ans Ende gerückt ist, oder wie Matth. 5, 34, wo Christus das Gebot giebt, durchaus nicht zu schwören, das *ὅλως* nachdrücklich hinter das Verb gestellt ist, so bildet in der vierten Bitte bei Matthäus mit nicht zu verkennendem Nachdruck das adverbielle *σήμερον* »heute« den Schluß. »Gieb uns heute unser Brot«, solls heißen. Das ist eine höchst auffällige Einschränkung der Bitte, da sie so, wenn man das Brot sinnlich nehmen will, in zahllosen Lagen des Lebens, wie etwa nach dem Einnehmen jeder Abendmahlzeit und sonst, gar keine vernünftige Bedeutung haben kann, während doch das ganze übrige Vaterunser überall und zu aller Zeit und unter allen Umständen durchaus bedeutsam bleibt. In der Fassung bei Lukas findet sich statt des *σήμερον* bei Matthäus das adverbielle *τὸ καθ' ἡμέραν* »täglich«, das weiter greift und möglicherweise auch das ursprünglichere ist. Es ließe sich denken, daß ein altes aramäisches יוֹם בְּיוֹם »Tag für Tag, täglich«, wie sichs zum Beispiel Esra 6, 9 findet, zu Grunde gelegen habe und an dessen Stelle später ein vereinfachtes יומא getreten sei, das in Uebereinstimmung mit dem hebräischen הַיּוֹם »diesen Tag, heute« hätte bedeuten können. Aber ist nicht auch ein besonders betontes »täglich« bei der Bitte um leibliches Brot in Mitten aller sonst so ganz anders gestalteten Bitten höchst auffällig, während die Bitte um himmlisches Brot, um himmlische Stärkung sehr wohl auf ein heute, ja auf den Moment des Betens selbst beschränkt werden konnte? Warum statt des Brotes, das im Neuen Testament gar nicht jene so zu sagen ethische Bedeutung, die man mit dem deutschen Worte so gern verbindet, aufweist, nicht die Bitte um leibliche Nahrung überhaupt oder dann etwa, wenn auf das Leibliche und

Irdische so große Bedeutung gelegt werden soll, geradezu um Erhaltung des Lebens und der Gesundheit?

Man hat zur besonderen Begründung der Bedeutung des irdischen Brotes so gern auf die Salomonischen Sprüche (30, Vers 8) verwiesen und in den Worten »Armuth und Reichthum gieb mir nicht, laß mich aber mein bescheiden Theil Speise dahin nehmen« die bestimmte Grundlage für die vierte Bitte finden wollen. Aber ist es überhaupt denkbar, daß Christus für sein Mustergebet sich irgend einen Gedanken aus den Salomonischen Sprüchen geholt?

Weiter hat man behaupten wollen, in dem ἡμῶν neben ἄρτον läge noch ein besonderer Beweis für die sinnliche Bedeutung des letztern: unser Brot sei noch besonders deutlich als das für unser Leben nothwendige Brot. Aber bedürfen wir des himmlischen Brotes, der Stärkung für das Innere weniger?

Am wenigsten annehmbar aber darf man den doch oft genug ausgesprochenen Gedanken immer bezeichnen, daß offenbar mit besonderer Absichtlichkeit die Bitte um das Leibliche als die vierte von sieben gerade in die Mitte gestellt sei. Diese Zählung ist schon deshalb sehr bedenklich, weil die dritte Bitte gar nicht so sicher mitgezählt werden kann, da sie bei Lukas kritisch sehr verdächtig ist und sich auch leicht als erläuternde Erweiterung der zweiten Bitte ergiebt.

Der ganze Gedankenaufbau des Vaterunsers macht es unseres Erachtens auch noch deutlich genug, um was sichs in der vierten Bitte handeln soll. Nach der kurzen aber dadurch so innigen Anrede bei Lukas πάτερ, deren aramäische Originalform אַבָּא offenbar als besonders bedeutsam noch länger festgehalten wurde, da dieselbe zum Beispiel auch noch von Paulus (an die Römer 8, 15 und an die Galater 4, 6) angeführt wird, folgt zunächst die Bitte um Heilighaltung des Namens Gottes, das ist nicht der äußeren Namensform, sondern nach christlicher Auffassung alles dessen, was dieser Name in sich schließt. Dann heißt es »dein Reich komme«, also das Reich, in dem du allein der Herr bist und also nur deine Gebote gelten, welcher Gedanke in der dritten Bitte dann noch weiter erläutert und ausgeführt wird. Täglich gieb uns dein himmlisches Brot, stärke uns mit himmlischer Nahrung, schließt sich daran. Täglich: denn unsere Schuld ist ohne Maaß. Vergieb uns die Schuld, die wir auf uns geladen, und daran reiht sich abschließend der Ausblick in die weitere Zukunft »bewahre uns vor Versuchung, bewahre uns vor dem Bösen«. Wenn bei dem letzteren Gedanken viele Exegeten lieber an den Bösen als an das Böse denken wollen, so mag dagegen noch bemerkt sein, einmal daß wir den Teufel von Christus nirgend deutlich als »den Bösen« (ὁ πονηρός) bezeichnet finden, außer

im dreizehnten Capitel des Matthäus (Vers 19 und 38), das fast nur von Gleichnissen handelt und deshalb in seiner ganzen Ausdrucksweise etwas eigenthümlich gefärbt ist und nicht so allgemein maßgebend sein kann, und dann, daß Johannes 17, 15, wo in den Worten ἵνα τηρήσῃς αὐτοὺς ἐκ τοῦ πονηροῦ ein unverkennbar nächstverwandter Gedanke auftritt, in beachtenswerther Abweichung von dem ἀπὸ τοῦ πονηροῦ bei Matthäus (6, 13) und Lukas (11, 4) die Präposition ἐκ gebraucht ist, die im ganzen Neuen Testament niemals in ähnlichen Verbindungen vorkömmt, bei denen es sich um Persönlichkeiten handelt.

Wenn wir es so also von vorn herein nur für durchaus wahrscheinlich halten können, daß in der vierten Bitte nur von geistigem, von himmlischem Brot die Rede sein kann, so müssen wir nun zum Schluß noch auf die adjectivische Form zurückkommen, mit der jenes Brot näher bezeichnet worden ist, also das ἐπιούσιος. Nach allem, was früher schon über das Wort gesagt ist und bei aller strengen Vorsicht, die wir selbst oben bei der Ermittlung der Bedeutung des Wortes angewandt haben, bleibt die Thatsache bestehen, daß wir es mit einer ungeheuren Schwierigkeit zu thun haben, die sich bis zu voller Evidenz nicht scheint lösen lassen zu wollen. Bleibt doch immer die Möglichkeit, daß hier eine aramäische Grundlage bestand, die von dem Griechen etwa ebenso ungeschickt wiedergegeben wurde, wie das griechische ἐπιούσιος selbst dann wieder von dem lateinischen Uebersetzer bei Matthäus mit seinem unverständigen *supersubstantialis* oder zum Beispiel von dem alten slavischen Uebersetzer mit seinem künstlich gebildeten *nasonŝtĭnŭ*, dem auch kein vernünftiger Sinn innewohnt.

Der Versuch muß aber doch gemacht werden, auch von rein griechischem Boden aus, für das ἐπιούσιος ein Verständniß zu gewinnen, und so haben wir bereits oben ausgesprochen, daß es bedeuten kann »was ἐπί ist«, oder wenn wir seine adjectivische Bildung noch genauer betonen wollen, »was die Eigenschaft hat, ἐπί zu sein«. Da bleibt also nun noch zu prüfen, was jenes ἐπί selbst hier wird bedeuten sollen. Sein Gebrauch in den neutestamentlichen Schriften, in denen es gegen neunhundertmal auftritt, ist wesentlich derselbe, wie er sonst aus der griechischen Litteratur bekannt ist. Als deutliche Grundbedeutung — und nur an diese ist auch in ἐπιούσιος zu denken, da für die etwaige Annahme irgend welcher weiter entwickelten Bedeutung jeder bestimmtere Anhalt fehlt — ergiebt sich »auf, oben auf« oder auch »über«. So findet sichs Matth. 10, 27: κηρύξατε ἐπὶ δωμάτων »auf den Häusern, auf den Dächern«; Matth. 24, 17: ὁ ἐπὶ τοῦ δώματος μὴ καταβάτω (auch Mark. 13, 15 und ähnlich Luk. 17, 31); Matth. 24, 30: ἐρχόμενον ἐπὶ τῶν νεφελῶν (auch Matth. 26,

64); Matth. 24, 3: καθημένου δὲ αὐτοῦ ἐπὶ τοῦ ὄρους τῶν ἐλαιῶν; Mark. 6, 48: περιπατῶν ἐπὶ τῆς θαλάσσης (ähnlich v. 49 und Joh. 6, 19); Luk. 23, 38: ἦν δὲ καὶ ἐπιγραφὴ ἐπ' αὐτῷ »es war auch eine Ueberschrift über (nicht »auf«) ihm«, was in der Fassung bei Matthäus (27, 37) lautet: καὶ ἐπέθηκαν ἐπάνω τῆς κεφαλῆς αὐτοῦ τὴν αἰτίαν αὐτοῦ γεγραμμένην »und sie setzten über sein Haupt seine Schuld geschrieben«. Das im letzteren Satze gebrauchte ἐπάνω begegnet im Neuen Testament zwanzig Mal und fast ganz in derselben Bedeutung wie ἐπί. Zweimal aber begegnet es auch ohne casuellen Zusatz, nämlich Luk. 11, 44: οἱ ἄνθρωποι οἱ περιπατοῦντες ἐπάνω »die da wandeln oben auf«, wo aber μνημείων »Gräbern« sich aus dem Vorausgehenden sehr leicht ergänzt, und Matth. 2, 9: ἕως ἐλθὼν (nämlich ὁ ἀστήρ) ἐστάθη ἐπάνω οὗ ἦν τὸ παιδίον »bis er dahin kam und darüber stehen blieb, wo das Kindlein war«. Das in ἐπάνω steckende einfache ἄνω, mag hier noch erwähnt sein, begegnet im Neuen Testament auch an einigen Stellen, die sich hier zum Vergleich bieten, wie Joh. 8, 23, wo Christus sagt: »ihr seid von unten her, ich bin von oben (ἐκ τῶν ἄνω) herab, ihr seid von dieser Welt, ich bin nicht von dieser Welt« oder Kol. 3, 2: »trachtet nach dem das droben ist (τὰ ἄνω φρονεῖτε), nicht nach dem »das auf Erden ist«.

Das präpositionale ἐπί steht in den neutestamentlichen Schriften niemals ohne zugefügten Casus selbständiger, etwa in der Bedeutung »in der oberen Region, in der Höhe«, so daß es in ἐπιούσιος seine bestimmtere Richtung auch wohl nur durch das in der vierten Bitte ihm ganz nahe gestellte ἡμῶν erhält. So ergiebt sich für τὸν ἄρτον ἡμῶν τὸν ἐπιούσιον also die Bedeutung »unser Brot, das sich (»oben auf« oder besser) »oben über uns befindet« oder mit anderen Worten »unser himmlisches Brot«, das wohl nur deshalb nicht geradezu ἄρτος ὁ ἐπουράνιος genannt wurde, weil der aramäische Ausdruck, mit den Christus das von Gott zu erbittende Brot kennzeichnete, etwas anders lautete, als Matth. 18, 35 (ὁ πατήρ μου ὁ ἐπουράνιος) und Joh. 3, 12 (ἐὰν εἴπω ὑμῖν τὰ ἐπουράνια), wo jenes ἐπουράνιος in Aussprüchen Christi gebraucht ist. Unserem ἐπιούσιος ganz ähnlich hat der Verfasser des Briefes an die Ebräer (6, 4) jenes ἐπουράνιος gebraucht, er spricht von denen »die einmal erleuchtet wurden und das himmlische Gnadengeschenk gekostet haben (γευσαμένους τῆς δωρεᾶς τῆς ἐπουρανίου) und zu Theilhabern am heiligen Geist gemacht worden sind«.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

November 1885.

(Fortsetzung.)

Second Geological Survey of Pennsylvania.
1. Museum catalogue O.
2. — — OO.
3. Atlas Northern Anthracite fields Part. I. AA.
4. Perry County Part. I. Geology Γ. 2.
5. Warren County. Oil Wells I. 4.
6. Oil Well records and levels. I. I.
7. Oil region. III.
8. Oil region maps and Charts. III.
9. Monongahela river mines. K. 4.
10. Fayette and Westmoreland District. K. K.
11. Ligonier Valley. K. K. K.
12. Coke manufacture. L.
13. Chemical Analysis. Harrisburg. M. M.
14. Chemical Analysis. Harrisburg. M. 3.
15. Levels above tide. N.
16. Coal Flora text. Vol. 1. u. 2. P.
17. Coal Flora text and Plates. Vol. III. P.
18. Coal Flora Atlas. P.
19. Permian Flora. P. P.
20. Brechter and Hall. P. 3.
21. Beaver. North Allegheny. South Buttler. Q.
22. Lawrence County. Ohio line. Q. Q.
23. Mercer County. Q. Q. Q.
24. Erie and Crawford. Q. 4.
25. Mac Klean County. R.
26. M'. Klean County maps a. charts. R.
27. Cameron Elk and Forest Counties. Part. II. R. R.
28. Cameron Elk and Forest Counties maps and Charts. R. R.
29. Blair County. T.
30. Bedford and Fulton. T. 2.
31. Centre County. T. 4.
32. Northern Butler. V.
33. Clarion County. V. V.
34. Geological Atlas of Counties. X.
35. Terminal. Moraine. Z.

Report of progress in the laboratory of the survey at Harrisburg 1874—75.
Special report of the petroleum of Pennsylvania 1874.
Boletin del Ministerio de fomento della republica Mexicana. No. 85—93.
Karten von Sachsen enth. d. Hauptresultate aus den Beobachtungen der sämmtl. meteorolog. Stationen. Jan. — December.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

2. Juni. № 8. 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung am 8. Mai 1886.

Wüstenfeld legt (für die Abhandlungen) vor: Fachr-ed-Din, der Drusenfürst und seine Zeitgenossen. 2. Abtheilung.

de Lagarde: a. Ueber arabische Typen. b. Petrus im Canticum Canticorum. c. Ueber Giordano Bruno. d. Bemerkungen über W. R. Smith's Buch kinship and marriage in early Arabia.

Voigt legt von Herrn Dr. Volkmann in Königsberg die Fortsetzung seiner Abhandlung »über Mac Culaghs Theorie der Totalreflexion« vor.

Victor Meyer legt eine Abhandlung vor: »Ueber die Bestimmung des Kohlenstoff-, Wasserstoff- und Stickstoff-Gehaltes organischer Substanzen durch ein und dieselbe Verbrennung. Von Paul Jannasch und Victor Meyer«.

Schwarz legt eine Abhandlung des Herrn Prof. Heinrich Weber in Braunschweig, unseres Correspondenten, vor: »Ein Beitrag zu Poincaré's Theorie der Fuchs'schen Functionen.

Kleine Mittheilungen

von

Paul de Lagarde.

Die Akten des letzten Prozesses gegen Giordano Bruno.

Auf meine Frage, ob die Akten des mit der Verurtheilung und Hinrichtung des Angeklagten endenden Prozesses der Inquisition gegen Giordano Bruno noch vorhanden seien, und mir würden zugänglich gemacht werden, hat der Herr Unter-Archivar des heiligen Stuhles, Heinrich Denifle, unter dem fünften Mai 1886 geantwortet:

> Der Prozess des Giordano Bruno befindet sich nicht im vaticanischen Archiv. In letzter Zeit wurde vielfach darnach gefragt. Wo er stecken mag, kann ich leider nicht ermitteln.

WRSmiths Buch über das Verwandtschafts- und Ehe-Recht der alten Araber.

William Robertson Smith hat unlängst ein Buch Kinship and marriage in early Arabia herausgegeben, an das einige Bemerkungen anzuknüpfen ich für nothwendig halte.

Ueber das Buch selbst urtheile ich nicht: der كتاب الاغانى steht noch immer ungelesen in meiner Sammlung, den حديث kenne ich nicht, die ältesten Gedichte der Araber habe ich lange nicht, die Biographien Muḥammads und die HauptCommentare zum Koran nur unvollständig gelesen: mir fehlt mithin jedes Recht, für oder wider WRSmith etwas zu sagen, soweit Smith über die Epoche Muḥammads und die derselben unmittelbar vorhergehenden und unmittelbar folgenden Zeiten handelt [1]).

Aber ich will eine Wahrheit hervorheben, die mich als Theologen vorzugsweise interessiert. Selbst angenommen, daß Smith das gesammte zu beschaffende Material beschafft, daß er es systematisch durchgearbeitet hat, und daß die aus diesem Materiale gezogene Darstellung des arabischen Eherechts älterer Tage unanfechtbar ist, so folgt aus Smiths Arbeit für die Urzeit Arabiens nichts.

Mir scheint, als ob Smith selbst durch seine Untersuchung auch für die Kenntnis der Urzeit Arabiens etwas geleistet zu haben beanspruche: mindestens ist mir bei dritten Personen die Anschauung entgegengetreten, als ob mittelst dieser für jene etwas gewonnen sei: deshalb spreche ich meinen Vorbehalt ausdrücklich aus.

Der älteste Zeuge, der über das Eherecht, nicht der Araber, sondern eines Theils der Araber, etwas meldet, ist Strabo ιϛ 4, 25 = 783 Casaubon. Strabo redet nur über das sogenannte glückliche Arabien: was er bringt, macht mir den Eindruck, als wolle er sagen, die von ihm geschilderten Zustände seien nur in dem glücklichen

1) Sehr zu bedenken wird immer die Thatsache sein, daß WAhlwardt in seinen Bemerkungen über die Aechtheit der alten arabischen Gedichte (1872) recht dringende Zweifel gegen die Echtheit der alten arabischen Poesien ausgesprochen hat (meine Symmicta 1 62, 15 verglichen mit Osianders Urtheile ZDMG 7 464), und die andere Thatsache wird in das Gewicht fallen, daß die Steine ganz andere Gottheiten nennen als die Bücher uns genannt hatten. Ich habe stets aufs Neue den Eindruck, daß wir über die Geschichte AltArabiens nur ungenau unterrichtet sind, daß Schlüsse aus den Thatsachen der geographischen Namen vielfach sicherer zu einem Ziele führen als Abhören der ausdrücklichen Zeugen dies thut. Die griechischen Quellen über AltArabien hoffe ich noch selbst gesammelt vorlegen zu können, woferne mir die deswegen nöthigen Reisen zu unternehmen möglich sein sollte. Ich bin 1885 in Rom mit Nothwendigerem nicht fertig geworden.

Arabien, nicht in den übrigen Theilen der arabischen Halbinsel zu finden.

»Early Arabia« ist mithin, soweit ausdrückliche Zeugnisse in Betracht kommen, frühestens das Arabien des Aelius Gallus, also Arabien, wie es zur Zeit des Augustus war, und es ist nur das glückliche Arabien dieser Zeit.

Ἀδελφοί, sagt Strabo, *τιμιώτεροι τῶν τέκνων· κατὰ πρεσβυγένειαν καὶ βασιλεύουσιν οἱ ἐκ τοῦ γένους καὶ ἄλλας ἀρχὰς ἄρχουσι. κοινὴ κτῆσις ἅπασι τοῖς συγγενέσι, κύριος δὲ ὁ πρεσβύτατος. μία δὲ καὶ γυνὴ πᾶσιν· ὁ δὲ φθάσας εἰσιὼν μίγνυται, προθεὶς τῆς θύρας τὴν ῥάβδον (ἑκάστῳ γὰρ δεῖν ῥαβδοφορεῖν ἔθος), νυκτερεύει δὲ παρὰ τῷ πρεσβυτάτῳ δι’ ᾗ ὃ καὶ πάντες ἀδελφοὶ πάντων εἰσί. μίγνυνται δὲ καὶ μητράσι. μοιχῷ δὲ ζημία θάνατος· μοιχὸς δ’ ἐστὶν ὁ ἐξ ἄλλου γένους.* Folgt noch die Geschichte, wie eine schöne Königstochter — in Mährchen treten entweder Königstöchter oder Gänsemädchen auf, und wie billig unter Semiten Kronen waren, zeigt das Buch Iosue 12, indem es auf einem Landstriche von der Größe des heutigen Würtemberg 31 Stück Majestäten als besiegt und ausgerottet nachweist, so daß der Vater jener Königstochter Strabos nach unsern Begriffen vielleicht in einer Art Mentuletum den Bauermeister spielte — folgt also die Geschichte, wie eine schöne Königstochter sich durch List von der zu großen Mittheilsamkeit ihrer funfzehn sogenannten Brüder befreite.

Ich schiebe die Bemerkung ein, daß die Stäbe, deren Strabo hier gedenkt, auf einem südArabischen Denkmale dargestellt erscheinen, das Herr DHMüller ZDMG **30** vor Seite 115 hat abbilden heißen, und daß Herr Mordtmann ebenda **35** 440 441 gelegentlich jenes Meisterwerks sabäischer Kunst auf Strabos *ἑκάστῳ [δεῖν] ῥαβδοφορεῖν ἔθος* verweist, und den محجن (sehen wir diesen ZDMG **30** zu Seite 21?) aus Ibn Duraid [كتاب الاشتقاق] 307 [,6 Wüstenfeld] belegt.

Ein anderes Bild zeigt uns der von der Zeit des Kaisers Constantius redende Ammianus *ιδ* 4, 3—5. Die Aussage des Ammianus bespricht Smith 65, ohne nachher den Namen Ammian in seinen Index aufzunehmen. Saraceni, deren exordiens initium ab Assyriis ad Nili catarractas porrigitur et confinia Blemmyarum — eine reichliche Ausdehnung des Begriffs Saraceni, die der Glaubwürdigkeit des Schriftstellers in meinen Augen abbricht. Es heißt: Uxores mercennariae conductae ad tempus ex pacto, atque ut sit species matrimonii, dotis nomine futura coniunx hastam et tabernaculum offert marito, post statum diem, si id elegerit, discessura: et incredibile est quo ardore apud eos in Venerem uterque solvitur sexus.

Bei Ammian wie bei Strabo scheint allerdings das Weib die Hauptperson zu sein: aber im glücklichen Arabien ist sie eine lupa,

bei den von Assyrien zu den Katarrakten des Nil streifenden Saracenen ein von einer lupa nicht allzuverschiedenes Eheweib auf Kündigung. Die Ehre der Vaterschaft kann freilich da nicht hoch gegolten haben, wo Zustände bestanden, wie Strabo und Ammianus sie schildern. Aber von diesen Zuständen auf ein Matriarchat schließen möchte ich nicht: wozu denn so vornehmen Titel? was unter diesen Menschen gebar, war was moderne »Wissenschaft« das menschliche Mutterthier nennt, nicht war es eine Mutter.

Ich bestreite dem Collegen Smith hier nicht, daß vor Muḥammad die Ehe der Araber unsern Idealen nicht entsprach: wie sie beschaffen war, mag Er ermitteln: ich beschäftige mich hier nur mit Beantwortung der Frage, ob der Zustand, wie ihn Strabo aus dem glücklichen Arabien berichtet, der normale Zustand altArabischen Ehelebens seit den ältesten Zeiten, etwa gar seit der Urzeit, gewesen ist.

Nicht bestreite ich irgend eine Thatsache aus Vernunftgründen: so gut die Urkröte schon eine Kröte war, so gut kann der UrAraber der Saufink gewesen sein, als der sein dem Aelius Gallus entgegentretender Nachkomme sich betragen hat. Aerzte dürften allerdings vielleicht glauben, daß die Fortpflanzung in solchen Ehen in nicht langer Zeit aufhören werde, und dürften daraus, daß das Volk der Araber doch nicht ausgestorben ist, Zustände, wie Strabo sie schildert, als nicht lange dauernd ansehen lehren: doch es könnte ja ein besonderer, die Thatsachen gewöhnlicher Erfahrung bei Seite schiebender Segen der Vorsehung auf dieser Rasse geruht haben [1]).

Wohl aber bestreite ich das Recht, Smiths Ergebnisse schon jetzt zurückzudatieren. Denn wir haben zwar nicht über die Ehe der Araber, aber über die Araber selbst ältere Nachrichten, die erwogen werden müssen, ehe wir den Ahnen das Thun nachsagen, das wir an gewissen Enkeln kennen.

Noch jüngst hat Paul Haupt in den Hebraica **1** (auch besonders:

1) Lese Smith was JGWetzstein in den Verhandlungen der Berliner anthropologischen Gesellschaft von 1878 Seite 393 auseinandergesetzt hat. Obwohl die Araber (ebenda 388) eine lebhafte Abneigung gegen Tapferkeit besitzen, sorgten und sorgen doch die unaufhörlichen Stammfehden dafür, daß die Männer nicht zu zahlreich werden. Der unversorgbaren Töchter gab es in Folge davon eine so große Zahl, daß die Väter ihren Ueberfluß lebendig begruben, nachdem sie ihm Brautkleider angelegt hatten. Da denke sich Einer Zustände wie die von Strabo geschilderten als die Regel. Ausnahmen dieser Art werden, da Strabo sie berichtet, dagewesen sein: für gewöhnlich kamen gewis weit eher auf Einen Mann mehrere Weiber als auf Ein Weib mehrere Männer. Menschenreich sind nach Wetzstein 395 Ḥaçramaut und die südlichen Sarawât: dahin paßt Strabos Bericht allenfalls: auf das ganze Arabien paßt er meines Erachtens nicht.

Wâteh ben Hazael, Chicago 1885) Beziehungen besprochen, welche um 650 vor unsrer Aera zwischen Sardanapal von Ninive und arabischen Stämmen bestanden haben. Wir wissen, daß die Aegypter über Arabien sehr wohl unterrichtet gewesen sind, und daß פוּט des jüdischen Kanons der aegyptische Name gerade SüdArabiens war. Mir scheint unerläßlich, ehe man den Schluß zieht »weil unter Augustus Ein Stamm der Araber in der von Strabo angegebenen Weise lebte, lebten alle Vorfahren aller arabischen Stämme von Anbeginn des Araberthums in dieser Weise« — mir scheint, sage ich nöthig, ehe man diesen Schluß zieht, Assyrer und Aegypter danach zu fragen, ob sie von einem Matriarchate etwas erzählen, das allem Anscheine nach assyrischen und aegyptischen Sitten nicht entsprochen hat, also bemerkt und angemerkt worden wäre.

Die Antwort auf diese Frage kann natürlich nicht Ich geben: die Frage zu stellen bin auch ich berechtigt, aber auch Smith hätte sie wohl stellen sollen.

Smith hat nun einen ganz besondern Beweis für seine Anschauungen beigebracht, den »Totemismus«. Aus dem Umstande, daß viele arabische Stämme Thiernamen tragen, erschließt er diesen »Totemismus«, aus dem »Totemismus« dann alles Uebrige. Wegen des Ausdrucks Totemismus verweist er 301 auf eine im Fortnightly Review des Oktober und November 1869 und des Februar 1870 erschienene Abhandlung seines Freundes McLennan, und auf den Artikel Mythology in der Encyclopaedia Britannica. Er sagt 186: A totem tribe is one in which the belief that all members of the tribe are of one blood is associated with a conviction, more or less religious in character, that the life of the tribe is in some mysterious way derived from an animal, a plant, or more rarely some other natural object. If the totem is a bear, the tribe is the bear tribe, and all its members not only call themselves bears but believe that actual bears are their brothers and refuse to eat their flesh (unless perhaps on solemn occasions by way of sacrament). The totem animal is sacred and is often invested with the character of a god.

Der »Totemismus« erscheint bei den Rothhäuten NordAmerikas und bei gewissen Australiern: ich setze voraus, daß die über ihn Berichtenden die nöthigen Sprachen- und Menschenkenntnis besessen haben, um zu verstehn und aufzufassen was ihnen gesagt und gezeigt wurde.

Der Schluß vom Jahre 1700 oder 1750 nach Christus auf 4000 vor Christus, von nadowessischen Zeitgenossen Ludwigs des Vierzehnten oder Gottscheds und von Papua Zeitgenossen Josephs von Eichendorff auf Semiten der Epoche Abrahams oder auch nur Salomons scheint mir nicht sehr bündig.

Ich vermuthe, Smith gehe stillschweigend von dem Satze aus, die Menschenwelt habe eine normale Entwickelung durchzumachen, deren Eine Periode die des in NordAmerica und Australien noch heute vorliegenden, in Arabien irgend wann einmal früher durchlebten Totemismus sei.

Ich aber bestreite, daß darum, weil die Nadowessier im Jahre 1750 nach Christus Totemisten gewesen sind, die Araber 4000 Jahre vor Christus ebenfalls Totemisten gewesen sein müssen. Denn daß es sich in der Menschengeschichte im Wesentlichen nicht um Naturgeschichte handelt, beweist allein schon der Umstand, daß, falls Smith Recht hätte, Ein Volk tausende von Jahren, nachdem ein anderes Volk eine frühere Stufe verlassen hat, auf dieser Stufe noch beharrt haben würde. Warum hat sich der Nadowessier nicht ebenfalls zum Islam entwickelt, wenn Menschenentwickelung eine natürlich-gesetzmäßige ist? welches x hat den Nadowessier beim Totemismus zurückgehalten, während der Araber über den Totemismus hinausgekommen ist? Hängt das geistige Leben der Rothhaut daran, daß am Susquehannah andere Bedingungen physischer Existenz vorliegen, als sie der Semit am Euphrat, der Arier in dem Hochgebirge Bactriens oder in der Gegend von Wiesbaden gefunden hat? und warum sind jene mit dem Wasser des Susquehannah zufrieden geblieben, während Semiten und Arier an anderen Quellen zu trinken suchten? Hier tritt eine, oder treten mehrere Unbekannte in die Rechnung, auf die Smith keine Rücksicht genommen hat: am schwersten fällt die fundamentale Verschiedenheit der Sprachen in das Gewicht, die wenigstens mir die Folgerung verbietet, die Smith seiner Auseinandersetzung als Postulat voraufzudenken scheint.

Es gab bei den Arabern von Thiernamen hergenommene Bezeichnungen der Stämme. Wie ich jüngst, als ich über *'Αρτάγνης* handelte, nicht an die Nachweisungen gedacht habe, die Georg Hoffmann in den Auszügen aus syrischen Akten persischer Märtyrer 145 über *Ορλαγνο* (so liest Herr von Sallet das alte *Ορδαγνο*) gegeben, so hat Smith vergessen, daß ich selbst 1870 in den Onomastica sacra 2 95 רְאוּבֵן für رئبال (Lane 994) erklärt, daß ich also nichts gegen eine gewisse Geltendmachung der انمار und كلاب einzuwenden habe. Aber für angeblichen Totemismus lasse ich die انمار und كلاب und ذئاب nicht verwenden, da eine andere Deutung dieser Namen näher liegt, und ich das Naheliegende (Mittheilungen 1 95) hier nicht für das Richtige zu halten keinen Grund habe.

Oldenberg hat in seinem Buche über Buddha 89/90 gegen Herrn Emil Senart über seinen am Fuße eines Baumes sitzenden und nachdenkenden Helden geschrieben: »Wir [warum »wir«?] sind nicht

vergleichende Mythologen, und erinnern uns, daß außer den Wolkenbäumen, die vom Blitze zerschmettert oder vom Sonnenzwerge umgestürzt werden [1]), auch auf dieser Erde Bäume wachsen, und wir gehn so weit zu vermuthen, daß die Bäume, an deren Fuße Gotama Buddha zu sitzen und zu meditieren pflegte, dieser zweiten, zwar viel weniger tiefsinnigen, aber doch auch recht verbreiteten Klasse von Bäumen angehört haben«. Und ebenda 96 hat Oldenberg den Glauben ausgesprochen, Buddhas Mutter habe ihren Namen Mâyâ nicht um mythischer oder allegorischer Geheimnisse willen geführt, sondern weil sie Mâya hieß. Auch ich bediene mich im Folgenden, wie Oldenberg es gethan, des gesunden Menschenverstandes, und nehme an, daß nicht alle alten Menschen so hinter Wolken, die als Ottern einen Blitzlachs in der Schnauze tragen, hinter am Himmel als Rankengewächse gedeihenden Blitzen, hinter als Strahlen ausspritzende Phalli aufgehenden Morgensonnen und ähnlichen Sonderbarkeiten hergesehen haben, wie die öffentliche Meinung unsrer hellen Tage ihnen nachredet. Freilich kann ich zur Strafe so entwürdigenden Unglaubens an die *Νεφελοκοκκυγία* den Titel Giordano Brunos meinen Titeln beifügen.

Die Aegypter, sagt die durch den ihr als traurige Mitgabe für

---

1) Herr Wilhelm Schwartz, Schwager des verstorbenen Adalbert Kuhn, einst mein College am Friedrichs-Werderschen Gymnasium, wie Adalbert Kuhn mein College am Köllnischen Gymnasium zu Berlin gewesen ist, hat — ich danke die Nachweise Schwartz selbst — in der zu Berlin erscheinenden Zeitschrift für Ethnologie 6 167—188 409 410 den »himmlischen Lichtbaum«, der auch ein »(rother) Sonnenphallos« sei, besprochen: der Himmel habe als ein Wolkengarten gegolten, in dem die zackigen Blitze als Rankengewächs, die Sonne als ein mit seinen Strahlen durch die Wolken sich verästender Baum, der Mond ebenfalls als ein »aufsteigender Apfelbaum« erschienen sei, »an dem die goldigen Sternenäpfel prangen«. Diese Abhandlung (es muß auch irgendwo noch eine erheblich deutlicher redende desselben Mythologen gedruckt sein) ist wiederholt in des Herrn Schwartz Buche: Praehistorisch-anthropologische Studien, Berlin 1884, Seite 274 ff. Herr Schwartz ist dann alsbald auf seine Ansichten zurückgekommen in der Schrift: indogermanischer Volksglaube, Berlin 1885, woselbst »der himmlische Lichtbaum der Indogermanen in Sage und Kultus« sowie »die mythischen Schmarotzerpflanzen am himmlischen Lichtbaum[e] und ihr Hineinspielen namentlich in der [so] Aeneas-, Baldur- (Isfendiar-) und Brunhildsage« behandelt werden. Herr Schwartz ist schon des dritten preußischen Gymnasiums Director, und seine Beziehungen zu Virchow und Kuhn liegen offen vor, so daß ich einem so bekannten Gelehrten gegenüber Oldenbergs Worte ohne Anmerkung hätte verständlich glauben dürfen, wenn ich nur für Deutschland schriebe. Englische Totemisten, welche die durch Strabos Nachrichten verbürgte arabische Anschauung der Ehe vielleicht als einst allgemein gültig erweisen möchten, werden in jenen Büchern Material zu meiner Bekämpfung finden, das ich ihnen nicht vorenthalten mag. Wer in der Morgensonne einen thätigen Penis sieht, und diesen als Gott anstaunt, darf mit Strabos SabäerEhe zufrieden sein.

ihr Sterben anhaftenden sogenannten Monotheismus der Juden um Nachdenken und Sehfähigkeit gebrachte christliche Theologie, die Aegypter beteten Thiere an. Es ist eine Bêtise, sich nicht nach der Ursache dieser angeblichen Anbetung umzuthun. Wie ich es trotz Smith 186 für unmöglich halte, daß je ein unverderbter Mensch in einem Bären seinen Vater erblickt (ich würde einen an derartigen Wahnvorstellungen leidenden Bruder einem zuverlässigen Irrenarzte zur Behandlung zuführen), so halte ich es für unmöglich, daß je ein unverderbter Mensch ein Krokodil oder einen Ibis angebetet habe: was die sogenannte Bildung aus unverderbten Menschen macht, erleben wir freilich an uns und unsrer Umgebung alle Tage, da unsres Lebens Hälfte mit dem Abschütteln zur Plage gewordener Wohlthat, als Unsinn auf uns lastender Vernunft der Ahnen und mit dem Kampfe gegen die alle Abgestorbenheiten der Vorzeit zu galvanischen Zuckungen veranlassenden Lügner neben uns erfüllt ist. Wenn ein aegyptischer Gott einen Sperber-, Hunde-, Ibiskopf trug, so sollte das zeigen, daß man im Sperber, Hunde, Ibis Eigenschaften bemerkt hatte, welche man als Theile des eigenen ethischen Ideals anerkannte. Daß nachmals der Katechismus, oder was dem Katechismus in Aegypten an Werthe gleich stand, den Anubis für einen Hund gehalten hat, ist schon möglich: daß noch später die Dogmatik mit diesem Anubis ihre Attrappenkunststücke gemacht haben wird, wahrscheinlich: aber das beweist gegen das Princip nichts, um das wir uns hier allein zu kümmern haben. Ich versuchte 1868 in den Beiträgen zur baktrischen Lexikographie 28 an գոմէզ einen mythologischen Prozess nachzuweisen. Als ich 1863 (was Smith 221 anführt) den Iolaus deutete, faßte ich die Wachtel, den Zugvogel, der den Lenz bringt, als Symbol der Wiederkehr des Lebens, ganz wie wir jede Ostern die Eier und die grünen Kräuter, wie wir den Ring der Ehe und den Ritterschlag als Symbol fassen: nicht dachte ich mir die mit dem Frühjahre wiederkehrende Wachtel als Wachtel verehrt.

Smith wird in Arabien zu Pferde gesessen, wird vielleicht schon einen Hund sein Eigen genannt haben, er wird Chamissos Gedicht »der Bettler und sein Hund« nachlesen können. Wir Alle haben mit Thieren, woferne wir diese nicht zum Erwerben brauchen, (und auch oft dann, wann wir dies thun), ein ethisches Verhältnis, weil wir an diesen Thieren uns wohlthuende, an den uns nahe kommenden Menschen öfter als nur gelegentlich vermißte Charakterzüge entdecken. Mindestens zweierlei gilt: das Thier ist sich und dem Freunde treu, es lügt nicht und hat auch keine Launen. Wenn ein arabischer Stamm sich nach einem Thiere nennt, so will er damit meines Erachtens sagen, daß er die Eigenschaften dieses Thieres als die vor-

zugsweise von ihm nachzuahmenden ansieht, wie er damit, daß er sich nach irgend einem sogenannten Gotte nennt, aussagt, daß dieser Gott sein Ideal ist.

Smith hat bei seiner Totem-Theorie eine Thatsache nicht beachtet, die ihm verhängnisvoll werden dürfte. Er sieht in den ذئاب und كلاب Leute, die von einem Urwolfe oder Urhunde abstammen. Alle heiligen — oder aber (nach semitischen Denkregeln) unreinen — Thiere sind ihm göttergleiche Ahnen irgendwelcher arabischen Horde. Aber warum fehlt dann unter den Hordennamen das bekannteste — unreine, das heißt heilige, ahnenhafte — Thier, unser Freund, das Schwein? Wir haben noch heute semitische Hyophoben neben uns leben, aber kein Stamm der Araber heißt خنزير? Das blauste Blut, die arabischen Seitenstücke der כֹּהֲנִים, würden, falls Smith Recht hätte, ein Clan der خنازير sein müssen. Auf meinem Standpunkte erklärt sich der Thatbestand, daß in Smiths Liste das Schwein fehlt, leicht. Das Schwein hatte keine ethischen Eigenschaften — Brehm kennt ihrer ein Paar, aber das ist Brehms Specialität —, darum war es für die Namengebung unverwendbar. Die Hyäne stinkt heftig, und sieht scheußlich aus, aber sie besitzt eine Fähigkeit von hinten anzugreifen (FDieterici Reisebilder aus dem Morgenlande 2 146), die sie, falls ihr Publicum für die Würdigung dieser Eigenschaft günstig gestimmt war[1]), als Ideal — nicht aller Menschen — erscheinen, und einem Clane den Namen ضبيعة verleihen konnte. Analog spielt nicht die Sau, aber der Eber bei Eraniern und Germanen seine Rolle, der, wenig hyänenmäßig, rücksichtslos geradeaus auf Vernichtung seiner Feinde ausgeht: der Donner wurde als hauender Eber gedacht: Eberstein ist ein häufiger Name, und die von Eberstein führen die drei Rosen, das heißt, die drei blutenden Wunden im Schilde, welche sie zu schlagen pflegen: die von Hardenberg zeigen Eberköpfe. Ueberhaupt sind die deutschen und römischen Wappenbilder, wie die unsren Göttern beigegebenen Thiergefolgschaften derselben Anschauung wie jene arabischen ذئاب und أنمار und رآبل, entsprungen. Masûdî Murûg 7 165. Ausnahmen dieser Regel gibt es, aber sie sind als Ausnahmen erkennbar[2]).

---

1) We must think of the earliest Arabs as pure savages . . . In truth the early Arabs were not only savages but cannibals: Smith 284. Das reime wer mag mit der Thatsache, daß andere Gelehrte den Islâm als die reife Frucht des Semitismus ansehen, und zwar Gelehrte, die alles andere eher als »Antisemiten« sind.

2) Aelian über Thiere γ 13 *γέρανοι . . . . ἀναπαύονται νύκτωρ καὶ καθεύδουσι, τρεῖς δὲ ἢ τέσσαρες προφυλάττουσι τῶν λοιπῶν, καὶ ὑπὲρ τοῦ μὴ κατακοιμίσαι τὴν φυλακὴν ἑστᾶσι μὲν ἀσκωλιάζουσαι, τῷ γε μὴν μετεώρῳ ποδὶ λίθον κατέχουσι τοῖς ὄνυξι μάλα ἐγκρατῶς τε καὶ εὐλαβῶς, ἵνα ἐάν ποτε λάθωσιν ἑαυτὰς ἐς ὕπνον ὑπολισ-*

Ich mache auf noch Eines aufmerksam.

Ist, wie Smith zu glauben scheint, der »Totemismus« eine unumgängliche Stufe menschlicher Entwickelung, so muß er auch bei Nationen aufzuweisen sein, die eine durch Urkunden belegbare Geschichte gehabt haben. Chinesen, Aegypter, Inder, Griechen reichen mit ihren Erinnerungen höher hinauf als Nadowessier und Papuas: warum mißt Smith seine Araber nicht an ihnen? Unser Feld wird ja freilich von Linguisten beblüht, die Griechisch, Gothisch, Sanskrit, Arabisch, Aegyptisch nicht lesen, aber aus der ihnen von Niemandem controllierten Kunde der Idiome Hyahym und Wauwau das Wesen der Sprache ergründen. Quique potes Hecubam, non potes Andromachen. Ich möchte nicht, daß derlei Linguisten mit der Ethnologie Bastarde zeugten: diese wären kaum eine der Landschaft zu wünschende Belebung. Jedenfalls gehört WRSmith kraft seiner Kenntnisse, seiner Begabung und seines ernsten Willens nicht auch nur in die Nähe dieser Leute.

Smith schilt 203 diejenigen who do not know savage ways of thought. Es wird sich darum handeln zu wissen, was savage heißen soll. Hat sich die Menschheit aus der Thierheit, oder hat sie sich aus einer Menschenkindheit zu der jetzt von ihr eingenommenen Daseinsform emporgearbeitet? Ich behaupte Aus der letzteren, erstens, weil ich eine *μετάβασις εἰς ἄλλο γένος* nirgends kenne, zweitens, weil die Entstehung der Sprachen, die immer mit Sätzen, nicht mit Wurzeln oder Affixen in das Leben treten, nicht an eine Thierheit grenzen, sondern nur aus einer Menschenkindheit, aus der Fähigkeit menschlich zu denken, erwachsen sein kann. Weiter: Sinken Völker (wie

---

θάνουσαι, πεσὼν καὶ ὑποκτυπήσας ὁ λίθος ἀποδαρθάνειν καταναγκάσῃ. Aristoteles erzählt in der Thiergeschichte ɩ 10 dies nicht, aber Aelians Bericht läuft durch alle Zeiten und Länder: noch in Valentin Kräutermanns 1716 erschienenem Werke »das in der Medicin gebräuchligste Regnum Animale oder Thierbuch« lese ich 165 von den Kranichen: »des Nachts halten sie Wache, und welche unter ihnen wachen, nehmen in einen Fuß ein Steingen, also, daß sie mit einem Fuß nur stehen, und wann sie schlummern, und das Steingen ausfällt, wachen sie drüber auff«. Wegen der Herrschaft Kranichfeld haben die Fürsten von Reuß im Wappen einen Kranich, dessen aufgehobener rechter Fuß nach den mir in meiner Kindheit von einem Reuß gemachten Mittheilungen eine Kugel hält. So erscheint der Vogel auf den Titelblättern der im Auftrage des regierenden Landesfürsten zu Gera 1870 von GBrückner herausgegebenen Volks- und Landeskunde des Fürstenthums Reuß jüngerer Linie. PhIacSpener freilich kennt in der historia insignium illustrium (Frankfurt 1680) 1 320, woselbst Kaiser Ferdinands Wappenbrief vom Jahre 1561 abgedruckt ist, diese Kugel nicht: ebensowenig erscheint sie auf seiner Tafel 13. Es wäre immerhin möglich, daß ein den Stein haltender Kranich von dem an der Ilm gegen die Sorben wachenden deutschen Manne als Sinnbild seiner Aufmerksamkeit in das Schild genommen worden wäre.

einzelne Menschen dies thun) unter Umständen von einem höheren Standorte auf einen niederen zurück? ist das »Savage«thum die Folge eines solchen Zurücksinkens? Ich antworte Ja: denn im Völkerleben gelten dieselben Gesetze der Entwickelung wie im Leben der Individuen, und im Leben der Individuen ist ein Sinken überall da festzustellen, wo nicht ein Steigen stattfindet. Ich betrachte — das ist schon in den deutschen Schriften ausgesprochen — die Rothhäute Americas, die Papuas Australiens nicht als Reste einer Urzeit, sondern als ausgeschiedene Schlacken einer Entwickelung, und kann mir deshalb nicht gefallen lassen, die Existenzformen jener als maßgebend für die Beurtheilung geschichtlicher Völker anzusehen. Der Anatom wird sich nicht gemüßigt finden, dem Studenten des zweiten Semesters, der gesunde Lebern kennen lernen soll, als Muster menschlicher Bildung eine brandig entartete Leber vor Augen zu legen. Smith und seine Meister verkennen, daß in der Geschichte neben hellen Geistern auch ein finsterer Geist umgeht, der Sünde heißt, dessen Spuren überall zu sehen, dessen Thaten auf Schritt und Tritt zu erkennen sind.

Nachdem ich erwiesen, daß die von WRSmith in Betreff des Eherechts der Tage vor Muḥammad vielleicht gewonnenen Ergebnisse als in älteren Zeiten geltend nicht eher angesehen werden dürfen, als bis man ermittelt hat was Aegypter und Assyrer über das Arabien der aegyptischen und assyrischen Epoche sagen, nachdem ich meine Gründe gegen die Annahme, der Totemismus sei eine einst dem Menschengeschlechte gemeinsame Form der Religion und Psychologie gewesen, vorgetragen habe, komme ich nun darauf zu sprechen, daß uns auch ohne die Hülfe der Assyriologen und Aegyptologen und ohne die Philosophie der Geschichte gegen Smith in das Gewicht fallende Thatsachen bekannt sind.

Hartwig Dérenbourg, dessen musterhafte Ausgabe des Sîbawaihi mir das Recht eintragen wird, ohne Nachprüfung mich auf seinen Aufsatz zu beziehen, hat in der Revue des études Juives 1 56—60 eine Liste der dem alten Testamente und den Steinen SüdArabiens gemeinsamen Eigennamen geliefert, aus der nur מְשֻׁךְ zu streichen sein wird. Da Strabos Bericht über die Ehen der SüdAraber der Ausgangspunkt für Smiths Abhandlung gewesen ist, kommt gerade auf SüdArabien für uns viel an.

HDérenbourg ist der Ansicht, daß die SüdAraber, als sie gegen das Jahr 200 unsrer Aera sich zum Judenthume bekehrten, eine Liebhaberei für jüdische Namen gefaßt, und die aus den Steinen von ihm als hebräisch gesammelten Namen aus dem alten Testamente auf ihre Kinder übertragen haben.

Gegen diese Auffassung sprechen mir drei Gründe.

Erstens haben die SüdAraber wohl überhaupt nicht zu viel gelesen, und den Kanon der Juden gewis am wenigsten.

Zweitens würden die Herren Bekehrten, falls sie jüdische Namen für ihre Söhne wählen wollten, die Namen Abraham, Isaac, Iacob, David, Salomon, Moses, Aharon, sie würden die Namen der Propheten nicht übergangen haben, da für das Judenthum, zu dem man sich nach Dérenbourg doch bekennen wollte, nur diese Namen charakteristisch waren. Von diesen Namen allen trifft man in Dérenbourgs Liste keinen einzigen.

Drittens: statt der mit יַהְוֶה zusammengesetzten Namen finden sich solche mit אֵל. An und für sich würde sich das auf die von mir in meinen Mittheilungen 1 98 angegebene Weise erklären lassen: in Verbindung mit dem soeben Besprochenen zwingt es zu der Annahme, daß die Eltern eines יכלאל oder יקמאל oder צדקאל nicht יְכָלְיָה und יְהוֹיָקִים und צִדְקִיָּהוּ aus der Proselyten des Thores gebührenden Bescheidenheit eine Terze tiefer gesetzt haben, sondern יכלאל und יקמאל und צדקאל ebenso wie die andern sowohl in Sabaea wie im Kanon der Juden vorkommenden Namen nicht sowohl von bekehrten Homeriten gepflückte Lesefrüchte, als vielmehr Beweise einer Urgemeinschaft zwischen den Homeriten und einem der in Palaestina seßhaft gewordenen Völker sind.

Damit wäre ich auf das 1877 in den Symmicta 1 114 Dargelegte geführt worden [1]).

---

1) JGWetzstein hat den Zusammenhang SüdArabiens mit Palaestina ebenfalls bemerkt: er denkt sich die Sache nur umgekehrt wie ich. Er geht von פֶּלֶג, dem Bruder des יָקְטָן aus: Gen. 10, 25. Den Phaleg deutete er in den Verhandlungen der Berliner anthropologischen Gesellschaft 1878, 397 ebenso wie ich ihn, ohne damals seinen Aufsatz gelesen zu haben, 1880 in meinen Orientalia 2 50/51 gedeutet habe, auf das von der Straße von Baçra nach Yamâma liegende Falg — daß רעו Genes. 11, 18 durch Ῥαγαῦ umschrieben wird, weist darauf, daß 𝔊 den Namen noch im Leben als Ortsnamen hörte: vergleiche über ע = غ = γ meine Orientalia 2 37 und meine Mittheilungen [1] 196 mit den nach allen Richtungen hin das Wesentliche nicht treffenden Bemerkungen des Akademikers Dillmann, Genesis[5] 100: der Herr Akademiker Dillmann, der verbunden war, zu Gen. 10, 25 11, 18 alles Wichtige zu sammeln, kannte noch 1886 Wetzsteins Abhandlung nicht. Auch in Betreff der Zeit der Wanderung sind Wetzstein und ich verschiedener Ansicht. Indeß ob Wetzstein Recht hat, oder ich es habe, ist Smith gegenüber gleichgültig: über den Zusammenhang SüdArabiens mit dem Norden, der durch Ueberschreitung des Falg-thales, der Grenzscheide zwischen der Halbinsel Arabien und Irâk, bewirkt wurde, sind wir einig. Besteht aber ein solcher Zusammenhang, so muß was Strabo über die Ehe der SüdAraber berichtet, falls es Sitte der Nation, nicht Unsitte einer einzelnen Epoche war, auch in den Landschaften gegolten haben, denen die über

Ist damit erhärtet, daß die SüdAraber in geschichtlicher Zeit aus Palaestina nach ihrem späteren Wohnsitze gewandert sind, so ist erhärtet, daß die von Strabo geschilderten Zustände und der von Smith aus diesen Zuständen erschlossene Totemismus der UrSabäer so lange als unerwiesen gelten muß, als nicht in der Heimath der Sabäer, in Palaestina, »Ehen« wie sie Strabo schildert, und Totemismus, wie ihn Smith erschließt, erwiesen sind. Mit diesem Erweise hat es vermuthlich gute Wege, da Alles was wir aus dem Palästina der Hyksosperiode wissen, nicht nach einem Bordelle mit bewachendem Spazierstocke davor, und nicht nach dem Glauben aussieht, als ob die alle mit einander nicht nach Thieren benannten Stämme Palaestinas gewähnt hätten, von irgend einem Vierfüßler abzustammen.

Nicht unmittelbar her gehören die Hebräer, nicht Phoenicier behandelnden Listen der Genesis 25 (1—4 12—18) 36 (Esaus Sohn יְעוּשׁ, den WRSmith 218 zum يغوث machen will, hat יְעִישׁ neben sich, und mußte als يغوث יְעוּשׁ heißen, nicht יְעוּשׁ: *Σεβεγών* mit غ, *Ἰεούς* mit ع, mithin צִבְעֹן nicht ضبع, יְעוּשׁ nicht يغوث): aber Gen. 10, 7 26—30 stehn Namen südArabischer Stämme, und unter ihnen keiner, der in einer doch um Jahrhunderte über Strabos Tage hinausreichenden Zeit irgend welcher Totemistik Vorschub leistete.

Eines der wichtigsten der von Iacob Grimm der Sprachwissenschaft gewonnenen Ergebnisse ist der von Grimm selbst in dieser Gestalt nie formulierte Satz: Spracheinheit wird nicht durch die Identität, sondern durch die Regelmäßigkeit der Verschiedenheit der Wörter und Formen — ich setze hinzu: der Bedeutungen und der Satzgestalt — erwiesen. Gesetzmäßige Lautverschiebung erweist Einheit, Identität erweist Entlehnung.

Damit ist צָרָה = ܥܪܬܐ = ضرة (meine Mittheilungen 1 125—134) als ein in dem von mir geprägten Sinne des Worts Semitisch semitisches Wort erkannt. Das Verbot, zu Einer Schwester während des Lebens derselben eine andere Schwester hinzuzuheirathen, mag ausdrücklich hebräisch oder israelitisch oder jüdisch sein — darauf kommt es hier nicht an —: daß schon in der vor der Trennung der Semiten in Aramäer, Araber, Hebräer liegenden Periode zu Einem Eheweibe ein anderes hinzugenommen werden durfte, wird durch die Thatsache erhärtet, daß die drei Hauptsprachen der Semiten ein solches Eheweib mit demselben technischen Namen nennen, und daß dieser Name eine der charakteristischsten Lautverschiebungen zeigt, die

den Falg hinüberziehenden SüdAraber ihre Liebe widmeten. Findet es sich dort nicht, so ist es auch in SüdArabien Entartung, nicht Art. Bei seiner Erklärung von Gen. 1, 26 nimmt Herr Dillmann von meinen Orientalia 2 62, 4 keine Notiz.

es auf semitischem Gebiete gibt. Damit ist der Beweis erbracht, daß der Mann Haupt der Familie auch bei den ältesten Arabern war: hätte ein »Matriarchat« existiert, so würde die Zuchtkuh an der Spitze des Clans sich die צְרָה wohl verbeten haben.

Ich glaube, daß auch noch anderswoher sich dasselbe erweisen läßt, finde aber zur Zeit die Muße nicht, meine Anschauungen noch einmal zu prüfen, und im Zusammenhange darzustellen. Ich will jetzt nur noch eine Vermuthung aussprechen. Der Zustand des Geschlechtslebens, in dem dasselbe sich zu Strabos Zeit in SüdArabien befunden hat, scheint mir so sehr dem gesunden Menschenverstande und dem Interesse des männlichen wie schließlich auch des weiblichen Geschlechts zu widerstreiten, daß ich nach einer Erklärung für denselben suchen muß. Ich finde diese Erklärung in der Schwagerehe, wie wir sie aus dem Kanon der Juden kennen.

Ich schicke vorauf, daß das Wort יָבָם im Arabischen und Aethiopischen fehlt, daß die NeuSyrer nach des Herrn Noeldeke neuSyrischer Grammatik § 23 44 es als ܝܒܡ (ܝܒܡܬܐ = יבמה) kennen, welches ܝܒܡ sich zu יָבָם einerseits, wie ثوم zu فوم und تحنث zu تحنف (Orientalia 2 45), andererseits wie الى zu ولى verhält. יבם zu √אבל mit Mimation?

Falls ein Mann stirbt ohne »Samen« zu hinterlassen, so muß sein nächster Schwertmage seine Witwe heirathen, und die aus der so eingegangenen Verbindung entspringenden Kinder werden als Kinder des Verstorbenen angesehen. Mir scheint nicht unmöglich, daß was Strabo von den Ehegepflogenheiten gewisser Araber seiner Zeit berichtet, eine Verwilderung dieses semitischen Eherechts ist: jene Araber waren savages geworden. Wer die Verpflichtung in Aussicht hat, unter Umständen mit der Frau seines Bruders in geschlechtliche Berührung zu treten, dürfte leicht schon vor dem Zeitpunkte, in dem diese Verpflichtung fällig wird, jenem Weibe nicht mit der nöthigen Zurückhaltung gegenüberstehn, und in einer Epoche der Verrohung konnte »Mode« geworden sein was Strabo, dessen Aussage Smith generalisiert, als Gesetz ansah.

Smith ist lange genug Mathematiker gewesen, um zu wissen, daß die Entdeckung einer neuen Formel nur durch das Gelingen der Gegenprobe gesichert wird. Meinte er ابو = אָב erklären zu dürfen wie er gethan, so waren ام = אֵם, ابن und بنت = בֵּן und בַּת ebenfalls zu untersuchen, und namentlich die mit »Mutter« zusammengesetzten Gruppen müßten wesentlich von den mittelst des Wortes »Vater« gebildeten verschieden sein, wenn Smith mit seiner Auffassung der Vaterschaft Recht hätte. Ich würde den ganzen Maidânî durchzusehen haben, wenn ich über diese Schwierigkeit Lesenswerthes schreiben wollte, und jenen auch nur zu durchfliegen fehlt mir die

Muße: ich begnüge mich also mit wenigen Beispielen. Es stehn nebeneinander

ابو ايوب Kamel:	ام عامر Hyaene:
ابو حباحب Marienkäfer:	ام الحباحب Marienkäfer:
ابو نقط MariaTheresiathaler:	ام الاخبار Wiedehopf

und so weiter. Beweist das »Vater« solcher Ausdrücke etwas für Smiths Deutung des Vaternamens, wenn ihm ein »Mutter« in analogen Ausdrücken gegenüber steht?

Nun noch einige Bemerkungen zu einzelnen Punkten.

Nach 117 ist der Gebrauch des Worts »Vater« bei den Arabern und Aethiopiern in der Weise von der Art verschieden, in der »northern Semites« das Wort »Vater« verwenden, daß diese »would not say אַב but בַּעַל, the word for »lord« or »owner« which also means »husband with marital dominion«. This alternation in the same phrases between the word for father and the word for husband is not an accident, for both in North and South Semitic, the husband can be called the »father« of his wife. The Arabic philologists recorded with amazement a usage so foreign to later thought (Lane s. v.), plainly not taking the phrase in the sentimental sense in which the Icd 3, 272 says that a good husband is a father in room of the natural father. The expression is not a more rhetorical phrase, but rests on old Semitic usage, for in Jerem. 3, 4 in a passage which speaks of Israel as Jehovah's [dieses Scheusal bringt Smith über die Feder] spouse, »my father« is synonymous with »the companion of my youth«, that is »my husband« (Prov. 2, 17). Ich bin vielleicht zu alt und unbeholfen, um dieser Auseinandersetzung zu folgen, aber folgen kann ich ihr nicht.

Ich setze zunächst aus Lane [1 11^{3}] her was aus Lane angezogen wird:

> ابو المرأة the womans husband: (Ibn Ḥabeeb, M:) it is said in the TÇ that الاب, in certain of the dialects, signifies the husband: MF deems this meaning strange (TA).

Zunächst also: Lane schöpft hier wie sonst aus dem nach ZDMG 3 93 in der letzten Hälfte des vorigen Jahrhunderts zusammengeschriebenen تاج العروس: die Mehrheit von Arabic philologists, die Smith erwähnt, ist ein einziger Mann, Muḥammad aus Fez, der Lehrer des Murtaçâ, der den تاج العروس verfaßt hat, also ein aus dem fernsten Westen nach Qâhira gekommener Zeitgenosse des alten Fritz, der von amazement nichts verräth, und bei اب »husband« mir, der ich seine Worte nicht lesen kann, da mir wie unsrer Bibliothek der تاج العروس fehlt, an den von Smith gewitterten Beischlaf des Vaters mit der Tochter nicht gedacht zu haben scheint. Auch عقد الفريد

[Ḥâğî Ḳalfa § 8200, Loth § 661, Euting § 2036] fehlt mir: ich ersetze dessen »Sentimentalität«, indem ich der Andromache Ausspruch aus der Iliade 6, 429 430 herschreibe:

Ἕκτορ, ἀτάρ σύ μοι ἐσσὶ πατὴρ καὶ πότνια μήτηρ
ἠδὲ κασίγνητος, σὺ δέ μοι θαλερὸς παρακοίτης.

Ein »strange« des um 1750 nach Christus blühenden Muḥammad aus Fez mit dem אַלּוּף des Ieremias, der um 586 vor Christus auf der Höhe stand, zu kombinieren, will mir um so weniger erlaubt erscheinen, als der »Parallelismus membrorum« doch auch Gesetze hat, die vor der Verwendung eines altjüdischen Ausspruchs zu erwägen sind.

Wenn Smith aethiopisches »father, i. e. owner of the ox« dafür anführt, daß SüdSemiten da Vater = אָב gesagt, wo NordSemiten Besitzer = בַּעַל gebraucht, so hat er Unglück gehabt. Herr Dillmann allerdings führt 754 aus Exod. 21, 35 nur አበ፡ላህም፡ an = possessor, dominus tauri, aber Gesenius bringt im thesaurus 7² neben diesem auch በዐል፡ላህም፡ bei, und Herr Dillmann hat 528 529 Mehreres geliefert, was über בַּעַל = በዐል፡ zurückhaltender sich zu äußern empfehlen mußte.

Mir ist auch nicht recht klar, wie sich Smith das بعل der von mir in den Semitica 1 8 Mittheilungen 1 75—78 (dazu jetzt Herr Bacher die »Agada« der babylonischen Amoräer 48, der natürlich ohne mich auf Wetzsteins Aufsatz gekommen ist) besprochenen Formeln verständlich machen will, wenn er in der angegebenen Art zwischen Nord- und SüdSemiten abgrenzt. ارض بعل und عثرى schützen sich gegenseitig: ist aber بعل in Arabien so bekannt, daß man Baals Land vom Lande der Astarte in den Steuerrollen unterscheidet, dann wird vermuthlich der von Smith gemachte Gegensatz zwischen בַּעַל und ابو nicht zu alt sein, also das nicht beweisen, was Smith durch ihn beweisen will. Vergleiche das in meinem Psalterium iuxta Hebraeos Hieronymi 159 über *Χωχὲβ Βάαλ* Gesagte. Ist ارض بعل und ist dessen Gegensatz عثرى noch jetzt im Munde der Behörden, so ist بعل einst im Arabischen überhaupt in stärkerem Gebrauche gewesen: dann aber hat Smith nicht das Recht, aus der jetzt vorliegenden — wenn sie anders in dem von ihm behaupteten Umfange vorliegt — aus der jetzt vorliegenden Sprechweise der »SüdSemiten« Schlüsse auf eine weit ältere Epoche der Sprache zu ziehen.

Es ist nicht zu dulden, daß die Belehrungen, welche ein Kenner von JGWetzsteins Range uns zu Theil werden läßt, überall verstreut umherliegen: in gewissen Commentaren und hier und da in Zeitschriften sind sie den Fachgenossen vielmehr entzogen als zugänglich. Wenn Akademien und morgenländische Gesellschaften wüßten, wozu sie da sind, würden Wetzsteins »Symmicta« längst gesammelt sein.

Für Smith kommt außer vielem anderen in Betracht, was Wetzstein in der Berliner anthropologischen Gesellschaft am 16 October 1880 über خال (Smith 58), und was er ebenda am 20 Januar 1877 über وسم (Smith 213) auseinandergesetzt hat.

Cephas im Canticum.

Des Maizeaux theilt in seiner 1740 zu Amsterdam erschienenen Sammlung [1]) Scaligerana Thuana Perroniana Pithoeana et Colomesiana **1** 349 eine Aeußerung des Cardinal du Perron [2]) über Optatus von Mileve mit:

> Quand il a dit [Seite 28 LEduPin] »caput eius Cephas«, il n'a pas fait allusion au lieu du nouveau testament [Matth. 16, 18], voulant dire que *κεφαλὴ* vient de Cephas, ainsi que l'a voulu dire Baldouin [3]), arguant d'ignorance Optat, mais il fait allusion au passage du Cantique [5, 11] »aurum Cephas«, dont il est parlé dans Philo Carpathius.

Der Cardinal konnte diesen Philo nur in einer lateinischen Uebersetzung lesen (vermuthlich benutzte er die erste Bibliotheca patrum des Margarinus de la Bigne, Paris 1575). Die Urschrift ist von MAGiacomelli zu Rom 1772 herausgegeben: in ihr heißt es 134 *ἡ κεφαλὴ αὐτοῦ χρυσίον καιφαζ . . . χρυσίον δὲ καιφαζ ὀνομάζει, ὅπερ ἑρμηνεύεται πέτρα διὰ τὸ στερέμνιον τῆς πίστεως.*

Du Perron fährt 350 fort:

> Le lieu du Cantique, où il est dit »caput eius aurum Cephas«, en quoi le prophète a voulu entendre saint Pierre: Theodotio et Symmachus ont traduit Petrus.

Da BdeMontfaucon Cant. 5, 11 über Du Perron schweigt, schweigt auch FField. An der angeführten Stelle *καιφαζ* AB, *κεφαζ* S, aus 23 merkt Parsons *Καιφαζζ* an, während ich 1869 deutlich (über *και* habe ich nichts angemerkt) *φαζξ* in V las: dagegen *ωφατζ* der Vaticanus 336, *οφατζ* eine Handschrift des Eugenius: գլուխ Նորա յոսկւոյ կեփազեայ 𝔞, راسه ذهب كافر 𝔶, bei dem كافاز herzustellen ist.

Im Urtexte hat also 𝔊 בֶּתֶם וּפָז, ein späterer Uebersetzer בֶּתֶם אוּפָז gefunden. Daniel 10, 5 schreibt *Θ* nach Chrysostomus **6** 405, 30 *Ωφαζ*, wofür Andere *Οφαζ*: jener Spätere wird also *Θ* gewesen sein.

Wenn bei Daniel 𝔣 ⲟⲩⲛⲟⲩⲃ ⲛ̀ⲧⲉ ⲁ̀ⲙⲱⲫⲁⲍ bietet, so ist auf alle Fälle ⲁⲙⲱⲫⲁⲍ zu schreiben. Regn. *γ* 10, 18 זָהָב מוּפָז = ܕܗܒܐ ܡܢ ܐܘܦܝܪ [= ذهبا من الذهب الذى اتاه من الهند] hat IDMichaelis Supplementa 46 als זָהָב מֵאוּפָז erklärt: möglich, daß auch im Daniel בֶּתֶם מוּפָז gestanden hat. Aber auch 𝔶 بذهب اوفاز.

1) Bernays Scaliger 235.

2) GvPolenz Geschichte des französischen Calvinismus **3** 2.

3) in seiner 1563 zu Paris erschienenen Ausgabe des Optatus und Victor.

Ueber die Bestimmung des Kohlenstoff-, Wasserstoff- und Stickstoffgehalts organischer Substanzen durch ein und dieselbe Verbrennung.

von

Paul Jannasch und **Victor Meyer.**

Die Methode der organischen Analyse, welche wir im Folgenden zur Kenntniß der Fachgenossen bringen wollen, ist keineswegs dazu bestimmt, die jetzt übliche Art der Elementaranalyse stickstoffhaltiger Körper zu ersetzen. Wir glauben vielmehr, daß diese zur Zeit in der großen Mehrzahl der Fälle durchaus zweckentsprechend ist, und finden in dem Umstande, daß dieselbe zur vollständigen Ermittelung der Zusammensetzung des Untersuchungsobjectes zwei Substanzproben und eben so viele getrennte Operationen erfordert, keinen Uebelstand. Zur Ausarbeitung des neuen, zunächst nur für besondere Fälle bestimmten Verfahrens sind wir veranlaßt durch eine Verlegenheit, die einmal dadurch entstand, daß eine stickstoffhaltige Substanz, von welcher nicht mehr als ungefähr 0.1 Gramm zu beschaffen war, zur Untersuchung vorlag. Hier konnte von einer vollständigen Analyse nicht die Rede sein, und man mußte sich zum Verzicht entweder auf die Kohlenwasserstoff — oder auf die Stickstoffbestimmung entschließen. In solchen Fällen wird, wie wir glauben, unsere Methode mit Vortheil benutzt werden können, zumal sie sich in der Ausführung schließlich so einfach gestaltet hat, daß sie kaum mehr Mühe oder Geschicklichkeit als eine gewöhnliche Elementaranalyse erfordert[1]).

Unser Verfahren ist im Wesentlichen folgendes:

Die Verbrennung der Substanzprobe geschieht in der gewöhnlichen Weise in einem Verbrennungsrohr mit Kupferoxyd nebst vorgelegten Kupferspiralen. Das Rohr ist vorn in üblicher Weise mit Chlorcalciumrohr und Kaliapparat und ferner einem zum Aufsammeln des Stickstoffes bestimmten Gefäß in Verbindung gebracht, hinten zum Bajonet ausgezogen. Die ganze Verbrennung wird in einer Atmosphäre von reinem Sauerstoff ausgeführt, welcher vor dem Beginn der Operation, ähnlich wie dieses bei der Dumas'schen Methode durch Kohlensäure geschieht, bereits die Luft aus dem Apparat vollständig verdrängt hat. Während aber dort der Stickstoff über Kalilauge ge-

1) Ueber ältere, das gleiche Ziel anstrebende Methoden vgl. man besonders: Schulze, Z. f. analyt. Ch. 5, 269; Frerichs, Ber. d. d. ch. Ges. 10, 26; Hempel, Z. f. analyt. Ch. 17, 409; Beilstein, Org. Ch. 2. Aufl., 1885, p. 10.

sammelt wird, fangen wir denselben über einer Lösung von Chromchlorür auf, welche nach den Untersuchungen von v. d. Pfordten[1]) ein ausgezeichnetes Absorptionsmittel für Sauerstoff ist, und welche, wie wir uns überzeugt haben, den Sauerstoff fast ebenso leicht zu beseitigen erlaubt, wie dies für Kohlensäure durch Kalilauge erreicht wird.

Das im Princip äußerst einfache Verfahren bot uns bei der Ausarbeitung freilich eine Anzahl Schwierigkeiten, auf welche wir kaum vorbereitet waren und die erst nach längeren Versuchen, nun aber vollständig, überwunden worden sind. Die erste derselben lag in der Beschaffung eines geeigneten Sauerstoffentwicklers. Wir wollen von den zahlreichen erfolglosen Versuchen, die wir in dieser Richtung angestellt haben, nicht sprechen, sondern nur darauf hinweisen, daß die der Ueberlegung am nächsten liegenden Körper, wie chlorsaures Kalium, Braunstein u. s. w. sich als völlig unbrauchbar erwiesen, daß auch der Gedanke, reinen Sauerstoff in einem Gasometer anzusammeln und ihn aus diesem in das Rohr treten zu lassen sich als practisch unausführbar erwies. In ausgezeichneter Weise aber wirkt eine Mischung von saurem chromsaurem Kalium und Kaliumpermanganat, welche einen regelmäßigen und langandauernden Sauerstoffstrom im Innern der Versuchsröhre durch gelinde Erhitzung zu entwickeln gestattet. Der Zusatz des Kaliumbichromats hat hierbei folgenden Zweck: Durch Erhitzung des Kaliumpermanganats allein erhält man ebenfalls sehr leicht und regelmäßig Sauerstoff, aber das dabei gebildete Kaliumoxyd absorbirt einen Theil der bei der späteren Verbrennung der Substanz gebildeten Kohlensäure und bewirkt daher ein Deficit an Kohlenstoff. Der Zusatz des sauren Chromats verhindert freilich diese Absorption während der Verbrennung nicht ganz, macht sie aber völlig unschädlich, wenn man am Schlusse der Operation, nach vollendeter Verbrennung, die gesammte Chromat-Permanganatmischung kräftig ausglüht. Die absorbirte Kohlensäure wird dann durch die Chromsäure vollständig ausgetrieben und gelangt, durch den zugleich und noch später entwickelten Sauerstoff hinausgeschoben, in den zur Aufnahme und Wägung bestimmten Kaliapparat.

Eine andere nicht unerhebliche Schwierigkeit, welche uns im Anfange unserer Versuche, zumal bei der Analyse von Nitroverbindungen, entgegentrat, bestand darin, daß es bei der Verbrennung in einer Atmosphäre von reinem Sauerstoff schwierig war, die gebildeten Stickoxyde vollständig zu reduciren. Selbst unter Anwen-

1) Annalen d. Chemie 228, 112.

dung einer sehr langen Kupferschicht, sowie bei gleichzeitiger Benutzung von Silberblech (oder Silberschnitzeln) und Kupferspiralen gelang solches nicht vollkommen. Dieser Uebelstand wird eben so leicht als vollständig vermieden, wenn man in einer Atmosphäre von verdünntem Sauerstoff arbeitet, und zwar so, daß man das für Aufnahme des Stickstoffs bestimmte Gefäß tief stellt und durch ein ca. 90 Centimeter langes Gasentbindungsrohr mit dem Kali-Apparate verbindet. Bei dieser Vorrichtung kann, nachdem alle Luft aus dem Apparate verdrängt ist, die Sauerstoffentwicklung unterbrochen werden; alsdann bildet sich durch Glühen der vordersten Kupferoxydschicht und des metallischen Kupfers, also durch Austreiben und durch Absorption von Sauerstoffgas, im Rohr ein gasverdünnter Raum, dessen Verdünnungsgrad sich leicht an dem Emporsteigen des Quecksilbers in dem Gas-Entbindungsrohr controliren läßt. Da die Verbrennung nunmehr in sehr verdünntem Sauerstoff erfolgt, ist die Reduction der Stickoxyde, selbst wenn es sich um mehrfach nitrirte Verbindungen handelt, auch bei Anwendung einer ziemlich kurzen Schicht Kupfer, eine vollständige. —

Die Bereitung des Chromchlorürs für die Zwecke der Analyse ist eine sehr einfache. Auf unsere Veranlassung liefert die chemische Fabrik von Dr. Schuchardt in Görlitz eine Pâte von essigsaurem Chromoxydul zu dem Preise von 10 Mark per Kilo, welche allen Anforderungen entspricht und welche durch Auflösen in Salzsäure augenblicklich die für die Analyse erforderliche Lösung von Chromchlorür liefert. —

Sehr zu beachten ist, daß das Chlorür sich bei Gegenwart freier Salzsäure allmälig unter Wasserstoffentwickelung zersetzt.

Diese Eigenschaft macht es nothwendig, nur mit einer, noch kleine Mengen von ungelöstem Acetat enthaltenden Lösung von Chromchlorür zu arbeiten, um sicher jede Verunreinigung des Stickstoffs mit Wasserstoffgas zu verhüten.

Die Chromsalzlösung muß vor der Analyse ausgekocht werden. Zu diesem Behufe werden 50 G. der Paste in einen starkwandigen, weithalsigen Kolben von ca 400 cc. Inhalt gegeben und die Masse mit so viel Wasser verdünnt, daß das Gefäß etwa bis zur Hälfte damit angefüllt ist. Beim Auskochen beachte man, daß die Masse leicht aufschäumt. Sobald reichlich Dampf entweicht, verschließt man das Gefäß und läßt erkalten.

Zur Ausführung der Analyse benutzt man ein 1,3 m. langes Verbrennungsrohr, welches am hinteren Ende zu einem Bajonet ausgezogen ist und folgendermaßen beschickt wird: Nachdem das Bajonet

mit einem Asbestpfropfen verstopft ist, wird in das Rohr die Sauerstoffentwickelnde Mischung in einer Schicht von ca 20 cm. Länge gebracht. Dann folgen: 4 cm. Asbest, eine 10 cm. lange Kupferspirale und 12 cm. Kupferoxyd; nunmehr die Substanz, entweder im Schiffchen abgewogen, oder mit Kupferoxyd (oder chromsaurem Blei) gemischt; dann 22 cm. Kupferoxyd und 2 Kupferspiralen von je 10 cm. Länge; nun abermals eine Schicht Kupferoxyd von ca 20 cm. Länge, und zum Schluß ein Asbestpfropfen. Das Verbrennungsrohr führt zunächst zum Chlorcalciumrohr und Geißler'schen Kaliapparat nebst Kaliröhrchen, welche sämmtlich etwas stark im Glase gewählt werden, um bei vermindertem Luftdruck im Innern nicht zu leiden. Wie bei allen Verbrennungs-Analysen, vermeiden wir am Chlorcalcium-Rohr u. s. w. alle Kautschukstöpsel, und stellten die Apparate ausschließlich aus Glas her. Die Lauge im Kaliapparat wählen wir concentrirt [1 : 1] und sorgen, daß der Apparat nicht zu viel Flüssigkeit enthält, um ein Uebersteigen zu vermeiden. An das Kaliröhrchen fügen wir noch ein zweites, ungewogenes von gleicher Beschaffenheit an und setzen dies mit dem zur Aufnahme des Stickstoffs dienenden Gefäß in Verbindung. Als solches verwandten wir nicht die üblichen Stickstoff-Aufsammlungsapparate (von Zulkowsky E. Ludwig, Städel, Schwarz oder Anderen), die bei der gewöhnlichen Dumas'schen Methode allgemein Anwendung finden, sondern wir fingen den Stickstoff in einem 400 Cc. fassenden starkwändigen Rundkolben, dessen Hals 30 cm. lang und 1,6 cm. weit ist, auf. Der Sauerstoff wird nämlich durch Chromchlorürlösung rasch nur beim Umschütteln absorbirt, und dies läßt sich in einem solchen Kolben bequemer ausführen. Aus dem Kolben kann später der Stickstoff leicht in ein gewöhnliches Gasmeßrohr übergeführt und über Wasser gemessen werden. Der entwickelte Stickstoff und der Sauerstoff treten durch eine Gasentbindungsröhre von 90 cm. Länge (siehe oben) und durch das Quecksilber der Wanne in den Absorptions-Apparat. —

In Bezug auf die Vorbereitung der Verbrennung ist noch folgendes anzuführen:

Der Sauerstoffentwickler wird aus reinem käuflichem Kaliumpermanganat und käuflichem, noch einmal umkrystallisirten Kaliumpyrochromat bereitet.

Zur Bereitung des Gemisches werden 110 Gr. Pyrochromat und 100 Gr. Permanganat fein zerrieben und gemischt. Das Gemenge wird in einem verschlossenen Gefäße aufbewahrt. Zum Zwecke der Verbrennung werden 25 Gr. des Gemisches im Porzellantiegel 2 Stunden bei 130 bis 140° getrocknet; höhere Temperatur ist zu vermei-

den, um Sauerstoffverlusten vorzubeugen. Der Tiegelinhalt wird heiß in eine mit Chlorcalcium-Rohr verschlossene Glasbirne gebracht und in dieser erkalten gelassen.

Bei Beginn der Analyse wird, nachdem sämmtliche Kautschukverbindungen durch Kupferdrathligaturen die nöthige Festigkeit erhalten haben, der ganze Apparat mit Sauerstoff gefüllt. Man leitet zunächst durch das Bajonet aus einem Gasometer ca 10 Minuten lang gut getrockneten und von Kohlensäure befreiten Sauerstoff in den Apparat; dann schmilzt man das Bajonet zu und beginnt nun, sobald das austretende Gas einen glimmenden Span entzündet, mit dem Erhitzen der Chromat-Permanganat-Mischung, um den Apparat nunmehr mit reinem, ganz luftfreien Sauerstoff zu füllen. Man erhitzt bei diesem Theile der Operation nur die kleinere Hälfte der Mischung in solchem Maße, daß sich ca 12—20 Minuten lang ein lebhafter Sauerstoffstrom entwickelt. Während dieser Zeit wird die Chromchlorürlösung bereitet. Man bringt zu diesem Zwecke etwa 200 cc. Quecksilber in den Kolben, und gießt darauf die ausgekochte und erkaltete Chromacetat-Paste nach. Dann wird ein Quantum von ungefähr 60 cc.[1]) verdünnter Salzsäure (1 Theil rauchende Säure auf 3 Theile Wasser) nachgegeben, gemischt und schließlich der kleine noch bleibende Luftraum des Kolbens sogleich mit destillirtem Wasser angefüllt. Durch wiederholtes Bewegen und Umkehren des Kolbens erreicht man eine vollständige Entfernung aller Luftblasen. Der so vorbereitete Kolben wird in der Quecksilber-Wanne umgestülpt und freibeweglich in derselben aufgestellt.

Nachdem der Sauerstoff regelmäßig etwa 10—12 Minuten ausgeströmt ist, unterbricht man die Erhitzung des Entwicklers und stellt die Verbindung des Verbrennungs-Apparates mit dem Chromchlorür erst her, wenn keine Sauerstoffbläschen mehr entweichen. Zuvor hat man sich von der Reinheit des Sauerstoffs, bezw. der völligen Verdrängung der Luft aus den Apparaten dadurch überzeugt, daß eine Probe des entwickelten Gases von Chromchlorürlösung ohne Rückstand absorbirt wird.

Ist dieses erreicht, so werden die vordersten zwei Schichten, das Kupferoxyd und die Kupferspiralen, zum Glühen erhitzt, wodurch ein großer Theil des in der Röhre befindlichen Sauerstoffs in die Absorptionsflüssigkeit gelangt und weitere Quantitäten des Gases von

1) Diese Menge mag mit der Consistenz des käuflichen Chromacetats schwanken und nicht unter allen Umständen zutreffend sein. Eventuell ist sie auszuprobiren und dann als richtig getroffen anzusehen, wenn nur eine sehr geringe Menge von Acetat ungelöst bleibt. Größere Mengen veranlassen störende Bläschen-Bildung.

den Kupferspiralen aufgenommen werden. Die eigentliche Verbrennung der Substanz erfolgt nun genau nach den für die Elementar-Analyse allgemein gültigen Vorschriften. Besonders zu beachten ist hierbei, daß die Verbrennung zuerst in einem gasverdünnten Raume vor sich geht (200—400 mm. Quecksilber im Entbindungsrohr), die Röhre also anfänglich nicht bis zur Erweichung des Glases geglüht werden darf, um unnöthige, die spätere Entleerung des Rohres unmöglich machende Zusammenpressungen zu vermeiden. Entweichen, nachdem alle Substanz verbrannt, keine Gasbläschen mehr, so entwickelt man von Neuem Sauerstoffgas. Bald nach dem Beginn der Gasentwickelung werden die Flammen unter der ersten und letzten Kupferspirale ausgelöscht, die mittlere Spirale bleibt aber so lange glühen, bis alles durch den Verbrennungsproceß reducirte Kupferoxyd vollständig wieder oxydirt ist. Von hier ab ist der Sauerstoffstrom so zu mäßigen, daß die noch in dem Rohr befindliche Kohlensäure nicht zu rapide in die Kalilauge gelangt. Später wird die Sauerstoffentwickelung wieder beschleunigt und man läßt dann noch 7—10 Minuten lang einen lebhaften Strom durch die Verbrennungs-Apparate gehen, um vollkommen sicher zu sein, daß aller Stickstoff aus denselben entfernt ist. Sinkt während der Sauerstoff-Entwickelung das Quecksilber bis in den Kolbenhals zurück, so bewirkt man die Verschluckung des überschüssigen Sauerstoffs sehr leicht und rasch durch Schütteln des Apparates, bis das Quecksilber seinen ursprünglichen Stand wieder einnimmt. Nach spätestens 10 Minuten wird die Verbindung des Chromchlorürkolbens mit den Verbrennungsapparaten aufgehoben und das Gasentwickelungsrohr entfernt. Den Rest von noch vorhandenem Sauerstoff läßt man jetzt in die Luft entweichen und glüht überhaupt die ganze Chromat-Manganat-Schicht bis über die Asbestpfropfen hinaus vollständig bei starker Hitze aus[1]). Die übrigen Flammen werden schon früher gelöscht. Zum Schluß leitet man eine Zeit lang Luft durch die Apparate, um den Sauerstoff zu verdrängen. Hierbei bleibt im Anfang (etwa 2 Minuten lang) die ganze Kalium-Chromat-Manganat-Schicht im Glühen. Die Zeit des Luftdurchleitens benutzt man, das erhaltene Stickstoffgas wiederholt tüchtig durchzuschütteln, um es rasch vollständig von Sauerstoff zu befreien. Sodann füllt man die Quecksilberwanne bis zum Rande mit Wasser an, läßt aus dem Kolben durch Heben desselben über das Quecksilberniveau alles Quecksilber ausfließen und dafür

1) Das Kalium-Chromat-Manganat muß eine vollkommen gleichmäßig braunschwarze Farbe angenommen haben; es bildet alsdann eine gesinterte zusammenhängende Masse.

Wasser eintreten und stellt ihn in eine mit Wasser gefüllte Porzellanschale. Schließlich wird das Gas in einer großen Wanne in eine Gasmeßröhre übergefüllt und feucht gemessen [1]). —

Beleg-Analysen.

1. Acetanilid.

1) 0.2364 g. gaben = 0.6168 CO_2 = 0.168218 g. C; 0.1466 H_2O = 0.016288 H und 22 Cc. N bei 14° und 747 mm. Luftdruck = 0.0254364 g. N. —

2) 0.2694 g. gaben = 0.7036 CO_2 = 0.191891 C; 0.1687 H_2O = 0.018744 H und 25 Cc. N bei 14° und 738 mm. Druck = 0.028550 g. N. —

Berechnet		Gefunden		
		1.		2.
C = 71.11%	» »	71.15%	» »	71.23%
H = 6.66»	» »	6.89»	» »	6.95»
N = 10.37»	» »	10.75»	» »	10.59». —

2. Azobenzol.

1) 0.2362 g. gaben = 0.6870 CO_2 = 0.187364 C; 0.1256 H_2O = 0.013955 H und 31 Cc. N bei 12° und 737 mm. Druck = 0.0356717 g. N. —

2) 0. 2260 g. gaben = 0. 6542 CO_2 = 0. 178418 C; 0. 1166 H_2O = 0.012955 H und 29.9 Cc. N bei 14° und 751 mm. Druck = 0.03475875 g. N. —

Berechnet		Gefunden		
		1.		2.
C = 79.12%	» »	79.32%	» »	78.94%
H = 5.49»	» »	5.91»	» »	5.73»
N = 15.39»	» »	15.10»	» »	15.38»
100.00%		100.33%		100.05%. —

3. Dinitrobenzol.

1) 0.2334 g. gaben = 0.3674 CO_2 = 0.10020 C; 0.0543 H_2O = 0.0060333 H und 33 Cc. N bei 14° und 742 mm. Druck = 0.0378939 g. N. —

2) 0.2415 g. gaben = 0.3756 CO_2 = 0.102436 C; 0.0569 H_2O = 0.0063222 H und 35 Cc. N bei 14° und 752 mm. Druck = 0.0407400 g. N. —

---

1) Längere Zeit darf das Gas nicht mit der Chromlösung in Berührung bleiben, da diese unter Umständen schon nach einigen Stunden Wasserstoff zu entwickeln beginnt.

3) 0.2374 g. gaben = 0.3748 CO_2 = 0.102218 C; 0.0556 H_2O = 0.0061777 H und 34.5 Cc. N bei 12° und 743 mm. Druck = 0.04002690 g. N.

Berechnet	Gefunden 1.	2.	3.
C = 42.86 %	42.93 %	42.42 %	43.05 %
H = 2.38 »	2.58 »	2.62 »	2.60 »
N = 16.67 »	16.24 »	16.87 »	16.86 ». —

Göttingen, Universitäts-Laboratorium, April 1886.

Universität.

Beneke'sche Preis-Stiftung.

Die Aufgabe der Beneke'schen Preis-Stiftung für das Jahr 1889 ist folgende:

»Es sollen die in der Gegend zwischen Weser, Werra und Leine auftretenden basaltischen Gesteine rücksichtlich ihrer petrographischen Natur, chemischen Beschaffenheit und der in ihnen etwa zufällig vorkommenden Mineralien, sowie endlich bezüglich ihres geologischen Auftretens genau untersucht werden, auf daß dadurch eine möglichst allseitige Kenntniß dieser nördlichsten Basalte Deutschlands erreicht werde.

Im Anschluß hieran wären die wesentlichsten Beziehungen der Basalte, die sich im Süden und Westen zunächst an dieses Gebiet anschließen, zu den erstgenannten klar zu stellen.

— Der Arbeit ist eine wohlgeordnete Suite von Handstücken und Präparaten beizugeben. —«

Bewerbungsschriften sind in deutscher, lateinischer, französischer oder englischer Sprache mit einem versiegelten Briefe, welcher den Namen, Stand und Wohnort des Verfassers angiebt,

bis zum 31. August 1888

an uns einzusenden. Das Titelblatt der Schrift und die Außenseite des Briefes sind mit gleichem Motto zu versehen und auf dem Titelblatte ist außerdem eine Adresse anzugeben, an welche die Schrift für den Fall, daß sie nicht preiswürdig befunden wird, zu senden ist.

Der erste Preis beträgt 2500 M., der zweite 680 M.

Die Zuerkennung der Preise erfolgt am 11. März 1889, dem Geburtstage des Stifters, in öffentlicher Sitzung der philosophischen Fakultät in Göttingen.

Die gekrönten Arbeiten bleiben unbeschränktes Eigenthum der Verfasser.

Die Preisaufgaben, für welche die Bewerbungsschriften bis zum 31. August 1886 und bis zum 31. August 1887 einzusenden sind, finden sich bezw. in den »Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen« im Jahrgange 1884 S. 240 und im Jahrgange 1885 S. 208.

Göttingen, den 14. April 1886.

Die philosophische Fakultät.
Der Decan
Griepenkerl.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

December 1885 und Januar 1886.

Histologische Studien an Batrachierlarven v. A. Kölliker. Leopoldina. Heft XXI. No. 21—22.
Zeitschrift der deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Band 39. Heft 3.
XXI. Jahresbericht des Vereins für Erdkunde in Dresden.
Zeitschrift für Naturwissenschaften für Sachsen und Thüringen. 4te Folge. 4. Band. 4. Heft. Juli — Aug. 1885.
Verhandlungen des historischen Vereins von Oberpfalz und Regensburg. 31ster Band der neuen Folge.
Abhandlungen der Mathematisch-Physikalischen Classe der Kön. Bair. Akademie der Wissenschaften. 15ten Bandes 2te Abth.
Lehrbuch über die Fortschritte der Mathematik begr. v. C. Orthmann. 15ter Band. Jahrg. 1883. Heft 1.
Joh. Andr. Schmeller. Von Konrad Hofmann. München 1885.
Zum Begriff und Wesen der römischen Provinz. Von A. v. Brinz.
Abhandlungen der Philosophisch-Philolog. Classe d. K. Bair. Akademie der Wissensch. 17ten Bandes 2te Abth.
L'Académie Royale de Copenhague. Bulletin pour 1885. No. 2. Mars — Mai.
Mémoires de l'Académie Royale de Kopenhague. 6me serie. Classe des sciences vol. III. No. 1. 3.
Annuaire de l'Académie Royale de Belgique 1886. 52ième année.
Bulletin de l'Académie Roy. de Belgique. 54e année. 3e série. tome 10. No. 11.
Handelingen en Mededeelingen v. d. Maatschappij d. Nederl. Letterkunde te Leiden. 1885.
Levensberichten d. afgest. Medeleden v. d. Maatschappij d. Nederl. Letterkunde.
Archives Neerlandaises de la société Hollandaise a Harlem. Tome XX. 3me livraison.
Observations made at the Magnetical and Meteorological observatory at Batavia. Vol. VI. Part 1. Part 2.
Mémoires de la société de Physique et d'Histoire naturelle de Geneve. Tome XXIX. 1e partie.
Mémoire sur l'école calligraphique de Tours au IXe siecle par M. Leop. Delisle.
Bulletin de la société Impériale des Naturalistes de Moscou. Année 1884. No. 4.
Nouveaux mémoires de la société Impériale des naturalistes de Moscou. Tome XV. Livr. 1. 2. 3.

Société des Naturalistes de la nouvelle Russie de Odessa. Lapisni tome IX. fasc. 1 et 2.
Publicationen der kgl. ungarischen geolog. Anstalt:
1. Földtani Közlöny XV. Kötet 6—10 f.
2. Die königl. Ung. geol. Anstalt und deren Ausstellungsobjecte von Böckh.
3. A. Mag. föl Int. en ennek kiale itasi Targyai.
Ungarische Revüe. Sechster Jahrg. 1. Heft. 1886. Jan.
Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellsch. f. Meteorologie. XX. Band. Dezemberheft. 1885.
Lotos. Neue Folge VI. Band.
Neunter Verwaltungsber. der akadem. Lesehalle an der K. K. Franz-Josephs-Universität in Czernowitz.
Nature 841. 842. 843. 844. 845.
Monthly notices of the Royal Astronomical society. Vol. XLVI. No. 1. No. 2. Nov. Dec. 1885.
Proceedings of the Royal society. Vol. XXXIX. No. 239.
Journal of the R. Microscopical society. Ser. II. Vol. V. Part. 6. Dec. 1885.
The Northern Whig. Belfast No. 24, 119. 27. Nov. 1885.
The choicest Portion of the stock of Chr. Fred. S. Ellis. Dec. 1885. (Quaritch).
Proceedings of the London Mathematical society No. 250—252.
Proceedings of the Literary and Philosophical society of Liverpool No. XXXI. No. XXXII. No. XXXIII. No. XXXIV. No. XXXVIII.
The voyage of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. XIII.
Report of the Superintendent of the Un. St. Naval Observatory for the year ending June 30. 1885.
Bulletin of the museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XII. N. 2.
Memoirs of the Museum of comparative Zoology at Harvard college. Vol. X. N. 2. N. 4. Vol. XIV. N. 1. Part I.
Archeological Institute of America. Vol. I. 1882—1883.
Johns Hopkins University studies in hist. and polit. sciences. III. series XI—XII.
25th annual report of the curator of the mus. of comparative Zoology at Harvard college.
Conference faite au museum national de Rio de Janeiro 4. Nov. 1884.
Anuario del observatorio Astronomico national de Pacubaya año de 1886. (año VI).
Actas de la Academia nacional de ciencias en Córdova. Tom. V. Entrega segunda. Buenos Aires.
Estudios de Meteorologia comparada. Tomo I.
Boletin del ministerio de fomento de la republica Mexicana. N. 94—102.
Australian museum of New South Wales. Report of the trustees for 1884.
Procedings of the Royal Physical Society. Session 1884—85.
Jornal de sciencias Mathematicas e Astronomicas Vol. VI. N. 4.
Atti della R. Accademia delle science di Torino. Vol. XX. Disp. 8. (Giugno 1885).
Gazzetta delle Cliniche. Vol. XXII. No. 24.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Anno CCLXXXII. Vol. 1. fasc. 25. 26. 27.
Bulletino di bibliografia e di storia delle science mathematiche e fisiche. Tomo XVIII. Febr. Marzo. 1885.
L'Ottica di Claudio Tolomeo da Gilberto Govi.
Bollettino dell Osservatorio della Regia università di Torino. Anno XIX (1884).
Atti della R. Accademia delle scienze di Torino Vol. XX. Disp. 7a. (Maggio 1885).
Atti della società Toscana di science naturali di Pisa. Vol. VI. fasc. 2.
Atti della R. Accademia dei Lincei. Vol. I. fasc. 28. ed ultimo.

Ungarische Akademie der Wissenschaften.

1. Almanach 1885.
2. Evkönyd. XVII. 2.
3. Ertesitö 1884 $^{3}/_{7}$ 1885 $^{1}/_{2}$.
4. Emlék beszedék II $^{3}/_{10}$. III $^{1}/_{2}$.
5. Nyelotndomanyi Ertekezesek XI. 11. 12. XII $^{1}/_{5}$.
6. Scabó: Regi Magyar Könyotàr. II vol.

7. Nyelvemlektàr. XI. XII. vol.
8. Nyelvtudományi Közlemények. XVIII. 2. 3. XIX. 1 fasc.
9. Abel Bart faĭ Könyvtar.
10. Epistolae Sancti Pauli.
11. A Rereszténység fondamentomarol.
12. Törtönettudomanyi ertekezesek. XI $^7/_{10}$. XII. 1. 2. 4.
13. Tarsadalmi Ertekezések. VII. 8. 9.
14. Nemzetgar dasagi értekezések. II. 6.
15. Szilagyi: Bethlen és a svéd diplomatia.
16. Vecsey: Aemilius Papinianus.
17. Pech: Alsö-Magyarorszag banyamüvelesenek Története. I vol.
18. Corpus Statutorum I.
19. Vazlatok az Akadémia félszados története böl.
20. Codex Diplomaticus Andegavensis. IV vol.
21. Marczali Magyarorszag II Iozsef Koràban II. II vol.
22. Monumenta Comitiorum Transsylvaniae. X vol.
23. Lipp. A kesztbelyi sirmezö.
24. Archaeologiai Éstesitö. IV. V. 1. 2.
25. Földes: Evkönyo II.
26. Természettudomànyi Értekézesek. XIV $^1/_8$.
27. Mathematikai Ertekezések. XI $^1/_9$.
28. Mathematikai és Természettudomànyi Ertesitö. III $^1/_3$.
29. Mathematikai és Természettudomànyi Közlemények. XVIII. XIX vol.
30. Krusper: Légtüneti Eszleletek. II vol.
31. Naturwissenschaftl. Berichte. II vol.
32. Szinnyei. Repertorium. Vol. II, 1.
33. Földtani Közlöny. XV Köted 11—12 füzet.
34. Jahresbericht der K. U. geolog. Anstalt für 1884. Pest.
35. Specialkatalog der Budapester Landesausst. VI. Gruppe.

Verhandlungen d. K. K. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien 1885. XXXV. Band. II. Halbjahr.
Mittheilungen des naturwissenschaftl. Vereins für Steiermark. Jahrg. 1884. 21. Heft.
Nature 846. 847. 848.
Journal of the R. geological society of Ireland. Vol. VI. Part. III. 1882—84.
The canadian record of Science. Vol. II. No. 1.
The rotifera; or wheel-animalcules. Prospectus.
Memoirs of the geological survey of India. Ser. IV.
Indian Pretertiary vertebrata. Vol. I.
Ser. X. Ind. tertiary, and posttertiary vertebrata. Vol. III.
Astronomische Mittheil. von Dr. Rud. Wolf. LXV.
Leopoldina. Heft XXI. No. 23—24.
Acta mathematica. 7 : 3.
Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellsch. 20. Jahrg. 4. Heft.
Basisapparate und Basismessungen von Westphal.
Sitzungsberichte d. physikalisch-medizinischen Societät zu Erlangen. 17. Heft. 1. Okt. 1884—1885.
Das Magazin für Litteratur des In- u. Auslandes. Probenummer.
Neues Lausitzisches Magazin. 61. Band. 2tes Heft.
Bericht der Wetterauischen Gesellschaft für die gesammte Naturkunde zu Hanau v. $^1/_1$ 83—$^{31}/_3$ 85.
Deutsche Chemiker-Zeitung. Jahrg. I. No. 6.

Inhalt von Nr. 8.

Paul de Lagarde, Kleine Mittheilungen. — *Paul Jannasch* und *Victor Meyer*, Ueber die Bestimmung des Kohlenstoff-, Wasserstoff- und Stickstoffgehalts organischer Substanzen durch eine und dieselbe Verbrennung. — Beneke'sche Preisstiftung. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

9. Juni. | **№ 9.** | 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. Februar 1886.

Bestimmung der Elasticitäts-Constanten von Beryll und Bergkrystall.

Von **W. Voigt.**

Festschrift zum 60jährigen Doctorjubiläum des Herrn Geh.-Rath Prof. Dr. F. Neumann in Königsberg.

(Fortsetzung.)

Zweiter Theil.

Formeln für das rhomboëdrische System.

Wir definiren die Elasticitäts-Constanten c_{hk} für das rhomboëdrische System durch die folgenden Formeln, bei welchen vorausgesetzt ist, daß die Z-Axe die krystallographische Hauptaxe, die YZ-Ebene die krystallographische Symmetrie-Ebene der Form ist; die $+Y$-Axe trete aus einer der Rhomboëderflächen $+R$ aus, welche um die $+Z$-Axe herum liegen.

$$\begin{aligned} -X_x &= c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z + c_{14}y_z & -Y_z &= c_{14}(x_x - y_y) + c_{44}y_z \\ -Y_y &= c_{12}x_x + c_{11}y_y + c_{13}z_z - c_{14}y_z & -Z_x &= c_{44}z_x + c_{14}x_y \\ -Z &= c_{13}x_x + c_{13}y_y + c_{33}z_z & -X_y &= \frac{c_{11}-c_{12}}{2}x_y + c_{14}z_x \end{aligned} \qquad 27)$$

Dabei sei wieder gesetzt die Determinante dieser Coefficienten:

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ c_{14} & -c_{14} & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{14} & \frac{c_{11}-c_{12}}{2} \end{vmatrix} = S \qquad 28)$$

und hierin der Coefficient des $h$ten Elementes der $k$ten Colonne (oder umgekehrt) gleich S_{hk}.

Es gelten dann die Relationen:

$$S_{11} = S_{22},\ S_{13} = S_{23},\ S_{44} = S_{55},\ S_{66} = 2\,(S_{11} - S_{12}) \qquad 29)$$
$$S_{14} = -S_{24} = \tfrac{1}{2} S_{56};$$

außer den hierin enthaltenen S_{hk} ist nur noch S_{33} von Null verschieden; wir behalten als von einander unabhängig bei:

$$S_{11},\ S_{12},\ S_{13},\ S_{14},\ S_{33},\ S_{44}.$$

In diesen Größen giebt sich der Coefficient der lineären Dilatation E in einer durch die Richtungscosinus α, β, γ gegen die Coordinatenaxen bestimmten Richtung durch:

$$30)\quad SE = S_{11}(1-\gamma^2)^2 + S_{33}\gamma^4 + (S_{44} + 2S_{13})\gamma^2(1-\gamma^2) + 2S_{14}\beta\gamma(3\alpha^2 - \beta^2).$$

Durch dies E oder das reciproke $E = 1/\mathrm{E}$ bestimmt sich die Biegung eines rechteckigen Prismas von den Dimensionen L, B, D durch die Wirkung einer in der Mitte angreifenden Belastung P nach der bekannten Formel:

$$31)\qquad \eta = \frac{PL^3}{4EBD^3} = \mathrm{E}\,\frac{PL^3}{4BD^3}.$$

Wie eine Abweichung von der streng prismatischen Gestalt in Rechnung zu ziehen, ist p. 12 erörtert.

Hinsichtlich der Drillung liegen beim rhomboëdrischen System die Verhältnisse complicirter als bei dem hexagonalen, weil es hier keinerlei Orientirungen der Prismen giebt, bei welchen alle drei Kanten in die Richtung von krystallographischen Symmetrieaxen fallen. Die Entwickelung der bezüglichen allgemeinen Gleichungen entnehme ich einer demnächst zu publicirenden größeren Arbeit [1]) und werde mich dabei zunächst **nicht** auf den vorliegenden speciellen Fall des rhomboëdrischen Systems beschränken.

Dilatationen eines cylindrischen Körpers, die parallel seiner Axe (welche zugleich die Z'-Axe eines neuen, beliebig gegen den Krystall orientirten Coordinatensystems X', Y', Z' sein mag) constant sind, werden in allgemeinster Art durch die Annahme erhalten:

$$32)\quad \begin{aligned} x'_x &= \frac{\partial U}{\partial x'},\quad y'_y = \frac{\partial V}{\partial y'},\quad z'_z = g_1 x' + g_2 y' + g_3 \\ y'_z &= g_2 \frac{l}{2} + hx' + \frac{\partial W}{\partial y'},\ z'_x = g_1 \frac{l}{2} - hy' + \frac{\partial W}{\partial x'},\ x'_y = \frac{\partial U}{\partial y'} + \frac{\partial V}{\partial x'}, \end{aligned}$$

1) In meiner früheren Untersuchung über Biegung und Drillung von Cylindern aus krystallinischer Substanz (Wied. Ann. Bd. XVI, p. 273 u. 398, 1882.), welcher die meisten hier benutzten Formeln entnommen sind, war es mir nicht gelungen, das allgemeinste Problem der Torsion des rechteckigen Prismas mit Strenge zu behandeln; in dieser Hinsicht bringen die obigen Entwickelungen eine Vervollständigung und theilweise Berichtigung der früheren Resultate.

falls U, V, W beliebige Functionen von x' und y' sind. Dabei ist vorausgesetzt, daß beide Enden der Cylinderaxe nach der Deformation in die Z'-Axe fallen; h ist die Größe der Drillung der Längeneinheit der Z-Axe.

Wirken ausschließlich auf die Grundflächen des Cylinders drillende Kräfte, deren Moment um die Z'-Axe $= N$ ist, so ist wegen der gemachten Annahme für alle Querschnitte q in gleicher Weise:

$$\begin{gathered}\int X_x' dq = 0, \quad \int Y_x' dq = 0, \quad \int Z_x' dq = 0 \\ N + \int (Y_x' x - X_x' y)\, dq = 0, \quad \int Z_x' x' dq = 0, \quad \int Z_x' y' dq = 0.\end{gathered} \tag{33}$$

Für die Cylinderfläche muß sein:

$$\begin{aligned} 0 &= \overline{X_x'} \cos(n, x') + \overline{X_y'} \cos(n, y') \\ 0 &= \overline{Y_x'} \cos(n, x') + \overline{Y_y'} \cos(n, y') \\ 0 &= \overline{Z_x'} \cos(n, x') + \overline{Z_y'} \cos(n, y'), \end{aligned} \tag{34}$$

im ganzen Innern:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial X_x'}{\partial x'} + \frac{\partial X_y'}{\partial y'} \\ 0 &= \frac{\partial Y_x'}{\partial x'} + \frac{\partial Y_y'}{\partial y'} \\ 0 &= \frac{\partial Z_x'}{\partial x'} + \frac{\partial Z_y'}{\partial y'}. \end{aligned} \tag{35}$$

Diesen letzteren Gleichungen genügt man durch die Annahme:

$$\begin{gathered} X_x' = -\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial y'^2}, \quad X_y' = Y_x' = +\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x' \partial y'}, \quad Y_y' = -\frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x'^2}, \\ Z_x' = -\frac{\partial \Omega}{\partial y'}, \quad Z_y' = +\frac{\partial \Omega}{\partial x'}. \end{gathered} \tag{36}$$

Dadurch werden die Randbedingungen, falls ds das Element der Randcurve bezeichnet:

$$\begin{gathered} \overline{\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial y'}\right)} = 0, \quad \overline{\frac{d}{ds}\left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial x'}\right)} = 0, \quad \overline{\frac{d\Omega}{ds}} = 0, \\ \text{d. h. also} \quad \overline{\frac{\partial \Omega_1}{\partial y'}} = k', \quad \overline{\frac{\partial \Omega_1}{\partial x'}} = k'', \quad \overline{\Omega} = k. \end{gathered} \tag{37}$$

Von den Bedingungen (33) ist

$$\int X_x' dq = \int Y_x' dq = 0$$

durch die letzte Gleichung (34) und (35) identisch erfüllt, es bleiben also nur:

$$\begin{gathered} \int Z_x' dq = 0, \quad \int Z_x' x' dq = 0, \quad \int Z_x' y' dq = 0 \quad \text{und} \\ N + \int (Y_x' x' - X_x' y')\, dq = 0. \end{gathered} \tag{38}$$

Diese letzte Gleichung läßt sich ersetzen durch

$$N = 2\int \Omega\, dq, \qquad 39)$$

da identisch

$$\int x' Y'_z\, dq = -\int y' X'_z\, dq = -\int \Omega\, dq.$$

Aus den Werthen der Druckkräfte in dem neuen Coordinatensystem X', Y', Z':

$$-X'_x = c'_{11} x'_x + c'_{12} y'_y + c'_{13} z'_z + c'_{14} y'_z + c'_{15} z'_x + c'_{16} x'_y, \qquad 40)$$

. . . .

in denen die c'_{hk} Functionen der Elasticitätsconstanten c_{hk} sind, die sich durch die Lage des Coordinatensystems X', Y', Z' bestimmen, erhält man durch Auflösung nach x'_x, y'_y . . . .:

$$-x'_x S' = X'_x S'_{11} + Y'_y S'_{12} + Z'_z S'_{13} + Y'_z S'_{14} + Z'_x S'_{15} + X'_y S'_{16}, \qquad 41)$$

. . . .

worin sich die Determinanten S' und S'_{hk} ebenso durch die c'_{hk} ausdrücken, wie oben S und S_{hk} durch die c_{hk}.

Da nun identisch ist:

$$\frac{\partial^2 x'_x}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 y'_y}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2 x'_y}{\partial x'\, \partial y'} = 0$$

$$\frac{\partial y'_z}{\partial x'} - \frac{\partial x'_z}{\partial y'} = 2h$$

so gelten zwei Gleichungen zwischen den X'_x . . ., die sich durch Ω, Ω_1 und Z'_z geben lassen wie folgt:

$$\begin{aligned} 0 = & -S'_{11} \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial y'^4} - (2S'_{12} + S'_{66}) \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'^2} - S'_{22} \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^4} + 2S'_{16} \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^3} + 2S'_{26} \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^3 \partial y'} \\ & + S'_{24} \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^3} - S'_{15} \frac{\partial^3 \Omega}{\partial y'^3} + (S'_{14} + S'_{56}) \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x' \partial y'^2} - (S'_{25} + S'_{46}) \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^2 \partial y'} \\ & + S_{13} \frac{\partial^2 Z'_z}{\partial y'^2} + S_{23} \frac{\partial^2 Z'_z}{\partial x'^2} - S_{36} \frac{\partial^2 Z'_z}{\partial x' \partial y'} \qquad 42) \\ 2hS' = & \; S'_{24} \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^3} - S'_{15} \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial y'^3} + (S'_{14} + S'_{56}) \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^2} - (S'_{25} + S'_{46}) \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'} \\ & - S'_{44} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x'^2} - S'_{55} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y'^2} + 2S'_{45} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x' \partial y'} + S'_{35} \frac{\partial Z'_z}{\partial y'} - S'_{34} \frac{\partial Z'_z}{\partial x'}; \end{aligned}$$

hinzu fügen wir die noch nicht benutzte dritte Gleichung (41), welche unter Rücksicht auf den Werth von Z_z nach (32) giebt:

$$\begin{aligned} -S'(g_1 x' + g_2 y' + g_3) = & -S'_{13} \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial y'^2} - S'_{23} \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x'^2} + S'_{36} \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x' \partial y'} \\ & + S'_{34} \frac{\partial \Omega}{\partial x'} - S'_{35} \frac{\partial \Omega}{\partial y'} + S'_{33} Z'_z. \end{aligned}$$

Damit sind drei Haupt-Gleichungen für Ω, Ω_1 und Z_z erhalten, welche zusammen mit den Bedingungen (37), (38) und (39) diese Größen bestimmen.

Integrirt man die letzte Gleichung direct und nach Multiplication mit x' und y' über den Querschnitt q und setzt:

$$\int x'^2 dq = q\varkappa_y^2, \qquad \int y'^2 dq = q\varkappa_x^2, \tag{43}$$

so erhält man in Rücksicht auf (37) und (38) und unter Voraussetzung eines in Bezug auf die X'- und Y'-Axe symmetrischen Querschnittes:

$$g_1 = \frac{S'_{34} N}{2S' q \varkappa_y^2} = \frac{\Theta' N}{2q\varkappa_y^2}, \quad g_2 = -\frac{S'_{35} N}{2S' q \varkappa_x^2} = -\frac{\Theta' N}{2q\varkappa_x^2}, \quad g_3 = 0. \tag{44}$$

g_1 und g_2, und daher Θ' und Θ'', mißt die Größe der Biegung der Cylinderaxe in der $X'Z'$- und $Y'Z'$-Ebene, g_3 ihre Verlängerung parallel der Z'-Axe.

Die Elimination von Z'_z aus den zwei ersten Gleichungen (42) mittelst der dritten giebt zwei Formeln für Ω und Ω_1 allein. Sie lauten:

$$\begin{aligned}
0 = {} & \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^3}(S'_{24} S'_{33} - S'_{23} S'_{34}) + \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x'^2 \partial y'}(-S'_{33}(S'_{25}+S'_{46}) + S'_{23} S'_{35} + S'_{34} S'_{36}) \\
& + \frac{\partial^3 \Omega}{\partial x' \partial y'^2}(S'_{33}(S'_{14}+S'_{56}) - S'_{35} S'_{36} - S'_{13} S'_{34}) + \frac{\partial^3 \Omega}{\partial y'^3}(-S'_{15} S'_{33} + S'_{13} S'_{35}) \\
& + \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^4}(-S'_{22} S'_{33} + S'^2_{23}) + \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^3 \partial y'}\, 2(S'_{26} S'_{33} - S'_{23} S'_{36}) \\
& - \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'^2}(2(S'_{12} S'_{33} - S'_{13} S'_{23}) + S'_{33} S'_{66} - S'^2_{36}) \\
& + \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^3}\, 2(S'_{16} S'_{33} - S'_{13} S'_{36}) + \frac{\partial^4 \Omega_1}{\partial y'^4}(-S'_{11} S'_{33} + S'^2_{13})
\end{aligned} \tag{45}$$

$$\begin{aligned}
S'(2hS'_{33} - g_1 S'_{34} + g_2 S'_{35}) = {} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x'^2}(-S'_{44} S'_{33} + S'^2_{34}) \\
& + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x' \partial y'}\, 2(S'_{33} S'_{45} - S'_{34} S'_{35}) + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y'^2}(-S'_{55} S'_{33} + S'^2_{35}) \\
& + \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x'^3}(S'_{33} S'_{24} - S'_{23} S'_{34}) + \frac{\partial x^3 \Omega_1}{\partial x'^2 \partial y'}(-S'_{33}(S'_{25}+S'_{46}) + S'_{34} S'_{36} + S'_{23} S'_{35}) \\
& + \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial x' \partial y'^2}(S'_{33}(S'_{14}+S'_{56}) - S'_{13} S'_{34} - S'_{35} S'_{36}) + \frac{\partial^3 \Omega_1}{\partial y'^3}(-S'_{15} S'_{33} + S'_{13} S'_{35}).
\end{aligned}$$

Sei nun ein Prisma von rechteckigem Querschnitt betrachtet, parallel der X'- und Y'-Axe von den Dimensionen $2m$ und $2n$, so muß

für $x' = \pm m$ und beliebiges y', sowie
für $y' = \pm n$ und beliebiges x'

46) $$\overline{\frac{\partial \Omega_1}{\partial x'}} = 0, \quad \overline{\frac{\partial \Omega_1}{\partial y'}} = 0, \quad \overline{\Omega} = 0 \text{ sein.}$$

Setzt man:

47) $$\Omega = n^2 \cdot \frac{S'(2hS'_{33} - g_1 S'_{34} + g_2 S'_{35})}{S'_{33} S'_{55} - S'^2_{35}} \left[\omega - \tfrac{1}{2}\left(\frac{y'^2}{n^2} - 1\right)\right],$$

so werden beide Hauptgleichungen in ω und Ω_1 homogen. Die Randbedingungen für Ω_1 bleiben dieselben; für ω aber gilt:

48) für $x' = \pm m$ und beliebiges y' $\omega = \frac{1}{2}\left(\frac{y'^2}{n^2} - 1\right)$
für $y' = \pm n$ und beliebiges x' $\omega = 0$.

Setzt man diesen Werth (47) für Ω in Gleichung (39) ein, so erhält man unter Rücksicht auf die Werthe von g_1 und g_2:

$$\left(S'_{33} S'_{55} - S'^2_{35}\right) N = m^2 \left[4hS'S'_{33} - \left(\frac{S'^2_{34}}{\varkappa_y^2} + \frac{S'^2_{35}}{\varkappa_x^2}\right)\frac{N}{q}\right]\left(\frac{q}{3} + \int \omega\, dq\right)$$

also

$$h = \frac{N\left[S'_{33} S'_{55} - S'^2_{35} + \frac{n^2}{q}\left(\frac{S'^2_{34}}{\varkappa_y^2} + \frac{S'^2_{35}}{\varkappa_x^2}\right)\left(\frac{q}{3} + \int \omega\, dq\right)\right]}{4n^2 S'S'_{33}\left(\frac{q}{3} + \int \omega\, dq\right)}$$

oder da $\varkappa_x^2 = \frac{n^2}{3}$, $\varkappa_y^2 = \frac{m^2}{3}$ und $hL = \tau$, d. h. der Drillungswinkel des ganzen Prismas von der Länge L ist:

49) $$\tau = \frac{3NL\left[S'_{33} S'_{55} + \frac{n^2}{m^2} S'^2_{34} + \left(\frac{S'^2_{34}}{m^2} + \frac{S'^2_{35}}{n^2}\right)\frac{3n^2}{q}\int \omega\, dq\right]}{4n^2 S'S'_{33}(q + 3\int \omega\, dq)}.$$

Die ω bestimmenden Gleichungen zeigen, daß wenn man $\xi' = x'/n$ und $\eta' = y'/n$ statt x' und y' als Variable einführt, ω n und m garnicht mehr enthalten kann. Es läßt sich also

50) $$\int \omega\, dq = n^2 \int_{-\frac{m}{n}}^{+\frac{m}{n}} \int_{-1}^{+1} \omega(\xi', \eta')\, d\xi'\, d\eta' = \frac{4n^2}{3} f$$

setzen, worin f eine Function allein des Verhältnisses m/n sein kann.

Betrachtet man $2n = D$ als die kleinere, $2m = B$ als die größere Querdimension des Prismas, so erhält man schließlich:

$$\tau = \frac{3NL\left[\frac{S'_{55}}{S'} + \frac{D^2}{B^2}\frac{S'^2_{34}}{S'S'_{33}} + \left(\frac{S'^2_{34}}{B^2} + \frac{S'^2_{35}}{D^2}\right)\frac{D^3 f}{BS'S'_{33}}\right]}{D^3 B\left(1 + \frac{D}{B} f\right)}. \qquad 51)$$

Hierin ist nun zwar f eine unbekannte Function des Verhältnisses B/D, aber da dieselbe in den vollständig durchführbaren Fällen die Eigenschaft hat, für einigermaßen große Werthe des Verhältnisses B/D constant zu werden, so wird man voraussetzen dürfen, daß sie diese Eigenschaft stets besitzt. Die Beobachtung gestattet dies zu prüfen. Findet sich dann f bei gleichorientirten Prismen für verschiedene Verhältnisse B/D gleich, so kann man es durch Combination von Beobachtungen eliminiren.

Die Größe der Drillung wird wegen des vorausgesetzten Größenverhältnisses von D und B in erster Linie von dem Drillungscoefficienten

$$\mathrm{T} = S'_{55}/S' \qquad 52)$$

abhängen, in zweiter Linie von den schon oben (44) eingeführten Größen

$$\Theta' = S'_{35}/S', \quad \Theta'' = S'_{34}/S', \qquad 53)$$

welche die Größe der bei der Drillung eintretenden Biegungen bestimmen, außerdem von

$$\mathrm{E} = S'_{33}/S' \qquad 54)$$

welches mit dem oben eingeführten Dehnungscoefficienten identisch ist. In diesen Größen schreibt sich:

$$\tau = \frac{3NL\mathrm{T}\left[1 + \frac{\Theta''^2}{\mathrm{ET}}\left(\frac{D^2}{B^2} + \frac{D^3 f}{B^3}\right) + \frac{\Theta'^2}{\mathrm{ET}}\frac{Df}{B}\right]}{D^3 B\left(1 + \frac{D}{B} f\right)} \qquad 55)$$

Wie die Größen S'_{hk} sich in unsern auf das Hauptaxensystem bezogenen S_{hk} ausdrücken, habe ich an einer andern Stelle gezeigt. Hier werde ich nur die Werthe benutzen, die für das rhomboëdrische System gelten. Es wird dafür:

$$\begin{aligned} S'_{55} = S\mathrm{T} = {} & S_{44} + (2(S_{11} - S_{12}) - S_{44})\gamma_2^2 + 4(S_{11} + S_{33} - S_{44} - 2S_{13})\gamma^2\gamma_1^2 \\ & + 4S_{14}[(\gamma\beta_1 + \beta\gamma_1)(3\alpha\alpha_1 - \beta\beta_1) - \beta_2\gamma_2] \\ S'_{35} = S\Theta' = {} & (S_{44} + 2(S_{13} - S_{11}))\gamma\gamma_1 + 2(S_{11} + S_{33} - S_{44} - 2S_{13})\gamma^3\gamma_1 \\ & + S_{14}[(\beta_1\gamma + \gamma_1\beta)(3\alpha^2 - \beta^2) + 2\beta\gamma(3\alpha_1\alpha - \beta_1\beta)] \end{aligned} \qquad 56)$$

$$S'_{34} = S\Theta'' = (S_{44}+2(S_{13}-S_{11}))\gamma\gamma_2 + 2(S_{11}+S_{33}-S_{44}-2S_{13})\gamma^3\gamma_2$$
$$+ S_{14}[(\beta_2\gamma+\gamma_2\beta)(3\alpha^2-\beta^2) + 2\beta\gamma(3\alpha_2\alpha-\beta_2\beta)]$$
$$S'_{33} = SE = S_{11}(1-\gamma^2)^2 + S_{33}\gamma^4 + (S_{44}+2S_{13})\gamma^2(1-\gamma^2) + 2S_{14}\beta\gamma(3\alpha^2-\beta^2).$$

Die Orientirungen der Prismen, für welche $\Theta' = \Theta'' = 0$ ist, sind für die Beobachtung am geeignetsten, einmal weil sie nach (44) eine Drillung ohne Biegung gestatten, was in technischer Hinsicht erwünscht ist, andererseits, weil für sie die obige Formel sich sehr einfach auf:

57)
$$\tau = \frac{3NLT}{D^3B\left(1+\frac{D}{B}f\right)}$$

reducirt[1]).

Diese ganz allgemeinen Formeln (30) und (56) sollen nun für die speciellen Orientirungen der verschiedenen für die Beobachtung geeigneten Prismen angewandt werden.

Fällt die Längsrichtung in die krystallographische Hauptaxe — Gattung (0°) — so wird $\gamma = 1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \alpha = \beta = 0$ sein, daher:

58) $$SE_0 = S_{33} \qquad ST_0 = S_{44} \qquad S\Theta'_0 = 0 \qquad S\Theta''_0 = 0.$$

Es gilt also für die Torsion die einfachere Formel (57); die sie enthaltende (nahe constante) Function f muß durch die Beobachtung bestimmt werden. Die Lage der Querdimensionen kann einzig auf ihren Werth influiren, im übrigen ist sie gleichgültig.

Liegt die Längsrichtung in der Symmetrieebene YZ im ersten oder dritten Quadranten und schließt sie mit der Hauptaxe den Winkel 45° ein, und fällt die größere Querdimension (B) in die X-(Symmetrie-)Axe, so soll die Gattung Prismen mit (+45°) bezeichnet werden. Hier ist $\gamma = \beta = 1/\sqrt{2}$, $\pm\gamma_2 = \mp\beta_2 = 1/\sqrt{2}$, $\alpha_1 = 1$, $\alpha = \alpha_2 = \beta_1 = \gamma_1 = 0$, also:

59)
$$SE_{+45} = \tfrac{1}{4}(S_{11}+S_{33}+S_{44}+2(S_{13}-S_{14}))$$
$$S\Theta' = 0 \qquad S\Theta'' = \pm(S_{33}-S_{11}+S_{14})$$
$$ST_{+45} = \tfrac{1}{2}(S_{44}+2(S_{11}-S_{12})+4S_{14}).$$

Daß Θ'' von Null verschieden ist, läßt die Formel für die Tor-

---

1) Diese Formel, auf welche ich in der früheren Abhandlung durch eine ungenaue Analyse allgemein gekommen war, hat demnach nur eine beschränkte Gültigkeit. Indessen sind die in der jetzt streng nachgewiesenen Formel (55) hinzutretenden Glieder immer klein, meist zu vernachlässigen. Vernachlässigt man D^2/B^2 neben 1, so geht die eine sogar völlig in die andere über.

sion unbequem complicirt sein; man wird diese Gattung Prismen daher nicht gern zu Drillungsbeobachtungen benutzen.

Die Gattung (—45°) unterscheidet sich von der vorigen nur dadurch, daß die Längsrichtung im zweiten Quadranten liegt, $\gamma = -\beta = 1/\sqrt{2}$ ist. Hier gilt:

$$\begin{aligned} SE_{-45} &= \tfrac{1}{4}(S_{11} + S_{33} + S_{44} + 2(S_{13} + S_{14})). \\ ST_{-45} &= \tfrac{1}{2}(S_{44} + 2(S_{11} - S_{12}) - 4S_{14}) \end{aligned} \qquad 60)$$

Liegt die Längsrichtung des Prismas normal zur Hauptaxe, d. h. in der Ebene der Nebenaxen, so hat man $\gamma = 0$, also für die Gattung (90°):

$$SE_{90} = S_{11} \qquad 61)$$

wie auch immer die Orientirung im Uebrigen sei. Dies Resultat ist analog dem bei hexagonalen Krystallen gefundenen. Ferner ist unter der gleichen Voraussetzung:

$$\begin{aligned} ST_{90} &= S_{44} + (2(S_{11} - S_{12}) - S_{44})\gamma_2^2 + 4S_{14}[\beta\gamma_1(3\alpha\alpha_1 - \beta\beta_1) - \beta_2\gamma_2] \\ S\Theta'_{90} &= S_{14}\gamma_1\beta(3\alpha^2 - \beta^2) \qquad S\Theta''_{90} = S_{14}\gamma_2\beta(3\alpha^2 - \beta^2). \end{aligned}$$

Unterscheiden wir wie beim Beryll zwei Gattungen (90° *A*) und (90° *B*) jenachdem die kleinere oder größere Querdimension in die Hauptaxe fällt, d. h. γ_2 oder $\gamma_1 = 1$ ist, so erhält man für die Gattung (90° *A*):

$$ST_{90A} = 2(S_{11} - S_{12}), \qquad S\Theta'_{90A} = 0, \qquad S\Theta''_{90A} = S_{14}\beta(3\alpha^2 - \beta^2) \qquad 62)$$

hingegen für die Gattung (90° *B*):

$$ST_{90B} = S_{44}, \qquad S\Theta'_{90B} = S_{14}\beta(3\alpha^2 - \beta^2), \qquad S\Theta''_{90B} = 0. \qquad 63)$$

Es sind hiernach für die beiden Gattungen die Torsionscoefficienten rings um die Hauptaxe her constant, nicht aber die gleichen Bedingungen entsprechenden Torsionswinkel, denn in Formel (55) variiren die Θ' und Θ'' mit α und β, auch ist f wechselnd. Da aber diese Ausdrücke in Gleichung (55) sämmtlich in Potenzen von D/B multiplicirt auftreten, so ist eine starke Abhängigkeit der Torsion von der Lage der Prismenaxe in der Ebene der Nebenaxen nicht zu erwarten; besonders findet dies statt bei der Gattung (90° *A*), da für diese $\Theta' = 0$ ist, welches nach Formel (55) in das größte variable Glied multiplicirt ist.

Die Orientirung der Prismenaxe normal zu der krystallographischen Symmetrieebene hat die besondre Wichtigkeit, daß für sie die bisher als unbekannt benutzte Function f sich bestimmen läßt. Wir gehen, um dies zu zeigen, zu den Formeln (45) und (46) zurück.

Bei der angenommenen Orientirung — und dies gilt wieder all-

gemein für jedes Krystallsystem, welches eine Symmetrieebene besitzt, — ist

64) $S'_{14} = S'_{24} = S'_{31} = S'_{15} = S'_{25} = S'_{35} = S'_{46} = S'_{56} = 0.$

Man kann daher in (45) $\Omega_1 = 0$ setzen und erhält in Rücksicht auf (47) für ω die Haupt-Gleichung:

65) $$0 = S'_{44}\frac{\partial^2 \omega}{\partial x'^2} - 2S'_{45}\frac{\partial^2 \omega}{\partial x' \partial y'} + S'_{55}\frac{\partial^2 \omega}{\partial y'^2},$$

dazu die Nebenbedingungen

$$\text{für } x' = \pm m \qquad \omega = \tfrac{1}{2}\frac{y'^2 - n^2}{n^2}$$

$$\text{für } y' = \pm n \qquad \omega = 0.$$

Eine strenge Lösung dieser Gleichungen ist zwar möglich — das Problem ist identisch mit dem, auf einem Parallelogramm das logarithmische Potential bei gegebenen Randwerthen zu bestimmen, — führt aber auf keine practisch brauchbaren Resultate. Eine angenährte Lösung erhält man für eine langgestreckte Gestalt des Querschnitt-Rechtecks, indem man beachtet, daß in den Kanten gedrillter, rechteckiger Prismen die Spannungen gleich Null und überhaupt an den am weitesten von der Drehaxe entfernten Theilen der Begrenzung am kleinsten sind. Man kann daher für unsern Zweck der Bestimmung von ω in einem bereits kleinen Gliede an Stelle der kurzen Seiten des Rechteckes beliebige schwach gekrümmte Curvenstücke setzen, d. h. braucht die Bedingung für $x' = \pm m$ nur angenährt zu erfüllen. Dann kann man für ω eine particuläre Lösung benutzen.

Setzt man kurz $S'_{44} = a$, $S'_{45} = b$, $S'_{55} = c$ so ist:

66) $$\omega = \left(Ae^{\alpha\frac{cx'+by'}{\sqrt{ca-b^2}}} + Be^{-\alpha\frac{cx'+by'}{\sqrt{ca-b^2}}}\right)\cos\alpha y'$$

eine Lösung, welche für $\alpha = (2h-1)\frac{\pi}{2n}$ der Hauptgleichung und der zweiten Randbedingung genügt.

Eine andere ist

$$\omega = \left(A'e^{\alpha'\frac{cx'+by'}{\sqrt{ac-b^2}}} + B'e^{-\alpha'\frac{cx'+by'}{\sqrt{ac-b^2}}}\right)\sin\alpha' y'$$

für $\alpha' = \frac{h\pi}{n}$.

Wir wollen die beiden für den speciellen Werth $h = 1$ combiniren und, indem wir abkürzend schreiben:

$$\frac{\pi}{2n} = \alpha, \qquad \frac{ab}{\sqrt{ac-b^2}} = \beta, \qquad \frac{ac}{\sqrt{ac-b^2}} = \gamma,$$

setzen:

$$\omega = (Ae^{\gamma x'+\beta y'} + Be^{-(\gamma x'+\beta y')})\cos \alpha y' + (Ce^{2(\gamma x'+\beta y')} + De^{-2(\gamma x'+\beta y')})\tfrac{1}{4}\sin 2\alpha y'. \qquad 67)$$

Setzt man diesen Werth für ω gleich $\frac{y'^2-n^2}{2n^2}$, so erhält man die Gleichung derjenigen Curven, welche neben den Geraden $y = \pm n$ einen Querschnitt begrenzen, für welchen diese Function ω das Problem der Torsion streng löst, und den wir nun nach Möglichkeit dem Rechteck $2m.2n$ ähnlich gestalten wollen.

Die Function ω wird bei hinreichend gestreckter Form des Querschnitts, d. h. gegen n großes m, an den Grenzcurven sich jedesmal merklich auf nur die zwei Glieder reduciren, welche dort positive Exponenten besitzen, z. B. für die positive Seite auf:

$$A\cos\alpha y'\, e^{\gamma x'+\beta y'} + \tfrac{1}{4}C\sin 2\alpha y'\, e^{2(\gamma x'+\beta y')} = \frac{y'^2-n^2}{2n^2}.$$

Hieraus folgt:

$$e^{\gamma x'+\beta y'} = \pm\sqrt{\frac{A^2}{C^2\sin^2\alpha y'} + \frac{y'^2-n^2}{n^2 C\cos\alpha y'\sin\alpha y'}} - \frac{A}{C\sin\alpha y'},$$

oder unter Entwickelung der Wurzelgröße, indem wir C für klein gegen A ansehen:

$$e^{\gamma x'+\beta y'} = \frac{A}{C\sin\alpha y'}\left(\frac{C(y'^2-n^2)\sin\alpha y'}{2n^2A^2\cos\alpha y'} - \frac{1}{8}\frac{C^2(y'^2-n^2)^2\sin^2\alpha y'}{n^4A^4\cos^2\alpha y'} + \frac{1}{16}\frac{C^3(y'^2-n^2)^3\sin^3\alpha y'}{n^6A^6\cos^3\alpha y'} \pm\right).$$

Wir wollen uns auf die drei hingeschriebenen Glieder beschränken und die Reihe kurz schreiben:

$$e^{\gamma x'+\beta y'} = \frac{y'^2-n^2}{2n^2A\cos\alpha y'}(1-\tfrac{1}{2}F+\tfrac{1}{2}F^2), \text{ worin } F = \frac{C(y'^2-n^2)\operatorname{tg}\alpha y'}{2n^2A^2}. \qquad 68)$$

Dann folgt:

$$\gamma x' + \beta y' = l\left(\frac{y'^2-n^2}{2n^2A\cos\alpha y'}\right) - \tfrac{1}{2}F + \tfrac{3}{8}F^2. \qquad 68^a)$$

Fï · $y' = 0$ giebt sich:

$$\gamma x_0' = l\left(\frac{-1}{2A}\right)$$

für $y' = \pm n$, da $\lim\limits_{y'=\pm n}\left(\frac{y'^2-n^2}{n^2\cos ay'}\right) = -\frac{4}{\pi}$, also $\lim\limits_{y'=\pm n} F = \mp\frac{2C}{\pi A^2}$

$$\gamma x'_{\pm n} = l\left(\frac{-2}{\pi A}\right) \pm \frac{C}{\pi A^2} + \frac{3}{2\pi^2}\frac{C^2}{A^4} \mp \beta n.$$

Wir wollen C/A^2 so bestimmen, daß nach Möglichkeit $x'_{+n} = x'_{-n}$ ist, also der betrachtete Querschnitt den Character des Rechtecks zeigt[1]); hierzu ist erforderlich, daß die ungeraden Glieder der Formel 68ᵃ etwa für $y' = 0{,}72n$ sich hinwegheben; und dadurch bestimmt sich: $0{,}895 . \beta n = \frac{C}{\pi A^2}$. Dies ergiebt:

68ᵇ) $$F = 0{,}895\,\frac{\pi\beta(y'^2-n^2)}{2n}\operatorname{tg} ay'.$$

Dann wird auch

$$\gamma(x'_{\pm n} - x'_0) = l\left(\frac{4}{\pi}\right) \mp \beta n . 0{,}104 + \beta^2 n^2 . 1{,}201$$

oder nach dem Werthe von γ:

$$x'_{\pm n} - x'_0 = \frac{2n\sqrt{ac-b^2}}{c}\left[\frac{1}{\pi}l\left(\frac{4}{\pi}\right) \mp \frac{\beta n}{\pi} . 0{,}104 + \frac{\beta^2 n^2}{\pi}\cdot 1{,}201\right].$$

Dies giebt die Abweichung der Endpunkte $y' = \pm n$ der Curve aus der Verticalen durch den Mittelpunkt $y' = 0$; sie ist proportional mit $2n$. Der erste Factor $\frac{1}{\pi}l\left(\frac{4}{\pi}\right)$ ist dabei $= 0{,}077$; hat $\frac{\beta n}{\pi} = \frac{b}{2\sqrt{ac-b^2}}$ also keinen bedeutenden Werth, oder ist es gar gleich Null (wie u. a. bei isotropen Medien) so ist die Abweichung stets sehr klein, denn $\sqrt{ac-b^2}/c$ entfernt sich nicht weit von Eins.

Die obigen Betrachtungen sind nun ebenso für die negative Seite des Querschnitts anzustellen und ergeben dort dieselben Gleichungen (68) nur tritt $-(\gamma x' + \beta y')$ an Stelle von $+(\gamma x' + \beta y')$.

Der erhaltene Werth für ω ist nun behufs Bestimmung der Gleichung (57) einzusetzen in (50):

$$f = \frac{3}{4n^2}\int \omega\, dq.$$

1) Es dürfte dies am besten erreicht sein, wenn die in (68ᵃ) durch die ungeraden Glieder $-\frac{1}{2}F - \beta y'$ gegebene Curve zwischen $y' = 0$ und $y' = \pm n$ mit der Coordinatenaxe gleichviel positive und negative Fläche umschließt. Wann dies geschieht ließ sich nur durch Probiren ermitteln; die oben angegebene Bedingung ist nicht genau und braucht es nicht zu sein, da es sich nur um ein Correctionsglied handelt.

Wir benutzen die abgekürzte Bezeichnung von (67)

$$f = \frac{3}{4n^2}\left[\int_{-n}^{+n}\cos\alpha y'dy'\int_{x_-}^{x_+}\left(Ae^{(\gamma x'+\beta y')}+\frac{C}{2}e^{2(\gamma x'+\beta y')}\sin\alpha y'\right)dx'\right.$$
$$\left.+\int_{-n}^{+n}\cos\alpha y'dy'\int_{x_-}^{x_+}\left(Be^{-(\gamma x'+\beta y')}+\frac{D}{2}e^{-2(\gamma x'+\beta y')}\sin\alpha y'\right)dx'\right].$$

Hierin bedeuten x'_+ und x'_- die x'-Coordinaten der Punkte der Begrenzungscurve, welche auf der positiven und negativen Seite demselben Werthe y' entsprechen. Nach ausgeführter Integration in Bezug auf x' ist zu bedenken, daß die Exponentialgrößen mit den negativen Exponenten neben denen mit positiven zu vernachlässigen sind, nach (68) u. f. aber $e^{\gamma x'_+ + \beta y}$ und $e^{-(\gamma x'_- + \beta y)}$ den gleichen Werth hat. Wir haben daher nur zu berechnen:

$$f = \frac{3}{2n^2\gamma}\int_{-n}^{+n}\left(Ae^{\gamma x'_+ + \beta y'}+\frac{C}{4}e^{2(\gamma x'_+ + \beta y')}\sin\alpha y'\right)\cos\alpha y'dy'.$$

Hier hinein ist der Werth von $e^{\gamma x'_+ + \beta y'}$ aus (68) zu setzen. Man erhält:

$$f = \frac{3}{2n^2\gamma}\int_{-n}^{+n}\frac{y'^2-n^2}{2n^2}\left(1-\tfrac{1}{4}F+\tfrac{1}{4}F^2+\tfrac{5}{16}F^3+\cdots\right)dy'.$$

Darin verschwinden die Glieder mit ungeraden Potenzen von F, es bleibt also bei Beschränkung auf die frühere Genauigkeit nur das erste und dritte; das erstere ist $= -\frac{2}{3}n$, das letztere findet sich unter Rücksicht auf (68^b) durch mechanische Quadratur $= -\frac{\pi^2\beta^2 n^3}{16}\cdot 0{,}279$, so daß also schließlich resultirt

$$= -\frac{2}{\pi}\frac{\sqrt{ac-b^2}}{c}\left(1+0{,}510\cdot\frac{b^2}{ac-b^2}\right)^{1)}.$$

Das erste vernachlässigte Glied ist mit $\frac{b^4}{(ac-b^2)^2}$ proportional. Setzt man für a, b, c nun die Werthe ein, so kömmt:

$$f = -\frac{2}{\pi}\frac{\sqrt{S'_{44}S'_{55}-S'^2_{45}}}{S'_{55}}\left(1+0{,}510\frac{S'^2_{45}}{S'_{44}S'_{55}-S'^2_{45}}\right). \qquad 69)$$

Diese Formel gilt für alle Krystallsysteme und setzt nur voraus, daß die Drillungsaxe normal zu einer krystallographischen Symmetrieebene steht. In dem speciellen Falle, daß $S'_{45} = 0$ ist, erhält man

1) Der Zahlenfactor ist nur angenähert bestimmt; vielleicht ist der strenge Werth 0,5.

$$f = -\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{S'_{44}}{S'_{55}}};$$

die strenge Analyse ergiebt hier nach Saint Venant für Rechtecke nur die Abweichung, daß an Stelle von $\frac{2}{\pi} = 0{,}637$ bei starkgestreckten Querschnitten der Zahlenfactor 0,630 auftritt. Der Unterschied beträgt nur 1% und ist, da f in der Hauptformel (57) in D/B multiplicirt auftritt, gänzlich ohne Belang. Wie groß die Genauigkeit im allgemeinsten Falle ist, läßt sich natürlich nicht mit Schärfe beurtheilen, doch darf man sie ebensogroß ansehen, so lange die allgemeinere Grenzcurve (68) nicht stärker von der Geraden abweicht, als die speciellere, für welche $b = 0$ ist.

Die in der Schlußformel (69) auftretende Partialdeterminante S'_{45} bestimmt sich für das rhomboëdrische System bei beliebiger Orientirung folgendermaßen:

70)
$$\begin{aligned} S'_{45} = {} & S_{44}\gamma_1\gamma_2 + 4(S_{11}-S_{44}-2S_{13})\gamma_1\gamma_2\gamma^2 - 4(S_{11}-S_{12})\alpha\beta(\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1) \\ & + 2S_{14}[(\beta_1\gamma+\gamma_1\beta)(\alpha\alpha_2-\beta\beta_2)+(\beta_2\gamma+\gamma_2\beta)(\alpha\alpha_1-\beta\beta_1) \\ & + (\gamma\alpha_2+\alpha\gamma_2)(\alpha\beta_1+\beta\alpha_1)+(\gamma\alpha_1+\alpha\gamma_1)(\alpha\beta_2+\beta\alpha_2)]. \end{aligned}$$

Liegt, wie oben vorausgesetzt die Längsaxe Z' des Prismas normal zur krystallographischen Symmetrie-Ebene, d. h. parallel der X-Axe, so ist $\alpha = 1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = \gamma = 0$ und daher

70a)
$$S'_{45} = S_{44}\gamma_1\gamma_2 + 2S_{14}(\gamma_1\beta_2+\gamma_2\beta_1).$$

Setzt man den Winkel zwischen der X' und Y Richtung gleich φ, so schreibt sich dies

$$S'_{45} = \tfrac{1}{2}S_{44}\sin 2\varphi + 2S_{14}\cos 2\varphi;$$

es giebt also jederzeit eine Orientirung der Kanten X', Y' des Rechtecks, für welche S'_{45} verschwindet; dazu ist nöthig, daß $\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{4S_{14}}{S_{44}}$. Man kann jedoch diese Orientirung nur angeben wenn S_{14} und S_{44} schon gefunden ist; da aber nur S_{14} sich durch Biegungsbeobachtungen bestimmt, so ist sie für die practische Anwendung wenig nütze.

Für den bei (70a) vorausgesetzten Fall wird nach (56):

71)
$$S'_{55} = S_{44} + (2(S_{11}-S_{12}) - S_{44})\gamma_2^2 - 4S_{14}\gamma_2\beta_2,$$

und da sich S'_{44} von S'_{55} nur durch die Vertauschung der Indices der Richtungscosinus α, β, γ unterscheidet,

72)
$$S'_{44} = S_{44} + (2(S_{11}-S_{12}) - S_{44})\gamma_1^2 - 4S_{14}\gamma_1\beta_1.$$

Hieraus folgt, daß man durch Torsionsbeobachtungen an Prismen, deren Axe in die Normale zur krystallographischen Symmetrieebene

fällt, die drei Verhältnisse $(S_{11}-S_{12})/S$, S_{44}/S und S_{14}/S bestimmen kann. Die Biegung giebt ein viertes S_{11}/S, so daß nur noch zwei durch andre Prismen zu bestimmen bleiben.

Wir haben als die Gattung ($90^{\circ}A$) oben diejenige bezeichnet, für welche die Längsrichtung und die Breitenrichtung normal zur Hauptaxe steht; wir wollen die Benennung ($90^{\circ}AI$) speciell für Stäbchen normal zur Symmetrieebene einführen, wenn für sie

$$\alpha = \beta_1 = \gamma_2 = 1, \quad \beta_2 = \gamma_1 = 0 \text{ ist.}$$

Dann wird:

$$S'_{55} = 2(S_{11} - S_{12}), \quad S'_{44} = S_{44}, \quad S'_{45} = 2S_{14},$$

also:

$$T_{90AI} = \frac{2(S_{11}-S_{12})}{S},$$

$$f_{90AI} = -\frac{2}{\pi}\,\frac{\sqrt{2S_{44}(S_{11}-S_{12})-4S_{14}^2}}{2(S_{11}-S_{12})}\left(1+0{,}510\,\frac{S_{14}^2}{S_{44}\dfrac{(S_{11}-S_{12})}{2}-S_{14}^2}\right). \tag{73}$$

Die Gattung ($90^{\circ}BI$) ist analog gegeben durch

$$\alpha = \beta_2 = \gamma_1 = 1, \quad \beta_1 = \gamma_2 = 0;$$

für sie wird:

$$S'_{55} = S_{44}, \quad S'_{44} = 2(S_{11}-S_{12}), \quad S'_{45} = 2S_{14}$$

also

$$T_{90BI} = \frac{S_{44}}{S},$$

$$f_{90BI} = -\frac{2}{\pi}\,\frac{\sqrt{2S_{44}(S_{11}-S_{12})-4S_{14}^2}}{S_{44}}\left(1+0{,}510\,\frac{S_{14}^2}{S_{44}\dfrac{(S_{11}-S_{12})}{2}-S_{14}^2}\right). \tag{74}$$

Sind nun aus den Beobachtungen nach den vorstehenden Formeln die sechs unabhängigen Determinantenverhältnisse

$$S_{11}/S = s_{11}, \; S_{12}/S = s_{12}, \; S_{13}/S = s_{13}, \; S_{14}/S = s_{14}, \; S_{33}/S = s_{33}, \; S_{44}/S = s_{44}$$

berechnet, so bestimmen sich aus ihnen die sechs Elasticitätsconstanten

$$c_{11}, \quad c_{12}, \quad c_{13}, \quad c_{14}, \quad c_{33}, \quad c_{44}$$

durch die folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{a)} \quad c_{11}s_{11} + c_{12}s_{12} + c_{13}s_{13} + c_{14}s_{14} = 1.\\
&\text{b)} \quad c_{12}s_{11} + c_{11}s_{12} + c_{13}s_{13} - c_{14}s_{14} = 0\\
&\text{c)} \quad 2c_{13}s_{13} + c_{33}s_{33} = 1\\
&\text{d)} \quad c_{13}(s_{11} + s_{12}) + c_{33}s_{13} = 0\\
&\text{e)} \quad 2c_{14}s_{14} + c_{44}s_{44} = 1.\\
&\text{f)} \quad c_{14}(s_{11} - s_{12}) + c_{44}s_{14} = 0.
\end{aligned}\right| \tag{75}$$

Aus c) und d) folgt:

76)
$$c_{13} = \frac{-s_{13}}{s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2} \qquad c_{33} = \frac{s_{11}+s_{12}}{s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2}$$
aus e) und f):
$$c_{14} = \frac{-s_{14}}{s_{44}(s_{11}-s_{12})-2s_{14}^2} \qquad c_{44} = \frac{s_{11}-s_{12}}{s_{44}(s_{11}-s_{12})-2s_{14}^2}$$
aus a) und b):
$$c_{11}+c_{12} = \frac{1-2c_{13}s_{13}}{s_{11}+s_{12}} \qquad c_{11}-c_{12} = \frac{1-2c_{14}s_{14}}{s_{11}-s_{12}}$$
oder:
$$c_{11}+c_{12} = \frac{s_{33}}{s_{33}(s_{11}+s_{12})-2s_{13}^2} \qquad c_{11}-c_{12} = \frac{s_{44}}{s_{44}(s_{11}-s_{12})-2s_{14}^2}.$$

Unter diesen Constanten bestehen nach der Poisson'schen Theorie, wenn vorausgesetzt wird, daß die Moleküle der Substanz keine Polarität besitzen, dieselben beiden Relationen, die für das hexagonale System gelten, nämlich:

77) $$c_{13} = c_{44} \qquad c_{11} = 3c_{12}.$$

Aus den Verhältnissen s_{hk} bestimmt sich wiederum die Deformation eines rhomboëdrischen Krystalles bei andern als den oben vorausgesetzten Umständen.

Ist ein beliebig gestaltetes Stück einem allseitig gleichen Druck ausgesetzt, so folgt genau wie für das hexagonale System gefunden:

78)
$$x_x = -p(s_{11}+s_{12}+s_{13}) = y_y$$
$$z_z = -p(2s_{13}+s_{33})$$
$$y_z = z_x = x_y = 0.$$

Die Compressions-Coefficienten parallel und normal zur Hauptaxe werden daher auch:

79)
$$A_0 = 2s_{13}+s_{33} \qquad A_{90} = s_{11}+s_{12}+s_{13},$$
der cubische Compressions-Coefficient:
$$M = s_{33}+2(s_{11}+s_{12})+4s_{13}.$$

Ebenso folgt für die Aenderung des Winkels χ zwischen zwei Ebenen, deren Normale durch die Richtungscosinus α_1, β_1, γ_1 und α_2, β_2, γ_2 gegen die Krystallaxen bestimmt sind, dieselbe Formel:

80) $$\delta\chi \sin\chi = -p(s_{13}+s_{33}-s_{11}-s_{12})(2\gamma_1\gamma_2-(\gamma_1^2+\gamma_2^2)\cos\chi)$$

mit dem charakteristischen Coefficienten

$$B = s_{13}+s_{33}-s_{11}-s_{12}.$$

Auch bei einseitigem Druck auf die Basis oder Mantelfläche verhält sich ein Cylinder aus einem rhomboëdrischen Krystall einem hexagonalen gleich, falls seine Axe in die krystallographische Hauptaxe fällt, nicht hingegen bei anderer Orientirung. Man kann daher für rhomboëdrische Krystalle aus den thermischen Ausdehnungscoefficienten a_0 und a_1 parallel und normal zur Hauptaxe ebenfalls die Größe der Wärmeabstoßung, gemessen durch q_0 und q_1, bestimmen wie für hexagonale durch die Formeln:

$$\begin{aligned} a_0 &= q_1 2s_{13} + q_0 s_{33} \\ a_1 &= q_1 (s_{11} + s_{12}) + q_0 s_{13}. \end{aligned} \qquad 81)$$

Beobachtungen am Bergkrystall.

Die Formen des Quarzes gehören der trapezoëdrischen Tetartoëdrie an. Für dieselben ist die Existenz einer zweiseitigen dreizähligen Symmetrieaxe characteristisch, alle übrigen Eigenschaften folgen aus dieser. Demgemäß gewinnt das elastische Potential dieselbe Form, wie für das rhomboëdrische holoëdrische System, und sind die im Vorstehenden abgeleiteten Formeln anzuwenden. Daß die elastischen Verhältnisse des Bergkrystalles die der rhomboëdrischen Krystallform entsprechende Unsymmetrie zeigen, ist bereits durch die Beobachtungen F. Savart's[1]) über die Klangfiguren auf Kreisscheiben, die aus diesem Material geschnitten waren, gezeigt worden.

Für meine Beobachtungen standen mir zunächst Stäbchen zur Verfügung, welche vor Jahren von Dr. Steeg u. Reuter in Homburg v. d. H. gefertigt und mir nun von dem Herrn Besteller überlassen worden waren. Diese sind im Folgenden mit No. 1—14 bezeichnet; von ihnen gehört

No. 5—8	der	Gattung	(0°) an,
No. 1—3	»	»	(90° A I)
No. 9—11	»	»	(90° A II)
No. 12—14	»	»	(45°).

No. 4 fehlt. Hierbei bezeichnet, wie oben gesagt, die Anzahl Grade den Neigungswinkel der Längsrichtung gegen die Krystallaxe, die Bezeichnung A deutet an, daß die Breitenrichtung normal zur Krystallaxe liegt, der Zusatz I oder II, ob die Längsrichtung senkrecht zu einer Symmetrieebene des rhomboëdischen Systems oder aber ihr parallel ist. Bei der letzten Gattung (45°) war nicht angegeben, in welcher Meridianebene die Längsrichtung orientirt war; die Beobachtung

1) F. Savart, Pogg. Ann. Bd. XVI p. 206, 1829.

hat gezeigt, daß dies entsprechend der Bezeichnung (— 45°) stattfand, d. h. die Längsrichtung nahe senkrecht zu einer Rhomboëderfläche — R gestanden hat.

Dieses System Stäbchen genügte noch nicht zur Bestimmung aller Constanten und zur Prüfung der im Vorstehenden entwickelten Formeln. Ich habe daher durch Dr. Steeg und Reuter aus einem schönen großen Krystall noch die folgenden 14 Stäbchen herstellen lassen:

No. 15—17	zur	Gattung	(90° A I)
No. 18—20	»	»	(90° B I)
No. 21—24	»	»	(— 45°)
No. 25—28	»	»	(+ 45°).

Diese Stäbchen waren vorzüglich geschliffen und polirt, aber leider nicht sehr genau orientirt, was die Beobachtungen und Berechnungen unbequem complicirt hat. Der Krystall hatte nämlich nicht genau parallele Säulenflächen und die optische Untersuchung zeigte, daß dem entsprechend die optische Axe im Innern des Krystalls von Stelle zu Stelle ihre Richtung ein wenig änderte. Eine größere Zahl von Stäbchen ist dann, um die theoretischen Resultate des vorhergehenden Abschnittes anwenden und prüfen zu können, von Voigt und Hochgesang in Göttingen auf geringere Dicke abgeschliffen worden; in dieser zweiten Gestalt sind die Stäbchen durch den oberen Index neben ihrer ursprünglichen Bezeichnung (z. B. also durch 0° No. 5′) unterschieden. Ihre Politur läßt theilweise zu wünschen übrig.

Die optische Untersuchung ergab vollständige Gleichartigkeit der Substanz, wie dies sich ja bei den Krystallen aus brasilianischem Geschiebe — und solche boten das Material — in ausgezeichneter Weise zu finden pflegt. Die Stäbchen No. 15—28 sind aus einem linksdrehenden Krystall geschnitten; ebenso zeigten linke Drehung No. 1—3, 9—14; es ist daher höchst wahrscheinlich, daß auch No. 5—8, die sich in dieser Hinsicht nicht wohl prüfen ließen, da sie mit der Längsrichtung parallel der Axe liegen, die gleiche Eigenschaft besitzen, obgleich nach einer überkommenen Notiz No. 5, 6 und No. 7, 8 aus zwei verschiedenen Krystallen geschnitten sind; der Fabrikant dürfte schwerlich um zweier Stäbchen willen einen neuen großen Krystall zerschnitten haben.

Die Bestimmung der Querdimensionen ist im Folgenden in derselben Weise wie oben für die Beryllstäbchen mitgetheilt.

Dimensionen.

0° No. 5. $D = 700 + \delta$

$\delta =$	53,8	63,8	72,8	81,9	93,2	103,1	103,9
	59,0	68,2	77,4	87,0	96,6	103,8	107,5
	56,2	66,0	75,7	86,2	94,2	103,7	107,2
	58,4	65,6	74,7	83,5	92,9	100,8	103,7
Mittel	56,8	65,9	75,2	84,6	94,2	102,8	105,6
ber.	55,9	66,5	76,3	85,2	93,4	100,7	107,2

$\delta_0 = 85{,}2$, $\delta_1 = 8{,}5$, $\delta_2 = -0{,}41$.

$B = 4600 + \beta$

$\beta =$	85	70	58	52	60	79	102
	84	68	58	53	62	79	102
Mittel	85	69	58	52	61	79	102
ber.	86,5	67,1	56,5	54,7	61,7	77,5	102,5

$\beta_0 = 54{,}7$, $\beta_1 = 2{,}6$, $\beta_2 = +4{,}4$.

0° No. 6. $D = 700 + \delta$

$\delta =$	66,0	72,9	77,3	83,7	92,6	100,0	105,5
	71,0	78,7	83,9	90,5	99,6	106,8	110,0
	72,0	81,2	86,4	91,8	100,6	107,8	113,5
	73,7	82,7	87,7	94,0	102,5	110,0	114,2
Mittel	70,7	78,9	83,8	90,0	98,8	106,2	110,8
ber.	70,9	77,7	84,5	91,3	98,1	104,9	111,7

$\delta_0 = 91{,}3$, $\delta_1 = 6{,}8$, $\delta_2 = 0$.

$B = 4700 + \beta$

$\beta =$	35	35	31	31	32	37	41
	36	35	31	31	36	35	39
Mittel	36	35	31	31	34	36	40
ber.	36,3	33,4	31,9	31,8	33,1	35,8	39,9

$\beta_0 = 31{,}8$, $\beta_1 = 0{,}6$, $\beta_2 = 0{,}7$.

0° No. 7. $D = 700 + \delta$

$\delta =$	90,0	96,0	103,9	111,7	120,0	127,7	133,8
	92,5	99,5	105,5	111,5	120,0	127,5	134,0
	85,0	96,4	102,8	110,7	119,6	130,5	137,5
	81,4	90,4	99,0	106,3	114,2	127,0	128,4
Mittel	87,2	95,6	102,8	110,0	118,4	128,2	133,4
ber.	87,3	95,2	103,1	110,9	118,7	126,4	134,1

$\delta_0 = 110{,}9$, $\delta_1 = 7{,}8$, $\delta_2 = -0{,}02$.

$B = 5100 + \beta$

$\beta =$	29	23	21	22	26	36	44
	27	30	23	22	27	37	47
Mittel	28	26	22	22	27	36	46
ber.	29,1	23,9	21,9	23,1	27,5	35,1	45,9

$\beta_0 = 23{,}1$, $\beta_1 = 2{,}8$, $\beta_2 = +1{,}6$.

0° No. 8. $D = 700 + \delta$

$\delta =$	97,0	99,8	103,0	106,0	110,7	115,3	119,7
	100,0	103,6	105,7	109,5	112,2	118,0	122,1
	99,5	104,0	105,0	109,0	114,0	120,1	125,3
	94,0	96,6	100,0	103,5	109,0	113,0	117,0
Mittel	97,8	101,0	103,4	107,0	111,5	116,6	121,0
ber.	97,9	100,5	103,7	107,3	111,5	116,1	121,3

$\delta_0 = 107{,}3$, $\delta_1 = 3{,}9$, $\delta_2 = +0{,}25$.

$B = 4600 + \beta$

$\beta =$	97	79	63	62	70	80	93
	96	78	63	62	72	82	93
Mittel	97	78	63	62	71	81	93
ber.	97,5	78,2	67,3	63,6	67,5	79,0	98,1

$\beta_0 = 63{,}6$, $\beta_1 = 0{,}1$, $\beta_2 = 3{,}8$.

Die dünner geschliffenen Stäbchen sind sämmtlich nur auf dem für die Torsionsbeobachtungen allein in Betracht kommenden (mittleren) Stück — ca. 8^{mm} von beiden Enden beginnend — beobachtet, da sie nur ausnahmsweise zur Biegung benutzt sind.

0° No. 5'. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	78,7	80,2	81,3	81,1	80,9
	78,4	80,1	81,6	82,2	81,9
	78,9	79,3	80,9	81,6	81,4
	79,6	81,2	82,3	82,8	82,0
Mittel	78,9	80,2	81,5	81,9	81,5

$B = 4600 + \beta$

$\beta =$	85	62	50	57	74
	86	62	53	58	76
Mittel	86	62	57	58	75

0° No. 6'.

$D = 400 + \delta$

$\delta =$	61,3	59,2	59,9	64,0	72,2
	66,3	63,5	63,3	67,5	74,5
	66,4	64,0	64,2	68,5	74,8
	69,7	67,2	67,2	72,0	78,3
Mittel	65,9	63,5	63,7	68,0	74,9

$B = 4700 + \beta$

$\beta =$	47,5	34,0	32,0	33,0	38,0
	46,5	33,5	31,0	33,5	38,0
Mittel	47,0	34,0	31,5	33,0	38,0

0° No. 7'.

$D = 400 + \delta$

$\delta =$	57,6	60,0	60,7	60,9	61,9
	64,2	66,2	67,2	68,0	68,9
	66,9	68,6	69,6	70,1	69,7
	72,4	73,9	75,2	76,1	75,3
Mittel	65,3	67,2	68,2	68,8	68,9

$B = 5100 + \beta$

$\beta =$	41,0	25,5	21,0	23,0	32,0
	40,5	26,0	22,0	23,0	28,0
Mittel	41,0	26,0	21,5	23,0	30,0

45° No. 12.

$D = 700 + \delta$

$\delta =$	34,7	40,7	46,2	53,0	62,7	71,2	76,2
	54,4	62,2	67,0	73,2	83,2	91,7	99,7
	57,3	66,0	70,0	76,7	86,2	95,2	103,0
	79,0	84,5	89,5	95,8	105,8	115,8	120,8
Mittel	56,3	63,4	68,2	74,7	84,5	93,5	99,9
ber.	56,6	62,5	69,0	76,1	83,8	92,1	101,0

$\delta_0 = 76{,}1,\ \delta_1 = 7{,}4,\ \delta_2 = +0{,}3.$

$B = 5400 + \beta$

$\beta =$	64	50	40	39	49	64	79
	72	49	38	39	48	66	79
Mittel	68	49	39	39	48	65	79
ber.	66,5	50,1	41,3	40,1	46,5	60,5	82,1

$\beta_0 = 40{,}1,\ \beta_1 = 2{,}6,\ \beta_2 = +3{,}8.$

45° No. 13.

$D = 700 + \delta$

$\delta =$	98,4	106,7	112,8	119,8	125,8	133,3	139,6
	97,5	105,5	112,0	118,0	124,0	129,6	137,1
	95,4	103,7	109,6	117,0	124,2	131,6	137,1
	88,0	97,7	103,0	109,1	116,0	122,8	129,8
Mittel	94,6	103,4	109,4	116,0	122,5	129,3	135,8
ber.	95,3	102,4	109,4	116,2	122,8	129,2	135,5

$\delta_0 = 116{,}2,\ \delta_1 = 6{,}7,\ \delta_2 = -0{,}09.$

$B = 4500 + \beta$

$\beta =$	17	4	0	2	12	25	44
	15	3	−2	0	10	25	42
Mittel	16	4	−1	1	11	25	43
ber.	14,2	3,2	−1,2	1,0	9,8	25,2	47,2

$\beta_0 = 1{,}0,\ \beta_1 = 5{,}5,\ \beta_2 = 3{,}3.$

45° No. 14.

$D = 800 + \delta$

$\delta =$	0,8	10,1	15,9	22,5	29,7	37,2	42,2
	1,7	10,0	16,6	22,6	29,7	37,0	42,3
	0,9	9,5	16,1	22,1	29,3	36,6	42,0
	−0,7	7,1	15,3	20,5	28,3	35,0	40,7
Mittel	0,7	9,2	16,0	21,9	29,3	36,4	41,8
ber.	1,1	8,6	15,8	22,7	29,4	35,8	41,9

$\delta_0 = 22{,}7,\ \delta_1 = 6{,}8,\ \delta_2 = -0{,}13.$

$B = 4400 + \beta$

$\beta =$	92	89	87	92	104	124	144
	92	89	93	98	104	122	144
Mittel	92	89	90	95	104	123	144
ber.	93,7	88,7	89,1	94,9	106,1	122,7	144,7

$\beta_0 = 94{,}9,\ \beta_1 = 8{,}5,\ \beta_2 = +2{,}7.$

− 45° No. 21.

$D = 800 + \delta$

$\delta =$	49,4	50,4	51,4	52,1	53,9	57,5	58,5
	49,6	51,0	52,2	53,2	54,9	58,0	59,3
	50,0	51,6	52,7	53,5	54,7	57,4	59,5
	50,0	52,4	52,6	53,6	54,9	58,6	59,0
Mittel	49,8	51,3	52,2	53,1	54,6	57,9	59,1
ber.	49,8	50,8	51,9	53,4	55,1	57,2	59,4

$\delta_0 = 53{,}4\ \ \delta_1 = 1{,}6\ \ \delta_2 = 0{,}14.$

$B = 5900 + \beta$

$\beta =$	51,0	67,5	79,5	74,0	72,0	53,0	35,5
	47,0	65,0	73,5	72,0	66,0	53,0	33,0
Mittel	49,0	66,0	76,5	73,5	69,0	53,0	34,0

— 45° No. 22. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	40,1	40,6	41,6	43,1	45,8	48,8	54,6
	43,9	43,3	44,6	45,8	48,0	50,8	54,9
	43,5	44,9	44,8	46,8	49,6	52,4	56,6
	45,8	47,5	47,4	49,5	52,3	65,5	60,7
Mittel	43,3	44,1	44,6	46,3	48,9	51,9	56,7
ber.	43,5	43,6	44,6	46,3	48,8	52,2	56,5

$\delta_0 = 46,3$ $\delta_1 = 2,2$ $\delta_2 = 0,41$.

$B = 5900 + \beta$

$\beta =$	58,5	67,0	72,5	72,0	66,0	53,5	35,0
	50,0	68,0	71,5	71,0	65,0	53,5	33,5
Mittel	54,0	67,5	72,0	71,5	65,5	53,5	34,0

— 45° No. 23. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	47,3	48,1	48,9	49,3	50,0	50,9	53,2
	47,3	48,3	49,1	49,8	50,8	51,7	54,0
	48,6	49,9	50,8	50,8	51,8	53,2	55,5
	47,9	48,1	49,3	49,9	50,8	52,5	54,8
Mittel	47,8	48,6	49,5	50,0	50,8	52,1	54,4
ber.	48,1	48,5	49,1	50,0	51,1	52,5	54,1

$\delta_0 = 50,0$ $\delta_1 = 1,0$ $\delta_2 = 0,12$.

$B = 5900 + \beta$

$\beta =$	59,0	70,0	76,0	72,5	64,5	54,0	35,0
	59,0	71,5	75,5	72,5	65,0	56,0	37,0
Mittel	59,0	71,0	76,0	72,5	65,0	55,0	36,0

— 45° No. 24. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	43,2	43,7	44,8	45,3	47,3	50,3	53,3
	45,1	45,9	46,1	47,8	49,0	52,9	56,3
	44,8	45,1	46,0	49,2	52,0	54,8	58,3
	44,1	44,8	46,1	46,5	48,5	51,4	55,3
Mittel	44,3	44,9	45,8	47,2	49,2	52,3	55,8
ber.	44,4	44,7	45,6	47,2	49,4	52,3	55,8

$\delta_0 = 47,2$ $\delta_1 = 1,9$ $\delta_2 = 0,32$.

$B = 5900 + \beta$

$\beta =$	61,5	72,0	76,0	73,5	65,0	56,5	38,5
	65,5	74,0	77,0	73,0	64,0	54,0	38,0
Mittel	63,5	73,0	76,5	73,0	64,5	55,0	38,0

+ 45° No. 25. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	53,1	49,9	47,3	45,0	43,1	42,4	42,0
	53,7	50,7	47,7	45,7	43,6	42,4	42,1
	52,6	50,8	47,7	45,6	43,7	42,6	41,9
	52,0	49,3	46,0	44,0	42,2	40,9	39,9
Mittel	52,8	50,2	47,2	45,1	43,2	42,1	41,5
ber.	53,0	49,9	47,2	45,1	43,4	42,2	41,4

$\delta_0 = 45,1$ $\delta_1 = 1,9$ $\delta_2 = 0,24$.

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	− 7,5	− 1,0	+ 5,0	+ 6,0	+ 2,0	− 2,0	− 17,0
	− 15,0	− 2,0	+ 5,0	+ 5,0	+ 2,0	− 1,5	− 18,0
Mittel	− 11,0	− 1,5	+ 5,0	+ 5,5	+ 2,0	− 2,0	− 17,5

+ 45° No. 26. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	35,8	37,4	39,0	41,0	43,4	46,3	48,4
	37,0	36,9	38,8	40,9	42,9	45,1	48,2
	36,0	38,0	39,0	41,3	43,5	46,4	48,8
	36,2	36,7	37,3	39,6	41,6	44,2	46,4
Mittel	36,2	37,3	38,5	40,7	42,8	45,5	47,9
ber.	36,1	37,3	38,8	40,6	42,8	45,3	48,1

$\delta_0 = 40,6$ $\delta_1 = 2,0$ $\delta_2 = 0,16$.

$B = 6000 + \beta$ [1]

$\beta =$	− 6,5	+ 7,0	+ 5,0	+ 4,0	+ 2,0	− 4,0	− 19,0
	− 11,5	+ 1,5	+ 5,0	+ 7,0	+ 2,5	− 3,0	− 8,0
Mittel	− 9,0	+ 4,0	+ 5,0	+ 5,5	+ 2,0	− 3,5	− 13,5

1) Bei diesem Stäbchen waren die Kanten mehrfach durch Scharten zerstört.

+ 45° No. 27. $D = 800 + \delta$ $B = 6000 + \beta$

$\delta =$	36,0	36,7	37,6	39,3	42,1	43,4	46,4
	38,6	40,8	40,4	43,0	44,1	46,7	49,5
	38,7	40,2	41,3	42,5	44,5	47,0	51,2
	41,0	41,9	43,1	45,1	45,9	48,3	51,7
Mittel	38,6	39,9	41,1	42,5	44,2	46,3	49,7
ber.	38,9	39,6	40,8	42,4	44,4	46,8	49,7

$\delta_0 = 42{,}6$ $\delta_1 = 1{,}8$ $\delta_2 = 0{,}21.$

$\beta =$	− 8,0	+ 2,0	5,5	5,0	3,0	− 3,0	− 20,0
	− 8,5	+ 1,5	5,5	5,0	2,5	− 3,5	− 19,0
Mittel	− 8,0	+ 2,0	5,5	5,0	3,0	− 3,5	− 19,5

+ 45° No. 28. $D = 800 + \delta$ $B = 6000 + \beta$

$\delta =$	37,0	38,0	39,3	40,7	42,5	44,1	46,0
	38,0	38,9	40,5	42,0	43,9	46,1	47,5
	39,4	39,7	41,0	42,6	44,2	46,1	48,4
	41,3	41,4	42,1	43,4	45,6	48,1	51,0
Mittel	38,9	39,5	40,7	42,2	44,1	46,1	48,2
ber.	38,7	39,6	40,8	42,2	44,0	46,0	48,3

$\delta_0 = 42{,}2$ $\delta_1 = 1{,}6$ $\delta_2 = 0{,}15.$

$\beta =$	− 10,0	+ 2,0	7,0	8,0	5,0	− 1,0	− 13,0
	− 9,0	+ 7,0	7,0	7,0	6,0	+ 1,0	− 15,0
Mittel	− 9,5	+ 4,5	7,0	7,5	5,5	0,0	− 14,0

90° AI. No. 1. $D = 800 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	34,1	40,0	41,2	42,0	42,1	38,8	33,8
	43,1	49,4	50,7	50,0	49,1	46,3	41,5
	47,0	51,7	52,5	52,2	52,3	48,8	40,6
	53,9	58,8	59,1	58,8	58,0	54,1	45,0
Mittel	44,5	50,0	50,9	50,7	50,4	47,0	40,2
ber.	44,7	49,0	51,3	51,6	49,9	46,2	40,5

$\delta_0 = 51{,}6,$ $\delta_1 = 0{,}7,$ $\delta_2 = -1{,}0.$

$\beta =$	66	55	44	42	46	57	69
	68	51	42	43	50	61	71
Mittel	67	53	43	43	48	59	70
ber.	66,7	53,1	45,3	43,3	47,1	56,7	72,1

$\beta_0 = 43{,}3,$ $\beta_1 = 0{,}9,$ $\beta_2 = +2{,}9.$

90° AI. No. 2. $D = 800 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	68,5	72,0	73,0	74,7	75,3	76,3	73,3
	69,2	73,3	74,7	75,7	77,7	77,7	75,7
	69,4	74,0	74,5	76,0	78,0	78,0	74,4
	70,0	73,5	75,0	76,2	78,2	79,3	75,3
Mittel	69,3	73,2	74,3	75,7	77,3	77,8	74,7
ber.	69,3	72,7	75,0	76,4	77,0	76,7	75,3

$\delta_0 = 76{,}4,$ $\delta_1 = 1{,}0,$ $\delta_2 = -0{,}45.$

$\beta =$	52	39	30	37	42	60	78
	48	38	32	34	44	60	77
Mittel	50	39	31	36	43	60	77
ber.	49,0	38,0	33,4	35,2	43,4	58,0	79,0

$\beta_0 = 35{,}2,$ $\beta_1 = 5{,}0,$ $\beta_2 = +3{,}2.$

90° AI. No. 3. $D = 800 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	26,0	29,5	32,3	33,4	32,7	32,1	28,6
	36,8	40,8	43,5	44,8	45,2	44,5	42,1
	37,4	40,5	43,0	45,4	45,8	45,6	43,8
	49,5	51,8	54,4	56,8	57,5	58,0	56,4
Mittel	37,4	40,6	43,3	45,1	45,3	45,1	42,7
ber.	37,1	40,9	43,4	45,0	45,4	44,7	42,9

$\delta_0 = 45{,}0,$ $\delta_1 = 1{,}0,$ $\delta_2 = -0{,}55.$

$\beta =$	68	56	48	47	52	61	76
	70	56	50	47	56	61	76
Mittel	69	56	49	47	54	61	76
ber.	68,4	56,2	49,4	48,0	52,0	61,4	76,3

$\beta_0 = 48{,}0,$ $\beta_1 = 1{,}3,$ $\beta_2 = +2{,}7.$

90° AI. No. 1'. $D = 400 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	54,6	56,3	57,3	58,6	60,1
	62,2	63,8	64,6	66,0	67,6
	63,5	65,5	65,5	67,0	69,3
	70,2	71,7	72,3	73,8	75,1
Mittel	62,6	64,3	64,9	66,3	68,0

$\beta =$	59,0	48,0	43,0	44,0	51,0
	60,0	47,0	42,0	45,0	53,0
Mittel	59,5	47,5	42,5	44,5	52,0

90° A I. No. 2'. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	61,2	64,9	66,1	67,1	63,4
	66,0	70,0	71,5	71,9	70,1
	67,2	71,0	74,5	73,5	69,3
	72,5	75,4	76,4	76,9	73,0
Mittel	66,7	70,3	72,1	72,3	69,0

$B = 5400 + \beta$

$\beta =$	65,0	46,0	34,0	33,5	44,0
	65,0	46,0	35,0	33,0	41,0
Mittel	65,0	46,0	34,5	33,0	42,5

90° A II. No. 9. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	29,5	38,0	43,6	49,0	52,5	55,0	52,5
	43,6	52,5	58,0	59,8	66,0	69,0	68,2
	46,0	54,5	59,0	64,0	67,0	70,0	69,5
	48,6	54,0	59,0	63,1	67,0	70,2	71,4
Mittel	41,9	49,8	52,4	59,0	63,1	66,1	65,4
ber.	41,8	48,7	54,3	59,0	62,5	64,9	66,2

$\delta_0 = 59{,}0,\ \delta_1 = 4{,}1,\ \delta_2 = -0{,}55.$

$B = 5000 + \beta$

$\beta =$	87	75	66	64	70	78	87
	89	77	72	68	68	78	85
Mittel	88	76	69	66	69	78	86
ber.	87,7	76,2	69,3	67,0	69,3	76,2	87,7

$\beta_0 = 67{,}0,\ \beta_1 = 0,\ \beta_2 = +2{,}3.$

90° A II. No. 10. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	61,4	66,5	71,8	75,8	77,9	78,5	74,9
	62,7	70,6	75,1	78,6	80,7	81,0	76,9
	64,3	73,7	76,1	79,0	80,4	81,4	77,4
	65,6	71,3	76,2	80,3	81,2	81,5	80,3
Mittel	63,5	70,5	74,8	78,4	80,1	80,6	77,4
ber.	63,4	70,2	75,3	78,6	80,1	79,8	77,8

$\delta_0 = 78{,}6,\ \delta_1 = 2{,}4,\ \delta_2 = -0{,}9.$

$B = 5000 + \beta$

$\beta =$	101	94	87	88	95	106	121
	98	94	87	84	91	106	123
Mittel	100	94	87	86	93	106	122
ber.	101,7	91,6	86,9	87,6	93,7	105,2	122,1

$\beta_0 = 87{,}6,\ \beta_1 = 3{,}4,\ \beta_2 = +2{,}7.$

90° A II. No. 11. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	−2,0	−3,0	−7,5	−12,2	−12,5	−17,8	−29,3
	33,9	34,9	28,3	24,2	21,6	16,1	8,0
	35,4	35,7	29,0	23,0	22,3	16,4	7,6
	53,0	52,0	47,0	43,0	41,0	35,5	25,8
Mittel	30,1	29,9	24,2	19,5	18,1	12,5	3,0
ber.	30,4	28,3	25,4	21,5	16,6	10,9	4,2

$\delta_0 = 21{,}5,\ \delta_1 = 4{,}4,\ \delta_2 = -0{,}47.$

$B = 5100 + \beta$

$\beta =$	11	13	14	17	21	28	32
	11	13	14	17	21	27	33
Mittel	11	13	14	17	21	27	33
ber.	11,2	12,0	14,0	17,2	21,6	27,2	34,0

$\beta_0 = 17{,}2,\ \beta_1 = 3{,}8,\ \beta_2 = 0{,}6.$

90° A II. No. 10'[1]). $D = 400 + \delta$

$\delta =$	75,5	79,3	80,8	80,3	78,9
	75,6	80,6	82,2	81,9	80,9
	76,0	81,1	82,1	81,1	81,3
	78,0	81,3	83,2	83,1	82,0
Mittel	76,3	80,6	82,1	81,6	80,8

90° A II. No. 11'. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	63,6	63,9	64,8	66,0	67,7
	66,9	67,6	67,9	69,3	71,3
	70,8	70,6	70,4	72,0	74,1
	72,8	73,4	73,7	74,5	76,9
Mittel	68,5	68,9	69,2	70,4	72,5

1) Da die früheren Messungen die Breiten nachgeschliffner Stäbchen merklich unverändert zeigten, ist weiterhin ihre Bestimmung unterlassen.

90° A I. No. 15. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	38,3	39,4	41,5	44,4	48,6
	41,0	40,0	41,5	45,0	49,3
	41,9	40,7	42,4	46,2	51,8
	40,5	41,2	43,8	47,1	51,7
Mittel	40,4	40,2	42,3	45,7	50,3

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	7,0	2,0	0,0	0,0	4,5
	7,0	3,0	0,0	2,0	4,0
Mittel	7,0	2,5	0,0	1,0	4,0

90° A I. No. 16. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	39,3	40,6	42,5	45,0	48,7
	40,0	41,3	43,2	45,5	48,9
	41,4	41,2	43,5	45,8	50,0
	41,1	42,2	44,3	47,0	51,1
Mittel	40,5	41,3	43,4	45,8	49,2

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	+1,0	−3,0	−4,0	−2,0	+1,0
	−1,0	−4,0	−5,5	−6,5	−2,0
Mittel	0,0	−3,5	−5,0	−4,0	−0,5

90° A I. No. 17. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	37,2	36,6	38,1	41,7	47,0
	37,1	36,3	37,6	41,1	48,7
	37,9	37,5	39,2	42,4	48,9
	39,9	38,0	39,2	42,6	48,0
Mittel	38,0	37,1	38,5	41,9	48,2

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	5,5	1,5	0,5	0,5	3,5
	6,5	1,5	0,0	0,0	3,5
Mittel	6,0	1,5	0,0	0,0	3,5

90° A I. No. 16′. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	74,4	74,8	75,1	75,1	75,1
	76,4	75,6	76,0	77,6	76,8
	75,6	75,7	75,8	75,4	76,6
	75,4	76,0	75,9	75,6	76,1
Mittel	75,4	75,5	75,7	75,4	76,1

90° A I. No. 17′. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	72,6	75,1	77,0	78,0	78,5
	76,0	77,7	80,0	81,0	81,5
	77,4	79,1	80,2	81,3	82,4
	78,2	80,2	82,0	83,0	83,0
Mittel	76,1	78,0	79,8	80,8	81,3

90° B I. No. 18. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	45,1	45,6	46,7	48,4	50,6
	43,4	44,4	46,2	48,0	50,3
	44,3	44,8	46,1	48,2	50,2
	44,9	45,4	46,7	48,1	50,8
Mittel	44,4	45,0	46,4	48,2	50,5

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	27,5	25,5	23,0	19,5	10,5
	27,5	26,0	22,5	16,5	9,0
Mittel	27,5	26,0	23,0	18,0	10,0

90° B I. No. 19. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	33,0	34,6	36,1	38,0	40,4
	34,2	35,4	36,6	38,6	41,0
	34,3	35,0	36,7	38,5	41,3
	35,1	36,3	37,8	40,1	42,5
Mittel	34,1	35,3	36,8	38,6	41,3

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	26,0	23,5	21,0	15,5	8,5
	25,0	23,0	21,5	14,0	10,0
Mittel	25,5	23,0	21,0	15,0	9,0

90° BI. No. 20. $D = 800 + \delta$

$\delta =$	35,9	36,9	37,7	39,5	41,5
	37,5	37,8	38,5	40,0	41,7
	36,1	37,1	38,7	41,1	43,9
	37,7	38,1	39,5	41,0	43,4
Mittel	36,8	37,5	38,6	40,4	42,6

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	21,5	21,5	19,5	13,0	7,0
	21,0	20,0	18,0	15,0	8,5
Mittel	21,0	21,0	19,0	14,0	9,0

90° BI. No. 19'. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	74,6	77,4	78,2	76,2	72,1
	75,9	78,3	79,2	77,1	73,9
	75,8	78,7	79,2	76,8	74,6
	74,7	77,3	78,0	75,1	71,1
Mittel	75,3	77,9	78,7	76,3	72,9

90° BI. No. 20'. $D = 400 + \delta$

$\delta =$	76,3	75,8	75,5	74,4	72,1
	77,0	76,6	76,2	75,1	74,2
	77,4	76,8	76,0	74,5	73,0
	76,9	76,9	76,1	74,8	74,1
Mittel	76,9	76,5	76,0	74,7	73,4

Biegungen.

Die Resultate der Biegungsbeobachtungen sind im Folgenden für Bergkrystall in derselben Weise mitgetheilt wie früher für Beryll. Die bei der Berechnung der Constanten einzuführenden Dimensionen der Prismen sind an die Spitze gestellt, die Länge L in Millimetern, die Breite B und Dicke D in Theilen des Sphärometers (= $1/992{,}7^{\text{mm}}$), und die Belastung P in Grammen, die Beobachtungstemperatur ϑ in Celsius-Graden zugefügt.

Was die beobachteten Biegungen η anbetrifft, so ist zu bemerken, daß die Stäbchen No. 1—14 mit demselben Apparat beobachtet sind, wie die aus Beryll gefertigten, die angegebenen Werthe also $0{,}000249^{\text{mm}}$ als Einheit voraussetzen. Für die neuen Stäbchen No. 15—28 war der Apparat etwas geändert, sodaß seine Constante nunmehr $0{,}0002359^{\text{mm}}$ betrug[1]). Nachträglich sind dann noch eine Reihe alter Stäbchen zur Controle mit dem neu eingerichteten Apparate beobachtet worden. Zur Unterscheidung sind die Mittelwerthe für η mit dem Index a oder n versehen.

Die Werthe η' geben in den Einheiten von η die Größe der Eindrückung der Lagerschneiden an und sind durch directe Beobachtungen bestimmt. ρ_1 und ρ_2 messen in der früher erörterten Weise die Größe der Reibung in den beiden Axen des Biegungsapparates.

Die Berechnung nach Formel (31) giebt den Werth E des Dehnungscoëfficienten für die Richtung, in welcher die Längsaxe des

1) Dabei waren die messingnen Lagerschneiden durch solche aus hartem Stahl ersetzt, um die Eindrückung zu verringern.

betreffenden Prismas gegen die Krystallaxen orientirt ist, da aber die verschiedenen unter derselben Bezeichnung zusammengefaßten Stäbchen verschiedene Abweichungen von den vorgeschriebenen Richtungen besitzen und diese — ungleich dem oben gezeigten Verhalten hexagonaler Krystalle — bei rhomboëdrischen Krystallen bedeutenden Einfluß üben, so sind die direct berechneten Resultate zunächst im Allgemeinen noch nicht vergleichbar.

0° No. 5. $L = 54,4$, $B = 4659$, $D = 784,7$, $P = 56$, $\vartheta = 17,5$, $\eta' = 2,7$.
1. Lage. $\eta = 383,9$ 383,4 383,9 385,4 384,4 383,7
2. Lage. $\eta = 385,8$ 386,2 386,3 385,7 385,3 385,4
Mittel $\eta_a = 385,0$, $\rho_1 = 3,6$, $\rho_2 = 5,0$, $E = 10230000$.

$L = 52,2$ [1]), $\vartheta = 18,6$.
1. Lage. $\eta = 316,6$ 316,8 316,4 316,0, $P = 50$ $\eta' = 1,3$
$\eta = 632,7$ 632,5 632,4 632,7, $P = 100$ $\eta' = 2,6$
2. Lage. $\eta = 315,7$ 315,2 315,8 315,5, $P = 50$ $\eta' = 1,3$
$\eta = 631,4$ 631,1 631,6 631,7, $P = 100$ $\eta' = 2,6$
Mittel $\eta_n = 632,0$, $\rho_1 = 8,0$, $\rho_2 = 6,4$, $E = 10280000$.

0° No. 6. $L = 54,4$, $B = 4732$, $D = 791,2$, $P = 56$, $\vartheta = 18,1$, $\eta' = 2,7$.
1. Lage. $\eta = 365,0$ 364,7 364,4 365,6 364,9 364,5
2. Lage. $\eta = 366,3$ 366,3 366,8 366,3 365,8 366,6
Mittel $\eta_a = 365,6$, $\rho_1 = 3,0$, $\rho_2 = 4,5$, $E = 10360000$.

0° No. 7. $L = 54,4$, $B = 5124,5$, $D = 810,8$, $P = 56$, $\vartheta = 16,4$, $\eta' = 2,5$.
1. Lage. $\eta = 315,9$ 314,5 315,1 315,4 314,9 315,5
2. Lage. $\eta = 313,8$ 315,3 315,8 314,3 315,6 315,9
Mittel $\eta_a = 315,1$, $\rho_1 = 3,3$, $\rho_2 = 4,8$, $E = 10300000$.

0° No. 8. $L = 54,4$, $B = 4667$, $D = 807,5$, $P = 56$, $\vartheta = 16,7$, $\eta' = 2,7$.
1. Lage. $\eta = 350,6$ 350,4 350,6 351,5 351,6 352,0
2. Lage. $\eta = 350,0$ 350,7 351,0 349,8 348,5 349,9
Mittel $\eta_a = 350,6$, $\rho_1 = 3,2$, $\rho_2 = 4,8$, $E = 10280000$.

$L = 52,2$ [1]), $\vartheta = 18,1$.
1. Lage. $\eta = 287,9$ 288,7 288,3 288,1, $P = 50$ $\eta' = 1,3$
$\eta = 578,9$ 578,4 578,3 577,6, $P = 100$ $\eta' = 2,6$
2. Lage. $\eta = 289,9$ 289,1 289,1 288,9, $P = 50$ $\eta' = 1,3$
$\eta = 578,7$ 578,5 578,7 578,7, $P = 100$ $\eta' = 2,6$
Mittel $\eta_n = 578,2$, $\rho_1 = 9,0$, $\rho_2 = 8,0$, $E = 10290000$.

0° No. 6'. $L = 56,2$, $B = 4732$, $D = 465,0$, $P = 20$, $\vartheta = 16,4$, $\eta' = 0,5$.
1. Lage. $\eta = 743,0$ 744,4 743,5 742,0
2. Lage. $\eta = 744,0$ 742,2 742,0 742,6
Mittel $\eta_n = 743,0$, $\rho_1 = 16,0$, $\rho_2 = 11,5$, $E = 10340000$.

---

1) Bei diesen beiden Beobachtungen war die Belastung zufällig um 1mm von der Mitte angebracht. Demgemäß ist, wie die Theorie ergiebt, bei der Berechnung E um 0,0045 seines Werthes nach Formel (31) verkleinert worden.

0° No. 7'. $L = 56{,}2$, $B = 5124{,}5$, $D = 468{,}0$, $P = 20$, $\vartheta = 16{,}2$, $\eta' = 0{,}5$.

1. Lage. $\eta = 673{,}9 \quad 673{,}4 \quad 672{,}7 \quad 673{,}4 \quad 673{,}9$

2. Lage. $\eta = 673{,}0 \quad 672{,}5 \quad 671{,}7 \quad 673{,}3 \quad 672{,}5$

Mittel $\eta_m = 673{,}0$, $\rho_1 = 20{,}0$, $\rho_2 = 13{,}0$, $\boldsymbol{E} = \mathbf{10350000}$.

Die Formel (30) für den Dehnungscoëfficienten E zeigt, daß für eine unendlich kleine Abweichung der Längsaxe des Prismas aus der krystallographischen Hauptaxe $\delta \mathrm{E} = 0$, d. h. zweiter Ordnung unendlich klein ist. Die Abweichungen der beobachteten Prismen von der vorgeschriebenen Richtung sind demnach bei der Gattung (0°) ohne merklichen Einfluß auf den Werth von E und E; man erhält daher unmittelbar das

Gesammtmittel $\boldsymbol{E}_0 = \mathbf{10304000}$, $\mathbf{E}_0 = \mathbf{9{,}705 \,.\, 10^{-8}}$

Wahrscheinlicher Fehler ± 10000, $\pm 0{,}009$.

— 45° No. 21. $L = 66{,}2$, $B = 5963$, $D = 853{,}5$, $P = 100$, $\vartheta = 17{,}4$, $\eta' = 2{,}8$.

1. Lage. $\eta = 620{,}5 \quad 620{,}6 \quad 620{,}9 \quad 621{,}1$

2. Lage. $\eta = 620{,}0 \quad 620{,}2 \quad 620{,}9 \quad 621{,}7$

Mittel $\eta_m = 620{,}7$, $\rho_1 = 8{,}0$, $\rho_2 = 10{,}0$, $\boldsymbol{E} = \mathbf{13040000}$.

— 45° No. 22. $L = 62{,}2$, $B = 5962$, $D = 846{,}7$, $\vartheta = 17{,}2$.

1. Lage. $\eta = 262{,}3 \quad 261{,}3 \quad 262{,}0 \quad 261{,}5$, $P = 50$ $\eta' = 1{,}3$

$\eta = 523{,}5 \quad 523{,}6 \quad 523{,}3 \quad 523{,}4$, $P = 100$ $\eta' = 2{,}6$

2. Lage. $\eta = 260{,}8 \quad 260{,}6 \quad 261{,}2 \quad 261{,}3$, $P = 50$ $\eta' = 1{,}2$

$\eta = 524{,}8 \quad 524{,}8 \quad 524{,}7 \quad 524{,}8$, $P = 100$ $\eta' = 2{,}6$

Mittel $\eta_m = 523{,}7$, $\rho_1 = 8{,}5$, $\rho_2 = 10{,}5$, $\boldsymbol{E} = \mathbf{13130000}$.

— 45° No. 23. $L = 62{,}2$, $B = 5964$, $D = 850{,}1$, $\vartheta = 17{,}2$.

1. Lage. $\eta = 259{,}8 \quad 259{,}3 \quad 259{,}2 \quad 259{,}5$, $P = 50$ $\eta' = 1{,}3$

$\eta = 519{,}4 \quad 518{,}7 \quad 518{,}8 \quad 518{,}9$, $P = 100$ $\eta' = 2{,}6$

2. Lage. $\eta = 258{,}5 \quad 258{,}2 \quad 258{,}5 \quad 258{,}7$, $P = 50$ $\eta' = 1{,}3$

$\eta = 518{,}0 \quad 517{,}9 \quad 518{,}2 \quad 518{,}2$, $P = 100$ $\eta' = 2{,}6$

Mittel $\eta_m = 518{,}3$ $\rho_1 = 7{,}0$, $\rho_2 = 10{,}0$, $\boldsymbol{E} = \mathbf{13110000}$.

— 45° No. 24. $L = 58{,}2$, $B = 5967$, $D = 847{,}5$, $\vartheta = 17{,}4$.

1. Lage. $\eta = 214{,}9 \quad 214{,}5 \quad 214{,}6 \quad 214{,}5$, $P = 50$ $\eta' = 1{,}3$

$\eta = 430{,}0 \quad 430{,}4 \quad 430{,}3 \quad 430{,}4$, $P = 100$ $\eta' = 2{,}6$

2. Lage. $\eta = 214{,}2 \quad 214{,}2 \quad 213{,}8 \quad 213{,}7$, $P = 50$ $\eta' = 1{,}3$

$\eta = 429{,}0 \quad 429{,}7 \quad 429{,}3 \quad 429{,}8$, $P = 100$ $\eta' = 2{,}6$

Mittel $\eta_m = 429{,}5$, $\rho_1 = 6{,}5$, $\rho_2 = 11{,}0$, $\boldsymbol{E} = \mathbf{13080000}$.

Weicht die Richtung der Längsaxe von der vorausgesetzten Lage: in der krystallographischen Symmetrieebene um — 45° gegen die Hauptaxe geneigt (d. h. $\gamma = -\beta = 1\sqrt{2}$, $\alpha = 0$) um $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$ ab, so ergiebt sich dadurch eine Aenderung des Dehnungscoëfficienten E nach (30)

$$(\delta \mathrm{E})_{-45} = \sqrt{2}\,(s_{33} - s_{14} - s_{11})\,\delta\gamma$$

oder falls man $\gamma = \cos(45^0 + \delta\varphi)$ setzt

$$(\delta E)_{-45} = + (s_{33} - s_{14} - s_{11})\,\delta\varphi.$$

Die Abweichung aus der Meridianebene ist also
Vorläufige Bestimmungen ergaben beim Bergkr

$$(\delta E)_{-45} = -0{,}89 \,.\, 10^{-8} .\ \delta\varphi,$$

also da $E = 1/\mathrm{E}$ und E nahe $= 13{,}0 \,.\, 10^6$ ist:

$$(\delta E)_{-45} = +1{,}52 \,.\, 10^{+6} .\ \delta\varphi;$$

es ändert also eine Abweichung um einen Grad E nu
seines Werthes. Die mittlere Abweichung der obig
sich nach Messungen von Dr. Hennig und mir +
um die Werthe E auf -45^0 zu reduciren bei alle
ziehen. So findet sich für

No. 21 E = 13000000
22 13090000
23 13070000
24 13040000

Gesammtmittel E_{-45} = 13050000, E₋₄
wahrscheinlicher Fehler ± 9000,

+ 45° No. 25. $L = 50{,}2$, $B = 5999$, $D = 845{,}3$, ϑ = 1

1. Lage.	η = 211,4	210,0	210,5	210,0,	
	η = 424,2	423,9	424,5	424,5,	
2. Lage.	η = 212,2	213,1	213,0	212,9,	
	η = 424,0	423,6	423,7	424,0,	

Mittel $\eta_n = 424{,}0$, $\rho_1 = 7{,}5$, ρ_2 = 9

+ 45° No. 26. $L = 52{,}2$, $B = 6000$, $D = 840{,}7$, ϑ = 1

1. Lage.	η = 242,6	243,0	243,2	242,7,	
	η = 483,6	483,6	483,5	483,4,	
2. Lage.	η = 242,8	242,2	242,5	242,6,	
	η = 483,6	483,7	483,8	483,6,	

Mittel $\eta_n = 484{,}2$, $\rho_1 = 7{,}5$, ρ_2 = 9

+ 45° No. 27. $L = 52{,}2$, $B = 6000$, $D = 842{,}5$, ϑ = 1

1. Lage.	η = 243,5	242,6	241,2	242,6,	
	η = 481,6	481,9	481,4	481,9,	
2. Lage.	η = 240,9	240,4	240,5	240,8,	
	η = 480,3	480,7	480,5	480,3,	

Mittel $\eta_n = 481{,}3$, $\rho_1 = 7{,}5$, ρ_2 = 9

+ 45° No. 28. $L = 48{,}2$, $B = 6002$, $D = 842{,}3$, ϑ = 1

1. Lage.	η = 188,2	188,3	188,4	188,2,	
	η = 378,8	378,0	377,9	378,2,	
2. Lage.	η = 189,6	189,8	189,5	189,6,	
	η = 379,0	380,3	379,6	379,5,	

Mittel $\eta_n = 378{,}6$, $\rho_1 = 7{,}0$, ρ_2 = 11

Für die Gattung (+ 45°) ergiebt Formel (30) die einer Abweichung $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$ von der vorgeschriebenen Orientirung ($\gamma = \beta = 1/\sqrt{2}$, $\alpha = 0$) des Prismas entsprechende Aenderung von E:

$$\delta E = \sqrt{2}\,(s_{33} + s_{14} - s_{11})\,\delta\gamma$$

oder wenn man setzt: $\gamma = \cos(45^0 + \delta\varphi)$

$$= -(s_{33} + s_{14} - s_{11})\,\delta\varphi$$

$$= +7{,}26 \, . \, 10^{-8} \, . \, \delta\varphi,$$

also, da $E = 1/\mathrm{E}$ und E nahe $= 8{,}5 \, . \, 10^6$ ist,

$$\delta E = -5{,}11 \, . \, 10^6 \, . \, \delta\varphi.$$

Für die obigen Stäbchen No. 25—28 gab sich die Abweichung der Längsaxe von $+45^0$ durch eine große Anzahl von Messungen im Mittel gleich $-1{,}4^0$, es ist also von allen oben angegebenen Zahlen $0{,}12 \, . \, 10^6$ in Abzug zu bringen, um den -45^0 entsprechenden Werth zu erhalten.

Hiernach wird für

No. 25	E =	8400000		
26		8400000		
27		8400000		
28		8420000		
Gesammtmittel	E_{+45} =	8405000,	E_{+45} =	11,898
wahrscheinlicher Fehler		± 4000,		± 0,006.

Der große Einfluß der Lage der Längsaxe bei dieser Gattung macht sie zur Bestimmung der Elasticitätsconstanten weniger geeignet; bei einer Wiederholung wird man statt ihrer passend eine Richtung benutzen, in welcher E ein Maximum oder Minimum erreicht. Die hier vorliegenden Bestimmungen gestatten ihre Berechnung.

Die mit der Marke (45°) überkommenen Stäbchen No. 12—14 lieferten resp.

45° No. 12. $L = 54{,}4$, $B = 5443$, $D = 776{,}3$, $P = 56$, $\vartheta = 16{,}8$, $\eta' = 10{,}3$.
Mittelwerth $\eta_a = 277{,}0$ $E = 12950000$

No. 13. $L = 50{,}4$, $B = 4504$, $D = 816{,}4$, $P = 56$, $\vartheta = 17{,}9$, $\eta' = 10{,}8$.
Mittelwerth $\eta_a = 227{,}4$ $E = 13180000$.

No. 14. $L = 54{,}4$, $B = 4497$, $D = 822{,}5$, $P = 56$, $\vartheta = 18{,}3$, $\eta' = 10{,}8$.
Mittelwerth $\eta_a = 277{,}5$ $E = 13160000$.

Die optische Untersuchung ergab bei No. 12 die Abweichung $\delta\varphi = -1{,}5^0$, bei No. 13 und 14 $\delta\varphi = +1^0$, der mittlere Werth der obigen Zahlen für $E = 1309000$ müßte also nahe für 45° gelten. Man bemerkt, daß er dem oben für die Gattung (— 45°) erhaltenen

sehr nahe kömmt; doch war bei den Beobachtungen der Apparat nicht ganz in Ordnung und die Größe der Eindrückung der Lagerschneiden nur zu schätzen. Ich werde die erhaltenen drei Werthe für No. 12—14 daher von der Berechnung der Constanten ausschließen.

90° A I. No. 1. $L = 54{,}4$, $B = 5446$, $D = 850{,}4$, $P = 56{,}0$, $\vartheta = 18{,}5$, $\eta' = 2{,}3$.

1. Lage.	$\eta =$ 339,6	338,0	339,1	339,4	337,8	340,3
2. Lage.	$\eta =$ 339,6	339,4	337,5	338,2	338,3	336,7

Mittel $\eta_a = 338{,}6$, $\rho_1 = 2{,}8$, $\rho_2 = 4{,}0$, $E = 7810000$.

90° A I. No. 2. $L = 54{,}4$, $B = 5438$, $D = 876{,}0$, $P = 56{,}0$, $\vartheta = 17{,}9$, $\eta' = 2{,}3$.

1. Lage.	$\eta =$ 311,6	309,7	309,5	310,9	309,2	309,9
2. Lage.	$\eta =$ 311,8	310,0	311,0	310,2	309,9	309,9

Mittel $\eta_a = 310{,}3$, $\rho_1 = 3{,}0$, $\rho_2 = 4{,}2$, $E = 7810000$.

90° A I. No. 3. $L = 54{,}4$, $B = 5460$, $D = 844{,}5$, $P = 56{,}0$, $\vartheta = 18{,}3$, $\eta' = 2{,}3$.

1. Lage.	$\eta =$ 342,7	342,0	341,3	342,2	341,8	341,4
2. Lage.	$\eta =$ 341,5	342,0	342,3	341,1	342,0	342,5

Mittel $\eta_a = 341{,}9$, $\rho_1 = 3{,}0$, $\rho_2 = 5{,}0$, $E = 7870000$.

$L = 50{,}2$, $\vartheta = 17{,}4$, $\eta' = 2{,}6$.

1. Lage.	$\eta =$ 501,9	502,3	502,2	501,5,	$P = 100$
	$\eta =$ 250,8	250,8	250,4	250,5,	$P = 50$
2. Lage.	$\eta =$ 507,9	507,7	508,3	507,7,	$P = 100$
	$\eta =$ 254,4	255,1	254,3	254,5,	$P = 50$

Mittel $\eta_n = 505{,}0$ $E = 7880000$.

90° A I. No. 15. $L = 50{,}2$, $B = 6002$, $D = 842{,}8$, $\vartheta = 16{,}6$, $\eta' = 2{,}6$.

1. Lage.	$\eta =$ 462,6	461,9	462,6	462,2,	$P = 100$
	$\eta =$ 230,6	230,6	230,7	230,4,	$P = 50$
2. Lage.	$\eta =$ 463,0	463,2	462,6	462,7,	$P = 100$
	$\eta =$ 231,0	230,4	230,4	230,4,	$P = 50$

Mittel $\eta_n = 462{,}2$ $E = 7880000$.

$L = 52{,}2$ 1)[1], $\vartheta = 16{,}8$.

1. Lage.	$\eta =$ 517,0	515,9	516,2	516,6,	$P = 100$
	$\eta =$ 257,3	257,7	257,6	257,7,	$P = 50$
2. Lage.	$\eta =$ 516,8	517,4	518,5	517,7,	$P = 100$
	$\eta =$ 258,5	258,6	258,2	257,7,	$P = 50$

Mittel $\eta_n = 516{,}6$ $E = 7880000$.

90° A II. No. 9. $L = 52{,}4$, $B = 5069$, $D = 859{,}1$, $P = 56$, $\vartheta = 16{,}0$, $\eta' = 2{,}5$.

1. Lage.	$\eta =$ 312,3	312,1	312,4	311,8	311,9	312,4
2. Lage.	$\eta =$ 313,3	312,9	312,7	311,8	311,9	312,7

Mittel $\eta_a = 312{,}3$, $\rho_1 = 3{,}2$, $\rho_2 = 4{,}8$, $E = 7890000$.

---

1) Um 1^{mm} vom Mittelpunkt belastet, demgemäß corrigirt.

$L = 50,2, \quad \vartheta = 17, \quad \eta' = 2,6.$

1. Lage.	$\eta =$ 255,4	255,5	255,0	255,0,	$P =$ 50	
	$\eta =$ 512,7	512,3	512,5	512,5,	$P =$ 100	
2. Lage.	$\eta =$ 258,4	257,5	257,5	257,2,	$P =$ 50	
	$\eta =$ 515,2	514,6	514,8	514,4,	$P =$ 100	

Mittel $\eta_n = 513,3, \quad \rho_1 = 8,0, \quad \rho_2 = 8,5, \quad E =$ **7930000.**

90° A II. No. 10. $L = 52,4, \quad B = 5090, \quad D = 877,8, \quad P = 56, \quad \vartheta = 16,8, \quad \eta' = 2,5.$

1. Lage.	$\eta =$ 287,5	288,1	287,5	286,8	286,6	288,0
2. Lage.	$\eta =$ 288,2	288,7	288,6	288,5	288,3	287,7

Mittel $\eta_n = 287,9, \quad \rho_1 = 3,0, \quad \rho_2 = 4,6, \quad E =$ **8020000.**

$L = 50,2, \quad \vartheta = 17,2, \quad \eta' = 2,6.$

1. Lage.	$\eta =$ 240,4	239,7	240,0	239,7,	$P =$ 50
	$\eta =$ 478,5	478,1	477,0	477,0,	$P =$ 100
2. Lage.	$\eta =$ 237,2	237,7	236,2	236,9,	$P =$ 50
	$\eta =$ 473,2	472,8	472,5	473,0,	$P =$ 100

Mittel $\eta_n = 475,8, \quad \rho_1 = 10,0, \quad \rho_2 = 9,5, \quad E =$ **8010000.**

90° A II. No. 11. $L = 54,4, \quad B = 5118, \quad D = 821,0, \quad P = 56, \quad \vartheta = 16,0, \quad \eta' = 10,8$[1].

1. Lage.	$\eta =$ 401,3	401,6	401,6	402,9	401,7	401,5
2. Lage.	$\eta =$ 400,0	401,3	400,7	400,7	401,0	401,4

Mittel $\eta_n = 401,3, \quad \rho_1 = 3,8, \quad \rho_2 = 5,1, \quad E =$ **7950000.**

90° B I. No. 18. $L = 48,2, \quad B = 6022, \quad D = 846,6, \quad \vartheta = 16,4, \quad \eta' = 2,6.$

1. Lage.	$\eta =$ 201,9	202,5	201,9	201,9,	$P =$ 50
	$\eta =$ 405,4	405,0	404,7	405,0,	$P =$ 100
2. Lage.	$\eta =$ 201,5	201,5	201,7	201,9,	$P =$ 50
	$\eta =$ 404,9	405,1	405,3	404,9,	$P =$ 100

Mittel $\eta_n = 404,5, \quad \rho_1 = 7,5, \quad \rho_2 = 7,0, \quad E =$ **7840000.**

Diese Werthe sind nun zunächst durch Correction wegen der Abweichung der Stäbchen von der vorgeschriebenen Orientirung vergleichbar zu machen. Formel (30) ergiebt für die Gattung

$$90^\circ \text{ A I. } (\alpha = \beta_1 = \gamma_2 = 1) \quad \delta E = 0$$
$$\text{für } 90^\circ \text{ A II. } (\alpha_1 = \beta = \gamma_2 = 1) \quad \delta E = -2 s_{14} \delta\gamma$$
$$\text{für } 90^\circ \text{ B I. } (\alpha = \beta_2 = \gamma_1 = 1) \quad \delta E = 0.$$

Die Stäbchen der ersten und letzten Gattung sind also für die Bestimmung von E am günstigsten.

Für (90° A II.) erhält man, wenn man $\gamma = \cos\varphi$ setzt, unter Rücksicht auf den durch vorläufige Bestimmung erhaltenen Werth

$$s_{14} = -4,24 \,.\, 10^{-8}$$

---

1) Wie sich nachträglich herausstellte waren die Lagerschneiden bei dieser Beobachtung lose, die deshalb nothwendige Correction ist in η enthalten und nur nährungsweise richtig. Eine Wiederholung der Beobachtung war nicht möglich, da das Stäbchen bei Entdeckung des Fehlers schon dünner geschliffen war.

$$\delta \mathrm{E} = -8{,}48 \,.\, 10^{-8} \,.\, \delta\varphi$$

also da $E = 1/\mathrm{E}$ und E nahe $= 7{,}85 \,.\, 10^6$ ist

$$\delta E = +5{,}20 \,.\, 10^6 \,.\, \delta\varphi.$$

Die optische Untersuchung ließ für $\delta\varphi$ die folgenden absoluten Werthe erkennen

für No. 9 $\delta\varphi = 1°$, No. 10 $\delta\varphi = 1{,}5°$, No. 11 $\delta\varphi = 1°$.

In welchem Sinne diese Abweichungen lagen war nicht mehr festzustellen, die vorstehenden Werthe E für (90° A I) und (90° B I) lassen aber erkennen, daß sie positiv zu rechnen sein werden. Die Correctionen würden demgemäß sein

für No. 9, $\delta E = -0{,}09 \,.\, 10^6$; No. 10, $\delta E = -0{,}14 \,.\, 10^6$;
No. 11, $\delta E = -0{,}09 \,.\, 10^6$.

Hiernach erhält man schließlich die folgende zusammenstellung:

90° A I.	No. 1,	$E =$ 7810000
	No. 2,	7810000
	No. 3,	7870000
		7880000
	No. 15,	7880000
		7880000
90° A II.	No. 9,	7800000
		7840000
	No. 10,	7880000
		7870000
	No. 11,	7860000
90° B I.	No. 18,	7840000
Gesammtmittel		$E_{90} = 7853000$, $\mathrm{E}_{90} = 12{,}734 \,.\, 10^{-8}$
wahrscheinlicher Fehler		± 7000, $\pm 0{,}011$.

Die Uebereinstimmung der unter verschiedenen Umständen an demselben Stäbchen gefundenen Werthe zeigt, daß die Ursachen der Abweichungen hauptsächlich in den Dimensionsbestimmungen und in Inhomogenitäten der Substanz zu suchen sind, nicht in den Biegungsbeobachtungen.

Die Gleichheit der Werthe von E für die drei Gattungen (90° A I), (90° A II) und (90° B I) giebt eine Bestätigung der Theorie (s. hierzu Formel 61).

Anmerkung. Der Ueberblick über die Werthe von ρ_1 und ρ_2 in den verschiedenen Beobachtungstafeln ergiebt, daß die Reibung in den Axen bei den letzten (durch η_n characterisirten) Beobachtungen bedeutend größer war, als bei den früheren (mit η_a bezeichneten); sie war in der That während der Benutzung des Apparates stetig

gestiegen. Es sind deshalb für weitere Beobachtungen Abänderungen des Apparates begonnen, um die gleitende Reibung durch rollende zu ersetzen; dieser naheliegende Ausweg bietet nur deshalb Schwierigkeiten, weil dadurch die Stabilität der äußerst leichten drehbaren Theile ganz minimal wird und dem durch besondern Maßregeln begegnet werden muß.

Drillungen.

0° No. 5. $L = 40{,}2$, $B = 4664$, $D = 784{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G+40$,	$\sigma =$ 201,1	201,6	201,8	202,0,	$\rho =$ 5,5
	$G+20$,	$\sigma =$ 113,2	113,1	113,1	112,9,	$\rho =$ 5,8
	G ,	$\sigma =$ 25,2	25,3	25,2	25,2,	$\rho =$ 6,4
rR.	$G+40$,	$\sigma =$ 203,5	203,5	203,7	203,7,	$\rho =$ 7,7
	$G+20$,	$\sigma =$ 114,6	114,8	114,6	114,9,	$\rho =$ 7,7
	G ,	$\sigma =$ 25,9	25,9	25,9	26,1,	$\rho =$ 8,4

$\sigma_{20} = 88{,}55.$

0° No. 6. $L = 41{,}18$, $B = 4733$, $D = 791{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 16{,}7$.

rR.	$G+40$,	$\sigma =$ 197,5	197,4	197,6	197,6,	$\rho =$ 2,6
	$G+20$,	$\sigma =$ 110,6	110,6	110,9	111,0,	$\rho =$ 2.0
	G ,	$\sigma =$ 24,6	24,9	24,8	24,7,	$\rho =$ 2,7
lR.	$G+40$,	$\sigma =$ 197,7	197,4	197,4	197.6,	$\rho =$ 2,6
	$G+20$,	$\sigma =$ 111,1	110,6	111,1	110,9,	$\rho =$ 2,5
	G ,	$\sigma =$ 25,0	25,0	24,8	24,8,	$\rho =$ 2,3

$\sigma_{20} = 86{,}35.$

0° No. 7. $L = 41{,}3$, $B = 5127$, $D = 811{,}0$, $E = 5163$, $\vartheta = ?$

lR.	$G+40$,	$\sigma =$ 172,5	102,4	172,2	172,4,	$\rho =$ 0,5 [1])
	$G+20$,	$\sigma =$ 96,9	96,8	96,9		$\rho =$ 0,6
	G ,	$\sigma =$ 21,5	21,7	21,7		$\rho =$ 0,3
rR.	$G+40$,	$\sigma =$ 172,8	172,9	173,1	172,8,	$\rho =$ 2,9
	$G+20$,	$\sigma =$ 97,9	97,5	97,7	97,5,	$\rho =$ 3,1
	G ,	$\sigma =$ 22.5	22,4	22,4	22,5,	$\rho =$ 3,5

$\sigma_{20} = 75{,}30.$

0° No. 8. $L = 30{,}68$, $B = 4671$, $D = 807{,}9$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}5$.

rR.	$G+40$,	$\sigma =$ 183,3	183,5	183,7	183,7,	$\rho =$ 3,4
	$G+20$,	$\sigma =$ 103,7	103,8	103,8	103,5,	$\rho =$ 2,9
	G ,	$\sigma =$ 23,8	23,8	23,9	24,0,	$\rho =$ 2,8
lR.	$G+20$,	$\sigma =$ 103,1	102,9	103,0	103,0,	$\rho =$ 1,0
	G ,	$\sigma =$ 23,2	23,2	23,1	23,2,	$\rho =$ 1,2

$\sigma_{20} = 79{,}80.$

---

1) Die bei dieser Reihe wahrnehmbare auffällige Kleinheit von ρ erklärt sich dadurch, daß aus unaufgeklärter Ursache Be- und Entlastung von einem Zittern des ganzen Apparates begleitet waren.

0° No. 5'. $L = 41{,}95$, $B = 466{,}4$, $D = 480{,}9$, $E = 5163$, $\vartheta = 17$.

lR.	$G + 10$,	$\sigma =$ 297,5	298,4	297,7	297,9,	$\rho =$ 11,5
	$G + 5$,	$\sigma =$ 202,6	202,7	202,4	202,7,	$\rho =$ 13,0
	G ,	$\sigma =$ 107,4	106,9	107,2	106,9,	$\rho =$ 13,5
rR.	$G + 10$,	$\sigma =$ 298,1	298,2	297,8	298,0,	$\rho =$ 14,5
	$G + 5$,	$\sigma =$ 203,3	203,0	203,2	203,1,	$\rho =$ 14,0
	G ,	$\sigma =$ 107,3	107,3	107,4	107,4,	$\rho =$ 15,5

$\sigma_s = 95{,}35$.

0° No. 6'. $L = 41{,}45$, $B = 4735$, $D = 466{,}4$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}8$.

lR.	$G + 20$,	$\sigma =$ 317,3	316,2	315,9	316,7	316,2,	$\rho =$ 8,0
	$G + 5$,	$\sigma =$ 214,0	214,2	214,0	214,3	214,2,	$\rho =$ 8,0
	G ,	$\sigma =$ 113,2	113,2	113,2	113,6	113,4.	$\rho =$ 7,8
rR.	$G + 10$,	$\sigma =$ 319,2	219,3	319,1	318,9	319,0,	$\rho =$ 10,0
	$G + 5$,	$\sigma =$ 217,5	217,6	217,6	217,7	217,6,	$\rho =$ 10,0
	G ,	$\sigma =$ 116,2	116,1	116,7	116,8	116,1,	$\rho =$ 12,0

$\sigma_s = 101{,}5$.

0° No. 7'. $L = 42{,}55$, $B = 5127$, $D = 467{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}2$.

rR.	$G + 10$,	$\sigma =$ 302,6	302,4	301,9	301,8	302,2,	$\rho =$ 10,0
	$G + 5$,	$\sigma =$ 205,5	205,9	205,5	205,4	205,5,	$\rho =$ 10,4
	G ,	$\sigma =$ 109,3	109,2	109,3	109,3	109,2,	$\rho =$ 11,0
lR.	$G + 10$,	$\sigma =$ 302,9	302,4	302,8	302,4	302,8,	$\rho =$ 5,0
	$G + 5$,	$\sigma =$ 206,8	206,9	207,1	206,7	206,7,	$\rho =$ 5,0
	G ,	$\sigma =$ 110,7	110,5	110,4	110,5	110,6,	$\rho =$ 5,0

$\sigma_s = 96{,}30$.

Diese Beobachtungen sind nun nach Formel (57) zur Berechnung der beiden Unbekannten T und f zu benutzen. Wir bilden aus

$$\tau = \frac{3NL\mathrm{T}}{D^3B} - \frac{D}{B}f \tag{82}$$

die Hauptgleichungen indem wir die vier auf die Stäbchen No. 5, 6, 7, 8 und die drei auf No. 5', 6', 7' bezüglichen Formeln addiren. Freilich ist dabei die verschiedene Abweichung der Orientirungen der Stäbchen von der vorausgesetzten nicht berücksichtigt; dieselbe läßt sich hier aber auch nur unvollkommen in Rechnung ziehen, da der Meridian in welchem die Längsaxen aus der Krystallaxe abweichen und die Orientirungen der Nebenaxen an den Stäbchen durch directe Beobachtung nachträglich nicht bestimmbar sind.

Die Rechnung ergiebt

$$\mathrm{T} = 20{,}08 . 10^{-8}, \quad T = 4978000, \quad f = 0{,}6345$$

und wenn man rückwärts den erhaltenen Werth f in die Gleichung (57) einsetzt finden sich die Werthe

No. 5	6	7	8	5′	6′	7′
T = 20,09	19,95	20,33	20,00	19,97	19,99	20,29.

Die Uebereinstimmung ist sehr bedeutend; daß No. 7 und das daraus durch Dünnerschleifen erhaltene No. 7′ einen übereinstimmend großen Werth ergiebt, zeigt, daß diese Abweichungen nicht in Beobachtungsfehlern, sondern in mangelhafter Orientirung der Prismen begründet sind [1]).

Es ist bemerkenswerth, daß der Werth von f demjenigen sehr nahe liegt, der sich für dieselbe Gattung Stäbchen bei dem hexagonalen System ergiebt, wo rings um die Hauptaxe vollkommene Symmetrie stattfindet; die Theorie giebt dort $f = -0{,}636$. Hiernach kann man wenigstens beim Bergkrystall für die Torsion eines Prismas um die krystallographische Hauptaxe die einfache Formel (10) für $T = T'$ anwenden, wie sie auch für unkrystallinische Medien gilt. Es wäre ein bedeutender Vortheil, wenn sich dies allgemein bei rhomboëdrischen Krystallen bewähren sollte.

Der erhaltene Werth von T_0 und $\mathcal{T}_0$ ist nun noch so weit als möglich wegen der Orientirung der benutzten Prismen zu corrigiren, was nicht mit Strenge ausführbar ist, da, wie gesagt, die Orientirung sich auf optischem Wege nur ungenügend bestimmen ließ. Die Formel (56) für T ergiebt für die Gattung (0°) d. h. für

$$\gamma = 1, \quad \alpha = \beta = \gamma_1 = \gamma_2 = 0$$

allgemein:

$$\delta T_0 = 4 s_{14} \left(\beta_1 (3 \alpha_1 \delta\alpha - \beta_1 \delta\beta) - \beta_2 \delta\gamma_2\right).$$

Nach der Herstellungsart war anzunehmen, daß entweder die Schmalseite oder die Breitseite in der krystallographischen Symmetrieebene gelegen hat, d. h. entweder

$$\beta_2 = \alpha_1 = 1, \; \beta_1 = \alpha_2 = 0 \text{ war, also: } \delta T_0 = -4 s_{14} \delta\gamma_2$$

oder

$$\beta_1 = \alpha_2 = 1, \; \beta_2 = \alpha_1 = 0, \quad \text{also: } \delta T_0 = -4 s_{14} \delta\beta.$$

γ_2 ist der Cosinus des Winkels zwischen der kleineren Querdimension und Z-Axe, $\delta\gamma_2$ ist daher bei der ersten Annahme der Winkel $\delta\psi$, welchen die Polarisationsebene des ordentlichen Strahles, der parallel der Breite durch das Prisma geht, mit der Längs-Kante einschließt. β ist der Cosinus des Winkels zwischen Längs- und

---

1) Bei Anschluß dieses Stäbchens 7 resp. 7′ findet sich

$$T_0 = 19{,}95.10^{-8}, \quad \mathcal{T}_0 = 502000, \quad f = -0{,}651.$$

Y-Axe, $\delta\beta$ also bei der zweiten Annahme der Winkel $\delta\varphi$, welchen die Polarisationsebene des ordentlichen Strahles, welcher parallel der Dicke durch das Stäbchen geht, mit der Längskante einschließt.

Die optische Prüfung ergab, natürlich nur dem absoluten Werthe nach, $\delta\varphi$ für alle Stäbchen nahe gleich 1°, $\delta\psi$ ebenso groß, nur für No. 7 resp. 7′ etwa 2,2°. Hält man hiermit zusammen, daß No. 7 und 7′ auffällig abweichende Werthe ergeben haben, so kann man mit einer ziemlichen Wahrscheinlichkeit schließen, daß die Schmalseite der Stäbchen in der Symmetrieebene gelegen hat und auch daß die Correction mit negativem Vorzeichen anzubringen ist.

Hierdurch würde man erhalten, da s_{14} etwa $= -4{,}24 \,.\, 10^{-8}$ ist, für:

No. 5	6	7	8	5′	6′	7′
$T_0 =$ 19,80	19,76	19,69	19,71	19,68	19,65	19,69.

Im Mittel $T_0 = 19{,}70 \,.\, 10^{-8}$, $\quad T_0 = 5076000$.

90° A I. No. 1. $L = 42{,}1$, $B = 5448$, $D = 850{,}2$, $E = 5176$, $\vartheta = 16{,}5$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 200,8	200,8	200,9	200,7,	$\rho =$ 10,5
	$G + 20$,	$\sigma =$ 114,0	113,7	113,3	113,1,	$\rho =$ 10,8
	G ,	$\sigma =$ 25,8	25,7	25,5	25,5,	$\rho =$ 11,2
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 200,3	200,7	200,6	200,8,	$\rho =$ 15,7
	$G + 20$,	$\sigma =$ 113,5	113,4	113,5	113,1,	$\rho =$ 15,5
	G ,	(Stäbchen zerbrochen)				

$\sigma_{20} = 87{,}40$.

90° A I. No. 2. $L = 39{,}52$, $B = 5442$, $D = 875{,}4$, $E = 5176$, $\vartheta = 17{,}5$.

rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 175,3	175,2	175,6	172,2,	$\rho =$ 13,0
	$G + 20$,	$\sigma =$ 98,5	98,5	98,5		$\rho =$ 12,5
	G ,	$\sigma =$ 22,4	21,9	22,2		$\rho =$ 13,2
lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 173,4	172,8	172,8		$\rho =$ 12,0
	$G + 20$,	$\sigma =$ 97,1	97,5	97,5		$\rho =$ 12,6
	G ,	$\sigma =$ 21,7	22,2	22,2		$\rho =$ 13,2

$\sigma_{20} = 76{,}00$.

90° A I. No. 3. $L = 37{,}25$, $B = 5453$, $D = 844{,}1$, $E = 5176$, $\vartheta = 17{,}0$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 182,9	182,9	183,1	182,6,	$\rho =$ 8,8
	$G + 10$,	$\sigma =$ 102,5	103,2	102,9	103,1,	$\rho =$ 9,0
	G ,	$\sigma =$ 23,6	23,6	23,6	23,2,	$\rho =$ 11,0
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 182,1	181,3	181,5	181,5,	$\rho =$ 9,0
	$G + 20$,	$\sigma =$ 102,2	102,6	102,8	102,5,	$\rho =$ 9,9
	G ,	$\sigma =$ 23,3	23,5	23,6	23,3,	$\rho =$ 11,2

$\sigma_{20} = 74{,}40$.

90° A I. No. 1'. $L = 33{,}25$, $B = 5449$, $D = 465{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 17$.

rR.	$G + 10$,	$\sigma = 320{,}1$	320,6	320,3	319,8	319,6,	$\rho = 11{,}6$
	$G + 5$,	$\sigma = 217{,}6$	217,5	217,7	217,8	217,8,	$\rho = 12{,}0$
	G ,	$\sigma = 114{,}8$	114,7	114,8	114,7	114,6,	$\rho = 14{,}0$
lR.	$G + 10$,	$\sigma = 321{,}3$	321,6	321,1	321,6	321,1,	$\rho = 10{,}6$
	$G + 5$,	$\sigma = 219{,}3$	219,2	219,0	218,9	218,8,	$\rho = 10{,}7$
	G ,	$\sigma = 116{,}1$	116,3	116,4	116,4	116,5,	$\rho = 10{,}5$
		$\sigma_5 = 102{,}2$.					

90° A I. No. 2'. $L = 41{,}00$ [1]), $B = 5442$, $D = 470{,}6$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G + 10$,	$\sigma = 375{,}3$	376,0	376,5	377,0,		$\rho = 9{,}0$
	$G + 5$,	$\sigma = 255{,}8$	256,0	256,6	255,7	256,0,	$\rho = 9{,}5$
	G ,	$\sigma = 136{,}2$	135,3	135,0	135,0	135,3,	$\rho = 9{,}8$
rR.	$G + 10$,	$\sigma = 378{,}6$	379,4	379,5	378,3	378,5,	$\rho = 7{,}0$
	$G + 5$,	$\sigma = 258{,}8$	257,5	258,0	258,0	258,4,	$\rho = 10{,}2$
	G ,	$\sigma = 137{,}5$	137,2	137,5	137,8	137,4,	$\rho = 11{,}0$
		$\sigma_5 = 120{,}2$.					

Diese Beobachtungen wollen wir bei der Berechnung zusammenfassen, da die Stäbchen No. 1—3 aus demselben Krystall und zwar gemeinsam herausgeschnitten sind, also gleiche Orientirung zeigen. Wir können zur Bestimmung von T auf eine doppelte Weise verfahren; weil die Längsaxe in eine Normale zur krystallographischen Symmetrieebene fällt, ist die Formel (57) resp. (82) anwendbar, und darin einerseits f durch Combination von Beobachtungen an verschieden dicken Stäbchen zu bestimmen resp. zu eliminiren, andrerseits nach der früheren theoretischen Betrachtung durch Formel (73) in ihrem Werth zu berechnen. Wenden wir beide Methoden an, so erhalten wir dadurch eine neue Prüfung der Theorie.

Die erstere Methode ergiebt

$$T_{904} = 29{,}13 \cdot 10^{-8} \qquad f_{904} = -0{,}521.$$

Dabei findet sich der Werth von f äußerst empfindlich gegen kleine Aenderungen der beobachteten Werthe, die erhaltene Zahl hat also nur geringe Sicherheit. Setzt man sie in (57) ein, so erhält man folgende Werthe von T für die einzelnen Stäbchen:

	No. 1	2	3	1'	2'
T =	29,19	29,14	29,05	29,31	28,94.

Was die zweite Methode anbetrifft, so ist zur Berechnung von f ein Nährungswerth von s_{44}, s_{55}, s_{14} nöthig; überdies muß berücksichtigt werden, daß die Orientirung der Stäbchen von der verlangten abweicht.

---

1) Unsichere Messung.

Dieser letztere Umstand würde streng genommen die Formeln (57) und (73) überhaupt nicht mehr anwendbar machen, indessen überzeugt man sich leicht, daß die allgemeinste Formel (55) sich merklich auf (57) reducirt, wenn die Abweichungen, wie hier, nur mäßige sind. Daher genügt es nur die Aenderungen zu untersuchen, welche die in f nach (73) vorkommenden Werthe erleiden, wenn die Orientirung nicht genau die vorgeschriebene ist. Diese Glieder sind nach (69) und (73):

$$s'_{55} = 2(s_{11} - s_{12}) \qquad s'_{44} = s_{44} \qquad s'_{45} = 2 s_{14}$$

und ihre Aenderungen sind nach (56) und (70)

$$\delta s'_{55} = -4 s_{14} \delta\beta_2, \qquad \delta s'_{44} = -4 s_{14} \delta\gamma_1, \qquad \delta s'_{45} = s_{44} \delta\gamma_1.$$

Es hat also nur die Lage der Querdimensionen, nicht aber ein Fehler in der Lage der Längsaxe Einfluß.

Liegt die B-Richtung zwischen der Y- und Z-Axe und macht sie mit ersterer den Winkel $\delta\varphi$, so ist

$$\delta\gamma_1 = -\delta\beta_2 = \delta\varphi,$$

also

$$\delta s'_{55} = +4 s_{14} \delta\varphi, \qquad \delta s'_{44} = -4 s_{14} \delta\varphi, \qquad \delta s'_{45} = + s_{44} \delta\varphi.$$

Nun haben wir die Nährungswerthe:

$$s_{44} = 19{,}6, \qquad 2(s_{11} - s_{12}) = 28{,}7, \qquad s_{14} = -4{,}24.$$

Die optische Untersuchung an eigens dazu hergestellten Querschnitten der Stäbchen hat rund $\delta\varphi = 2^0$ ergeben, das Vorzeichen ließ sich nur durch Vergleichung mit den folgenden positiv finden. Hiernach sind in (69) die Werthe einzusetzen:

$$(s'_{44}) = 19{,}0, \qquad (s'_{55}) = 29{,}3, \qquad (s'_{45}) = -9{,}15.$$

Dies ergiebt aber:

$$f = -0{,}515$$

zufällig in sehr großer Uebereinstimmung mit dem nach der ersten Methode gefundenen Werthe. Das Einsetzen in (57) ergiebt folgende Werthe

No. 1	2	3	1′	2′	
T = 29,22	29,16	29,08	29,33	28,98,	im Mittel $29{,}15 \cdot 10^{-8}$

Diese sind nun noch wegen der Orientirung zu corrigiren. Da $s'_{55} = T_{904}$ ist, so wird

$$\delta T_{904} = 4 s_{14} \delta\varphi,$$

die Correction beträgt also hier im Mittel $-0{,}57$. Eine Zusammenstellung aller Werthe gebe ich weiter unten.

90° A I. No. 15. $L = 37{,}80$, $B = 6002$, $D = 843{,}4$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}7$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 179,4	179,5	179,5	179,6	179,6,	$\rho =$ 1,4
	$G + 20$,	$\sigma =$ 107,5	107,3	107,4	107,4	107,3,	$\rho =$ 1,4
	G ,	$\sigma =$ 35,2	35,0	35,0	35,0	34,9,	$\rho =$ 1,4
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 181,0	180,9	181,0	180,9	180,7,	$\rho =$ 1,0
	$G + 20$,	$\sigma =$ 108,1	108,2	108,1	108,2	108,1,	$\rho =$ 2,0
	G ,	$\sigma =$ 35,3	35,2	35,3	35,2	35,2,	$\rho =$ 2,0
		$\sigma_{20} =$ 72,55.					

90° A I. No. 16. $L = 34{,}55$, $B = 5997$, $D = 843{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}2$.

rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 166,3	166,3	166,4	166,3,	$\rho =$ 2,2
	$G + 20$,	$\sigma =$ 99,7	99,5	99,5	99,6,	$\rho =$ 2,2
	G ,	$\sigma =$ 32,5	32,5	32,3	32,3,	$\rho =$ 2,2
lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 167,1	166,9	167,0	166,8,	$\rho =$ 2,2
	$G + 20$,	$\sigma =$ 99,7	99,7	99,7	99,7,	$\rho =$ 2,2
	G ,	$\sigma =$ 32,5	32,4	32,6	32,6,	$\rho =$ 2,2
		$\sigma_{20} =$ 67,10.				

90° A I. No. 17. $L = 37{,}55$, $B = 6002$, $D = 840{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 18$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 182,6	182,9	182,8	182,9,	$\rho =$ 2,3
	$G + 20$,	$\sigma =$ 109,4	109,3	109,3	109,4,	$\rho =$ 2,2
	G ,	$\sigma =$ 35,8	35,8	35,8	35,8,	$\rho =$ 2,2
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 181,9	181,8	181,8	181,8.	$\rho =$ 3,2
	$G + 20$,	$\sigma =$ 108,5	108,5	108,4	108,3,	$\rho =$ 3,5
	G ,	$\sigma =$ 34,7	34,6	34,7	34,7,	$\rho =$ 4,0
		$\sigma_{20} =$ 73,50.				

90° A I. No. 16′. $L = 34{,}30$, $B = 5997$, $D = 475{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 16{,}4$.

lR.	$G + 10$,	$\sigma =$ 281,5	281,6	281,6	281,7	281,5,	$\rho =$ 11,5
	$G + 5$,	$\sigma =$ 191,5	192,2	192,4	192,4	192,0,	$\rho =$ 11,8
	G ,	$\sigma =$ 103,3	103,0	102,4	102,9	103,0,	$\rho =$ 9,5
rR.	$G + 10$,	$\sigma =$ 283,1	282,3	282,5	282,2	282,6,	$\rho =$ 14,5
	$G + 5$,	$\sigma =$ 192,0	192,5	192,5	192,5		$\rho =$ 13,0
	G ,	$\sigma =$ 102,6	102,6	102,4	102,4		$\rho =$ 12,8
		$\sigma_5 =$ 89,62.					

90° A I. No. 17′. $L = 35{,}10$, $B = 6002$, $D = 479{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}1$.

rR.	$G + 10$,	$\sigma =$ 278,9	278,8	278,9	278,9,	$\rho =$ 12,7
	$G + 5$,	$\sigma =$ 188,9	189,0	189,9	188,8,	$\rho =$ 14,0
	G ,	$\sigma =$ 99,7	99,5	99,7	99,7,	$\rho =$ 15,5
lR.	$G + 10$,	$\sigma =$ 279,3	279,0	279,0	278,9,	$\rho =$ 11,6
	$G + 5$,	$\sigma =$ 189,0	189,3	189,5	189,1,	$\rho =$ 13,0
	G ,	$\sigma =$ 100,4	100,2	99,9	100,1,	$\rho =$ 14,0
		$\sigma_5 =$ 89,55.				

Benutzt man diese Beobachtungen, um nach Formel (82) T und f zu berechnen, so erhält man die Werthe:

$$T_{904} = 29{,}37 \cdot 10^{-8} \qquad f = -0{,}496,$$

und rückwärts f in die Formel (57) eingesetzt für die einzelnen Stäbchen

No.	15	16	17	16′	17′
T =	29,15	29,51	29,41	29,38	29,36.

Berechnet man hingegen f nach Formel (73), so findet sich, da die Orientirung der Stäbchen derjenigen der vorhergehenden merklich gleich ist, wiederum:

$$f = -0{,}515$$

und daraus

T =	29,06	29,42	29,32	29,32	29,30

im Mittel $T_{904} = 29{,}28 \, . \, 10^{-6}$.

Die beiden Werthe f stimmen hier nicht so gut überein; da aber wie oben erwähnt, diese Constante äußerst empfindlich gegen kleine Aenderungen der beobachteten Werthe, und überdies, wie ebenfalls früher erörtert ist, die Bestimmung der Orientirung der Stäbchen der zweiten Reihe wegen der nicht vollständigen Regelmäßigkeit des Materiales schwierig und unsicher ist, so wird man sich mit der Uebereinstimmung zufrieden geben müssen.

Auch diese Werthe sind nun noch wegen der Abweichung der Orientirung von der vorgeschriebenen zu corrigiren. Nach dem früheren ist, da $\delta\varphi$ im Mittel gleich 2° ist, überall 0,57 abzuziehen. Die Zusammenstellung der dann erhaltenen Werthe mit den übrigen hierher gehörigen folgt weiter unten.

90° A II. No. 9. $L = 34{,}95$, $B = 5070$, $D = 858{,}1$, $E = 5176$, $\vartheta = 16$.

rR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 178,4	178,4	178,3	178,1,	$\rho =$ 12,8
	$G + 20$,	$\sigma =$ 100,0	100,2	100,0	100,3,	$\rho =$ 13,1
	G ,	$\sigma =$ 22,6	22,6	22,5	22,6,	$\rho =$ 13,0
lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 178,7	178,8	178,6	178,7,	$\rho =$ 1,3
	$G + 20$,	$\sigma =$ 99,8	99,9	100,0	100,0,	$\rho =$ 1,5
	G ,	$\sigma =$ 22,2	22,0	21,9	22,0,	$\rho =$ 1,3

$\sigma_{20} = 78{,}10.$

90° A II. No. 10. $L = 36{,}45$, $B = 5093$, $D = 877{,}2$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}5$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$ 171,1	171,5	171,9	171,8,	$\rho =$ 2,6
	$G + 20$,	$\sigma =$ 96,5	96,6	96,5	96,6,	$\rho =$ 2,5
	G ,	$\sigma =$ 21,7	21,6	21,8	21,7,	$\rho =$ 2,0

Die zweite Reihe Beobachtungen mißlang durch eine Störung [1]).

$\sigma_{20} = 74{,}95.$

1) Da nur mit der einen Rolle vom Radius 36,73 mm beobachtet ist, so ist dieser Werth des Hebelarmes bei der Berechnung zu benutzen.

90° A II. No. 11. $L = 39{,}2,\quad B = 5118,\quad D = 820{,}8,\quad E = 5163,\quad \vartheta = 19.$

lR.	$G + 40,$	$\sigma = 225{,}8$	225,7	225,7	225,7,	$\rho = 0{,}5$
	$G + 20,$	$\sigma = 126{,}9$	126,9	127,0	126,6,	$\rho = 1{,}0$
	$G\quad ,$	$\sigma = 28{,}3$	27,9	27,9	27,9,	$\rho = 1{,}0$
rR.	$G + 40,$	$\sigma = 226{,}1$	226,4	226,3	226,4,	$\rho = 1{,}8$
	$G + 20,$	$\sigma = 127{,}4$	127,2	127,2	127,0,	$\rho = 2{,}0$
	$G\quad ,$	$\sigma = 28{,}7$	28,7	28,8	28,7,	$\rho = 1{,}9$

$\sigma_{22} = 98{,}85.$

90° A II. No. 10′. $L = 37{,}75,\quad B = 5093,\quad D = 480{,}8,\quad E = 5163,\quad \vartheta = 16{,}2.$

lR.	$G + 10,$	$\sigma = 355{,}0$	354,7	354,5	354,7,	$\rho = 12{,}0$
	$G + 5,$	$\sigma = 241{,}8$	241,8	241,7	242,0,	$\rho = 11{,}5$
	$G\quad ,$	$\sigma = 129{,}6$	129,9	129,9	130,1,	$\rho = 11{,}0$
rR.	$G + 10,$	$\sigma = 352{,}1$	352,3	352,0	352,1,	$\rho = 14{,}5$
	$G + 5,$	$\sigma = 240{,}6$	240,7	240,5	240,6,	$\rho = 13{,}0$
	$G\quad ,$	$\sigma = 128{,}6$	128,4	128,2	128,3,	$\rho = 13{,}0$

$\sigma_5 = 112{,}15.$

90° A II. No. 11′. $L = 31{,}85,\quad B = 5118,\quad D = 469{,}8,\quad E = 5163,\quad \vartheta = 16{,}7.$

rR.	$G + 10,$	$\sigma = 319{,}3$	319,4	318,7	319,2,	$\rho = 11{,}5$
	$G + 5,$	$\sigma = 217{,}9$	217,5	217,8	217,8,	$\rho = 11{,}5$
	$G\quad ,$	$\sigma = 116{,}4$	116,2	116,4	116,5,	$\rho = 11{,}5$
lR.	$G + 10,$	$\sigma = 318{,}6$	318,6	318,3	318,6,	$\rho = 9{,}5$
	$G + 5,$	$\sigma = 218{,}4$	218,3	218,6	218,4,	$\rho = 8{,}5$
	$G\quad ,$	$\sigma = 117{,}7$	117,1	117,0	116,8,	$\rho = 9{,}0$

$\sigma_5 = 101{,}05.$

Für die Stäbchen der Gattung (90° A II) ist, weil ihre Längsrichtung in der krystallographischen Symmetrieebene liegt, die Formel (55) in der Vereinfachung anzuwenden, die sich nach (62) dadurch ergiebt, daß $\Theta' = 0$ ist. Sie lautet so:

$$\tau = \frac{3\,NLT\left[1 + \frac{\Theta''^2}{\mathrm{ET}}\left(\frac{D^2}{B^2} + \frac{D^3 f}{B^3}\right)\right]}{D^3 B\left(1 + \frac{D}{B} f\right)}.$$

Nach (62) ist hierbei, da $\alpha = 0$, $\beta = 1$ ist, $\Theta'' = -s_{14}$; das Einsetzen dieses Werthes und der für E und T hier gültigen ergiebt für die im Zähler neben 1 stehende Klammer etwa 0,0014, es ist daher die Abweichung dieser Formel von der früher benutzten (57) fast zu vernachlässigen. Man kann im Uebrigen die Berechnung ebenso wie für die Gattung (90° A I) anstellen, nur läßt sich f hier nicht aus theoretischen Betrachtungen ableiten.

Man erhält

$$\mathrm{T} = 28{,}54 \,.\, 10^{-8} \qquad f = -0{,}691$$

und durch Einsetzen dieses letzteren Werthes in Gleichung (57) für

No. 9	10	11	10′	11′
T = 28,60	28,30	28,69	28,49	28,59.

Diese Stäbchen haben aber Abweichungen von der vorgeschriebene Lage, welche noch zur Correction von T benutzt werden müssen. Es ist für Gattung (90° A II) nach Formel (56)

$$\delta T = -4 s_{14} \delta\beta_2 = -4 s_{14} \delta\varphi$$

wenn $\delta\varphi$ die Abweichung der Längsaxe von der Lage normal zur *Z*-Axe bezeichnet.

Nach den p. 64 citirten Beobachtungen hat $\delta\varphi$ für No. 9, 10, 11 resp. den Werth 1°, 1,5°, 1°, es ist daher resp. die Correction + 0,29, + 0,43, + 0,29 anzubringen.

Stellt man nach Anbringung der angegebenen Correctionen nunmehr alle auf die Gattungen (90° A I und II) bezüglichen Beobachtungen[1]) zusammen, so erhält man folgendes System.

90° A I.	No. 1	T =	28,65
	2		28,59
	3		28,51
	1′		28,76
	2′		28,41
	15		28,49
	16		28,85
	17		28,75
	16′		28,75
	17′		28,73
90° A II.	No. 9		28,89
	10		28,73
	11		28,98
	10′		28,92
	11′		28,88

Gesammtmittel $T_{90A} = 28,725 . 10^{-8}$, $\mathfrak{T}_{90A} = 3481000$
wahrscheinlicher Fehler $\pm$ 0,030, $\pm$ 3600

Die Uebereinstimmung der Werthe für die Gattungen (90° A I und II) ist eine Bestätigung der Theorie; im Uebrigen zeigt sich hier wieder, daß die Schwierigkeit, die Orientirung der Prismen genau zu bestimmen, eine hauptsächliche Fehlerquelle ist, denn die zusammen angefertigten und daher nahezu gleich orientirten Systeme stimmen in sich besser als miteinander überein.

1) Von den Stäbchen der Gattung (90° A I) sind dabei als sicherer die Werthe benutzt, die mit dem nach der Theorie berechneten *f* erhalten sind; die andern würden übrigens ein nur unmerklich geändertes Gesammtresultat ergeben.

90° B I. No. 18. $L = 34{,}75$, $B = 6022$, $D = 846{,}8$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}5$.

rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	109,4	109,5	109,4	109,4	109,4,	$\rho = 1{,}2$
	$G + 20$,	$\sigma =$	65,4	65,3	65,5	65,4		$\rho = 1{,}3$
	G ,	$\sigma =$	21,5	21,5	21,6	21,6	22,6,	$\rho = 1{,}2$
lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	108,7	108,6	108,6	108,4	108,6,	$\rho = 2{,}2$
	$G + 20$,	$\sigma =$	64,5	64,6	64,7	64,7	64,6,	$\rho = 2{,}4$
	G ,	$\sigma =$	20,7	20,7	20,6	20,6	20,7,	$\rho = 2{,}6$

$\sigma_{20} = 43{,}95$.

90° B I. No. 19. $L = 31{,}5$, $B = 6019$, $D = 837{,}1$, $E = 5163$, $\vartheta = 18{,}5$.

lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	102,2	102,2	102,1	102,3	102,1,	$\rho = 3{,}0$
	$G + 20$,	$\sigma =$	60,8	60,6	60,7	60,6	60,7,	$\rho = 3{,}0$
	G ,	$\sigma =$	19,4	19,3	19,3	19,2	19,4,	$\rho = 3{,}2$
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	102,4	102,5	102,5	102,3	102,3,	$\rho = 1{,}0$
	$G + 20$,	$\sigma =$	61,3	61,4	61,2	61,3	61,3,	$\rho = 1{,}0$
	G ,	$\sigma =$	19,9	20,2	20,1	20,1	20,0,	$\rho = 1{,}0$

$\sigma_{20} = 41{,}30$.

90° B I. No. 20. $L = 29{,}65$, $B = 6017$, $D = 839{,}1$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}5$.

rR.	$G + 50$,	$\sigma =$	125,2	125,3	125,1	125,2		$\rho = 1{,}3$
	$G + 25$,	$\sigma =$	76,7	76,7	76,8	76,7	76,7,	$\rho = 1{,}4$
	G ,	$\sigma =$	28,4	28,4	28,4	28,4	28,4,	$\rho = 1{,}6$
lR.	$G + 50$,	$\sigma =$	124,7	124,9	124,9	124,9		$\rho = 2{,}0$
	$G + 25$,	$\sigma =$	76,7	76,5	76,5	76,6	76,4,	$\rho = 1{,}8$
	G ,	$\sigma =$	28,2	28,4	28,1	28,2	28,2,	$\rho = 1{,}7$

$\sigma_{25} = 48{,}40$.

90° B I. No. 19'. $L = 30{,}75$, $B = 6019$, $D = 476{,}7$, $E = 5163$, $\vartheta = 17{,}5$.

lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	160,4	160,3	160,6	160,5,	$\rho = 10{,}0$
	$G + 5$,	$\sigma =$	108,9	109,1	108,9	108,8,	$\rho = 9{,}5$
	G ,	$\sigma =$	57,9	57,8	57,9	58,0,	$\rho = 9{,}0$
rR.	$G + 15$,	$\sigma =$	214,7	214,9	214,7	214,7,	$\rho = 4{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma =$	163,6	163,7	163,5	163,3,	$\rho = 3{,}8$
	$G + 5$,	$\sigma =$	111,8	112,1	111,9	112,0,	$\rho = 4{,}0$
	G ,	$\sigma =$	60,1	60,2	60,3	60,2,	$\rho = 4{,}0$

$\sigma_5 = 51{,}32$.

90° B I. No. 20'. $L = 28{,}65$, $B = 6017$, $D = 475{,}5$, $E = 5163$, $\vartheta = 17$.

rR.	$G + 15$,	$\sigma =$	202,0	202,1	202,0	202,2,	$\rho = 5{,}5$
	$G + 10$,	$\sigma =$	153,2	153,4	153,2	153,2,	$\rho = 7{,}2$
	$G + 5$,	$\sigma =$	104,3	104,4	104,3	104,3,	$\rho = 7{,}3$
	G ,	$\sigma =$	55,7	55,5	55,3	55,5,	$\rho = 7{,}0$
lR.	$G + 15$,	$\sigma =$	202,6	202,5	202,5	202,5,	$\rho = 6{,}0$
	$G + 10$,	$\sigma =$	154,0	153,9	154,0	154,0,	$\rho = 5{,}8$
	$G + 5$,	$\sigma =$	105,2	104,8	104,7	105,1,	$\rho = 5{,}7$
	G ,	$\sigma =$	56,0	56,0	55,9	56,0,	$\rho = 5{,}7$

$\sigma_5 = 40{,}86$.

Diese Beobachtungen lassen sich nun zunächst wieder nach Formel (82) berechnen. Man erhält dann

$$T = 18{,}53 . 10^{-8} \qquad f = -0{,}845$$

und bei Einsetzen von diesem f für die einzelnen Stäbchen nach (57) bei

No. 18	19	20	19′	20′
T = 18,48	18,51	18,58	18,42	18,66.

Man kann aber f auch nach Formel (74) berechnen, wenngleich die Orientirung der Stäbchen etwas von der verlangten abweicht. Für die Gattung (90° B I) ist

$$s'_{55} = s_{44} \qquad s'_{44} = 2(s_{11} - s_{12}) \qquad s'_{45} = 2 s_{14}$$

und die Aenderungen dieser Größen bei Abweichungen von der vorgeschriebenen Orientirung betragen nach (56) und (70):

$$\delta s'_{55} = -4 s_{14} \delta\gamma_2 , \qquad \delta s'_{44} = -4 s_{14} \delta\beta_2 , \qquad \delta s'_{45} \doteq s_{44} \delta\gamma_2 ;$$

es haben also wie bei der Gattung (90° A I) nur die Fehler der Lage der Querdimensionen Einfluß. Nennt man den Winkel der Breitedimension mit der Z Axe $\delta\varphi$, so ist $\delta\gamma_2 = -\delta\beta_1 = \delta\varphi$, also

$$\delta s'_{55} = -4 s_{14} \delta\varphi, \qquad \delta s'_{44} = +4 s_{14} \delta\varphi, \qquad \delta s'_{45} = + s_{44} \delta\varphi.$$

Dabei haben wir die Nährungswerthe

$$s_{44} = 19{,}6 \qquad 2(s_{11} - s_{12}) = 28{,}7 \qquad s = -4{,}24,$$

wo die Factoren 10^{-8} zu ergänzen sind.

Die optische Untersuchung ergab $\delta\varphi = +3{,}3^{\circ}$ im Mittel, wobei aber eine Unsicherheit von mehreren Zehntelgraden zugegeben werden muß. Die bei der Bestimmung von f zu benutzenden Werthe werden demgemäß

$$(s'_{55}) = 18{,}7 \qquad (s'_{44}) = 29{,}6 \qquad (s'_{45}) = -9{,}50.$$

Daraus folgt

$$f = -0{,}806$$

in befriedigender Uebereinstimmung mit dem oben erhaltenen Werthe, wenn man die große Empfindlichkeit dieser Größe berücksichtigt. Hieraus würde dann folgen für

No. 18	19	20	19′	20′
T = 18,60	18,63	18,70	18,48	18,73

im Mittel $T = 18{,}63 . 10^{-8}$.

Um diese Werthe wegen des Fehlers $\delta\varphi = 3{,}3^{\circ}$ zu corrigiren ist 0,97 hinzuzufügen.

Stellt man die so erhaltenen Werthe mit den für die Gattung (0°) gefundenen, welche ihnen nach der Theorie gleich sein sollen, zusammen, so findet sich:

0° No.	5	T =	19,80
	6		19,76
	7		19,69
	8		19,71
	5′		19,68
	6′		19,65
	7′		19,69
90° Bl. No.	18		19,57
	19		19,60
	20		19,67
	19′		19,45
	20′		19,70

Gesammtmittel $T_{90B} = T_0 = 19{,}665{,}10^{-6}$, $\boldsymbol{T}_{90B} = \boldsymbol{T}_0 = 5085000$
wahrscheinlicher Fehler $\pm 0{,}018$, ± 4700.

Resultate.

Aus den oben gefundenen Werthen [1])

$E_0 = 9{,}705 . 10^{-6} (\pm 0{,}011)$ $T_0 = 19{,}665 . 10^{-6} (\pm 0{,}018)$
$E_{-45} = 7{,}668 . 10^{-6} (\pm 0{,}006)$ $T_{90A} = 28{,}725 . 10^{-6} (\pm 0{,}030)$
$E_{+45} = 11{,}898 . 10^{-6} (\pm 0{,}006)$
$E_{90} = 12{,}734 . 10^{-6} (\pm 0{,}011)$

folgen nach Gleichungen (58)—(63) sogleich die Determinantenverhältnisse $S_{hk}/S = s_{hk}$ nämlich:

$s_{11} = 12{,}734 . 10^{-6} (\pm 0{,}011)$ $s_{13} = -1{,}629 . 10^{-6} (\pm 0{,}019)$
$s_{33} = 9{,}705 . 10^{-6} (\pm 0{,}011)$ $s_{12} = -1{,}486 . 10^{-6} (\pm 0{,}015)$
$s_{44} = 19{,}665 . 10^{-6} (\pm 0{,}018)$ $s_{14} = -4{,}230 . 10^{-6} (\pm 0{,}010)$

Dabei ist der wahrscheinliche Fehler jeder Zahl gleich der Wurzel aus der Summe der wahrscheinlichen Fehlerquadrate ihrer Theile nach den Formeln gesetzt, die aus (58)—(63) durch Auflösung nach den s_{hk} folgen.

Durch Einsetzen dieser Werthe ergiebt sich der allgemeine Ausdruck für den Dehnungscoefficienten E in einer durch die Richtungscosinus α, β, γ bestimmten Richtung [2])

1) Bei der Beurtheilung der Zuverlässigkeit der erhaltenen Zahlen ist zu berücksichtigen, daß die Fehler der Orientirungen der Prismen in den angegebenen »Wahrscheinlichen Fehlern« nur zum kleinsten Theil enthalten sind. Die letzten angegebenen Stellen der Resultate haben daher wenig Werth.

2) In den Formeln für E und T ist der jedem Zahlenfactor beizufügende Coefficient 10^{-6} unterdrückt.

$$E = 12{,}734.(1-\gamma^2)^2 + 16{,}693.(1-\gamma^2)\gamma^2 + 9{,}705.\gamma^4 - 8{,}460.\beta\gamma(3\alpha^2 - \beta^2)$$

Für Richtungen, die in der Symmetrieebene liegen, erhält man, wenn man ihren Winkel gegen die z-Axe mit φ bezeichnet:

$$E = 12{,}734.\sin^4\varphi + 16{,}693.\sin^2\varphi\cos^2\varphi + 9{,}705.\cos^4\varphi + 8{,}460.\cos\varphi\sin^3\varphi.$$

In dieser Ebene hat E Maxima oder Minima in den vier Richtungen:

$$\varphi_I = -48^0\,15', \quad \varphi_{II} = 0^0, \quad \varphi_{III} = 10^0\,50', \quad \varphi_{IV} = 71^0\,35'.$$

Die Maximal- und Minimalwerthe, die diesen Richtungen entsprechen, sind:

$$E_I = 7{,}634.10^{-8}; \quad E_{II} = E_0 = 9{,}705.10^{-8}; \quad E_{III} = 9{,}671.10^{-8};$$
$$E_{IV} = 14{,}191.10^{-8}.$$

Für die Richtungen, welche eine Ebene, die zur Symmetrie-Ebene normal steht, erfüllen, gilt:

$$E = 12{,}734.\sin^4\varphi + 16{,}693.\sin^2\varphi\cos^2\varphi + 9{,}705.\cos^4\varphi.$$

Unter diesen ergiebt einen kleinsten Werth für E

$$\varphi = \pm 29^0\,6' \quad \text{nämlich } E = 9{,}384.$$

Während bei Beryll das Minimum sehr nahe bei $\varphi = 45^0$ liegt, weicht es bei Bergkrystall von dieser Lage sehr erheblich ab; dies läßt im Voraus vermuthen, daß hier die Poissonsche Relation (77) auch nicht angenährt erfüllt sein wird.

Der Torsionscoefficient T, welcher allerdings nicht allein, aber doch in hervorragender Weise die Größe der Drillung bestimmt, wird im Allgemeinen

$$T = 19{,}665 + 9{,}060.\gamma_2^2 + 22{,}984.\gamma^2\gamma_1^2$$
$$- 16{,}920\,[(\gamma\beta_1 + \beta\gamma_1)(3\,\alpha\alpha_1 - \beta\beta_1) - \beta_2\gamma_2]$$

Liegt die Längsrichtung und die größere Querdimension in der krystallographischen Symmetrieebene, so ist

$$\alpha = \alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = 1, \quad \beta_2 = \gamma_2 = 0$$

also falls man

$$\gamma = \cos\varphi = \beta_1, \quad \beta = \sin\varphi = +\gamma_1 \quad \text{setzt:}$$

$$T = 19{,}665 + 5{,}746.\sin^2 2\varphi + 8{,}460.\sin 2\varphi\cos 2\varphi.$$

Hiernach wird T nicht geändert, wenn φ um 90^0 wächst, es ist also auch für $+45^0$ und -45^0 gleich groß und zwar gleich $25{,}411.10^{-8}$ Dies ist ein specieller Fall eines entsprechenden allgemeinen Satzes über die Unveränderlichkeit von T bei einer Verschiebung des Pris-

mas um 90° in der Ebene der größeren Querdimension, den ich in einem Zusatz zu dieser Abhandlung beweisen werde.

Maxima und Minima von T treten ein für

$$\varphi = 31^\circ 3' \text{ und } \varphi = 76^\circ 3'$$
$$= 121^\circ 3' \qquad = 166^\circ 3',$$

ihre Werthe sind respective

$$T = 27{,}652 \,.\, 10^{-6}, \qquad T = 17{,}424 \,.\, 10^{-6}.$$

Liegt die Längsrichtung und die kleinere Querdimension in der Symmetrieebene, so ist:

$$\alpha = \alpha_2 = 0, \quad \alpha_1 = 1, \quad \beta_1 = \gamma_1 = 0,$$

also falls man wieder setzt:

$$\gamma = \cos\varphi = -\beta_2, \quad \beta = \sin\varphi = +\gamma_2 \text{ gilt:}$$
$$T = 19{,}665 + 9{,}060 \,.\, \sin^2\varphi - 8{,}460 \,.\, \sin 2\varphi.$$

Hier finden sich Maxima und Minima für

$$\varphi = 30^\circ 55' \qquad \varphi = 120^\circ 55';$$

ihre Werthe sind:

$$T = 14{,}600 \,.\, 10^{-6} \qquad T = 33{,}791 \,.\, 10^{-6}.$$

Für $\varphi = +45^\circ$ folgt $T = 15{,}735 \,.\, 10^{-6}$, für $\varphi = -45^\circ$, $T = 32{,}655 \,.\, 10^{-6}$.

Endlich ist noch von Interesse wegen der Beobachtungen diejenige Orientirung, bei welcher die Längsaxe in die Normale zur Symmetrieebene fällt, d. h. $\alpha = 1$, also $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = \gamma = 0$. Hier folgt, wenn man den Winkel der größeren Querdimension mit der *Z*-Axe durch φ bezeichnet, also $\gamma_2 = \sin\varphi$ $\beta_2 = -\cos\varphi$ setzt:

$$T = 19{,}665 + 9{,}060 \,.\, \sin^2\varphi - 8{,}460 \,.\, \sin 2\varphi.$$

Diese Formel ist identisch mit der letztvorhergehenden, in Uebereinstimmung mit dem eben citirten allgemeinen Satz, daß bei Drehung eines Prismas um 90° um die kleinere Querdimension sich der Drillungscoefficient nicht ändert.

Die gefunden Werthe der Determinantenverhältnisse s_{hk} bestimmen auch nach den Formeln (78) bis (80) die Größe der Deformation eines beliebig gestalteten Stückes eines Bergkrystalles bei allseitig gleichem Druck. Man hat dann:

$$z_z = -pA_0, \qquad x_x = y_y = -pA_{90}$$

worin

$$A_0 = 2s_{13} + s_{33} \qquad A_{90} = s_{11} + s_{12} + s_{13}$$

die Coefficienten der Compression parallel und normal zur Hauptaxe sind. Der Coefficient der cubischen Compression ist

$$M = A_0 + 2 A_{90}.$$

Für Bergkrystall findet sich:

$$A_0 = 6,73.10^{-8} \quad A_{90} = 9,62.10^{-8} \quad M = 25,97.10^{-8};$$

der letztere Werth ist etwa ein Zwanzigstel des für Wasser gültigen. Die Winkeländerung bei allseitigem Druck hängt allein ab von dem Coefficienten

$$B = s_{13} + s_{33} - s_{11} - s_{12};$$

derselbe hat für Bergkrystall den Werth:

$$B = -2,856.10^{-8},$$

übertrifft also den für Beryll gültigen Werth um das Vierfache, hat überdies das entgegengesetzte Vorzeichen, was damit zusammenhängt, daß hier $A_{90} > A_0$, dort $A_0 > A_{90}$ ist.

Die thermischen lineären Ausdehnungscoefficienten für Bergkrystall sind nach Fizeau:

$$a_0 = 0,781.10^{-5} \quad a_1 = 1,419.10^{-5}.$$

Setzt man sie in die Gleichungen (81) ein, so erhält man:

$$781 = -q_1 . \ 2,972 + q_0 . 9,705$$
$$1419 = q_1 . 11,105 - q_0 . 1,486$$

und hieraus folgt:

$$q_0 = 124,8, \quad q_1 = 143,9,$$

beide Werthe, welche, wie erwähnt, die Wärmeabstoßung parallel und normal zur Hauptaxe messen, untereinander wenig verschieden, aber die für Beryll gefundenen Zahlen außerordentlich überragend.

Schließlich sind noch nach den Formeln (76) die eigentlichen Elasticitätsconstanten c_{hk} für Bergkrystall zu berechnen. Die Resultate sind:

$$c_{11} = 8,682.10^6 \quad c_{12} = 0,709.10^6$$
$$c_{33} = 10,745.10^6 \quad c_{13} = 1,438.10^6$$
$$c_{44} = 5,823.10^6 \quad c_{14} = 1,715.10^6.$$

Dabei ist zu bemerken, daß diese Zahlen wesentlich unsicherer sind, als die für die Anwendung zunächst in Betracht kommenden Determinantenverhältnisse s_{hk}, da sie gegen Aenderungen der direct beobachteten Größen sehr empfindlich sind. Sie setzten, wie im Eingang erwähnt, ein Coordinatensystem voraus, dessen Z-Axe in die krystallographische Hauptaxe, dessen YZ-Ebene normal zu einer Fläche $+R$

steht, so daß die positive Y-Axe aus derjenigen Fläche austritt, in deren einer Ecke auch die positive Z-Axe den Krystall verläßt.

An die Poisson'schen Relationen (77)

$$c_{13} = c_{44} \qquad c_{11} = 3c_{12}$$

findet sich auch nicht einmal eine Annährung; man wird also die Moleküle des Bergkrystalls mit sehr starker Polarität versehen denken müssen.

Zusatz I. Mehrfach ist der allgemeine Satz erwähnt, daß zwei Prismen, deren Orientirungen durch eine Drehung um die kürzere Querdimension um 90° in einander übergehen oder bei denen Längs- und Breitenrichtung vertauscht sind, den gleichen Torsionscoefficienten zeigen. Ich füge hier den Beweis dieses Satzes an.

Sei im Krystall, der einem beliebigen System angehören mag, ein beliebiges Coordinatensystem X', Y', Z' gegeben und s'_{hk} das auf dieses bezogene Determinantenverhältniß, in derselben Weise verstanden, wie s_{hk} in dem Hauptaxensystem X, Y, Z. Dann drückt sich nach den von mir gegebenen allgemeinen Formeln in unserer Bezeichnung der Drillungscoefficient T aus für ein Prisma, dessen Längsrichtung durch α, β, γ, dessen größere Querdimension durch α_1, β_1, γ_1 ihrer Lage nach gegeben ist wie folgt:

$$\begin{aligned}
\mathrm{T} = \; & 4(s'_{11}\alpha^2\alpha_1^2 + s'_{22}\beta^2\beta_1^2 + s'_{33}\gamma^2\gamma_1^2) \\
& + 2[(s'_{44} + 4s'_{23})\beta\beta_1\gamma\gamma_1 + (s'_{55} + 4s'_{13})\gamma\gamma_1\alpha\alpha_1 + (s'_{66} + 4s'_{12})\alpha\alpha_1\beta\beta_1] \\
& + 2(\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1)[(2s'_{14} + s'_{56})\alpha\alpha_1 + 2s'_{24}\beta\beta_1 + 2s'_{34}\gamma\gamma_1] \\
& + 2(\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)[2s'_{15}\alpha\alpha_1 + (2s'_{25} + s'_{46})\beta\beta_1 + 2s'_{35}\gamma\gamma_1] \\
& + 2(\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1)[2s'_{16}\alpha\alpha_1 + 2s'_{26}\beta\beta_1 + (2s'_{36} + s'_{45})\gamma\gamma_1] \\
& + s'_{44}(\beta^2\gamma_1^2 + \gamma^2\beta_1^2) + s'_{55}(\gamma^2\alpha_1^2 + \alpha^2\gamma_1^2) + s'_{66}(\alpha^2\beta_1^2 + \beta^2\alpha_1^2) \\
& + 2[(s'_{56}(\alpha^2\beta_1\gamma_1 + \alpha_1^2\beta\gamma) + s'_{46}(\beta^2\alpha_1\gamma_1 + \beta_1^2\alpha\gamma) + s'_{45}(\gamma^2\alpha_1\beta_1 + \gamma_1^2\alpha\beta)].
\end{aligned}$$

Dieser Werth ändert sich nicht wenn man α, β, γ und α_1, β_1, γ_1 mit einander vertauscht; es ist der angegebene Satz durch diese Formel also bewiesen.

Zusatz II. In einer mir nach Vollendung der Beobachtungen am Beryll zugegangenen Abhandlung von Herrn H. Vater[1]) ist das Beobachtungsresultat mitgetheilt, daß die Zuwachse der Biegungen beim Beryll mit wachsender Belastung sehr schnell abnehmen. Die aus einer Belastung mit ca. 180 g und durch Zufügung von

1) Habilitationsschrift, abgedruckt in den »Neuen Jahrbuch für Mineralogie« 1886.

resp. ca. 60 und noch 50 g erhaltenen Werthe sollten abnehmen wie 1000 : 774 : 688. Ich hatte bei meinen Beobachtungen nichts dergleichen bemerkt, um aber ganz sicher zu gehen, ersuchte ich Herrn Dr. Hennig ein Beryllstäbchen noch einmal bei einer Belastung von 30, 60 und 90 g zu beobachten; letztere Belastung, auf ein dünnes und schmales Stäbchen ausgeübt, dürfte eine noch größere Spannung hervorgerufen haben, als Herr Vater sie angewandt hat.

Die Resultate waren (Sicherheit 0,5 Theile):

für $P =$	30	60	90 g
1. Lage $\eta =$	69,3	139,5	210,0
2. Lage $\eta =$	69,9	140,5	210,9
Mittel $\eta =$	69,6	140,0	210,4
$\eta_{30} =$	69,6	70,0	70,1

Sie zeigen nichts von dem, was Herr Vater beobachtet hat, und es ist daher die Vermuthung gestattet, daß die Sprünge in seinen Präparaten, welche nach seiner Angabe bei mehreren mit der Zeit wachsende Biegungen und ein vorzeitiges Zerbrechen veranlaßt haben, auch diese Anomalie hervorgerufen haben. Wenn diese sich nämlich zufällig in überwiegender Zahl auf der oberen Fläche des Präparates gefunden haben, so muß die Biegung bei kleinen Belastungen offenbar einen kleineren Wiederstand gefunden haben als bei größeren, da sich dann die Oeffnungen der Spalten beim Biegen allmählich schließen. Bei dem von mir benutzten vorzüglichen Material dürften derartige Uebelstände nur selten stattgefunden haben.

Zusatz III. In der folgenden Figurentafel ist ein Theil der für Beryll und Bergkrystall erhaltenen Resultate anschaulich dargestellt[1]).

Fig. I giebt für Beryll durch die mit E bezeichnete Curve die Abhängigkeit des Dehnungs- oder Biegungs-Coefficienten von der Neigung gegen die Krystallaxe (Z). Die mit T_1 und T_2 bezeichneten Curven stellen die Aenderung des Drillungscoefficienten dar, wenn man entweder die größere oder die kleinere Querdimension des Prismas senkrecht zur Krystallaxe beläßt und die Längsrichtung in einem Hauptschnitte dreht. Nach dem in Zusatz I bewiesenen Satz giebt dann die Curve T_1 zugleich die Aenderung, welche der Drillungscoefficient erleidet, wenn man die Drehungsaxe senkrecht zur Krystallaxe wählt, aber die Lage der größeren Querdimension durch Drehen des Prismas um die Längsaxe ändert. Die zur Construction benutzten Zahlwerthe sind auf Seite 115 und 116 enthalten.

Fig. II bezieht sich auf das elastische Verhalten des Bergkry-

1) Die dargestellten Curven sind nicht sehr genau ausgefallen.

stalls; wegen der hier viel complicirteren Verhältnisse mußte die Darstellung noch unvollständiger ausfallen, als für Beryll. Die Curven E_1 und E_2 geben den Verlauf der Dehnungscoefficienten in der krystallographischen Symmetrieebene und dem dazu normalen Hauptschnitt (der *YZ*- und *XZ*-Ebene). In letzterem findet sich Symmetrie in Bezug auf die Krystallaxe, im ersteren nicht. Die Curven T_1 und T_2 geben das Verhalten des Drillungscoefficienten an, wenn man die größere oder kleinere Querdimension in eine Nebenaxe (*X*) legt und die Längsrichtung durch Drehung um dieselbe in der Symmetrieebene verschiebt. Die Curve T_1 giebt dann noch zugleich den Verlauf des Drillungscoefficienten für ein mit der Längsrichtung in die *X*-Axe fallendes Prisma, wenn die größere Querdimension alle möglichen Lagen annimmt; sie zeigt eine ganz unerwartet große Veränderlichkeit von T mit der Orientirung.

Die zur Construction benutzten Zahlen finden sich Seite 334 und 335.

Die Figur für Beryll ist im doppelten Maaßstab gezeichnet wie die für Bergkrystall.

Da die Biegungen (oder Dehnungen) und Drillungen mit den Coefficienten E und T proportional sind, so geben die mitgetheilten Curven auch direct Aufschluß über das Verhalten dieser Größen.

Druckfehler.

p. 95 Z. 19 v. o. lies $\beta_2 = B_2 \frac{l^2}{n^2}$ statt $\beta_2 = B_2 \frac{l^2}{n_2}$.

p. 104 Z. 11 v. o. lies »einige der damaligen« statt »die damaligen«.

p. 115 Z. 11 v. u. lies $s_{13} = -0{,}836 . 10^{-8}$ statt $s_{13} = 0{,}836 . 10^{-8}$.

p. 117 Z. 14 v. o. lies $A_{90} = 2{,}154 . 10^{-8}$ statt $A_0 = 2{,}154 . 10^{-8}$.

Z. 5 v. u. lies $a_1 = + 1{,}37 . 10^{-8}$ statt $a_2 = + 1{,}37 . 10^{-8}$.

p. 120 Z. 18 v. o. lies »wie zu erwarten« statt »ein zu erwarten.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

December 1885 und Januar 1886.

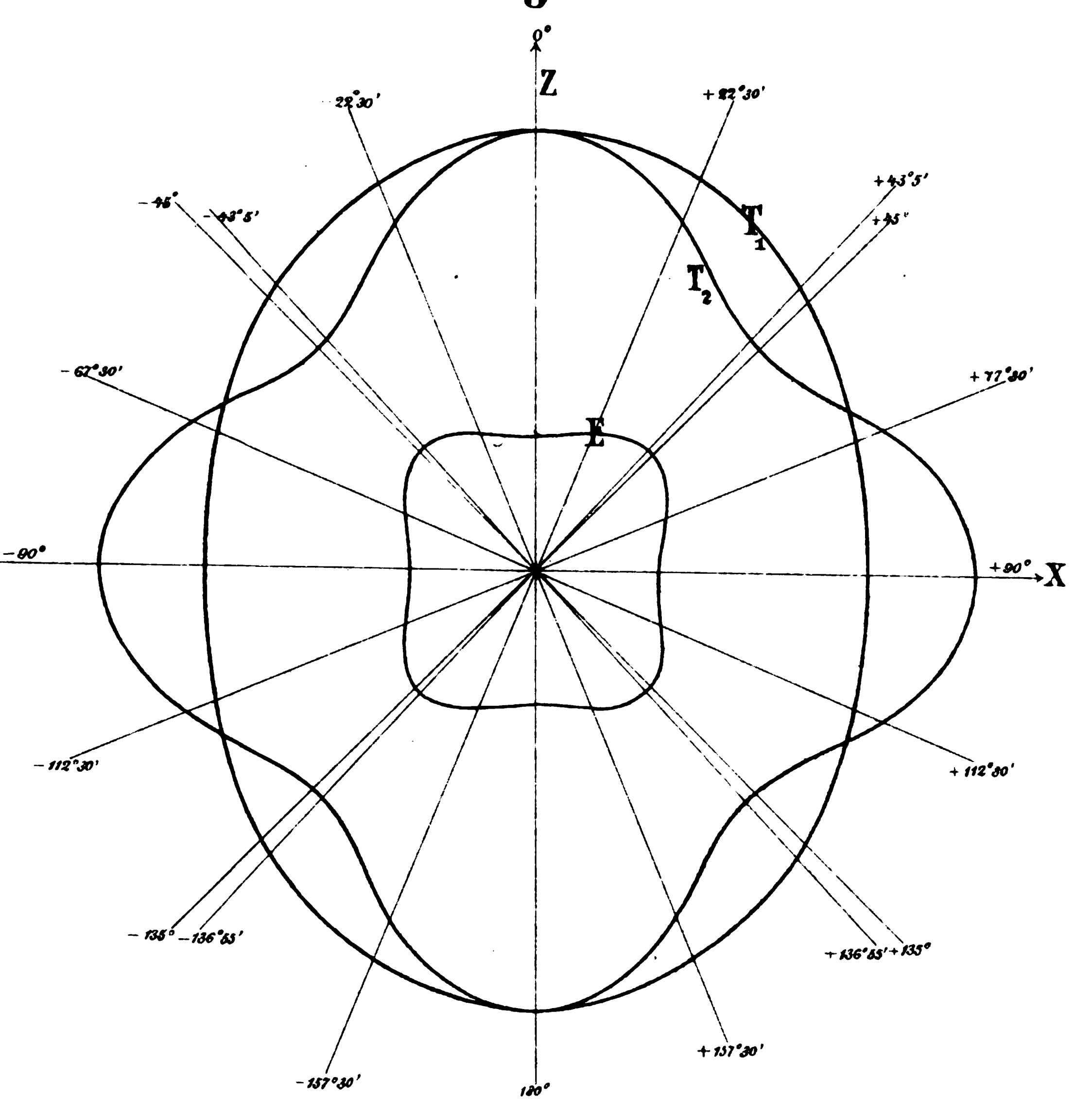
(Fortsetzung.)

Johns Hopkins University Circulars. Vol. V. No. 45.
Bulletin of the American Geographical society. 1885. No. 2.
Proceedings of the Boston society of natural history:
Vol. XXII. part. IV. Oct. 1883—Dez. 1883.
Vol. XXIII. part. I. Jan.—March. 1884.
Memoirs of the Boston society of n. history. Vol. III. No. I.
Publications of the Washburn observatory. Vol. III.
Proceedings of the American Philosophical society. Vol. XXII. No. 120.
Washington astronomical and meteorological observations 1881. Vol. XXVIII.
Fourth annual report of the Un. St. Geolog. survey 1882—1883.
Norges Gamle Love indtil 1387, von Gustav Storm.
Extrait des Annales de la société medico-chirurgicale de Liège. Tome XXIV. 1885.
Journal de mathematiques. 4ieme série.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indie. 5te Folge. 1. Theil.
1. Recherches sur l'orbite intermédiaire de la comète de Faye. Petersburg 1885. Mémoires de l'acad. T. XXXIII. No. 3.
2. Studien über das Ei bei Knochenfischen. Tome XXXIII. No. 4.
3. Wild, H., Annalen des physikalischen Central-Observatoriums für 1884. Petersburg.
4. Wild, Repertorium für Meteorologie. Petersburg.
Boletin del ministerio de fomento Mexicano. Tomo X. 103. 104. 105. 106.
Sitzungsberichte der Kaiserl. Akademie der Wissensch. zu Wien.
1. Mathematisch-Naturwissensch. Classe:
Jahrgang 1884. 1. Abth. XC. Band. 1. 2. 3—5. Heft.
1884. 2. Abth. XC. Band. 1. 2. 3. 4. 5. Heft.
1884. 3. Abth. LXXXIX. Band. 3—5. Heft. XC. Band 1. 2. 3—5. Heft.
Jahrgang 1885. 1. Abth. XCI. Band. 1—4. Heft.
1885. 2. Abth. XCI. Band. 1. 2. 3. Heft.
1885. 3. Abth. XCI. Band. 1. 2. Heft.
2. Philosophisch-historische Classe:
Jahrgang 1884. CVII. Band. 1. 2. Heft.
1884. CVIII. Band. 1. 2. 3. Heft.
1885. CIX. Band. 1. 2. Heft.
Almanach d. Kaiserl. Akademie d. Wissensch. 25ter Jahrg. 1885. Wien.
Archiv für österreichische Geschichte: 66. Band 1. 2. Hälfte. 67. Band 1. Hälfte.
Denkschriften der Kaiserl. Akademie d. Wissensch. Mathematisch-Naturwissensch. Classe. 48. 49. Band.
Denkschriften der Kaiserl. Akademie d. Wissensch. Philosophisch-Historische Classe. 35. Band.
Register zu den Bänden 86—90 der Sitzungsberichte d. Mathem. Naturw. Classe. XI.
Bullettino di Bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. Tomo XVIII. Apr. 1885.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. 1885—86. vol. II. fasc. 1.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

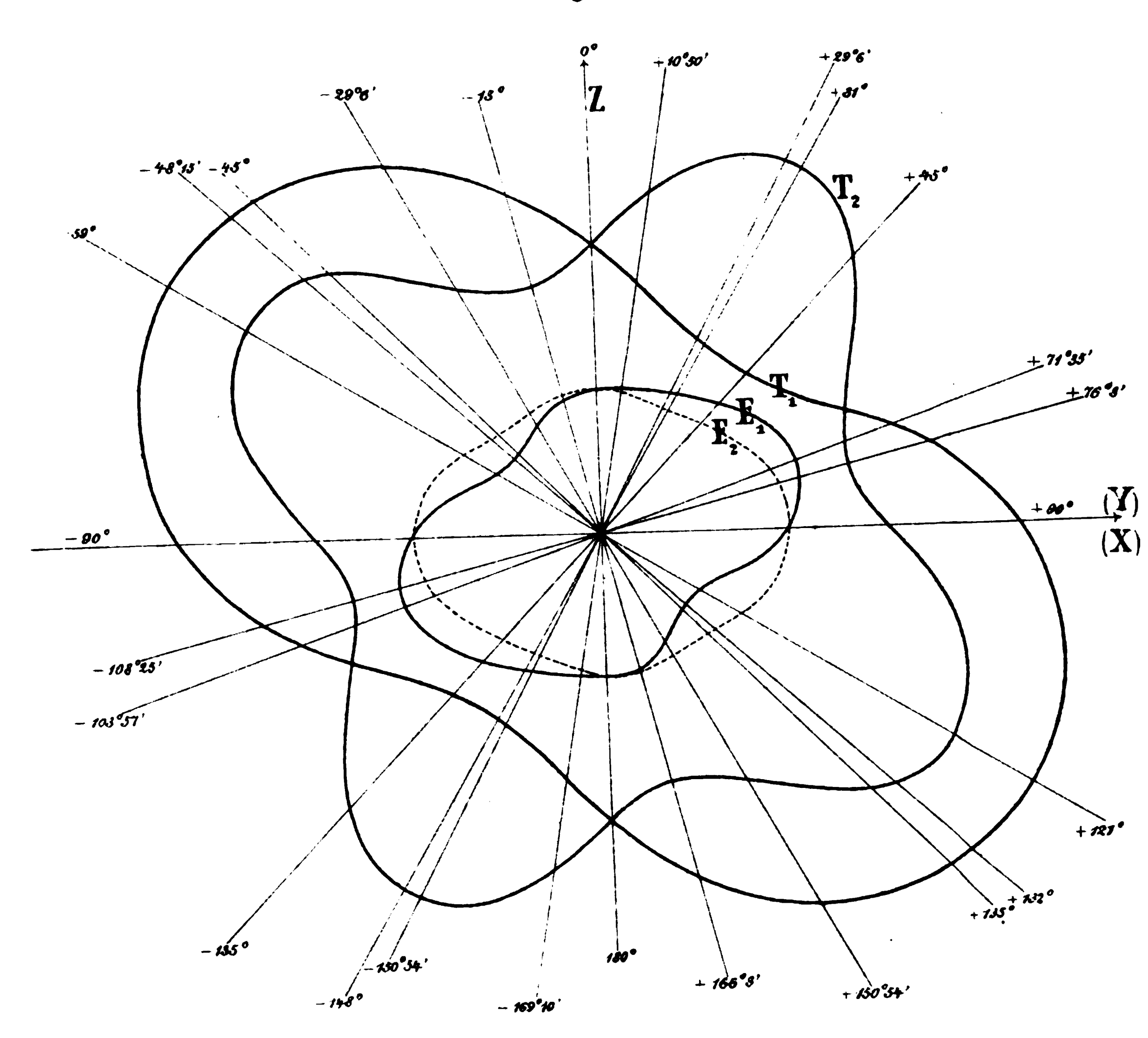


Fig.1.



0°
Z
22°30'
+22°30'
-45°
-43°5'
+43°5'
+45°
T1
T2
E
-67°30'
+67°30'
-90°
+90°
X
-112°30'
+112°30'
-135°
-136°55'
+136°55'
+135°
-157°30'
+157°30'
180°

Fig. 2.



0°
+10°50'
+29°6'
+31°
−29°6'
−13°
Z
−48°13'
−45°
−59°
+45°
T$_2$
T$_1$
E$_1$
E$_2$
+71°35'
+76°8'
+90°
(Y)
(X)
−90°
−108°25'
−103°57'
+127°
+135°
+132°
−135°
−150°54'
−148°
−169°10'
180°
+166°8'
+150°54'

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

23. Juni. № 10. 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 8. Mai 1886.

Ueber Mac Cullagh's Theorie der Totalreflexion für isotrope und anisotrope Medien.

Fortsetzung.[1])

Von

Paul Volkmann.

Bevor ich zur Aufstellung der analytischen Ausdrücke gehe, aus denen die vollständige Lösung des Problems der totalen Reflexion hervorgeht, will ich auf eine Stelle meiner früheren Arbeit[2]) zurückkommen, die einer weiteren Ausführung wohl nothwendig ist.

Die Schwingungsellipse der gebrochenen Welle im anisotropen Medium war ihrer Lage und Form nach in den früheren Bezeichnungen durch die Gleichungen gegeben:

$$(2) \qquad A\lambda + B\mu + \Gamma\nu = 0$$

$$(9) \qquad a^2 A(B\nu - \Gamma\mu) + b^2 B(\Gamma\lambda - A\nu) + c^2\Gamma(A\mu - B\lambda) = 0.$$

Wir erhalten eine unzweideutige Auffassung der hieraus fließenden und von Mac Cullagh gegebenen geometrischen Construction für Lage und Form der Schwingungsellipse in optisch zweiaxigen Medien, wenn wir die optisch einaxigen Medien als Grenzfall der optisch zweiaxigen betrachten und die Gleichung (9) zuerst auf optisch ein-

1) P. Volkmann, Nachr. v. d. K. G. d. W. zu Göttingen. 1885. No. 10. p. 336.

2) l. c. p. 350. 351.

axige Medien anwenden; es ist dann $b = c$ zu setzen und die Gleichung (9) wird:

$$(a^2-c^2)\,\mathrm{A}(\mathrm{B}\nu-\Gamma\mu) = 0$$

also:

$$\mathrm{A} = 0 \qquad \mathrm{B}\nu-\Gamma\mu = 0.$$

Die erste Gleichung entspricht bei der gewöhnlichen Lichtbewegung, wie sie bei der partiellen Reflexion und Brechung erhalten bleibt, der extraordinären Welle, die zweite Gleichung der ordinären Welle. Wir behalten diese Bezeichnungen auch für die Lichtbewegung bei, wie sie im Fall der totalen Reflexion in der gebrochenen Welle auftritt.

Dementsprechend ist die Ebene der Schwingungsellipse in der extraordinär gebrochenen Welle senkrecht zur optischen Axe gelegen, indem aus $\mathrm{A} = 0: \cos\alpha = 0 \; \cos\alpha' = 0$ folgen. Des Näheren ergiebt sich die Form der Schwingungsellipse aus:

$$\mathrm{A}:\mathrm{B}:\Gamma = 0:-\nu:\mu.$$

Die Ebene der Schwingungsellipse in der ordinär gebrochenen Welle hat im Krystall keine feste Lage mehr[1]); sie hängt nur von der Lage der Grenz-, der Einfallsebene und r ab. Des Näheren ergiebt sich die Lage und Form der Schwingungsellipse hier aus:

$$\mathrm{A}\lambda+\mathrm{B}\mu+\Gamma\nu = 0$$
$$\mathrm{B}\nu-\Gamma\mu = 0$$

also aus:

$$\mathrm{A}:\mathrm{B}:\Gamma = -(\mu^2+\nu^2) = \lambda\mu:\lambda\nu.$$

Wenn wir jetzt zu den optisch zweiaxigen Medien zurückgehen, so war in meiner früheren Arbeit der symbolische Ausdruck abgeleitet[2]):

$$\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}}\;\frac{\Gamma}{\mathrm{A}} = \frac{\left(\sqrt{p_1^2-q_1^2}\mp\sqrt{p_2^2-q_2^2}\right)^2}{(p_1^2-q_1^2)-(p_2^2-q_2^2)}.$$

Hierin wird das doppelte Vorzeichen zu berücksichtigen sein. Das obere Vorzeichen entspricht einer inneren Theilung, das untere Vorzeichen einer äußeren Theilung der in Mac Cullagh's Regel vorkommenden Verbindungslinien nach dem Verhältniß von

$$\sqrt{p_1^2-q_1^2}:\sqrt{p_2^2-q_2^2}.$$

Der Fall optisch einaxiger Medien jetzt als Grenzfall der optisch zweiaxigen Medien angesehen, läßt die Ebene der beiden Hauptkreis-

1) Mac Cullagh Coll. Works p. 220.
2) l. c. p. 350.

schnitte in eine zusammenfallen. Die innere Theilung der Mac Cullagh'schen Verbindungslinien bei optisch zweiaxigen Medien entspricht also bei optisch einaxigen Medien der Ebene der Hauptkreisschnitte selbst d. h. also einer Ebene senkrecht zur optischen Axe. Die äußere Theilung der Verbindungslinien, welche bei optisch zweiaxigen Medien wegen des Vorhandenseins zweier Hauptkreisschnitte noch vollständig zum Ziele führt, versagt bei optisch einaxigen Medien wegen des Zusammenfallens der Hauptkreisschnitte in einen.

Behalten wir zur Unterscheidung die Bezeichnung ordinäre und extraordinäre Welle auch für optisch zweiaxige Medien bei, obwohl sie hier ebenso wie bei der partiellen Reflexion und Brechung, gänzlich bedeutungslos wird, so haben wir Mac Cullagh's Regel in folgender Weise zu präcisiren:

Man suche die Schnittellipsen der Kreisschnitte der Indexellipsoides mit dem durch die Größen $r, l, m, n, f, g, h,$ bekannten Projectionscylinder; es seien $p_1 p_2$ die großen Halbaxen, $q_1 q_2$ die kleinen Halbaxen derselben. Nun verbinde man die Endpunkte $P_1 P_2$ der großen und $Q_1 Q_2$ der kleinen Halbaxen und theile jede dieser Verbindungen von P_1 und Q_1 aus — im Falle einer ordinären Welle in dem äußeren Verhältniß von $\sqrt{p_1^2 - q_1^2} : \sqrt{p_2^2 - q_2^2}$, im Falle einer extraordinären Welle in dem inneren Verhältniß von $\sqrt{p_1^2 - q_1^2} : \sqrt{p_2^2 - q_2^2}$. Die Ebene, welche durch diese Theilungspunkte und durch den Mittelpunkt der ersten Schnittellipsen gelegt wird, hat die Lage der Ebene der Schwingungsellipse.

Wenn Mac Cullagh bei der Anwendung dieser Regel einige Vorsicht empfiehlt [1]), so bezieht sich diese Mahnung, wie ich jetzt glaube, auf die Auseinanderhaltung dieser beiden verschieden zu behandelnden Wellen auch an der Indexfläche. Jedenfalls wirft diese Aeußerung Mac Cullagh's ein eigenartiges Licht auf seine dunkel gehaltene Darstellungsweise gerade der totalen Reflexion — denn alle anderen optischen Abhandlungen von ihm sind viel leichter dem Verständniß zugänglich.

Noch mag hervorgehoben werden, daß sich die vorliegende Lichtbewegung im Falle isotroper Medien und im Falle der ordinären Welle in optisch einaxigen Medien darin unterscheidet, daß die Lage der Schwingungsebene im isotropen Medium erst durch den Schwingungszustand des einfallenden Lichts gegeben ist; im Fall der ordinären Welle in optisch einaxigen Medien genügt die Kenntniß des Einfallswinkels — abgesehen natürlich von der Lage der Grenz- und Einfallsebene zum Krystall.

1) Mac Cullagh Coll. Works p. 251.

Ich gehe nun zur Aufstellung der analytischen Ausdrücke, welche die vollständige Lösung des Problems enthalten. Die Grenzbedingungen lassen es als zweckmäßig erscheinen, dem Coordinatensystem zunächst die Einfallsebene $(x'z')$ und die Grenzebene $(x'y')$ zu Grunde zu legen, wie es auch Kirchhoff [1]) thut. Das auf die Hauptaxen des Krystalls bezogene Coordinatensystem werde zum Unterschied von diesem wie früher mit xyz bezeichnet.

Beide Coordinatensysteme hängen durch die Gleichungen zusammen:

$$x' = f_0 x + g_0 y + h_0 z$$
$$y' = f_1 x + g_1 y + h_1 z$$
$$z' = f x + g y + h z.$$

Hierin sind:

$$f_0 \sin\omega = l - f\cos\omega \qquad f_1 \sin\omega = gn - hm$$
$$g_0 \sin\omega = m - g\cos\omega \qquad g_1 \sin\omega = hl - fn$$
$$h_0 \sin\omega = m - h\cos\omega \qquad h_1 \sin\omega = fm - gh.$$

Bezeichnen wir die Winkel, welche die conjugirten Axen der Schwingungsellipse pq mit $x'y'z'$ machen durch abc [2]), so haben wir:

$$\cos a = f_0 \cos\alpha + g_0 \cos\beta + h_0 \cos\gamma$$
$$\cos b = f_1 \cos\alpha + g_1 \cos\beta + h_1 \cos\gamma$$
$$\cos c = f \cos\alpha + g \cos\beta + h \cos\gamma.$$

Die Schwingungsellipse für eine gebrochene Welle sei dann gegeben durch:

$$\xi = \varepsilon(p\cos a\sin\varphi + q\cos a'\cos\varphi)$$
$$\eta = \varepsilon(p\cos b\sin\varphi + q\cos b'\cos\varphi)$$
$$\zeta = \varepsilon(p\cos c\sin\varphi + q\cos c'\cos\varphi)$$

wo:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x'\sin\omega + z'\cos\omega - st)$$
$$\varepsilon = e^{-\frac{2\pi}{\lambda} r z'}$$

Die $\omega\ r\ s$ folgten, wie schon früher abgeleitet, aus:

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{\sin i}{u} \qquad s = \frac{\sin\omega}{\sin i} \qquad r = sv,$$

wenn die Lichtgeschwindigkeit der einfallenden Welle zur Einheit genommen wurde.

Wir behandeln zunächst den Fall, daß Licht in einem iso-

---

1) Kirchhoff ges. Abh. p. 364 u. f.

2) Eine Verwechslung der Winkel $a\ b\ c$ mit den Hauptlichtgeschwindigkeiten des Krystalls $a\ b\ c$ wird nicht zu befürchten sein.

tropen stärker brechenden Medium auf ein anisotropes Medium auffällt und totale Reflexion erleidet. Es handelt sich dann zunächst darum bei gegebenem Einfallswinkel die uniradial einfallenden und reflectirten Schwingungen zu finden d. h. also solche, für welche nur eine gebrochene Welle existirt.

Die Schwingungsellipse einer uniradial einfallenden Welle sei:

$$\xi_e = p_e \cos a_e \sin\varphi_e' + q_e \cos a_e' \cos\varphi_e$$
$$\eta_e = p_e \cos b_e \sin\varphi_e + q_e \cos b_e' \cos\varphi_e$$
$$\zeta_e = p_e \cos c_e \sin\varphi_e + q_e \cos c_e' \cos\varphi_e$$

wo
$$\varphi_e = \frac{2\pi}{\lambda_e}(x' \sin i_e + z' \cos i_e - s_e t).$$

Die Schwingungsellipse der entsprechenden uniradial reflectirten Welle sei:

$$\xi_r = p_r \cos a_r \sin\varphi_r + q_r \cos a_r' \cos\varphi_r$$
$$\eta_r = p_r \cos b_r \sin\varphi_r + q_r \cos b' \cos\varphi_r$$
$$\zeta_r = p_r \cos c_r \sin\varphi_r + q_r \cos c_r' \cos\varphi_r$$

wo
$$\varphi_r = \frac{2\pi}{\lambda_e}(x' \sin i_e - z' \cos i_e - s_e t).$$

Setzen wir jetzt zur Abkürzung:

$$A_e = p_e \cos a_e + i q_e \cos a_e' \qquad A_r = p_r \cos a_r + i q_r \cos a_r'$$
$$B_e = p_e \cos b_e + i q_e \cos b_e' \qquad B_r = p_r \cos b_r + i q_r \cos b_r'$$
$$C_e = p_e \cos c_e + i q_e \cos c_e' \qquad C_r = p_r \cos c_r + i q_r \cos c_r'$$
$$A = p \cos a + i q \cos a'$$
$$B = p \cos b + i q \cos b'$$
$$C = p \cos c + i q \cos c'$$

so liefern die Grenzbedingungen von der Gleichheit der Verrückungscomponenten:

$$\overline{\xi_e + \xi_r} = \overline{\xi} \qquad \overline{\eta_e + \eta_r} = \overline{\eta} \qquad \overline{\zeta_e + \zeta_r} = \overline{\zeta}$$

für diese uniradial schwingenden Wellen die Gleichungen:

$$A_e + A_r = A$$
$$B_e + B_r = B$$
$$C_e + C_r = C.$$

Das Neumann-Kirchhoffsche Princip, welches wie Mac Cullagh[1]) und Kirchhoff[2]) gezeigt haben, in 2 lineare Glei-

1) Mac Cullagh, Coll. Works p. 169.
2) Kirchhoff, ges. Abh. p. 367. 368.

chungen zerfällbar ist, wird unter Rücksicht auf: $\frac{\partial\xi}{\partial y'} = 0 \ \frac{\partial\zeta}{\partial y'} = 0$:

$$\frac{\partial}{\partial x'}(\overline{\zeta_e + \zeta_r}) - \frac{\partial}{\partial z'}(\overline{\xi_e + \xi_r}) = a_{21}\frac{\overline{\partial\eta}}{\partial z'} - a_{23}\frac{\overline{\partial\eta}}{\partial x'} + a_{22}\left(\overline{\frac{\partial\zeta}{\partial x'} - \frac{\partial\xi}{\partial z'}}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z'}(\overline{\eta_e + \eta_r}) = a_{11}\frac{\overline{\partial\eta}}{\partial z'} - a_{13}\frac{\overline{\partial\eta}}{\partial x'} + a_{12}\left(\overline{\frac{\partial\zeta}{\partial x'} - \frac{\partial\xi}{\partial z'}}\right).$$

Die Lichtgeschwindigkeit im isotropen Medium ist hierin 1 gesetzt und die a_{κ} hängen mit den drei Hauptlichtgeschwindigkeiten der Krystalle $a\ b\ c$ zusammen:

$$\begin{aligned} a_{11} &= a^2 f_0^2 + b^2 g_0^2 + c^2 h_0^2 & a_{23} &= a^2 f_1 f + b^2 g_1 g + c^2 h_1 h \\ a_{22} &= a^2 f_1^2 + b^2 g_1^2 + c^2 h_1^2 & a_{31} &= a^2 f f_0 + b^2 g g_0 + c^2 h h_0 \\ a_{33} &= a^2 f^2 + b^2 g^2 + c^2 h^2 & a_{12} &= a^2 f_0 f_1 + b^2 g_0 g_1 + c^2 h_0 h_1 \end{aligned}$$

welche im Fall optisch einaxiger Medien ($b = c$) werden:

$$\begin{aligned} a_{11} &= c^2 + (a^2 - c^2) f_0^2 & a_{23} &= (a^2 - c^2) f_1 f \\ a_{22} &= c^2 + (a^2 - c^2) f_1^2 & a_{31} &= (a^2 - c^2) f f_0 \\ a_{33} &= c^2 + (a^2 - c^2) f^2 & a_{12} &= (a^2 - c^2) f_0 f_1 \end{aligned}$$

Die beiden Gleichungen, welche das Neumann-Kirchhoff-sche Princip umfassen, liefern die Gleichungen:

$$(A_e - A_r)\cot i_e = A a_{22}\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega} + B\left(a_{23} - a_{21}\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega}\right) + C(1 - a_{22}$$

$$(B_e - B_r)\cot i_e = -A a_{12}\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega} - B\left(a_{13} - a_{11}\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega}\right) + C a_{12}.$$

Aus einer einfachen geometrischen Betrachtung folgen ferner:

$$\frac{C_e}{C_r} = \mp \operatorname{tang} i_e \frac{A_e}{A_r}.$$

Endlich sei hier die Incompressibilitätsbildung wiederholt:

$$A + C\frac{\cos\omega + ir}{\sin\omega} = 0.$$

Bei optisch zweiaxigen Medien sind hierin für $A\ B\ C$ die Werthe zu setzen, welche sich in Verbindung mit:

$$\begin{aligned} A &= f_0 \mathrm{A} + g_0 \mathrm{B} + h_0 \Gamma \\ B &= f_1 \mathrm{A} + g_1 \mathrm{B} + h_1 \Gamma \\ C &= f\,\mathrm{A} + g\,\mathrm{B} + h\,\Gamma \end{aligned}$$

aus einer der Gleichungen ergeben:

$$\begin{aligned} \mathrm{A}\left\{\mu^2(c^2 - a^2) - F\right\} &= \Gamma\lambda\nu(b^2 - c^2) \\ \mathrm{B}\left\{\nu^2(a^2 - b^2) - F\right\} &= \mathrm{A}\mu\lambda(c^2 - a^2) \\ \Gamma\left\{\lambda^2(b^2 - c^2) - F\right\} &= \mathrm{B}\nu\mu(a^2 - b^2). \end{aligned}$$

Hierin ist F eine der Wurzeln der quadratischen Gleichung:

$$F^2 - F[\lambda^2(b^2-c^2) + \mu^2(c^2-a^2) + \nu^2(a^2-b^2)]$$
$$+ \mu^2\nu^2(c^2-a^2)(a^2-b^2) + \nu^2\lambda^2(a^2-b^2)(b^2-c^2) + \lambda^2\mu^2(b^2-c^2)(c^2-a^2) = 0.$$

Die Ausführung der Rechnung ergiebt im Allgemeinen nicht sehr einfache Ausdrücke, dieselben sollen daher hier auch nicht weiter aufgestellt werden. Die Rechnung wird einfach im Falle die Grenz- und Einfallsebene mit je zwei Hauptschnitten des Elasticitätsellipsoides zusammenfällt.

Fallen z. B. $x'y'z'$ mit xyz vollständig zusammen, so werden:

$$\begin{array}{llllll} f = 0 & g = 0 & h = 1 & & a_{11} = a^2 & a_{23} = 0 \\ f_0 = 1 & g_0 = 0 & h_0 = 0 & & a_{22} = b^2 & a_{31} = 0 \\ f_1 = 0 & g_1 = 1 & h_1 = 0 & & a_{33} = c^2 & a_{12} = 0 \end{array}$$

$$\omega = \frac{\pi}{2} \qquad l = 1 \qquad m = 0 \qquad n = 0.$$

Die Gleichung (7) wird:

$$0 = \left(s^2 - b^2(1-r^2)\right)\left(s^2 - (c^2 - r^2 a^2)\right)$$

und wir erhalten für die ordinäre Welle:

$$r = \sqrt{1 - \frac{1}{b^2 \sin^2 i}}$$

für die extraordinäre Welle:

$$r = \sqrt{\frac{c^2}{a^2} - \frac{1}{a^2 \sin^2 i}}.$$

Indem hier:

$$\lambda = l + irf = 1 \qquad \mu = m + irg = 0 \qquad \nu = n + irh = ir$$

bestimmen sich die A B Γ, welche hier gleich dem ABC sind, aus den Gleichungen:

$$-AF = Cir(b^2-c^2)$$
$$B\left(-r^2(a^2-b^2) - F\right) = 0$$
$$C\left(\quad (b^2-c^2) - F\right) = 0.$$

Es folgt für die ordinäre Welle:

$$F = b^2 - c^2 \qquad A : B : C = -ir : 0 : 1$$

für die extraordinäre Welle:

$$F = -r^2(a^2-b^2) \qquad A : B : C = 0 : 1 + i = 0.$$

Für die uniradialen Schwingungen, die der ordinär gebrochenen Welle zugehören, erhalten wir so:

$$A_e - A_r = \operatorname{tang} i_e \{1 - b^2(1-r^2)\} \qquad B_e - B_r = 0$$
$$A_e + A_r = \qquad -ir \qquad B_e + B_r = 0$$
$$2\frac{A_e}{A_r} = \mp \cot i_e - ir \qquad 2\frac{B_e}{B_r} = 0.$$

Für die uniradialen Schwingungen, die der extraordinär gebrochenen Welle zugehören:

$$A_e - A_r = 0 \qquad B_e - B_r = \operatorname{tang} i_e a^2 r(-1 + i)$$
$$A_e + A_r = 0 \qquad B_e + B_r = \qquad (1 + i)$$
$$2\frac{A_e}{A_r} = 0 \qquad 2\frac{B_e}{B_r} = 1 \mp a^2 r \operatorname{tang} i_e + i(1 \pm a^2 r \operatorname{tang} i_e).$$

Die Bezeichnung totale Reflexion findet in beiden Fällen ihre Rechtfertigung durch die unmittelbar hieraus folgende Relation:

$$p_r^2 + q_r^2 = p_e^2 + q_e^2.$$

Bei optisch einaxigen Medien setzten wir $b = c$, es wird dann

$$F = \tfrac{1}{2}[\mu_u^2(c^2 - a^2) + \nu^2(a^2 - c^2)] \pm \tfrac{1}{2}[\mu^2(c^2 - a^2) - \nu^2(a^2 - c^2)]$$
$$F_1 = \mu^2(c^2 - a^2) \qquad F_2 = \nu^2(a^2 - c^2).$$

Für die ordinäre Welle haben wir

$$r = \sqrt{1 - \frac{1}{c^2 \sin^2 i_e}},$$

für die extraordinäre

$$r = \sqrt{\frac{a^2(1 - l^2) + c^2 l^2 - \frac{\sin^2 \omega}{\sin^2 i}}{a^2(1 - f^2) + c^2 f^2}}$$

zu setzen.

Wir erhalten in Uebereinstimmung mit dem Früheren für die ordinäre Welle:

$$\mathrm{A} : \mathrm{B} : \Gamma = -(\mu^2 + \nu^2) : \lambda\mu : \lambda\nu$$

für die extraordinäre Welle:

$$\mathrm{A} : \mathrm{B} : \Gamma = 0 : -\nu : \mu$$

Es folgen also bis auf einen constanten Factor:

Für die ordinäre Welle, unter Rücksicht, daß hier $\omega = \frac{\pi}{2}$:

$$A = \qquad -l(\mu^2 + \nu^2) + \qquad m\lambda\mu + \qquad n\lambda\nu$$
$$B = -(gn - hm)(\mu^2 + \nu^2) + (hl - fn)\lambda\mu + (fm - gl)\lambda\nu$$
$$C = \qquad -f(\mu^2 + \nu^2) + \qquad g\lambda\mu + \qquad h\lambda\nu.$$

Die Ausrechnung ergiebt:

$$A = f_0 r^2 + irf \qquad \text{wo } f_0 = l$$
$$B = -f_1(1-r^2) \qquad f_1 = gn - hm.$$
$$C = -f + irf_0$$

Für die extraordinäre Welle:

$$A = -\frac{m - g\cos\omega}{\sin\omega}\nu + \frac{n - h\cos\omega}{\sin\omega}\mu$$
$$B = -\frac{hl - fn}{\sin\omega}\nu + \frac{fm - gl}{\sin\omega}\mu$$
$$C = -g\nu + h\mu.$$

Die Ausrechnung ergiebt:

$$A = f_1(\cos\omega + ir) \qquad \text{wo } f_0 = \frac{l - f\cos\omega}{\sin\omega}$$
$$B = \frac{f - l\cos\omega}{\sin\omega} - irf_0$$
$$C = f_1 \sin\omega \qquad f_1 = \frac{ng - hm}{\sin\omega}.$$

Wir erhalten so nach einigen Nebenrechnungen für die uniradialen Schwingungen, die der ordinär gebrochenen Welle zugehören:

$$A_e - A_r = (f - irl)\cot i_e$$
$$A_e + A_r = lr^2 + irf$$

woraus
$$2\frac{A_e}{A_r} = lr^2 \pm f\cot i_e + ir(f \mp l\cot i_e)$$
$$B_e - B_r = -irf_1(1-r^2)c^2\operatorname{tang} i_e$$
$$B_e + B_r = -f_1(1-r^2)$$

woraus
$$2\frac{B_e}{B_r} = -f_1(1-r^2)[1 \pm irc^2\operatorname{tang} i_e].$$

Wir bemerken schon hier die Gültigkeit der Relationen:

$$A_e - A_r = -i/r\,A\cot i_e$$
$$B_e - B_r' = irc^2 B\operatorname{tang} i_e,$$

welche bei der totalen Reflexion an der Grenze zweier isotroper Medien wiederkehren werden.

Wir erhalten ebenso nach einigen Nebenrechnungen für die uniradialen Schwingungen, die der extraordinär gebrochenen Welle zugehören, unter Berücksichtigung der Gleichungen:

(7a) $$\frac{\sin^2\omega}{\sin^2 i} = a^2(m^2 + n^2) + c^2 l^2 - r^2[a^2(g^2 + h^2) + c^2 f^2]$$

(8a) $$0 = a^2(mg + nh) + c^2 lf$$

$$A_e - A_r = f_1 \sin\omega \cot i_e$$
$$A_e + A_r = f_1(\cos\omega + ir)$$

woraus:
$$2\frac{A_{\prime}}{A_r} = f_1(\cos\omega \pm \sin\omega \cot i_{\prime}) + irf_1$$

$$B_{\prime} - B_r = \left[lc^2 - f_0\frac{\sin\omega}{\sin^2 i_{\prime}}\right]\operatorname{tang} i_{\prime} + irfc^2 \operatorname{tang} i_{\prime}$$

$$B_{\prime} + B_r = \frac{f - l\cos\omega}{\sin\omega} - irf_0$$

woraus:
$$2B_r = \frac{f - l\cos\omega}{\sin\omega} \pm \left[lc^2 - f_0\frac{\sin\omega}{\sin^2 i_{\prime}}\right]\operatorname{tang} i_{\prime} - irf_0 \pm irfc^2 \operatorname{tang} i_{\prime}.$$

Aus diesen Resultaten folgen für die uniradialen Schwingungen, welche der ordinär und extraordinär gebrochenen Welle zugehören, einzeln:

$$p_r^2 + q_r^2 = p_{\prime}^2 + q_{\prime}^2.$$

Für die uniradialen Schwingungen, welche der ordinär gebrochenen Welle zugehören, ist diese Relation ohne Weiteres ersichtlich; für die der extraordinär gebrochenen Welle zugehörenden uniradialen Schwingungen läßt sich unter Anwendung der Gleichungen (7a) und (8a) nach einigen Nebenrechnungen zeigen, daß:

$$f_1^2 \cos\omega \sin\omega \cot i_{\prime}(1 + \operatorname{tang}^2 i_{\prime}) + \frac{f - l\cos\omega}{\sin\omega}\left[lc^2 - f_0\frac{\sin\omega}{\sin^2 i_{\prime}}\right]\operatorname{tang} i_{\prime} - f_0 f r^2 c^2 \operatorname{tang} i_{\prime} = 0,$$

womit dann gleichfalls die Richtigkeit der obigen Relation bewiesen ist.

Die Richtigkeit dieser Relation ist damit überhaupt für die totale Reflexion innerhalb eines isotropen Mediums an der Grenze eines optisch einaxigen Mediums bewiesen. Die Bezeichnung totale Reflexion findet darin ihre Rechtfertigung.

Nachdem so bei gegebenem Einfallswinkel für die totale Reflexion an der Grenze eines anisotropen Mediums die uniradial einfallenden und reflectirten Schwingungen ihrer Form nach gegeben sind, erübrigt es nur noch aus der Größe der einfallenden Schwingung auch die Größe der uniradial einfallenden Schwingungen zu bestimmen, nach welchen jene zerlegt werden kann, um daraus auch die Größe der uniradial reflectirten Schwingungen zu bestimmen, aus denen die total reflectirte Schwingung zusammengesetzt werden kann.

Es sei die einfallende Schwingung gegeben durch:

$$\xi_{\prime} = p_{\prime}\cos a_{\prime} \sin\varphi_{\prime} + q_{\prime}\cos a_{\prime}' \cos\varphi_{\prime}$$
$$\eta_{\prime} = p_{\prime}\cos b_{\prime} \sin\varphi_{\prime} + q_{\prime}\cos b_{\prime}' \cos\varphi_{\prime}$$
$$\zeta_{\prime} = p_{\prime}\cos c_{\prime} \sin\varphi_{\prime} + q_{\prime}\cos c_{\prime}' \cos\varphi_{\prime}.$$

Bezeichnen wir die beiden uniradial einfallenden Schwingungen, nach denen diese zerlegt werden kann, durch die Indices $e1$ (ordinär) und $e2$ (extraordinär), so wird:

$$p_{e1}\cos a_{e1} + p_{e2}\cos a_{e2} = p_e \cos a_e \qquad q_{e1}\cos a'_{e1} + q_{e2}\cos a'_{e2} = q_e \cos a_e$$
$$p_{e1}\cos b_{e1} + p_{e2}\cos b_{e2} = p_e \cos b_e \qquad q_{e1}\cos b'_{e1} + q_{e2}\cos b'_{e2} = q_e \cos b_e$$
$$p_{e1}\cos c_{e1} + p_{e2}\cos c_{e1} = p_e \cos c_e \qquad q_{e1}\cos c'_{e1} + q_{e2}\cos c'_{e2} = q_e \cos c_e$$

und es folgen:

$$p_{e1} = p_e \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta} \qquad p_{e2} = p_e \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta}$$
$$q_{e1} = q_e \frac{\sin\theta'_2}{\sin\theta'} \qquad q_{e2} = q_e \frac{\sin\theta'_1}{\sin\theta}$$

hierin sind $\theta\,\theta_1\,\theta_2$ die Winkel, welche $p_{e1}p_{e2}$, $p_e p_{e1}$, $p_e p_{e2}$ mit einander bilden — entsprechend ist die Bedeutung der $\theta'\theta'_1\theta'_2$. Es ist also z. B.

$$\cos\theta = \cos a_{e1}\cos a_{e2} + \cos b_{e1}\cos b_{e2} + \cos c_{e1}\cos c_{e2}.$$

Nachdem so aus $p_e q_e$ die $p_{e1}q_{e1}$, $p_{e2}q_{e2}$ ihrer Größe nach bestimmt sind, haben wir nur die Gleichungen für $p_{r1}q_{r1}\,p_{r2}q_{r2}$ mit einem Factor auf der rechten Seite zu multipliciren, um auch der Größe nach diese Ausdrücke zu gewinnen.

Im Falle die totale Reflexion an der Grenze eines optisch einaxigen Mediums erfolgt, kann z. B. für die der ordinär gebrochenen Welle zugehörigen uniradialen Schwingungen derselbe

$$= 2\sqrt{\frac{p_{e1}^2 + q_{e1}^2}{f^2 + r^2 l^2}\;\frac{c^2 \sin^2 i_e}{c^2 - 1}}$$

also durch $p_e^2 + q_e^2$ ausgedrückt werden, einfacher geschieht es durch p_e und q_e selbst. So folgt derselbe z. B. für die der extraordinär gebrochenen Welle zugehörigen uniradialen Schwingung

$$= \frac{2q_{e2}\cos a'_{e2}}{rf_1}.$$

Mit wenigen Worten mögen hier noch die Fälle erwähnt werden, in denen die Reflexion innerhalb eines isotropen Mediums an der Grenze eines anisotropen eine theils partielle theils totale ist[1]). Die eine gebrochene Welle befolgt dann die gewöhnlichen, die andere gebrochene Welle die von uns abgeleiteten Gesetze der Lichtbewegung.

Auch in diesen Fällen werden wir die uniradialen Schwingungen der einfallenden und reflectirten Wellen aufsuchen, die den beiden

1) cf. Mac Cullagh, Coll. Works p. 192 oben.

gebrochenen Wellen entsprechen. Es werden die uniradialen Schwingungen der einen Art linear polarisirt sein, dieselben ergeben sich unter anderem aus Formeln von Mac Cullagh[1]); die uniradialen Schwingungen der andern Art sind wenigstens bei optisch einaxigen Medien allgemein vorhin von mir aufgestellt.

Die gegebene einfallende Welle ist dann wieder nach diesen uniradialen Schwingungen zu zerlegen, um analog wie vorhin angedeutet daraus die uniradialen Schwingungen der reflectirten Welle zu erhalten, welche zu einer zusammenzusetzen sind.

Behandeln wir endlich den Fall der totalen Reflexion an der Grenze zweier isotroper Medien, so fällt hier die Bedeutung, welche die gebrochene Welle an der Grenze anisotroper Medien spielte, fort, und es handelt sich nur darum die aus dem Vorhergehenden für die Schwingungsellipse der gebrochenen Welle folgenden Daten zu eliminiren, um direct den Schwingungszustand der total reflectirten Welle aus dem der einfallenden zu erhalten.

Es werden hier $a_{11} = a_{22} = a_{33} = c^2$, $a_{12} = a_{23} = a_{31} = 0$. Unter Berücksichtigung ferner der Incompressibilitätsgleichung, welche hier lautet

$$A + irC = 0$$

folgen dann die Gleichungen:

$$A_e - A_r = -(i/r) \cot i_e A$$
$$B_e - B_r = ic^2 r \operatorname{tang} i_e B$$

welche schon für die uniradialen Schwingungen der ordinär gebrochenen Welle im Falle optisch einaxiger Medien gefunden waren.

Aus denselben folgen in Verbindung mit:

$$A_e + A_r = A$$
$$B_e + B_r = B$$

$$A_r (r \operatorname{tang} i_e - i) = A_e (r \operatorname{tang} i_e + i)$$
$$B_r (1 + ic^2 r \operatorname{tang} i_e) = B_e (1 - ic^2 r \operatorname{tang} i_e)$$
$$A_r = A_e \left(-\frac{1 - r^2 \operatorname{tang}^2 i_e}{1 + r^2 \operatorname{tang}^2 i_e} + i \frac{2r \operatorname{tang} i_e}{1 + r^2 \operatorname{tang}^2 i_e} \right)$$
$$B_r = B_e \left(\frac{1 - a^4 r^2 \operatorname{tang}^2 i_e}{1 + a^4 r^2 \operatorname{tang}^2 i_e} - i \frac{2 a^2 r \operatorname{tang} i_e}{1 + a^4 r^2 \operatorname{tang}^2 i_e} \right).$$

Setzen wir:

$$r \operatorname{tang} i_e = \operatorname{tang} i'$$
$$a^2 r \operatorname{tang} i_e = \operatorname{tang} i''$$

so folgt:

1) cf. Mac Cullahg, Coll. Works p. 182. 183.

$$\begin{aligned}
p_r \cos\alpha_r &= -\cos 2i' p_e \cos\alpha_e - \sin 2i' q_e \cos\alpha'_e \\
q_r \cos\alpha'_r &= \sin 2i' p_e \cos\alpha_e - \cos 2i' q_e \cos\alpha'_e
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_r \cos\beta_r &= \cos 2i'' p_e \cos\beta_e + \sin 2i'' q_e \cos\beta'_e \\
q_r \cos\beta'_r &= -\sin 2i'' p_e \cos\beta_e + \cos 2i'' q_e \cos\beta'_e
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_r \cos\gamma_r &= \cos 2i' p_e \cos\gamma_e + \sin 2i' q_e \cos\gamma'_e \\
q_r \cos\gamma'_r &= -\sin 2i' p_e \cos\gamma_e + \cos 2i' q_e \cos\gamma'_e.
\end{aligned}$$

Es ist hieraus unmittelbar wieder die Relation ersichtlich:

$$p_r^2 + q_r^2 = p_e^2 + q_e^2.$$

Diese Formeln befinden sich in vollständiger Uebereinstimmung mit den von Fressel u. F. E. Neumann aufgestellten (wo linear polarisirtes Licht auffällt), ihre Form ist nur eine andere.

Es soll nun noch auf die Fälle eingegangen werden, in denen die totale Reflexion innerhalb eines anisotropen Mediums [1]) erfolgt. Hier kann von uniradialen Schwingungen im früheren Sinne nicht die Rede sein. Die einfallenden und reflectirten Wellen sind sämmtlich linear polarisirt anzusetzen, sie befolgen nach Richtung und Polarisation die schon von Fresnel gegebenen Gesetze, mit dem einzigen Unterschied, daß beim Act der Reflexion eine Phasendifferenz entsteht; dieselbe kann jedoch, da die beiden reflectirten Wellen sich nach verschiedenen Richtungen fortpflanzen und linear polarisirt sind, durch die Beobachtung nicht weiter controlirt werden. Die gebrochenen Wellen befinden sich dagegen in einem elliptischen Schwingungszustand und befolgen die früher von mir abgeleiteten Gesetze. Es handelt sich um die Intensitätsverhältnisse der total reflectirten Wellen.

Es werde im Folgenden der Fall behandelt, daß beide reflectirte Wellen total reflectirt sind. Zwischen diesem Fall und dem, daß beide reflectirte Wellen partiell reflectirt sind, liegt der Fall, daß die eine reflectirte Welle total, die andere partiell reflectirt ist. Auch dieser Fall ist im Folgenden enthalten, insofern nur eine der Phasendifferenzen $\delta = 0$ zu setzen und für die zugehörige gebrochene Welle $\varepsilon = 1$ und $q = 0$ anzunehmen ist.

Es sei die einfallende Welle gegeben durch:

---

1) cf. Mac Cullagh, Coll. Works pag. 193.

$$\xi_e = p_e \cos a_e \sin \varphi_e$$
$$\eta_e = p_e \cos b_e \sin \varphi_e$$
$$\zeta_e = p_e \cos c_e \sin \varphi_e$$
$$\text{wo } \varphi_e = \frac{2\pi}{\lambda_e}(x' \sin i_e + z' \cos i_e - s_e t)$$

so werden die beiden reflectirten Wellen anzusetzen sein:

$$\xi_{r1} = p_{r1} \cos a_{r1} \sin(\varphi_{r1} + \delta_1) \qquad \xi_{r2} = p_{r2} \cos a_{r2} \sin(\varphi_{r2} + \delta_2)$$
$$\eta_{r1} = p_{r1} \cos b_{r1} \sin(\varphi_{r1} + \delta_1) \qquad \eta_{r2} = p_{r2} \cos b_{r2} \sin(\varphi_{r2} + \delta_2)$$
$$\zeta_{r1} = p_{r1} \cos c_{r1} \sin(\varphi_{r1} + \delta_1) \qquad \zeta_{r2} = p_{r2} \cos c_{r2} \sin(\varphi_{r2} + \delta_2)$$
$$\text{wo } \varphi_{r1} = \frac{2\pi}{\lambda_{r1}}(x' \sin i_{r1} + z' \cos i_{r1} - s_{r1} t)$$
$$\varphi_{r2} = \frac{2\pi}{\lambda_{r2}}(x' \sin i_{r2} + z' \cos i_{r2} - s_{r2} t)$$

wo ferner der Index 1 sich auf die ordinäre, 2 auf die extraordinäre Welle beziehe.

Es können hierin gesetzt werden[1]):

$$\cos a = \cos\vartheta \cos i \qquad \cos b = \sin\vartheta \qquad \cos c = -\cos\vartheta \sin i$$

und es folgen bei gegebenem i_e die $i_{r1}\, i_{r2}$ aus:

$$\left[a_{11} - 2a_{13} \operatorname{tang} i + \left(a_{33} - \frac{s_e^2}{\sin^2 i_e}\right)\operatorname{tang}^2 i\right]\left[a_{22} + \left(a_{22} - \frac{s_e^2}{\sin^2 i_e}\right)\operatorname{tang}^2 i\right]$$
$$-(a_{12} - a_{32} \operatorname{tang} i)^2 (1 + \operatorname{tang}^2 i) = 0$$

und die zu den i gehörigen ϑ aus:

$$\operatorname{tang}\vartheta = \frac{a_{22} + (s_e^2/\sin^2 i_e)\sin^2 i}{a_{12}\cos i - a_{32}\sin i}$$

Die beiden gebrochenen Wellen setzen wir wie früher an:

$$\xi_1 = \varepsilon_1 (p_1 \cos a_1 \sin\varphi_1 + q_1 \cos a_1' \cos\varphi_1)$$
$$\eta_1 = \varepsilon_1 (p_1 \cos b_1 \sin\varphi_1 + q_1 \cos b_1' \cos\varphi_1)$$
$$\zeta_1 = \varepsilon_1 (p_1 \cos c_1 \sin\varphi_1 + q_1 \cos c_1' \cos\varphi_1)$$
$$\text{wo } \varepsilon_1 = e^{-\frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 z'}$$
$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}(x' \sin\omega_1 + z' \cos\omega_1 - s_1 t)$$
$$\xi_2 = \varepsilon_2 (p_2 \cos a_2 \sin\varphi_2 + q_2 \cos a_2' \cos\varphi_2)$$
$$\eta_2 = \varepsilon_2 (p_2 \cos b_2 \sin\varphi_2 + q_2 \cos b_2' \cos\varphi_2)$$
$$\zeta_2 = \varepsilon_2 (p_2 \cos c_2 \sin\varphi_2 + q_2 \cos c_2' \cos\varphi_2)$$

---

1) cf. Kirchhoff, ges. Abh. pag. 370. 371.

$$\text{wo}\quad \varepsilon_2 = e^{-\frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 z'}$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}(x' \sin\omega_2 \quad + z' \cos\omega_2 - s_2 t)$$

Setzen wir jetzt zur Abkürzung:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \cos\delta_1 + i \sin\delta_1 & \Delta_2 &= \cos\delta_2 + i \sin\delta_2 \\ A_1 &= p_1 \cos a_1 + i q_1 \cos a_1' & A_2 &= p_2 \cos a_2 + i q_2 \cos a_2' \\ B_1 &= p_1 \cos b_1 + i q_1 \cos b_1' & B_2 &= p_2 \cos b_2 + i q_2 \cos b_2' \\ C_1 &= p_1 \cos c_1 + i q_1 \cos c_1' & C_2 &= p_2 \cos c_2 + i q_2 \cos c_2' \end{aligned}$$

so liefern die Grenzbedingungen von der Gleichheit der Verrückungscomponenten:

$$\begin{aligned} \overline{\xi_e + \xi_{r1} + \xi_{r2}} &= \overline{\xi_1 + \xi_2} \\ \overline{\eta_e + \eta_{r1} + \eta_{r2}} &= \overline{\eta_1 + \eta_2} \\ \overline{\zeta_e + \zeta_{r1} + \zeta_{r2}} &= \overline{\zeta_1 + \zeta_2} \end{aligned}$$

die Gleichungen:

$$\begin{aligned} p_e \cos a_e + \Delta_1 p_{r1} \cos a_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos a_{r2} &= A_1 + A_2 \\ p_e \cos b_e + \Delta_1 p_{r1} \cos b_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos b_{r2} &= B_1 + B_2 \\ p_e \cos c_e + \Delta_1 p_{r1} \cos c_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos c_{r2} &= C_1 + C_2 \end{aligned}$$

Das Neumann-Kirchhoffsche Princip:

$$\begin{aligned} &\frac{a_{21}}{a_{11}} \frac{\partial}{\partial z'} (\overline{\eta_e + \eta_{r1} + \eta_{r2}}) - \frac{a_{23}}{a_{13}} \frac{\partial}{\partial x'} (\overline{\eta_e + \eta_{r1} + \eta_{r2}}) \\ &+ \frac{a_{22}}{a_{12}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x'} (\overline{\zeta_e + \zeta_{r1} + \zeta_{r2}}) - \frac{\partial}{\partial z'} (\overline{\xi_e + \xi_{r1} + \xi_{r2}}) \right\} \\ = &\frac{a_{21}'}{a_{11}'} \frac{\partial}{\partial z'} (\overline{\eta_1 + \eta_2}) - \frac{a_{23}'}{a_{13}'} \frac{\partial}{\partial x'} (\overline{\eta_1 + \eta_2}) + \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \left\{ \frac{\partial}{\partial x'} (\overline{\zeta_1 + \zeta_2}) - \frac{\partial}{\partial z'} (\overline{\xi_1 + \xi_2}) \right\} \end{aligned}$$

liefert die Gleichungen:

$$\begin{aligned} &\frac{a_{21}}{a_{11}} \left\{ p_e \cos b_e \cot i_e + \Delta_1 p_{r1} \cos b_{r1} \cot i_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos b_{r2} \cot i_{r2} \right\} \\ &- \frac{a_{23}}{a_{13}} \left\{ p_e \cos b_e \quad + \Delta_1 p_{r1} \cos b_{r1} \quad + \Delta_2 p_{r2} \cos b_{r2} \right\} \\ &+ \frac{a_{22}}{a_{12}} \left\{ p_e \cos c_e \quad + \Delta_1 p_{r1} \cos c_{r1} \quad + \Delta_2 p_{r2} \cos c_{r2} \right\} \\ &- \frac{a_{22}}{a_{12}} \left\{ p_e \cos a_e \cot i_e + \Delta_1 p_{r1} \cos a_{r1} \cot i_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos a_{r2} \cot i_{r2} \right\} \\ = &- A_1 \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \frac{\cos\omega_1 + i r_1}{\sin\omega_1} - B_1 \left(\frac{a_{23}'}{a_{13}'} - \frac{a_{21}'}{a_{11}'} \frac{\cos\omega_1 + i r_1}{\sin\omega_1} \right) + C_1 \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \\ &- A_2 \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \frac{\cos\omega_2 + i r_2}{\sin\omega_2} - B_2 \left(\frac{a_{23}'}{a_{13}'} - \frac{a_{21}'}{a_{11}'} \frac{\cos\omega_2 + i r_2}{\sin\omega_2} \right) + C_2 \frac{a_{22}'}{a_{12}'} \end{aligned}$$

Als Unbekannte sind hierin zu betrachten:

$\Delta_1 p_{r1}$, $\Delta_2 p_{r2}$, p_1, p_2, indem die Verhältnisse
p_1/q_1 p_2/q_2 nach dem Früheren ja bekannt sind.

Ist das angrenzende Medium ein isotropes, dann ist:

$$\begin{matrix} a'_{11} = a'_{22} = a'_{33} = c'^2 \\ a'_{12} = a'_{23} = a'_{31} = 0 \end{matrix} \quad w = \frac{\pi}{2} \quad r = \sqrt{1 - \frac{c^2}{c'^2}\frac{1}{\sin^2 e}}$$

und es existirt nur eine gebrochene Welle.

Wir setzen die Hauptlichtgeschwindigkeit in diesem isotropen Medium $c' = 1$, dann wird im Neumann-Kirchhoffschen Princip die erste Gleichung auf der rechten Seite:

$$-irA + C = -(i/r)A(r^2-1) = (i/r)A\,c^2/\sin^2 i_e$$

die zweite Gleichung auf der rechten Seite:

$$irB$$

In Verbindung mit den ersten beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} p_e \cos a_e + \Delta_1 p_{r1} \cos a_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos a_{r2} &= A \\ p_e \cos b_e + \Delta_1 p_{r1} \cos b_{r1} + \Delta_2 p_{r2} \cos b_{r2} &= B \end{aligned}$$

lassen sich dann A und B eliminiren.

Wir können setzen[1]):

$$\begin{matrix} \cos a_e = \cos\vartheta_e \cos i_e & \cos a_{r1} = -\cos\vartheta_{r1}\cos i_{r1} & \cos a_{r2} = -\cos\vartheta_{r2}\cos i_{r2} \\ \cos b_e = \sin\vartheta_e & \cos b_{r1} = \sin\vartheta_{r1} & \cos b_{r2} = \sin\vartheta_{r2} \\ \cos c_e = -\cos\vartheta_e \sin i_e & \cos c_{r1} = \cos\vartheta_{r1}\sin i_{r1} & \cos c_{r2} = \cos\vartheta_{r2}\sin i_{r2} \end{matrix}$$

und für $\Delta_1 p_{r1}$, $\Delta_2 p_{r2}$ folgen die beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} 0 = p_e &\left[\left(\frac{a_{31}}{a_{11}}\cot i_e - \frac{a_{33}}{a_{13}}\right)\sin\vartheta_e - \frac{a_{32}}{a_{12}}\frac{\cos\vartheta_e}{\sin i_e} - i\frac{(1/r)(c^2/\sin^2 i_e)\cos i_e \cos\vartheta_e}{r\sin\vartheta_e}\right] \\ + \Delta_1 p_{r1} &\left[\left(\frac{a_{31}}{a_{11}}\cot i_{r1} - \frac{a_{33}}{a_{13}}\right)\sin\vartheta_{r1} + \frac{a_{32}}{a_{12}}\frac{\cos\vartheta_{r1}}{\sin i_{r1}} \pm i\frac{(1/r)(c^2/\sin^2 i_e)\cos i_{r1}\cos\vartheta_{r1}}{r\sin\vartheta_{r1}}\right] \\ + \Delta_2 p_{r2} &\left[\left(\frac{a_{31}}{a_{11}}\cot i_{r2} - \frac{a_{33}}{a_{13}}\right)\sin\vartheta_{r2} + \frac{a_{32}}{a_{12}}\frac{\cos\vartheta_{r2}}{\sin i_{r2}} \pm i\frac{(1/r)(c^2/\sin^2 i_e)\cos i_{r2}\cos\vartheta_{r2}}{r\sin\vartheta_{r2}}\right] \end{aligned}$$

Wir wollen diese Formeln auf den Fall anwenden, daß die totale Reflexion innerhalb eines optisch einaxigen Mediums erfolgt ($b = c$).

---

1) Die Ansätze für die reflectirten Wellen sind hier anders als pag. 355 getroffen, um später eine Vergleichung mit F. E. Neumann'schen Formeln besser zur Anwendung bringen zu können.

Fällt eine ordinäre Welle auf, dann ist:

$$\frac{\sin^2 i_e}{c^2} = \frac{\sin^2 i_{r1}}{c^2} = \frac{\sin^2 i_{r2}}{a^2-(a^2-c^2)l_{r2}^2}$$

und wir können setzen, wenn χ das Azimut des Hauptschnitts gegen die Einfallsebene ist:

$$\cos\vartheta_e = \frac{h\sin i_e - f\cos i_e\cos\chi}{\sqrt{1-l_e^2}} \qquad \sin\vartheta_e = \frac{h\sin\chi}{\sqrt{1-l_e^2}}$$

$$-\cos\vartheta_{r1} = \frac{h\sin i_{r1}+f\cos i_{r1}\cos\chi}{\sqrt{1-l_{r1}^2}} \qquad \sin\vartheta_{r1} = \frac{h\sin\chi}{\sqrt{1-l_{r1}^2}}$$

$$\sin\vartheta_{r2} = \frac{h\sin i_{r2}+f\cos i_{r2}\cos\chi}{\sqrt{1-l_{r2}^2}} \qquad \cos\vartheta_{r2} = \frac{h\sin\chi}{\sqrt{1-l_{r2}^2}}$$

Vernachlässigen wir den Unterschied der Electricitätsaxen, dann können wir setzen:

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{22} = a_{33} = c^2 \\ a_{12} &= a_{23} = a_{31} = 0 \\ \vartheta_{r1} &= \vartheta_r \qquad \vartheta_{r2} = \vartheta_r - \pi/2 \\ i_{r1} &= i_{r2} = i_r = \pi - i_e \end{aligned}$$

und erhalten:

$$\Delta_1 p_{r1}\cos\vartheta_r + \Delta_2 p_{r2}\sin\vartheta_r = p_e\cos\vartheta_e\frac{r+i\cot i_e}{r-i\cot i_e}$$

$$\Delta_1 p_{r1}\sin\vartheta - \Delta_2 p_{r2}\cos\vartheta_r = p_e\sin\vartheta_e\frac{c^2\cot i_e - ir}{c^2\cot i_e + ir}$$

Daraus folgen die schon von F. E. Neumann[1]) — aber auf Grund des Fresnelschen Raisonnements (Deutung des Imaginären) — gegebenen Formeln:

$$p_{r1}^2 = p_e^2[\cos^2(\vartheta_e-\vartheta_r)+L_1\sin 2\vartheta_e\sin 2\vartheta_r]$$

$$p_{r2}^2 = p_e^2[\sin^2(\vartheta_e-\vartheta_r)-L_1\sin 2\vartheta_e\sin 2\vartheta_r]$$

$$\text{wo}\quad L_1 = \frac{\sin^4 i_e}{c^2-(1+c^2)\sin^2 i_e}$$

Fällt dagegen eine extraordinäre Welle auf so ist:

1) F. E. Neumann, Abh. der Berl. Acad. 1835 pag. 73. Ich habe mich durch Nachrechnen aus den Formeln (7) und (8) pag. 71. daselbst überzeugt, daß die Neumannschen Formeln durch zwei Druckfehler entstellt sind, die auch aus dem Obigen sich ergeben. Neumann's $\frac{y'}{z'}$ ist gleich $\frac{\vartheta_e}{\vartheta_r}$.

$$\frac{\sin^2 i_e}{a^2-(a^2-i^2)\,l_e^2} = \frac{\sin^2 i_{r1}}{c^2} = \frac{\sin^2 i_2}{a^2-(a^2-i^2)\,l_{r2}^2}$$

Wir können setzen:

$$-\sin\vartheta'_e = \frac{h\sin i_e - f\cos i_e \cos\chi}{\sqrt{1-l_e^2}} \qquad \cos\vartheta'_e = \frac{h\sin\chi}{\sqrt{1-l_e^2}}$$

Vernachlässigen wir wieder den Unterschied der Elasticitätsaxen, so können wir die hier folgenden Formeln direct hinschreiben, wenn wir in den vorigen Formeln $\vartheta_e = \vartheta'_e + \pi/2$ einsetzen, wo ϑ'_e das Polarisationsazimut der extraordinär auffallenden Welle ist und haben [2]):

$$p'^2_{r1} = p'^2_e\,[\cos^2(\vartheta'_e - \vartheta_r) - L_1 \sin 2\vartheta'_e \sin 2\vartheta_r]$$
$$p'^2_{r2} = p'^2_e\,[\cos^2(\vartheta'_e - \vartheta_r) + L_1 \sin 2\vartheta'_e \sin 2\vartheta_r]$$

Diese Formeln zeigen wieder, wie zu erwarten stand, die für die totale Reflexion charakteristischen Relationen:

$$p_e^2 = p_{r1}^2 + p_{r2}^2 \qquad p'^2_e = p'^2_{r1} + p'^2_{r2}$$

Im Uebrigen rechtfertigen sie die Erweiterung der Fresnelschen Raisonnements — betreffend die Deutung des Imaginären bei totaler Reflexion — auf einaxige Medien, welches bis dahin nur für isotrope Medien bewiesen worden ist.

---

2) Neumann's $\begin{matrix} y'' \\ z'' \end{matrix}$ ist unser $\begin{matrix} \vartheta_e \\ \vartheta_{r2} \end{matrix} = \vartheta_r - \pi/2$.

Königsberg i. Pr. 22. April 1886.

Ein Beitrag zu Poincaré's Theorie der Fuchs'schen Functionen.

Von **H. Weber.**

Die von Poincaré unter dem Namen der Fuchs'schen eingeführten Functionen einer Veränderlichen, welche dadurch characterisiert sind, daß sie durch gewisse Gruppen linearer Substitutionen ungeändert bleiben, haben auch für die Theorie der algebraischen Functionen große Bedeutung, insofern es durch sie möglich ist, zwei Veränderliche, welche durch irgend eine algebraische Gleichung von einander abhängen, als eindeutige Functionen einer Variablen darzustellen, also in einem gewissen Sinne für alle algebraischen Functionen einer Veränderlichen das zu leisten, was für eine besondere Art derselben die elliptischen Functionen leisten. Auf diesen Zusammenhang hat zuerst F. Klein in zwei kleinen aber inhaltreichen Noten im XXten Bd. der mathematischen Annalen (Ueber eindeutige Functionen mit linearen Transformationen in sich) aufmerksam gemacht. Es ist der Zweck der vorliegenden Mitteilung, an denjenigen algebraischen Functionen, welche durch eine Quadratwurzel ausdrückbar sind, d. h. an den hyperelliptischen Functionen (mit reellen Moduln) solche Betrachtungen durchzuführen. Man kann in diesem Falle zu wesentlich einfacheren Darstellungen gelangen, als sie sich aus den allgemeinen Sätzen von Poincaré ergeben. Es handelt sich dabei um Functionen mit einer unendlichen Anzahl wesentlich singulärer Stellen, welche man ausdrücken kann, ohne die Kenntniß dieser wesentlich singulären Stellen vorauszusetzen.

§. 1. *Fundamentalaufgabe.*

Wir kleiden unsere Betrachtung in die Form einer Abbildungsaufgabe, die wir folgendermaaßen formulieren.

In der Ebene einer complexen Variablen $\eta = u + iv$ seien n Kreise gegeben, deren jeder die sämmtlichen andern ausschließt, deren Mittelpunkte alle auf der reellen Axe liegen; diese Kreise sollen in der Reihenfolge, wie sie in der Richtung der positiven reellen Axe auf einander folgen mit Nummern versehen werden, so daß dieselben als erster, zweiter, . . $n$ter Kreis bezeichnet werden, und es seien für den νten Kreis

r_ν der Radius, c_ν die Abscisse des Mittelpunktes, $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ die Abscissen der Durchschnittspunkte mit der Axe, so daß

(1) $$r_\nu = c_\nu - a_{2\nu-1} = a_{2\nu} - c_\nu.$$

Durch diese Kreise wird in der η-Ebene ein $n$fach zusammenhängendes Flächenstück H begrenzt.

Nach dem Dirichlet'schen Princip[1]) wird in diesem Flächenstück H eine Function

(2) $$z = x + yi$$

der complexen Variablen η aus folgenden Bedingungen bestimmt.

1) z ist an sämmtlichen Kreisperipherien reell.

2) In einem auf der reellen Axe gelegenen Punkt η_0 im Innern von H ist

$$z - \frac{A}{\eta - \eta_0}$$

endlich und stetig, worin A eine reelle Constante bedeutet.

3) Abgesehen von diesem Punkt ist y im Innern von H und x in der durch $n-1$ Querschnitte einfach zusammenhängend gemachten Fläche H endlich und stetig.

4) Durch diese Bedingungen ist z bis auf eine reelle additive Constante völlig bestimmt und hat folgende Eigenschaften.

5) Aus 4) folgt, daß für conjugiert imaginäre Werte von η gleiche und entgegengesetzte Werte von y stattfinden, woraus hervorgeht, daß auch x im Innern von H stetig ist; denn es ist

(3) $$x = \int \left(\frac{\partial y}{\partial v} du - \frac{\partial y}{\partial u} dv \right),$$

und wenn man dieses Integral über irgend eine geschlossene Curve erstreckt, welche durch die reelle Axe symmetrisch geteilt wird, so erhält dasselbe den Wert Null. Die Function z hat also verschwindende Periodicitätsmoduln, und ist daher im Innern der ganzen Fläche H (mit Ausnahme des Punktes η_0) stetig.

6) Läßt man in 2) η_0 und A unbestimmt, so kann man z durch

$$\frac{c + \partial z}{a + bz}$$

ersetzen, worin a, b, c, ∂ beliebige reelle Constanten sind, und man kann daher z. B. die Function z auch so bestimmen, daß sie nur für $\eta = \infty$ unendlich wird.

---

1) Man vgl. die Beweise der unter diesem Namen zusammengefaßten functionentheoretischen Sätze von H. A. Schwarz in den Monatsberichten der Berliner Akademie vom 10. October 1870.

7) Aus der Betrachtung des Integrals

$$\int d \log (z - z_0)$$

über die ganze Begrenzung der Fläche H ergiebt sich, daß z jeden beliebigen Wert z_0 im Innern von H ein und nur einmal annimmt.

Stellt man die complexe Variable z in einer eigenen Ebene dar, so erhält man in derselben eine conforme Abbildung Z der Fläche H, und zwar wird nach 7) durch dieses Abbild die z-Ebene vollständig und einfach bedeckt. Die Begrenzung der Fläche Z besteht aus n längs der x-Axe verlaufenden Schlitzen, deren Endpunkte die Bilder der Punkte a_ν sind, und mit α_ν bezeichnet sein sollen. Entsprechen einander die Punkte $\eta = \infty$, $z = \infty$, so folgen sich die Punkte $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots \alpha_{2n}$ in dieser Reihenfolge längs der x-Axe.

§. 2. *Stetige Fortsetzung.*

Die im Vorhergehenden gestellte Abbildungsaufgabe gehört zu einer Classe von Problemen, die schon mehrfach Gegenstand von Untersuchungen gewesen sind. Ins besondere sei hier auf die einschläglichen Arbeiten von Schwarz im 70ten und 75ten Bd. des Crelleschen Journals verwiesen. Ich folge hier dem Wege von Riemann, der, wenn auch in fragmentarischer Form, in Riemanns Werken unter No. XXV. mitgeteilt ist. Auf dies Riemann'sche Fragment mache ich an dieser Stelle besonders aufmerksam, da dasselbe, was aus dem Titel kaum erwartet werden dürfte, in der engsten Beziehung steht zu den functionentheoretischen Problemen, welche an die Betrachtung der Gruppen linearer Substitutionen anknüpfen.

Bildet man das Flächenstück H durch reciproke Radien (durch Spiegelung) an der νten Kreisperipherie ab, so entsteht ein an H sich anschließendes Flächenstück H_ν welches ebenfalls durch n Kreise begrenzt ist, und mit H nur die Punkte der νten Kreisperipherie gemein hat; analytisch ist dies gleichbedeutend damit, daß man jeden Punkt η von H einem Punkt η_ν von H_ν zuordnet, der von ihm durch die Formel

$$\eta_\nu = A_\nu(\eta) = c_\nu + \frac{r_\nu^2}{\eta - c_\nu} \tag{4}$$

abhängt. Indem man das Princip der Spiegelung wiederholt anwendet, bezogen auf die verschiedenen nach und nach als Begrenzung auftretenden Kreise, so erhält man immer neue durch Kreise begrenzte Bilder von H, welche keine Flächenstücke gemein haben,

und allmählich die ganze η-Ebene erfüllen indem sie sich gewissen auf der reellen Axe im Innern der gegebenen Kreise gelegenen Punkten, deren Anzahl, falls $n > 2$, unendlich ist, unbegrenzt annähern.

Man erhält alle diese Bilder durch wiederholte Anwendung in allen möglichen Verbindungen der n linearen Substitutionen (4) (für $\nu = 1, 2, \ldots n$) wobei jedoch zu bemerken ist, daß die Substitutionen (4) von der zweiten Ordnung sind, d. h. durch eine zweimalige Anwendung zur Identität führen; es ist daher bei der Herstellung der aufeinander folgenden Bilder von H dieselbe Substitution nicht zweimal nach einander anzuwenden.

Wenn man nun die Function z nach dem Gesetz der Stetigkeit über das Gebiet H hinaus nach H_ν fortsetzt, so erhält diese Function in zwei Punkten, die einander durch die Substitution (4) entsprechen, denselben Wert[1]). Um daher das Flächenstück $H+H_\nu$ in der z-Ebene eindeutig abzubilden, bedürfen wir einer zweiblättrigen Fläche, welche in den Punkten $\alpha_{2\nu-1}$, $\alpha_{2\nu}$ Verzweigungspunkte hat und von $n-1$ Paaren über einander liegender Schlitze begrenzt ist. Dem Uebergang von einem Punkt η zu dem ihm entsprechenden η_ν entspricht, je nach dem gewählten Wege, eine Umkreisung eines der beiden Punkte $\alpha_{2\nu-1}$, $\alpha_{2\nu}$. Hieraus ergiebt sich, daß nicht nur z, sondern auch die n Functionen

$$(5) \qquad P_\nu(\eta) = \sqrt{\frac{z-\alpha_{2\nu-1}}{z-\alpha_{2\nu}}}$$

eindeutige Functionen in der η-Ebene sind, und daß die letzteren in Bezug auf die Substitutionen (4) das Verhalten zeigen

$$(6) \qquad P_\mu[A_\nu(\eta)] = \pm P_\mu(\eta),$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn μ, ν verschieden sind, das untere wenn sie gleich sind.

Diese Functionen haben also (im allgemeineren Sinne des Wortes) eine n-fache Periodicität. Für $n = 2$ gehen sie geradezu in elliptische Functionen über und bilden also für höhere n in dieser Richtung die naturgemäße Verallgemeinerung der elliptischen Functionen.

§. 3. *Lineare Differentialgleichung.*

Durch die Anwendung der oben erwähnten Abbildungsmethoden stellt man zunächst η als Quotient zweier Particularlösungen einer

---

1) Vgl. Schwarz l. c.

linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung dar. Wir setzen (nach Riemanns XXV. Fragment)

$$(7)\qquad y_1 = \sqrt{\frac{dz}{d\eta}},\qquad y_2 = \eta\sqrt{\frac{dz}{d\eta}}$$

und schließen wie dort, daß

$$(8)\qquad \frac{1}{y_1}\frac{d^2y_1}{dz^2} = \frac{1}{y_2}\frac{d^2y_2}{dz^2} = \sigma$$

eine reelle rationale Function von z ist, da sie beim Umkreisen der Punkte α_ν ungeändert bleibt, und es ist η der Quotient zweier particularer Lösungen der Differentialgleichung

$$(9)\qquad \frac{d^2y}{dz^2} - \sigma y = 0.$$

Um die Function σ näher zu bestimmen, nehmen wir an, daß η und z gleichzeitig unendlich werden, woraus sich ergiebt, daß σ unendlich klein in der vierten Ordnung wird für $z = \infty$. Desgleichen findet sich, daß in der Umgebung von $z = \alpha_\nu$ die Entwicklung von σ mit dem Gliede

$$-\frac{3}{16}\frac{1}{(z-\alpha_\nu)^2}$$

beginnt. Für alle andern Werte von z ist σ endlich und stetig. Wenn wir also

$$(10)\qquad \prod_{1,2n}^{\nu}(z-\alpha_\nu) = f(z)$$

und

$$(11)\qquad \sigma = \frac{\Phi(z)}{f(z)^2}$$

setzen, so ist $\Phi(z)$ eine ganze rationale Function von z vom Grade $4n-4$ welche den Bedingungen

$$(12)\qquad \Phi(\alpha_\nu) = -\tfrac{3}{16}f'(\alpha_\nu)^2$$

genügt, und man kann daher setzen

$$(13)\qquad \Phi(z) = -\tfrac{3}{16}\left[f'(z)^2 - \frac{2n}{2n-1}f(z)f''(z)\right] - f(z)\,C(z),$$

$$(14)\qquad C(z) = C_0 z^{2n-4} + C_1 z^{2n-5} + \ldots + C_{2n-4},$$

wenn C_0, C_1 .. C_{2n-4} reelle Constanten sind.

Die Differentialgleichung (9) vereinfacht sich daher, wenn wir eine neue Variable w durch die Gleichung

(15) $y = \sqrt[4]{f(z)}\, w$

einführen; sie wird dadurch

(16) $f(z)\frac{d^2 w}{dz} + \frac{1}{2}f'(z)\frac{dw}{dz} + \Big(\frac{n-2}{8(2n-1)}$

Die als Quotient zweier Particularlös
stimmte Function η ist abhängig von den $2n$
Diese Constanten sind durch die Natur d
wenn auch ihre Darstellung nur in tra
ist. Die zu ihrer Bestimmung dienenden
die Bilder der $n-1$ geradlinigen Strecken
(welche im Allgemeinen Kreisbögen sind
der η-Ebene sein sollen. Man kann die
gen auch so ausdrücken, daß die Bildpun
der reellen Axe liegen sollen, woraus, d
sten und letzten Kreises auf der Axe lieg
auch der Bildpunkt von α_{2n-1} reell ist, so
gungen mit der Anzahl der Constanten C

§. 4. *Die Umkehrungsfu*

So wie es vorzuziehen ist, die ellip
trachten an Stelle der elliptischen Integra
z und die Functionen P_ν durch η darzust
Integration der Differentialgleichung (16)
zu einer Darstellung der Functionen $P_\nu(\eta$
zunächst die Punkte der η-Ebene aufsuchen
Null und unendlich wird. Dies sind die
durch die Substitutionen (4) und ihre Wie
leiteten. Die Substitutionen können in
net werden:

Die erste Ordnung bilden die n Sub
selbst; die zweite Ordnung wird aus den
$A_1 A_2$, $A_1 A_3$ . . deren Zahl $n.(n-1)$ b
stitutionen der μ^{ten} Ordnung sind diejenig
tutionen (4) zusammengesetzt sind, wobei
zweimal nach einander anzuwenden ist, so
stitutionen μ^{ter} Ordnung $n(n-1)^{\mu-1}$ beträg
der Substitutionen sei mit $\mathfrak{G}$ bezeichnet.

Die Punkte $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ bleiben ungeänd
A_ν; man hat daher auf dieses Punktepaar
tionen der Gruppe $\mathfrak{G}$ mit Ausnahme derjenig
an erster Stelle (rechts) A_ν steht, wodurch

paare erhält, welche wir die **Begleiter** der Punkte $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ nennen wollen. Je nach der Ordnung der angewandten Substitution werden auch die Begleiter in Ordnungen eingeteilt, so daß in der μ^{ten} Ordnung nur je $(n-1)^{\mu}$ der Begleiter vorkommen. **Die Gesammtheit eines der Punkte $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ mit allen seinen Begleitern bleibt ungeändert, wenn irgend eine Substitution der Gruppe $\mathfrak{G}$ auf alle zugleich angewandt wird.**

Alle diese Begleiter liegen **innerhalb** der gegebenen Kreise, und zwar im Innern desjenigen, auf welchen sich die zuletzt (links) angewandte Substitution bezieht.

Wir betrachten nun das unendliche Produkt

$$\text{(17)} \qquad \Pi_\nu(\eta) = \Pi\left(\frac{\eta - a_{2\nu-1}}{\eta - a_{2\nu}}\right),$$

erstreckt über die Punkte $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$ und alle ihre Begleiter; so jedoch, daß jeder der Brüche $\eta - a_{2\nu-1} : \eta - a_{2\nu}$ **einen Factor** des unendlichen Productes bildet, und daß nicht etwa die Zähler für sich und die Nenner für sich als unendliche Producte betrachtet werden.

Wir werden nachträglich beweisen, daß in diesem Sinne das Product Π_ν für alle Werte von η convergiert, und eine (mit Ausschluß der Punkte $a_{2\nu}$) endliche und stetige (analytische) Function von η ist, setzen aber einstweilen, um unsere Betrachtungen nicht unterbrechen zu müssen, dies voraus. Es ist unter dieser Voraussetzung Π_ν in der Fläche H und also auch in dem Bilde Z der Fläche H in der z-Ebene, eine stetige analytische Function (von η oder von z). Wir betrachten zwei conjugiert imaginäre Punkte η, η' auf der Peripherie des μ^{ten} Kreises, welchen zwei an derselben Stelle an den beiden Rändern des μ^{ten} Schlitzes in der z-Ebene gelegene Punkte entsprechen.

Die beiden Punkte η, η' sind aber mit einander durch die Relation verknüpft:

$$\text{(18)} \qquad \eta' = A_\mu(\eta)$$

und daraus folgt nach (17)

$$\Pi_\nu(\eta') = \Pi_\nu(c_\mu)\, \Pi_\nu(\eta).$$

Die Function $d \lg \Pi_\nu : dz$ hat also zu beiden Seiten der Schlitze in der z-Ebene denselben Wert und ist mithin eine **rationale** Function von z. Aus dem Verhalten derselben in den Punkten $a_{2\nu-1}$, $a_{2\nu}$, ∞ ergiebt sich dann

$$(18) \qquad \Pi_\nu(\eta) = \sqrt{\frac{z - a_{2\nu-1}}{z - a_{2\nu}}} = P_\nu(\eta)$$

wodurch diese Functionen dargestellt sind.

§. 5. *Convergenz.*

Zur Ergänzung des Vorigen bleibt uns noch die Convergenz und Stetigkeit des Productes Π_ν nachzuweisen. Setzen wir dasselbe in die Form

$$(19) \qquad \Pi_\nu = \Pi\left(1 + \frac{a_{2\nu} - a_{2\nu-1}}{\eta - a_{2\nu}}\right),$$

so ergeben sich die zu beweisenden Eigenschaften aus elementaren Sätzen über unendliche Producte, wenn bewiesen werden kann, daß die über sämmtliche Begleiter von $a_{2\nu}$, $a_{2\nu-1}$ erstreckte Summe

$$(20) \qquad \Sigma(a_{2\nu} - a_{2\nu-1})$$

eine unbedingt convergente ist. Dies kann aber aus einer einfachen geometrischen Anschauung gefolgert werden.

Die Fläche H wird durch jede Substitution S der Gruppe $\mathfrak{G}$ in ein Flächenstück H' transformiert, welches von n Kreisen begrenzt ist. Keine zwei dieser Flächen haben einen Flächenteil gemein und keine (außer H selbst) erstreckt sich ins Unendliche. Bedeutet also D die Gesammtlänge der Teile der reellen Axe, welche innerhalb H' liegen, so ist hiernach die Summe

$$(21) \qquad \Sigma D,$$

erstreckt über sämmtliche Substitutionen der Gruppe $\mathfrak{G}$, eine (aus lauter positiven Gliedern bestehende) convergente Reihe.

Nehmen wir die Substitution S in der Form an

$$(22) \qquad \eta' = p + \frac{m}{\eta - q},$$

so ist q die Abscisse eines Punktes, der im Innern eines der gegebenen Kreise liegt; denn im entgegengesetzten Falle würde η' unendlich wenn η im Innern von H liegt, d. h. es würde sich H' ins Unendliche erstrecken, was nicht der Fall ist. Es sei also

$$a_{2\mu-1} < q < a_{2\mu}$$

wenn dann nach (22) den Punkten

$$a_1, a_2, a_3 \ldots a_{2n}$$

die Punkte $\qquad a'_1, a'_2, a'_3 \ldots a'_{2n}$

entsprechen, so folgen sich diese letzteren Punkte in der Größenfolge

$a'_{2\mu}, a'_{2\mu+1} \ldots a'_{2n}, a'_1, a'_2, \ldots a'_{2\mu-1}$ aufsteigend oder absteigend, und es ist daher

$$(23)\ \pm D = -a'_1 + a'_2 - a'_3 + a'_4 \ldots - a'_{2n-1} + a'_{2n}$$

$$= m\left\{-\frac{1}{a_1-q}+\frac{1}{a_2-q}-\frac{1}{a_3-q}+\cdots-\frac{1}{a_{2n-1}-q}+\frac{1}{a_{2n}-q}\right\}$$

$$= m\left\{\frac{1}{q-a_1}+\frac{a_3-a_2}{(q-a_2)(q-a_3)}+\cdots+\frac{a_{2n-1}-a_{2n-2}}{(q-a_{2n-1})(q-a_{2n-2})}+\frac{1}{a_{2n}-q}\right\},$$

so daß in letzterer Form jedes Glied in der Klammer positiv ist. Ebenso ist

$$(24)\qquad a'_{2\mu} - a'_{2\mu-1} = \frac{m(a_{2\mu}-a_{2\mu-1})}{(q-a_{2\mu})(q-a_{2\mu-1})},$$

und wenn man hieraus m eliminirt, so ergiebt sich

$$\pm D = (a'_{2\mu}-a'_{2\mu-1})\left[\frac{(q-a_{2\mu-1})(a_{2\mu}-q)}{a_{2\mu}-a_{2\mu-1}}\left\{\frac{1}{q-a_1}+\frac{a_3-a_2}{(q-a_2)(q-a_3)}+\cdots \frac{a_{2n-1}-a_{2n-2}}{(q-a_{2n-1})(q-a_{2n-2})}+\frac{1}{a_{2n}-q}\right\}\right].$$

Die in der eckigen Klammer stehende Größe ist eine rationale gebrochene Function von q, welche, wenn q von $a_{2\mu-1}$ bis $a_{2\mu}$ geht, **nur positive** von Null verschiedene Werte annimmt, und **es läßt sich daher eine nur von der Configuration der ursprünglich gegebenen Kreise in der η-Ebene abhängige positive** (echt gebrochene) **Größe Θ angeben, so daß, vom Zeichen abgesehen,**

$$(25)\qquad D > \Theta\,.\,(a'_{2\mu} - a'_{2\mu-1}),$$

und hierin kann die Substitution S so gewählt werden, daß $\pm(a'_{2\mu}-a'_{2\mu-1})$ der Durchmesser eines jeden beliebigen der successive als Begrenzung auftretenden Kreise wird. Hieraus folgt aber, daß

$$(26)\qquad \Sigma \pm (a'_{2\mu} - a'_{2\mu-1})$$

ebenso wie (21) eine unbedingt convergente Reihe ist, und um so mehr die Reihe (20) deren Glieder sämmtlich unter den Gliedern von (26) vorkommen.

Die Reihenfolge der Glieder von (20) oder der Factoren von (19) kann nach der im vorigen § festgesetzten **Ordnung** der angewandten Substitutionen genommen werden. Um dies nachzuweisen bezeichnen wir mit d die (positiv genommenen) Begleiter $a'_{2\nu} - a'_{2\nu-1}$ der Strecke $a_{2\nu} - a_{2\nu-1}$. Aus jeder der Strecken d der μten Ordnung entstehen $n-1$ Strecken d der $\mu+1$ten Ordnung durch Anwen-

dung von $n-1$ der Substitutionen A_ν, und zwar ist von diesen Substitutionen nur diejenige auszuschließen, die sich auf den Kreis bezieht, in dessen Inneren d liegt. Entsteht nun d' aus d durch Anwendung von A_k, so ist

$$d' = d\,\frac{r_k^2}{(a'_{2\nu} - c_k)(a'_{2\nu-1} - c_k)},$$

also

$$d' < \varepsilon d,$$

worin ε ein nur von der ursprünglichen Configuration abhängiger positiver echter Bruch ist. Daraus folgt, daß man eine mit unendlich wachsendem μ gegen Null convergierende positive Größe ε_μ derart angeben kann, daß sämmtliche d der μ^{ten} Ordnung kleiner sind als ε_μ. Bei der gewählten Anordnung der Glieder von (20) bleibt also kein Glied von endlicher Größe unberücksichtigt.

§. 6. *Elliptische Functionen.*

Zur Erläuterung der vorstehenden Betrachtungen soll noch in der Kürze gezeigt werden, welche Gestalt die allgemeinen Resultate für den besonderen Fall annehmen, daß $n = 2$ ist. Man erhält in diesem Falle Ergebnisse, die sich aus der Theorie der elliptischen Functionen herleiten lassen, und die in der Hauptsache übereinstimmen mit der Form dieser Theorie, welche Rausenberger in seinem Buch »Lehrbuch d. Theorie der periodischen Functionen« (Leipzig 1884) entwickelt hat.

Für $n = 2$ ist die Function $f(z)$ in der Differentialgleichung (16) vom 4ten Grade, und die Function C reducirt sich auf eine Constante. Die Gleichung (16) hat die beiden particularen Lösungen

$$e^{\pm\frac{1}{2}\sqrt{C}\int\frac{dz}{\sqrt{f(z)}}}$$

und daraus ergiebt sich für η, wenn mit g_1, g_2 reelle Constanten bezeichnet werden

$$(27)\qquad \frac{\eta - g_2}{\eta - g_1} = e^{\sqrt{C}\int_{-\infty}^{z}\frac{dz}{\sqrt{f(z)}}}$$

Um die Constanten zu bestimmen, setzen wir zur Abkürzung

$$(28)\qquad e^{\sqrt{C}\int\limits_{-\infty}^{\alpha_1}\frac{dz}{\sqrt{f(z)}}} = Q, \qquad \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{dt}{\sqrt{f(z)}} = iA_1$$

$$\int\limits_{\alpha_2}^{\alpha_3}\frac{dz}{\sqrt{f(z)}} = A_2, \qquad \int\limits_{\alpha_3}^{\alpha_4}\frac{dz}{\sqrt{f(z)}} = iA_1, \qquad q = e^{-\frac{\pi A_2}{A_1}}$$

worin die Wurzeln so genommen sein mögen, daß A_1, A_2 positiv, $Q > 1$ sei.

Wendet man (27) auf die Punkte α_1, α_2 an, so folgt:

$$Q = \frac{a_1 - g_2}{a_1 - g_1}; \qquad Qe^{i\sqrt{C}A_1} = \frac{a_2 - g_2}{a_2 - g_1}.$$

Damit nun in der η-Ebene ein und nur ein Halbkreis beschrieben werde, während z von α_1 bis α_2 geht, muß

$$(29)\qquad \sqrt{C} = \frac{\pi}{A_1}$$

gesetzt werden, und es ergeben sich aus den Punkten α_1, α_2, α_3, α_4 die vier Gleichungen:

$$(30)\qquad \begin{aligned} Q &= \frac{a_1 - g_2}{a_1 - g_1}, & -Q &= \frac{a_2 - g_2}{a_2 - g_1},\\ -Qq &= \frac{a_3 - g_2}{a_3 - g_1}, & Qq &= \frac{a_4 - g_2}{a_4 - g_1}. \end{aligned}$$

Nimmt man die Punkte α_1, α_2, α_3, α_4 als gegeben an, so sind von den Punkten a_1, a_2, a_3, a_4 zwei willkürlich und die beiden andern nebst den Constanten g_1, g_2 sind aus (30) durch elliptische Integrale bestimmt.

Nimmt man dagegen a_1, a_2, a_3, a_4 als gegeben an, so dienen die Gleichungen (30) zur algebraischen Bestimmung von g_1, g_2, q, Q; g_1 und g_2 ergeben sich als die Abscissen des Punktepaares, welches zu (a_1, a_2) und (a_3, a_4) zugleich harmonisch ist, durch eine quadratische Gleichung. Man kann aber auch für q eine quadratische Gleichung bilden, welcher, wenn c den Abstand der beiden Kreismittelpunkte bedeutet, die Form gegeben werden kann

$$q + q^{-1} = \frac{c^2 - r_1^2 - r_2^2}{r_1 r_2},$$

und q ist als die kleinere Wurzel dieser Gleichung bestimmt. Q, g_1, g_2 werden dann in rationaler Weise durch (30) ausgedrückt. Für die Functionen $P_1(\eta)$, $P_2(\eta)$ erhält man die Darstellungen:

$$P_1(\eta) = \sqrt{\frac{z-a_1}{z-a_2}} = \prod_{-\infty,\infty}^{\nu} \frac{\eta - \dfrac{g_2 - Qg_1 q^{2\nu}}{1 - Qq^{2\nu}}}{\eta - \dfrac{g_2 + Qg_1 q^{2\nu}}{1 + Qq^{2\nu}}}$$

$$P_2(\eta) = \sqrt{\frac{z-a_3}{z-a_4}} = \prod_{-\infty,\infty}^{\nu} \frac{\eta - \dfrac{g_2 + Qg_1 q^{2\nu-1}}{1 + Qq^{2\nu-1}}}{\eta - \dfrac{g_2 - Qg_1 q^{2\nu-1}}{1 - Qq^{2\nu-1}}}$$

Für die Begleiter der Punkte a_1, a_2, a_3, a_4 ergeben sich also in diesem Falle Ausdrücke, die einem einfachen Gesetze folgen.

Marburg im April 1886.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Februar 1886.

Leopoldina Heft XXII. No. 1—2.
Zeitschrift f. Naturwissenschaften f. Sachsen u. Thüringen. Band LVIII. Sept. Okt. 1885.
Sitzungsberichte der philos.-philolog. und hist. Classe der Akademie der Wissenschaften zu München. 1885. Heft IV.
Sitzungsber. der K. Pr. Akademie der Wissensch. in Berlin. Heft XL—LII.
Worte der Erinnerung an Prof. Dr. A. v. Lasaulx von G. v. Rath.
Meteorologische Zeitschrift. 1886. Januar. Februar.
Berichte über die Verhandl. der K. S. Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig. Mathem.-Physische Classe. III. 1885.
Sitzungsber. der Physikalisch-Medicinischen Gesellsch. zu Würzburg. Jahrg. 1885.
Jahrbücher des Nassauischen Vereins f. Naturkunde. Jahrgang 38. 2 Exemplare.
Rede zur Feier des 25jähr. Regierungsjubil. S. M. des Kaisers in der technischen Hochschule zu Berlin geh. von Ed. Dobbert.
1. u. 2. Bericht des naturforschenden Vereins zu Bamberg. 1882/4.
Annalen des K. K. naturhistorischen Hofmuseums in Wien. Jahresber. für 1885.
Jahrbuch der K. K. Geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1885. Band 35. Heft 4.
Verhandlungen der K. K. Geolog. Reichsanstalt. 1885. No. 10—18. 1886. No. 1.
Ungarische Revue. Jahrg. 6. Heft 2—3. 1886.
Erläuterungen zur geologischen Specialkarte der Länder der Ungarischen Krone. Umgebungen v. Versecz. Blatt K. 14.
Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Coimbra. Vol. VI. No. 5.
Annalen d. Physikalischen Centralobservatoriums in Petersburg. Jahrgang 1884. Theil II.
Nature. Vol. 33. No. 849—853.
Proceedings of the Royal society. Vol. XXXIX. No 240.
Journal of the R. Microscopical society. Vol. V. Part. 6a. Vol. VI. Part. 1.
Monthly notices of the Royal astronomical society. Vol. XLVI. No. 3. Jan. 1886.
Notulen van de Algem. en Bestuursvergaderingen van het Bataviaasch Genootschap v. Kunsten en Wetensch. Deel XXIII. 1885. Aflever. II.
Flora Batava 271 u. 272e Aflevering.
Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde. Deel XXX. Aflevering 5.
Annales de l'école Polytechnique de Delft. 3me et 4me Livraison.

Archives du Musee Teyler. Ser. II. Vol. II. Troisième partie.
Fondation Teyler. Catalogue de la Bibliotheque. Prem. livr. Deuxieme livr.
Annales de la société géologique de Belgique. Tome XII.
Bulletin de l'Académie royale des sciences etc. 54 année. 3. série. tome 10. No. 12.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. Deuxième série. No. 3. 1885.
Sur la fondation de l'ancien Port de Cherbourg par M. A. de Caligny et M. L. E. Bertin.
Tableaux comparatifs des pr. modifications phonétiques des infinitifs des verbes faibles dans les dialectes germaniques P. J. — M. Grandjêan.
Atti della Società Toscana di scienze Naturali. Processi verbali. Vol. V. p.1—40.
Atti della R. Accadem. dei Lincei. Roma serie quarta. Vol. II. fasc. 2 u. 3.
Bulletino di Bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. Tomo XVIII. Maggio 1885.
Professional papers of the signal service. N. XVI. No. XVIII.
Johns Hopkins University studies. Fourth series No. 1. Duttch village Communities on the Hudson river.
Observations of minor planets made at the Unit. St. Naval Observatory in Washington.
Programme of Work to be pursued at the Naval Observ. in Washington.
Report of the superintendent of the U. S. Coast and Geodetic Survey. June 1884. Part. I. Text. Part. II. Sketches.
Commission géologique et d'histoire naturelle et Musée de Canada. Rapport des operations 1882. 83. 84.
Rapport des operations 1882. 83. 84 (Traduction).
Mappes etc. accompagnant le rapport des operations pour 1882. 83. 84.
Geological Survey of Canada.
Catalogue of Canadian plants. Part. II. Gamopetalae.
Proceedings of the Canadian Institute. Toronto. Vol. II. Juli 1884. fasc. No. 2. and: Third séries Vol. III. fasc. No. 2. Jul. 1885.
Anales de la Sociedad Centifica Argentina. Tomo XX. Entrega II e III. Agosto e Setiembre de 1885.
Boletin del ministerio de Fomento de la republica Mexicana. Tom. X. No. 107—113.
Records of the Geological Survey of India. Vol. XVIII. Part. 4. 1885.

März und April 1886.

Rendiconto dell' Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli. Anno XXII 1883, XXIII 1884, XXIV 1885, XXV fasc. 1. 2 e 3. Genn. Febbr. Marzo 1886.
Bulletino di bibligr. e di storia delle science matem. e fisiche di Roma. Tomo XVI (indici etc.) Tomo XVIII juigno e luglio 1885. (für die Gauss'-Bibliothek.)
Bollettino delle publicazioni italiane ricevute per diritt di stampa. 1886. No. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
R. Accademia di scienze in Modena. Opere presentate negli anni 1884. 1885.
Annuario della R. Accademia dei Lincei 1886. Roma.
Atti d. R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXI disp. 1. (nov. — dicembre 1885) e Genn. 1886.
Atti della società Toscana di scienze naturali. Proccssi verbali. Vol. V. p.43—58.
Atti della R. Accademia dei Lincei Anno CCLXXXIII. Vol. II. fasc. 4. 5. 6. 7.
Mémoires de l'Académie imper. des sciences de S. Petersbourg. Tome XXXIII. No. 5.
Bulletin de l'Acad. d. sc. de St. Petersbourg. Tome XXX. feuilles 21—$^1/_2$29.
Bulletin de la société Impériale des Naturalistes de Moscou. Année 1885. No. 1. 2.
Flora Chersonensis. Ed. Lindemann. Vol. 1. e Vol. 2.
Platon Lukaschewitsch: Korneslor gretscheskago jazyka, tschastj I i II Kiew 1869—1872.
» » » Korneslor latinskago jazyka. Kiew 1872.
» » » Korneslor evreiskago jazyka. Kiew 1883.
» » » Objasnenie assiriiskich imen. Kiew 1868.
» » » Mnimyi indo-germanskij mir ili istimoĕ natschalo i obrazowanie jazykor niemetzkago, angliiskago, frantzuskago i drugich zapadno-ewropeiskich. Kiew 1874.

Platon Lukaschewitsch: Issliedoranie o welikom godie solutza. Kiew 1882.
» » » Isloshenie glavnych zadonor astest wennoi i nabljudateljuo-mikroskopitscheskoi astronomii a takshe astronomitscheskai meteorologii. Ischastj I i II. Kiew 1884—1885.

Mathematical papers 1883—1885. by J. W. L. Glaischer.
Royal Astronomical society. Monthly notices. Vol. XLVI. No. 4. 1886. No. 5. 1886.
R. Microscopical society. Journal. Vol. VI. Part. 2. April 1886. (Zwei Exempl.)
London mathematical society. Proceedings 253—257. No. 258—261.
Transactions of the zoological society of London. Vol. XI. Part. II. Vol. XII. Part. I.
The Manchester literary and philosophical society. Proceedings Vol. XXIII. session 1883—4. Vol. XXIV. sess. 1884—5. Memoirs. 3 Series. Vol. VIII.
Proceedings of the Cambridge philosophical society. Vol. V. Part. 5.
The fixed idea of the Astronomical Theory by Aug. Tischner.
The geological survey of India 1) Memoirs Vol. XXI. Part. 3. 4. 2) Records Vol. XIX. Part. 1.
Victorian branch of the geographical society of Australia. Proceedings January 1886.
The Canadian Institute. Toronto. Proceedings. Third series. Vol. III. fasc. No. 3.
Nature. Vol. 33. No. 856. 857. 858. 859. 860. 861.
Lehrbuch d. K. K. Geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1886. XXXVI. Band. Heft 1.
Verhandlungen d. K. K. geologischen Reichsanstalt. No. 1. 2. 3. 1884.
Mittheilungen aus den Jahrb. d. kön. Ungar. geologischen Gesellsch. Band VII. Heft 5. Band VIII. Heft 1.
Zeitschrift der ung. geolog. Gesellsch. XVI. Kötet 1—2 Fuzet. 1886.
Ungarische Revue Jahrg. VI. Heft 4. 1886.
Jahresbericht des Vereins für siebenbürgische Landeskunde für 1884/5.
Archiv d. Vereins f. siebenbürgische Landeskunde. N. F. 20ter Band. 2. u. 3. Heft.
Meteorologische Zeitschrift 1886. März Heft 3. April H. 4.
Verhandlungen des naturforschenden Vereins in Brünn. Band XXIII. Heft 1. 2. 1884.
Bericht der meteorologischen Commission des naturf. Vereins in Brünn. 1883.
Die Kunstgeschichte als Wissenschaft und Lehrgegenstand. Rede zum Geb. d. Kaisers am Polytechnicum in Berlin von Ed. Dobbert. 1886.
Erläuterungen zur Mayahandschrift d. K. Öff. Bibliothek in Dresden v. Prof. Förstemann.
Vorträge und Mittheilungen von G. vom Rath.
Berichte über die Verhandlungen d. k. sächsischen Gesellsch. d. Wissenschaften zu Leipzig. Philol.-histor. Classe 1885. IV. (zwei Eyempl.)
Verhandlungen der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft in Würzburg. Neue Folge. XIX. Band.
Leopoldina. Heft XXII. No. 5—6 u. 3 u. 4.
Beiträge zur Kenntniß der Vogelfauna von Celebes von Prof. W. Blasius.
Abhandlungen herausgeg. vom naturwissenschaftl. Verein zu Bremen. IX. Band. 3. Heft.
Katalog der im Germanischen Museum befindl. Gemälde. 1885.
Anzeiger des germ. Museums. 1. Band. 2. Heft. 1885.
Mittheilungen aus dem germ. N. Museum. 1. Band. 2. Heft. 1885.
Irmischia. No. 10. 11. 12. 1885.
Ueber die Kugelfunctionen P_n und Q_n von C. Neumann.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Band 15. Jahrg. 1883. Heft 2.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

30. Juni. **№ 11.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 5. Juni 1886.

Kielhorn legt eine Inschrift des Chandella Fürsten Dhaṅga vor.

V. Meyer legt eine Abhandlung »über die Isomerie der α- und β-Thiophensäure« vor.

Bechtel legt eine Inschrift aus Eresos vor.

Inschrift aus Eresos.

Von

F. Bechtel.

Herr Professor Blass in Kiel hat die Güte gehabt mir die Copien zweier lesbischer Inschriften zuzusenden, welche er kürzlich von Herrn Gymnasialdirektor G. Bernardakis in Mytilene erhalten hat. Die kleinere derselben lege ich für den nächsten Nachtrag zu Collitz' Sammlung zurück; die größere halte ich für wichtig genug schon jetzt bekannt gemacht zu werden. Ich teile sie also in Lithographie mit und gebe eine Umschreibung des Textes, soweit eine solche möglich ist. Die Notizen über Material, Größe, Fundort u. s. f. gehn auf Herrn Bernardakis selbst zurück.

Weißer Marmor. Länge: 0,46 cm, Breite: 0,37 cm, Höhe: 0,16 cm. Oben schräg gebrochen. Größe und Gestalt der Buchstaben, sowie Abstand der

Zeilen sind von dem Abzeichner, einem Freunde des Herrn B., genau wiedergegeben; unsichere Buchstaben eingeklammert. Ob *στοιχηδόν* geschrieben wird nicht bemerkt.

Die drei ersten Zeilen nicht herzustellen. Von Z. 4 ab lese ich:

. . . . ασθαι μήδενι, μηδὲ ὑπό-
θεσθαι μηδ' εἴπην ἐμ βόλλα μηδὲ ἐν
δάμω μήδενα, ὡς δεῖ περιβάλεσθαι
τὰν οὐσίαν μηδὲ τὸ ἀργύριον εἰς ἄλλο
κατάταξαι μῆδεν· αἰ δὲ μή, ἄκυρα ἔμμενα(ι)
τὰ πράχθεντα: Ἐπαίνησαι δὲ Ἀγέμορτον
Βακχίω, ὅτι καὶ πρότερον ἄνηρ ἄγαθος ἔων
διετέλεις περί τε τὰ ἶρα καὶ τὸ(ν) δᾶμον καὶ
πρυτανεύσαις ἐνεδείξατο τὰν εὔνοιαν,
ἃν ἦχε περὶ τὰμ πόλιν καὶ τοὶς πολίταις· καὶ κά-
λεν(τ)ον αὔτον καὶ ἐκγόνοις εἰς τὸ προιανήϊον,
ὅτα κε τὰν θυσίαν ταύταν ποιέωσι· δέδοσ-
θαι δὲ αὔτω καὶ τὰν ἐπιγράφαν ἐπὶ τὸμ βῶμον
[κα]θά(π)ερ αἴ(τη)ται. Τὸ δὲ ψάφισμα τοῦτο ἀνά-
γραψαι εἰς στάλλαις μαρμαρίναις καὶ
τὰμ μὲν θέμεναι ἐν τἀγόρα, τὰν δὲ εἰς τὸ
Ἀθάναιον.

Die beiden einzigen Stellen, welche Schwierigkeiten bereiten, hat Herr Professor Blass vor der Uebersendung der Inschrift an mich in Ordnung gebracht. Es sind folgende zwei:

Z. 13/14 *κά|λεν(τ)ον*: *(ΒΑ)|(ΛΕΝ)ΥΟΝ* die Abschrift. Dazu schreibt Herr Bernardakis, für *ΒΑ* am Ende der Z. 13 könne auch *ΚΑ* gelesen werden; *ΛΕΝ* sei sicher. — *κάλεντον* ist ein Imperativ wie *κατάγρεντον*.

Z. 17 *[κα]θά(π)ερ αἴ(τη)ται*: . . *ΘΑ(ΓΕΡΑΙΥ)ΝΤΑΙ* die Abschrift. Herr B. bemerkt, man könne auch . . *Ο.ΠΣΒΑ.ΤΝΤΑΙ* lesen. Daß Blass' Herstellung richtig ist, wird durch eine Inschrift von Ephesos bewiesen, in der eine analoge Wendung vorkommt: Wood Discoveries at Ephesus Appendix 2 p. 28 no. 18 heißt es: *ἐπειδὴ Ἀντιφῶν Ἀντιμέδοντος Ἰσιαιε(ὺς) | πρόθυμος ὢν εἰς τὸν δῆμον τὸν Ἐφε[σί]ων, καταστὰς εἰς τὴν βουλὴν καὶ τὸν δῆμον | αἰτεῖται πολιτείαν.* Wegen des *βωμός*, von dem in Z. 16 die Rede ist, verweise ich auf die Inschriften aus Teos CIG. no. 3065. 3066, wo ein *βωμὸς τῆς συμμορίας* genannt wird, neben welchem der Stein mit dem Ehrendekrete aufgestellt werden solle. An die Errichtung eines neuen *βωμός* ist wol nicht zu denken: sonst wäre das Decret der Aegineten CIG. no. 2140 anzuziehen.

Am Schlusse von Z. 8 ist der Steinmetz mit dem Raume ins Gedränge gekommen; Z. 11 ist τὸ(ν) δᾶμον für *ΤΟΔΑΜΟΝ* zu schreiben.

Zu Ἀθάναιον (Z. 20) muß ich eine Bemerkung des Herrn Bernardakis mitteilen. Am Fundorte der Inschrift steht eine Kapelle des H. Andreas. Dabei fließt ein Gießbach, der zuweilen Erdreich wegschwemmt und dann Grundmauern, Sarkophage und Inschriften zu Tage fördert. Herr B. schließt hieraus, daß an dieser Stelle das am Schlusse unserer Inschrift genannte Ἀθάναιον gelegen habe. Letztere würde demnach dasjenige Exemplar des Beschlusses vorstellen, welches in dem Ἀθάναιον aufbewahrt worden war.

Die Inschrift stammt aus der ersten Hälfte des zweiten Jahrh. v. Chr.: sie ist etwa gleichaltrig mit dem zuerst von Christ bekannt gemachten, aus Tenedos stammenden Ehrendecrete Samml. no. 305. Neben einigen hellenistischen Formen wie δεῖ, οὐσίαν, ἄν, ἅπερ in Z. 2 und καθάπερ, πρυτανεύσαις neben προτανήïον enthält sie gut äolische, schreibt z. B. immer εἰς, nie ἐς; hauptsächlich aber ist sie darum interessant, weil sie in dem διετέλεις der Z. 11 den ersten inschriftlichen Beleg für die epischen Formen τελείω, νεικείω, πενθείω, ἀκείομαι bringt. Aus dem Auftreten des διετέλεις in einer äolischen Inschrift des zweiten Jahrhunderts ergibt sich zweierlei: erstens, daß die gleichwertigen epischen Formen bis auf Weiteres für äolisch gelten müssen; zweitens, daß die über das Verhältnis von τελείω zu τελέω τελῶ aufgestellte Hypothese nicht gehalten werden kann. Auf letztere Behauptung gehe ich etwas näher ein.

Die herkömmliche Lehre ist die, daß τελείω die nächst ältere Gestalt von τελέω τελῶ sei, wie τοῖο diejenige von τόο τῶ (τοῦ). Als Grundformen betrachtet man *τελέσjω, *τόσjο, die man nach bekannten indischen Mustern construiert. Den historischen Hergang denkt sich JWackernagel (KZ. XXV, 268) so: *τελέσjω, *τόσjο seien durch Epenthese zu *τελείσω, *τοῖσο geworden; dann sei σ geschwunden, die so entstandenen τελείω, τοῖο habe die älteste Schicht der griechischen Sprache festgehalten. Indem nun ι zwischen Vocalen zu *j* geworden und letzteres ausgefallen sei, habe sich als nächste Stufe τελέω und τόο ergeben, die dann den Gesetzen der Contraction anheimgefallen seien.

Noch ehe διετέλεις auf einer jungen Inschrift erschien, ließ sich gegen die Verknüpfung von τελείω τελέω und τοῖο τόο, wie sie Wackernagel versucht hat, ein Bedenken erheben. Da die von W. angenommene Epenthese älter sein müßte als das Verstummen des σ zwischen Vocalen, so müßte die Geschichte der Wortformen, in denen die Lautfolge *i*-Diphthong plus σ plus Vocal durch eben

jene Epenthese bewirkt ist, den gleichen Verlauf nehmen wie die Geschichte der Wortformen, in denen jene Lautfolge ursprünglich ist. Dies ist aber nicht der Fall: zwar kann auch in der zweiten Kategorie dialektisch das zwischen Vocalen stehende *ι* wegfallen, aber niemals tritt Contraction ein. Hier die Belege:

gr. *φαιός* = lit. *gaisas* Schein (Froehde Beitr. III. 14).

gr. *βαιός*, *ἠβαιός* zu lit. *gaiszti* verderben, umkommen, schwinden (Fick Beitr. VI. 211).

gr. *ἔμπαιος* zu lat. *quaero* (Bezzenberger und Fick Beitr. VI. 236).

gr. *σείω* zu sskr. *tvḗšati* ist in heftiger Bewegung, versetzt in heftige Bewegung (Froehde KZ. XXII. 263); *σίοντα* bei Anakreon fragm. 50 stimmt in der Flexion zu sskr. *tvišáti*.

gr. *φέροιο* ist gebildet wie avest. *yazaęša*. Die obigen Beispiele zeigen, daß das *ι* des Diphthongs nicht durch die Analogie der übrigen Optativformen festgehalten ist.

Man sieht: die *i*-Diphthonge gehn auch hierin den *u*-Diphthongen zur Seite: gr. *αὖος* = lit. *saũsas* trocken (Bugge KZ. XX. 33), gr. *εὕει* und *γεύει* heißen in indischem Gewande *ṓšati* und *jṓšati*. Entwickeln sich aber die aus **θεῖσο, *φέροισο* entstandenen *θεῖο, φέροιο* nicht zu **θέο *θοῦ, *φέροο *φέρου*, so können auch die *τελέω τελῶ, τόο τοῦ* nicht aus *τελείω, τοῖο* hergeleitet werden, da letztere, wenn zunächst aus **τελείσω, *τοῖσο* entstanden, den gleichen Verlauf nehmen mußten, den *θεῖο, φέροιο* genommen haben.

Die Unhaltbarkeit der Hypothese wird aber durch die neue Inschrift erst recht in das Licht gestellt. Kein einziger äolischer Stein, der in Prosa redet, kennt die Genetivform *τοῖο*, die nach Wackernagel mit *τελείω* auf Einer Stufe steht. Da taucht auf einem Denkmale des zweiten Jahrhunderts noch ein *τελείω* auf, das doch in der gleichen Sprachperiode, in der *τόο* aus *τοῖο* sich entwickelte, dem *τελέω* hätte weichen müssen. Man wird nicht sagen wollen, das *τελείω* unserer Inschrift sei nicht identisch mit dem *τελείω* des Homer, dieses sei der Nachkomme von **τελέσjω*, jenes in bekannter Weise aus *τελέω* entstanden, welches durch das inschriftliche *συντελέωνται* (Samml. no. 279) als äolisch bezeugt wird. Sind aber *τελείω* bei Homer und das *τελείω* der Inschrift identisch, so ist nichts klarer als daß *τελείω* und *τοῖο* nicht die Mutterformen von *τελέω* und *τόο* sein können: da wir sonst den wunderlichen Fall zu registrieren hätten, daß ein Geschlecht, welches *τῶ* schrieb, daneben noch *τελείω* festgehalten hätte.

Es ist nachgewiesen, daß *τελείω* nicht die Vorstufe von *τελέω* sein kann. Eben so wenig aber sind *τελείω, πενθείω, νεικείω* aus *τελέω, πενθέω, νεικέω* herzuleiten. Folglich stehn *τελείω, τελέω* nicht

hinter sondern neben einander. Da hinter σ sowenig wie hinter ϝ eine *i*-Epenthese nachgewiesen werden kann, so hat der Ansatz *τελέσjω: τελείσω: τελείω keine Berechtigung. Dagegen würde sich τελείω ohne weitere Zwischenstufe aus *τελέσjω dann herleiten lassen, wenn die von Fick Beitr. IX. 317 ff. aufgestellte, in diesen Nachrichten 1885. 235 ff. von mir gestützte Vermutung sich als richtig erweisen sollte, daß *j* vor dem Hochtone als Vocal fungiere, resp. Verdoppelung erfahre. Die im Rigveda herrschende Betonung *daçasyáti*, *namasyáti* für das Griechische vorausgesetzt würde die Entstehung des τελείω begreiflich machen. Umgekehrt würde gemeingriechisch τελέω auf Betonung einer dem *j* vorausgehenden Silbe weisen; die Verschiebung des ursprünglichen Accentes ließe sich mit dem Einflusse des dem Denominativum zu Grunde liegenden Nomens begründen. Mithin wären τελείω und τελέω als Abkömmlinge einer einzigen Grundform zu betrachten, deren Betonung mit den Zeiten und dem Orte gewechselt hätte. Abgesehen indes davon, daß die Fick'sche Regel erst noch eingehender bewiesen werden muß, ehe man Folgerungen aus ihr zieht, hindert mich noch ein Umstand die oben gegebene Erklärung des Diphthongs in τελείω für gesichert zu halten. So lange τελείω inschriftlich nur durch einen lesbischen Stein des zweiten Jahrhunderts verbürgt ist, wissen wir nicht, ob ει echter Diphthong oder erst aus η hervorgegangen sei. Kann aber τελείω etwa τελήω vertreten, so fällt natürlich die Möglichkeit weg den Gegensatz zwischen τελείω und τελέω in der vorhin angedeuteten Weise zu begründen.

Daß τελείω lautlich aus τελήω hat entstehn können, läßt sich leicht dartun. Bei Blass Ausspr.[2] S. 30 heißt es: »auf dorischen und ionischen Inseln des Archipelagus begegnen wir in der nachklassischen Zeit hie und da Schreibungen wie εἰ für ἤ, δεείση für δεήσει . . . . . .; dann auch im dorischen Peloponnes τειρεῖν, εἶ μάν, συντελεῖται Conjunctiv«. Die gleiche Erscheinung erkenne ich in dem ποείμενος des oben erwähnten Ehrendecrets von Tenedos. ποείμενος kann nur ποήμενος vetreten; mit delph. lokr. καλείμενος, delph. ἀφαιρείμενος und Genossen darf lesb. ποείμενος nicht zusammengebracht werden, da die nordgriechischen Participia »durch ihr ει statt η als erst in historischer Zeit aus -εόμενος contrahiert« sich erweisen (Wackernagel KZ. XXVII. 86)[1]). Nun ist aber die Inschrift von

1) Daß die Nordgriechen die äolische Weise ebenfalls gekannt haben, lehrt außer den bekannten Formen der delphischen Freilassungsurkunden wie συλήοντες W.-F. 435. 442, δουλώη 427, στεφανωέτω 110. 136 u. s. f. der elische Aorist ποιήασσαι der Demokratesbronce. Ich betrachte ἐποίηα als α-Aorist zu einem Präsens ποιήω, gebildet wie δαίσασθαι zu δαίομαι.

Tenedos gleichzeitig mit der neuen Inschrift von Eresos. Also darf man διετέλειε ansehen wie ποείμενος: τελείω ist nachclassische Aussprache von τελήω. In unsern Homertext können derartige 'späte Formen gekommen sein entweder, weil sie den Grammatikern in lebendigem Gebrauche begegnet waren, oder in Folge der gleichen Verlegenheit, in der sie z. B. ΛΕΟΚΡΙΤΟΣ der Vorlage mit Λειώκριτος statt mit Ληόκριτος (so schon Nauck Mélanges III. 268 Note) wiedergaben. So würde τελείω in Eine Linie rücken mit ὀκνείω E 255 — einer Form, die doch sicher in dem ποθήω der Sappho ihr Gegenstück hat.

Also lautlich wäre gegen die Auffassung von τελείω als τελήω Nichts einzuwenden. Es fragt sich nur, ob ein τελήω sich morphologisch rechtfertigen lasse.

Die alten ē-Stämme, die als Kategorie in der lateinischen 5. Declination weiter leben, sind im Griechischen als solche nur noch in Resten erhalten. Sicher ein ē-Stamm ist Ἄρης; das Paradigma desselben läßt sich ohne Mühe herstellen, indem bei Homer Ἄρης, Ἄρην, bei Archilochos (fragm. 48) Ἄρεω [1]) belegt ist. Als ē-Stämme betrachte ich ferner die von Blass (Rhein. Mus. 1881. 604 ff.) ermittelten böotischen Kosenamen auf -ει Ἀθανίκκει, Ἀκύλλει, Βουκάττει, Πτωΐλλει, ϝαστιούλλει (Meister I. 272), die in der Bildung des Nominativs elischem τελέστα gleich kommen. Der Genetiv Ἄρεω erinnert sofort an den Genetiv ἱέρεω, den man aus Colonien von Milet kennt: 3 mal steht er auf der Inschrift von Olbia CIG. no. 2058 = Inscriptiones Orae Septentr. Ponti Euxini I no. 16 A; 1 mal auf der von Tomoi Arch.-epigr. Mitth. VI. 8 no. 14. Zu ἱέρεω gehört der Nominativ ἱέρεως, der auf einer von Rayet (Rev. arch. XXVIII. 106) herausgegebenen Opferordnung [2]) von Milet belegt ist. Die bisherigen Erklärungen von ἱέρεως ἱέρεω können mich nicht befriedigen.

---

1) Da ionisch Ἄρεω aus Ἄρηο umgesetzt, das η von Ἄρηο aber urgriechisch ist, erhält das von Merzdorf (Curt. Stud. IX. 226) aufgestellte Gesetz einen weiteren Stoß; vgl. Beitr. X. 282.

2) Rayet setzt die Inschrift in das fünfte Jahrhundert; nach einem mir vorliegenden Abklatsche indessen ist sie jedenfalls jünger als die Maussollos-Decrete aus Mylasa, von denen ich ebenfalls Abklatsche besitze. Ich möchte hier noch zu bedenken geben, ob nicht die ὠρή, welche auf der Inschrift neben γλῶσσα, ὀσφύς und δασία genannt und von Dittenberger (Syll. p. 805) mit οὐρά erklärt wird, mit lat. sūra identisch sei. Unterstützt wird meine Vermutung durch das Scholion zu μ 89 ἀώρους. Ἀρίσταρχος ἀκώλους. τοὺς γὰρ Ἴωνας λέγειν φασὶ τὴν κωλῆν ὤρην καὶ ὠραίαν. Geirrt hätte Aristarch nur darin, daß er ὤρη mit κωλῆ identificierte, während sie der ὠμοπλάτη entsprochen haben müßte.

Was Rayet zur Aufhellung des *εω* beibringt, wird von Dittenberger Sylloge no. 376 Note 4 widerlegt. Der Ansicht Dittenbergers selbst aber, vom Compositum *ἀρχιέρεως* aus sei *ἱέρεως* auch als Simplex üblich geworden, meine ich entgegenhalten zu müssen, daß *ἱέρεως* in der Composition mit *ἀρχι-* eben so auffällig ist wie außerhalb derselben. Dagegen wird zunächst der Genetiv *ἱέρεω* verständlich, wenn wir annehmen, daß der arkadisch-kyprische Nominativ *ἱερής* in die griechische Ursprache hineinrage. Um diese Annahme kommen wir aber nicht herum. Wer *ἱερής* aus **ἱερηύς* herleiten will, muß sagen, wie dies möglich sei. Und wenn GMeyer Gr. Gr.[2] S. 314 schreibt, *ἱερής* für *ἱερεύς* verdanke seine »Entstehung einer Analogie: *ἱερής* zu *ἱερέα ἱερέος, ἱερέι* nach *εὐγενής* zu *εὐγενέα εὐγενέος εὐγενέι*« — so widerlegt er dies S. 332 selber, wo es heißt: »die älteste Form des Genetivs der Nomina auf *-εύς* ist die kyprische, zu umschreiben mit *βασιλῆϝος*«. Wir gelangen also auf eine alte Declination *ἱερής*: *ἱερῆϝο*, deren Reste in verschiedenen Dialekten weiter leben; zu dem Gen. *ἱέρεω* ist der Nom. *ἱέρεως* nach dem Muster *λεώς*: *λεώ* im Ionischen neu geschaffen. Ist das richtig, so sind die ursprachlichen *ē*-Stämme im Griechischen in den *ēu*-Stämmen aufgegangen. Auch dafür lassen sich Zeugnisse anführen. Einerseits sind schon bei Homer zu *Ἄρης* die obliquen Casus *Ἄρηος*, *Ἄρηϊ*, *Ἄρηα* im Gebrauche, bei Alkaios und Sappho ist der *ē*-Stamm sogar völlig durch den *ēu*-Stamm verdrängt; andrerseits wird *Τύδης*, *Ὄρφης*, *Φύλης* als »dorisch« angeführt (Ahrens II. 236), das tatsächliche Vorkommen solcher Nominative jedenfalls durch die lateinischen Uebertragungen wie *Ulixes*, *Achilles* verbürgt (vgl. Jordan Krit. Beitr. 57)[1]). Ob alte *ē*-Stämme auch noch in anderen Declinationsklassen als den *ēu*-Stämmen anzutreffen sind, untersuche ich hier nicht: es sollte nur gezeigt werden, daß die alte *ē*-Declination auf griechischem Boden einmal reicher vertreten war als uns jetzt scheint.

So lange die alten *ē*-Stämme fortbestanden, berührten sie sich im Nom. Sg. mit den *s*-Stämmen, soweit diese keine Neutren waren. Der Nom. Sg. *Ἄρης* ist von dem Nom. Sg. *Πολυδεύκης* nicht zu scheiden. Daher kommt es, daß wir von den frühesten Zeiten des Griechischen ab, in einzelnen Dialekten sogar ausschließlich, von *s*-Stämmen Accusative Sg. auf *ν* antreffen. Für Homer ist allerdings nur ein einziger derartiger Accusativ direct überliefert: *ζαήν* von

---

1) Vielleicht löst sich das alte Rätsel sskr. *dyāus* = gr. *Ζεύς* = altn. *TýR*: sskr. *dyām* = gr. *Ζῆν* = lat. *diem* durch die Annahme, die Umformung langvocalischer Stämme in diphthongische habe schon in der Ursprache begonnen.

ζαής. Seit aber durch Nauck gezeigt worden ist, daß zwei ursprünglich durch σ geschiedene Vocale bei Homer noch nicht der Contraction unterliegen, können die Accusative Πολυδεύκεᾶ (Πολυδεύκην Γ 237 schlecht, besser λ 300 bezeugt), Διομήδεᾶ, Θεοειδέᾶ, αἰνοπαθῆ, πρωτοπαγῆ (Belege bei LMeyer Gedrängte Vergleichung S. 23) nicht mehr länger geduldet werden; Nauck selbst hat schon an einigen Stellen Accusative auf -ην vermutet, die dem Accusative ζαήν völlig analog sein würden. Man sieht: die *s*-Stämme werden unter der Hand zu *ē*-Stämmen. Stünde also neben dem *s*-Stamme τελες- ein *ē*-Stamm τελη-, so wüßten wir, woher er käme: aus einer heteroklitischen Flexion πολυτελής: πολυτελήν, die mit der alten Flexion Ἄρης: Ἄρην zusammenfiel. Ein solcher Stamm existiert aber: er steckt in der Ableitung τελήεις, die man nun nicht mehr mit Brugmann Morph. Unters. III. 88 als Analogiebildung nach φωνήεις betrachten wird. Auch das Nebeneinander von θύος und θυη- in θυήεις ist hiermit gerechtfertigt. Flectiere ich den Stamm τελη- verbaliter, so erhalte ich ein Präsens τελήω, wenn ich ihn nach der *ō*-Conjugation, ein Präsens τέλημι, wenn ich ihn nach der *mi*-Conjugation abwandle. Auf τελήω ist unser διετέλεε sowie die homerischen τελέει, τελείεται, ἐτελείετο, ἐτέλειον zu beziehen — immer vorausgesetzt, daß das ει dieser Formen wirklich mit dem ει von ποείμενος verglichen werden darf. Der Infinitiv zu τέλημι müßte *τελήμεναι heißen. Er ist nicht überliefert, dafür aber πενθήμεναι σ 174, τ 120, ein Infinitiv, der auf ein Verbum *πένθημι weist, zu welchem πενθήω (belegt πενθείετον Ψ 283) sich verhält wie τελήω zu τέλημι. πενθη- ist der dritte *ē*-Stamm, den wir neben einem *s*-Stamme gewahren. Und ein vierter würde in dem οἰνοβαρείων ι 374, κ 555, φ 304 anzuerkennen sein; der zugehörige *s*-Stamm liegt in οἰνοβαρής.

Morphologisch könnte also τελήω gerechtfertigt werden. Und wenn derartige Verba wirklich angenommen werden müssen, so haben sie Ebenbilder in der vedischen Sprache, die genau eben so verstanden werden können. In den Accusativen Sg. *vēdhā́m*, *uṡā́m* hat Benfey (vgl. Ueber altpersisch Mazdāh S. 8) Formen erkannt die das treue Gegenstück zu ζαήν, Διομήδην bilden. Genau wie im Griechischen πενθήω, βαρήω, τελήω zu den *s*-Stämmen πενθες-, βαρες-, τελες-, so im Rigveda *ōjāyámānas* zu dem *s*-Stamme *ṓjas*: aus einer Flexion *tádōjās*: *tádōjām* wurde der Stamm *ōjā*- gefolgert. Daher zu *dákšas* ein *dakšā́yya*-, neben *panasyátē* ein *panā́yatē*, neben *çravasyà* ein *çravā́yya*. Dem *ṓjā*- in *ōjāyámānas* entspricht lat. *augē*- in *augēre*-: vielleicht also hat schon die Ursprache *s*-Stämme als *ē*-Stämme abgewandelt.

Ich habe hier bloß zwei Möglichkeiten andeuten, keine ab-

ΜΗΔΕΤΟΙΣ
ΙΙΑΓΕΡΑΣ
ΕΥΓΟΘΕ
ΜΗΔΕΥΓΟ
ΘΙΗΔΕΕΝ
ΔΑΛΕΣΘΑΙ

schließende Erklärung geben können. Letztere ist erst dann zu finden, wenn wir einmal auf einer alten Inschrift *τελείω* oder *τελήω* begegnen werden. Inzwischen neige ich mich zu der Ansicht, daß die zweite Möglichkeit die Wahrheit treffe. Hierzu bewegt mich namentlich die Tatsache, daß gerade bei den Aeolern heteroklitische Accusative von *s*-Stämmen von frühester Zeit an bezeugt sind: Meister I. 154; gerade bei ihnen also, die *δαμοτέλης: δαμοτέλην* flectierten, konnte neben *τελέω: τέλεσσαι* ein Verbum *τελήω: τέλησαι* (vgl. *πενθῆσαι T* 225) aufkommen.

Universität.

Preisvertheilung.

Die akademische Preisvertheilung fand am 4. Juni statt. In der Festrede stellte der Prorector, Professor Carl Klein, die Entwicklung der Wissenschaft der Mineralogie dar. Hierauf trug er die Berichte der Facultäten über die Preisbewerbungen und die neuen Preisaufgaben vor.

Die wissenschaftliche Preisaufgabe der theologischen Fakultät hat keine Bearbeitung gefunden.

Ueber den Predigttext: Jacobus 1, 2—4 sind drei Predigten eingeliefert worden.

Zwei konnten für den Preis nicht in Betracht kommen, die dritte mit dem Motto *πᾶσα δόσις ἀγαθὴ* u. s. w. ist nicht ohne homiletische Fehler und namentlich in ihrem zweiten Theile nicht frei von ermüdender Breite, zeigt aber auf der andern Seite anzuerkennende Begabung für erbauliche Verwendung und Auslegung des Textes, zeichnet sich auch an einigen Stellen durch das Sinnige ihrer Ausführung aus. Da auch der öffentliche Vortrag würdig und erbaulich ausfiel, ward die Fakultät auf ihren Antrag von dem hohen Universitäts-Curatorium ermächtigt, dem Verfasser die Hälfte des Preises zuzuerkennen.

Als Verfasser ergab sich:

Heinrich Hachmann,
Cand. theol. z. Z. in Schulenburg.

Bei der juristischen und der medicinischen Fakultät sind Bearbeitungen der von denselben gestellten Preisaufgaben nicht eingegangen.

Die von der philosophischen Fakultät gestellte Preisaufgabe:
»Die Einführung der Reformation im Lüneburgischen durch Herzog Ernst den Bekenner«
hat einen Bearbeiter gefunden, welcher eine Abhandlung von nicht weniger als 332 Folioseiten mit dem Ranke's Werken entlehnten Motto: »In Schule und Litteratur mag man kirchliche und politische Geschichte von einander sondern, in dem lebendigen Dasein sind sie jeden Augenblick verbunden und durchdringen einander« rechtzeitig eingereicht hat.

Statt der vorschriftsmäßigen Inhaltsübersicht, deren Fehlen indeß nur als ein unwesentlicher Mangel bezeichnet werden kann, geht der Darstellung eine umfassende Uebersicht »über die Quellen und Litteratur« mit der Bestimmung voraus, »einen Ueberblick über die allmälige Entwickelung und Erweiterung« des in Frage stehenden Forschungsgebietes zu geben. Schon diese litterarisch-kritische Einleitung zeigt, daß der Verfasser seine Aufgabe mit wissenschaftlichem Geiste erfaßt und an deren Lösung mit der rechten Methode, sowie mit hingebendem Fleiße herangetreten ist.

Hatte die Fakultät es als wünschenswerth bezeichnet, daß außer den weit zerstreuten gedruckten Quellen auch die leicht zugänglichen Akten des K. Staatsarchivs in Hannover benutzt würden, so ist der Verfasser der vorliegenden Abhandlung noch einen sehr bemerkenswerthen Schritt weiter gegangen: er hat außer den Akten des genannten Archivs auch eine Menge bisher zum Theil unbenutzter Urkunden des Stadtarchivs zu Lüneburg, sowie eine Reihe von Handschriften der öffentlichen Bibliotheken zu Lüneburg, Wolfenbüttel, Hannover und Göttingen herangezogen.

Des so in erfreulicher Weise vermehrten Quellenmaterials ist der Verfasser (Dank seiner ausdauernden Arbeitskraft) bis in die Einzelheiten Herr geworden; aber während er mit sorgfältig erwägender Kritik eine Fülle von Detailfragen behandelt, verliert er den Zusammenhang der Ereignisse und die leitenden Gesichtspunkte nicht aus dem Auge. Der Stoff ist wohlgegliedert, die Darstellung schlicht und anschaulich; nur hie und da läßt eine Unebenheit im Styl die letzte Feile vermissen.

Von der Menge des Neuen, das die Abhandlung bietet, dient manches zur Bereicherung unserer Kenntniß von dem reformatorischen Wirken des Herzogs Ernst selbst, anderes läßt seine geistlichen und weltlichen Mitarbeiter in neuem Lichte erscheinen; nicht geringer sind die Aufschlüsse, die wir über den Widerstand erhalten, den der Rath der Stadt Lüneburg und noch mehr die Klöster des Landes leisteten. Dem nüchternen und besonnenen Urtheil des Verfas-

sers wird man in der Regel beistimmen können, und wenn man etwa die Frage, ob der Reichstag von 1526 einen so wichtigen Einschnitt in der Reformationsgeschichte des Landes bilde, in anderem Sinne beantworten muß, so hat doch auch hier eine unhaltbare, durch Ranke begründete Auffassung die quellenmäßige Darlegung der Thatsachen nicht beeinträchtigt.

Nach dem Allen darf die vorliegende Arbeit als eine wissenschaftliche Leistung bezeichnet werden, die bestimmt erscheint, in der Litteratur der Braunschweig-Lüneburgischen Landesgeschichte, wie in der Litteratur der Reformationsgeschichte eine achtungswerthe Stelle einzunehmen.

Die Fakultät hat dieser Arbeit den Preis zuerkannt.

Als Verfasser ergibt sich

Adolf Wrede
stud. hist. aus Groß-Freden.

Was die von der philosophischen Fakultät ferner gestellte mathematische Preisaufgabe anlangt, so ist eine für diese Aufgabe eingereichte Arbeit inzwischen vom Verfasser zurückgezogen worden.

Für das Jahr 1887 werden folgende neue Preisaufgaben von den vier Fakultäten gestellt:

I. Von der theologischen:

a) Wissenschaftliche Preisaufgabe:
»*Hermanni Lotzii placita de conscientia recti quanti momenti sint in apologia religionis christianae, demonstretur*«,

b) als Text für die Predigt ist »Matth. 18, 1—4« gegeben.

II. Von der juristischen:
»*Der Anspruch des redlichen Erwerbers auf Erstattung dessen, was er für die Erwerbung der Sache gegeben oder geleistet hat, nach* §. 26, *Theil* I, *Titel* 15 *des allgemeinen Landrechts in seinen historischen Wurzeln, seiner dogmatischen Bedeutung und seiner casuistischen Gestaltung.*«

III. Von der medicinischen:
»*Es sollen mit Rücksicht auf das bisherige Mißlingen der Ueberpflanzung der durchsichtigen Hornhaut des Auges die Bedingungen untersucht werden, von welchen die Erhaltung der Durchsichtigkeit überpflanzter Hornhautstücke abhängt.*«

IV. Von der philosophischen:

a) »*Es wird eine genaue Beschreibung der oberen Jurabildungen von den Schichten Terebratula humeralis inclusive an gewünscht, wie sie auf dem Nordostflügel der Hilsmulde zwischen Kreiensen und Salzhemmendorf entwickelt sind, besonders mit Rücksicht auf ihre Schichtenfolgen und Fossilien und im Vergleich mit den Ar-*

beiten von Credner, von Seebach und denen von Struckmann. Der Arbeit sind die Belegstücke und Handstücke der wichtigeren Gesteine beizufügen.«

b) »*Examinetur sermo graecus, quo senatus populusque romanus magistratusque populi romani usque ad Tiberii Caesaris aetatem in scriptis publicis usi sunt.*«

Die betreffenden Arbeiten werden in der Sprache erwartet, in der die Aufgaben gestellt sind, jedoch ist es bei der wissenschaftlichen Preisaufgabe der theologischen Fakultät auch zulässig, daß Arbeiten in deutscher Sprache zur Bewerbung eingereicht werden. Die Arbeiten müssen, versehen mit einem Motto und einem versiegelten Zettel, der außen dasselbe Motto trägt, innen aber den Namen und Wohnort des Bewerbers enthält, vor dem 15. April an den Dekan der bezüglichen Fakultät eingereicht werden.

Preisstiftung der Wittwe Petsche geb. Labarre.

In Gemäßheit der Statuten dieser unter dem 10. März 1873 genehmigten Stiftung schreibt die juristische Fakultät folgende Preisaufgabe aus:

»*Die staatsrechtliche Lehre von der Regentschaft und Stellvertretung des Monarchen nach deutschem Staatsrecht.*«

Der Preis (Dreihundert Mark) kann nur einer solchen Arbeit zuerkannt werden, deren Verfasser in diesem oder dem folgenden Semester als Studirender unserer Universität angehört. Die Preisarbeiten müssen spätestens bis zum ersten Januar 1887 dem Decan der juristischen Fakultät übergeben werden, zugleich mit einem versiegelten, den Namen des Verfassers enthaltenden Zettel. Die Arbeit und der Zettel müssen ein gleichlautendes Motto haben.

Göttingen den 7. Juni 1886.

Dove,
z. Z. Decan der juristischen Fakultät.

Petsche-Stiftung.

Auf Grund der »Statuten der Preisstiftung der Wittwe des weiland Gastwirts Petsche geb. Labarre« stellt die theologische Fakultät an der Universität Göttingen die folgende Preisaufgabe:

»Unter welchen leitenden Gesichtspunkten ist der Dekalog im Ganzen wie im Einzelnen im Zusammenhange des kleinen Lutherschen Katechismus unterrichtlich zu behandeln?«

Der zur Verfügung stehende Preis beträgt 170 M.

Etwaige Preisarbeiten sind bis zum 1. Januar 1887 bei dem Dekan der theol. Fakultät mit einem Motto versehen einzureichen, zugleich mit einem versiegelten Zettel, der außen dieses Motto trägt und innen den Namen des Verfassers enthält.

Der Preis kann nur solchen Arbeiten zuerkannt werden, deren Verfasser in dem laufenden oder in dem nächstfolgenden Semester als Studierende der hiesigen Universität angehören.

Göttingen, den 1. Juni 1886.

Die theologische Fakultät.
Dr. K. Knoke, d. zt. Dekan.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

März und April 1886.

(Fortsetzung.)

Sitzungsberichte d. philosoph.-philol.-hist. Classe der Gesellsch. d. Wissensch. zu München. 1885. Heft IV. | Sitzungsber. d. mathem.-physik. Classe. 1885. Heft IV.
Jahrb. f. schweitzerische Geschichte. Band 11.
Astronomische Mittheilungen von Dr. Rud. Wolf. No. 66.
Bulletin de la société mathematique de France. Tome XIV. No. 1. 2.
Mémoires de la société des antiquaires de Picardie. Trois. série. Tome VIII = T. 28.
Annales du Musée Guimet. T. VIII. Le Yi: King.
Revue de l'histoire des réligions. Tome XI. No. 3. Tome XII. No. 1.
Catalogue de la bibliotheque de l'école polytechnique a Paris.
Bulletin de l'académie royale des sciences de Belgique. 3. série Tome 11. No. 1. 2. 3.
Mémoires de la société royale des sc. de Liège. Deuxieme série. Tome XI.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde v. Nederlandsch-Indie. Deel XXXV. 2. Heft.
Catálogo de las Ares de España, Portugal é islas Baleares par Don Ventura de los Reyes y Prosper. Madrid 1886.
Anales de la sociedad cientifica Argentina. Tomo XX. entrega 4. 5. 6.
Boletin de la Academia nacional. Tomo VIII. Entrega 2a y 3a.
Jornal de sciencias mathem. e astronomicas a Coimbra. Vol. VI. No. 6.
Boletin del ministerio di fomento. No. 114—120.
Gesellsch. der Wissenschaften in Prag:
1. Sitzungsberichte. Jahrgang 1882. 1883. 1884.

2. Jahresbericht 1882. 1883. 1884. 1885.
3. Geschichte der k. böhm. Gesellsch. d. Wissensch. Heft 1. 2. von Jos. Kalousek. Prag 1884/5.
4. Verzeichniß der Mitglieder 1784—1884. Prag 1884.
5. Bericht über die mathematischen und naturwissenschaftl. Publikationen Heft 1. u. 2. v. Studnicka. Prag 1884/5.
6. Abhandlungen vom Jahre 1883—1884. VI. Folge. 12. Band.
7. Generalregister zu den Schriften 1784—1884 von G. Wegner. Prag 1884.

Memoirs of the geological survey of India. Palaeontologia indica. Ser. II. Vol. 1. Part. 1. Ser. XIII. Vol. I. 4 fasc. 5. Ser. XIV. Vol. I. 3. fasc. 5.

Zeitschrift der deutschen Morgenländischen Gesellsch. Band 39. Heft IV.

Proceedings of the royal society. Vol. XXXIX. No. 241. Vol. XL. No. 242.

Report of the chief signal officer war department 1884.

U. S. geological survey Mineral resources 1883—84. Albert Williams. Washingt. 1885.

Transactions of the New York Accademy of sciences. Vol. III. 1883—1884. Vol. V. 1885—1886 No. 1.

Annals of the New York Accademy of sciences. Vol. III. No. 7. and No. 8.

Johns Hopkins University studies. 4 Series II. III and IV.

American journal of mathematics. Vol. VIII. No. 2.

Proceedings of the american academy of arts and sciences. Boston. N. S. Vol. XIII. Part. I.

Proceedings of the american philosophical society. Vol. XXIII. No. 121.

Memoirs of the american academy at Cambridge. Vol. XI. Part. III. No. 2. 3.

Second Geological survey of Pensylvania. Grand Atlas.

1. County Geological maps. Division I. Part. 1.
2. Anthracite coal fields. Division II. Part. 1 and 2.
3. Petroleum and bituminous coal fields. Division III. Part. 1.
4. South mountain and great valley topographical maps. Division IV. Part. 1.
5. Central and south eastern Pennsylvania. Division V. Part. 1.

Sapiski noworossiiskago obschtschestra estestwoispyta telei.

Bd. II. Lief. 2 und 3. Odessa 1873. 1874.
Bd. III. Lief. 1 und 2. Odessa 1875.
Bd. IV. Lief. 1 und 2. Odessa 1876. 1877.
Bd. V. Lief. 1 und 2. Odessa 1877. 1879.
Bd. VI. Lief. 1 und 2. Odessa 1879. 1880.
Bd. VII. Lief. 1 und 2. Odessa 1880. 1881.
Bd. VIII. Lief. 1 und 2. Odessa 1882. 1883.
Bd. X. Lief. 1. Odessa 1885.

Mai 1886.

Publicationen des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. Herausg. von Vogel. 5. B. 4.

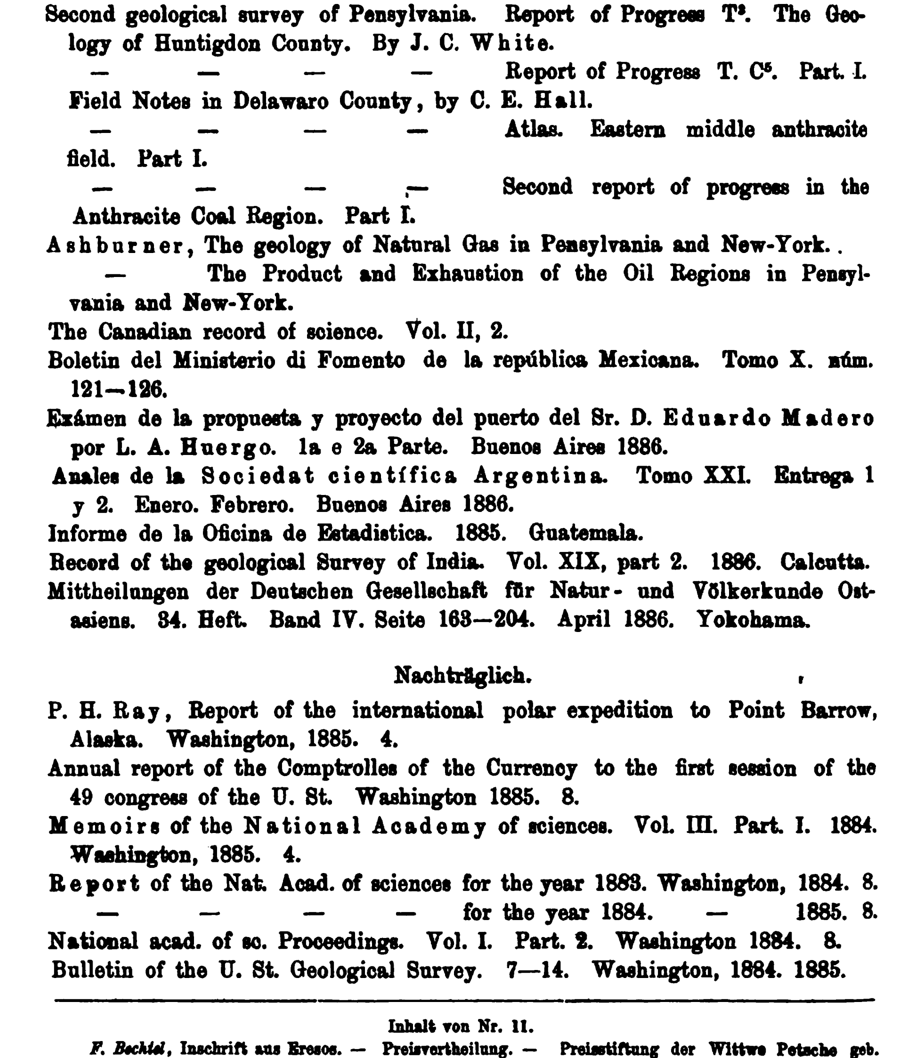
Leopoldina. XXII. 7—8.

Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig Neue F. 6, 3. 8.

Jahresbericht und Abhandlungen des naturwiss. Vereins in Magdeburg. 1885. 8.

70. Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft in Emden. 1884/5. 8.

Zeitschrift für Naturwissenschaften. LVIII. Vierte Folge. 4, 6. Halle, 1885. 8.
Jahresbericht der Naturhistor. Gesellschaft zu Nürnberg. 1885. Abhandl. VIII. Bog. 3.
Vierundzwanzigster Bericht der Oberhessichen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde. Giessen. 8.
G. vom Rath, Mineralogische Notizen. 8.
Rhenus. Herausg. vom Lahnsteiner Alterthumsverein. 3r Jahrg. No. 1.
Mittheilungen des Geschichts- und Alterthums-Vereins zu Leisnig. 7. Heft. 8.
Meteorologische Zeitschrift. 3r Jahrg. Heft 5. Berlin. 4.
Annalen des K. K. Naturhistorischen Hofmuseums. 1, 2. Wien.
Jahrbücher der K. K. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Jahrg. 1884. N. F. XXI. 4.
Ungarische Revue. 1886. VI. Jahrg. 5. 6. Heft.
Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. 3r Band. 8.
Mittheilungen aus dem Jahrbuche der Kgl. Ungar. geol. Anstalt. Bd. VIII. Heft 2.: (Posewitz, Die Zinninseln im indischen Ocean. Budapest, 1886. 8.)
7 Abhandlungen dem montanistischen, hüttenmännischen und geologischen Congresse zu Budapest im J. 1885 vorgelegt. 8.
Archives Neerlandaises des sciences exactes et naturelles. XX, 4.
Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen. Natuurkunde. XXIV. — — Letterkunde. XVI. 4.
Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen. Natuurkunde 3 Reeks, 1. — Letterkunde 3 Reeks, 2. 8.
Jaarboek van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen voor 1884.
Carmina praemio et laude donata. 1885. 8.
Register of den Catalogus van de Boekerij der Konincl. Ac. van Wetensch.
Acta mathematica. Herausg. von Mittag-Leffler. 7, 4.
Nature. 862—865.
Forhandlingar i Videnskats-Selskabet i Christiania. 1885.
(Ein zweites Exemplar, und einzelne Abh. 2. 4. 9. 11—23 für die Univ.-Bibl.)
Monthly Notices of the Royal astronomical Society. XLVI, 6. London.
Transactions of the zoological society of London. XII, 2.
Proceedings of the scientific Meetings of the geological society of London, for the year 1885. IV.
Annales de la Faculté des lettres de Bordeaux. 2 Serie. No. 1. 1886.
Atti della reale accademia dei Lincei. Anno CCLXXXII. Serie quarta. Rendiconti. II, 8. 9. 10.
Atti della societa toscana di scienze naturali residente in Pisa. Memorie. Vol. VII. & Processi verbali. Vol. V. p. 59—76.
Bolletino delle publicazioni italiane. 1886. 9.
Bulletin de l'Académie impériale des sciences de St. Petersbourg. T. XXXI, feuilles 1—$^3/_4$8. 4.
Bulletin of the Museum of Comparative Zoology et Harvard College. XII, 3. Locy, development of Agelena Naevia. — XII, 4. A. Agassiz, Studies from the Newport Marine Laboratory.
Johns Hopkins University Circulars. 5, 47. 4.
Johns Hopkins University Studies in historical and political Science. 4, 5.
Journal. The Trenton Natural-History Society. I, 1.
Proceedings of the American Pharmaceutical Association. Vol. 33.



Second geological survey of Pensylvania. Report of Progress T^3. The Geology of Huntigdon County. By J. C. White.

— — — — Report of Progress T. C^5. Part. I. Field Notes in Delawaro County, by C. E. Hall.

— — — — Atlas. Eastern middle anthracite field. Part I.

— — — — Second report of progress in the Anthracite Coal Region. Part I.

Ashburner, The geology of Natural Gas in Pensylvania and New-York..

— The Product and Exhaustion of the Oil Regions in Pensylvania and New-York.

The Canadian record of science. Vol. II, 2.

Boletin del Ministerio di Fomento de la república Mexicana. Tomo X. núm. 121—126.

Exámen de la propuesta y proyecto del puerto del Sr. D. Eduardo Madero por L. A. Huergo. la e 2a Parte. Buenos Aires 1886.

Anales de la Sociedat científica Argentina. Tomo XXI. Entrega 1 y 2. Enero. Febrero. Buenos Aires 1886.

Informe de la Oficina de Estadistica. 1885. Guatemala.

Record of the geological Survey of India. Vol. XIX, part 2. 1886. Calcutta.

Mittheilungen der Deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens. 34. Heft. Band IV. Seite 163—204. April 1886. Yokohama.

Nachträglich.

P. H. Ray, Report of the international polar expedition to Point Barrow, Alaska. Washington, 1885. 4.

Annual report of the Comptrolles of the Currency to the first session of the 49 congress of the U. St. Washington 1885. 8.

Memoirs of the National Academy of sciences. Vol. III. Part. I. 1884. Washington, 1885. 4.

Report of the Nat. Acad. of sciences for the year 1883. Washington, 1884. 8.

— — — — for the year 1884. — 1885. 8.

National acad. of sc. Proceedings. Vol. I. Part. 2. Washington 1884. 8.

Bulletin of the U. St. Geological Survey. 7—14. Washington, 1884. 1885.

Inhalt von Nr. 11.

F. Bechtel, Inschrift aus Eresos. — Preisvertheilung. — Preisstiftung der Wittwe Petsche geb. Labarre. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

14. Juli. № 12. 1886.

Universität.

Ueber die Witterungsverhältnisse Göttingens.

(Zweiter Theil.)

Mittheilungen aus dem physikalischen Institute der Universität.

Von

Hugo Meyer.

In einem früheren Aufsatze habe ich nach einer kurzen historischen Einleitung über die älteren meteorologischen Beobachtungen zu Göttingen aus Listing's 25 Jahre umfassenden Tagebüchern (1857/81) die meteorologischen Normalelemente abgeleitet und die periodischen Aenderungen derselben ziemlich vollständig dargestellt[1]). Auf die unperiodischen Aenderungen der meteorologischen Factoren ist damals nicht eingegangen worden. Das soll, wenigstens was die Temperatur-, Niederschlags- und Bewölkungsverhältnisse anlangt, in der vorliegenden Abhandlung geschehen. Zu einer vollständigen Geschichte der Witterung Göttingens für jene 25 Jahre fehlt es dann nur noch an einer Darstellung der nichtperiodischen Aenderungen des Luftdrucks und der Luftfeuchtigkeit, welche, da der Barometerstand für das Klima nur eine untergeordnete Rolle spielt, und rücksichtlich der Luftfeuchtigkeit es noch zweifelhaft ist, in welcher Weise man dieselbe am besten angiebt, für eine spätere Bearbeitung einstweilen zurückgelassen werden mögen.

1) H. Meyer, Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. etc. zu Göttingen 1883 p. 309.



Bei der hohen Bedeutung, welche den nichtperiodischen Aenderungen der meteorologischen Elemente unbestritten zukommt, ist es lebhaft zu bedauern, daß dieselben bislang nur in sehr mangelhafter Weise bearbeitet worden sind. Fast überall, wo man überhaupt auf sie Rücksicht nimmt, beschränkt man sich auf die Betrachtung der thermischen Verhältnisse und behandelt auch diese meist nur von einseitigen Gesichtspunkten aus. Obwohl schon vor nunmehr fast fünfzehn Jahren Köppen[1]) gezeigt hat, in welcher Weise die nichtperiodischen Aenderungen zu bearbeiten sind, so ist doch, soviel ich wenigstens weiß, bislang eine systematische Durcharbeitung aller meteorologischen Factoren nach den von Köppen aufgestellten Grundsätzen für keinen Ort der Erde erfolgt. An Material fehlt es nicht. Gewiß ist eine lange Reihe von Beobachtungsjahren erforderlich, um aus ihnen einigermaßen zuverlässige Resultate für die unperiodischen Aenderungen ableiten zu können, eine längere Reihe als für die periodischen Aenderungen, und mit der Anzahl der Jahre steigt die Mühseligkeit der Arbeit ganz erheblich; aber ich hoffe, der vorliegende Aufsatz wird zeigen, daß eine 25-jährige Beobachtungsreihe (und deren giebt es bekanntlich sehr viele) schon ausreicht und wohl der Mühe lohnt, bearbeitet zu werden. Weil ich aber sehr wohl weiß, daß manches der hier abgeleiteten Resultate, sich noch an langjährigeren Beobachtungen bewähren muß, habe ich die Tabellen in einer Ausführlichkeit mitgetheilt, welche es gestattet, an die hier bearbeiteten Jahrgänge spätere mit Leichtigkeit anzuschließen, ohne auf die früheren wieder zurückgehen zu müssen.

Die Kenntnisse der unperiodischen Aenderungen der meteorologischen Factoren und deren Aufeinanderfolge hat zunächst ein rein klimatologisches Interesse. Es ist bekannt, daß das Wetter eine gewisse Neigung hat, den herrschenden Zustand zu erhalten. Aber wie groß ist diese Tendenz für die einzelnen Elemente und für die gesammte Wetterlage, vor allem, wie ändert sich diese Erhaltungstendenz mit der geographischen Lage des Ortes? Diese Fragen dürften für die Klimatologie von hervorragender Bedeutung sein, an der Antwort aber gebricht es noch fast vollständig. Ferner aber verspricht die Kenntniß der Aufeinanderfolge der nichtperiodischen Aenderungen für die ausübende Witterungskunde von Nutzen zu werden; denn sie lehrt uns, wie groß zu gegebener Zeit und unter gegebenen Umständen die Wahrscheinlichkeit eines Wetterwechsels ist. Zur Aufstellung einer

---

1) W. Köppen, Die Aufeinanderfolge der unperiodischen Witterungserscheinungen nach den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Rep. f. Met. Bd. 2, p. 187. 1872.

localen Prognose ist eine genaue Kenntniß der heimischen klimatischen Verhältnisse durchaus erforderlich; die Kenntniß des nicht periodischen Wechsels der Witterungserscheinungen dürfte hier aber wenn nicht von höherer, so doch mindestens von gleicher Bedeutung sein wie die der periodischen Aenderungen. Eine Voraussagung des muthmaßlichen Wetters für längere Zeit (Monate, Jahreszeiten) hinaus ist bislang nur mit Hülfe der Kenntniß der wahrscheinlichen Aenderungen möglich, wie sie sich für die einzelnen meteorologischen Factoren aus langjährigen Beobachtungen ergeben haben.

Für Göttingen liegt heute ein Beobachtungsmaterial vor, das sich über beinahe dreißig Jahre erstreckt. Wenn ich trotzdem in diesem Aufsatze nur die fünfundzwanzigjährige Periode 1857—81 behandle so geschieht das einmal, um diese Arbeit unmittelbar an die frühere anzuschließen, dann auch weil die Beobachtungen jenes Zeitraums so gut wie vollkommen »homogen« sind und ohne Unterbrechung fortlaufen, während sich in neuerer Zeit eine zweimonatliche Lücke (1882, Jan. u. Febr.) findet, und bald darauf die Beobachtungstermine von 6^a, 2^p, 10^p auf 7^a, 2^p, 9^p verlegt werden mußten. — Die vorliegende Untersuchung machte die Berechnung einer Reihe von Tabellen nothwendig (z. B. die der Mitteltemperatur der einzelnen Tage des Jahres), welche sich auf den periodischen Gang der Elemente beziehen, ich habe auch diese im Anhang mitgetheilt, sie mögen als eine Ergänzung meiner ersten Arbeit angesehen werden.

Der speciellen Betrachtung der nichtperiodischen Aenderungen der einzelnen meteorologischen Elemente soll eine Uebersicht über die Entstehungs- und Berechnungsweise der Tabellen vorausgeschickt werden.

Das Studium der unperiodischen Aenderungen der klimatischen Factoren verlangt zunächst eine Zusammenstellung der Abweichungen oder Anomalien der einzelnen Elemente von den Normalwerthen für den betrachteten Zeitraum. Diese Zusammenstellungen finden sich in den Tabellen 1, 20, 21, 28. Sie haben schon für sich ein hervorragendes Interesse; denn sie stellen die Geschichte der Witterung in ihren Hauptzügen dar. Ferner gestatten sie den Zusammenhang der Witterungserscheinungen während der verschiedenen Jahresabschnitte, die ja vom meteorologischen Standpunkte aus ganz willkürlich sind, des Näheren zu untersuchen. Wir wissen, daß eine Tendenz zur Erhaltung der Wetterlage besteht, welche ihren Grund darin hat, daß die Aenderungen der physikalischen Verhältnisse der Atmosphäre, denen wir die herrschende Witterung verdanken, nur langsam erfolgen; es fragt sich nun, auf wie lange Zeit hinaus sich die Wirkung dieser

Tendenz erstreckt, und wie groß dieselbe ist. Läßt sich zwischen den Anomalien der auf einander folgenden Zeitabschnitte (Pentaden, Monate, Jahreszeiten) ein Zusammenhang, wenn möglich ziffernmäßig, feststellen, so wird man aus den Störungen der letzt verflossenen Zeit einen Schluß ziehen können auf die voraussichtlichen Abweichungen der Zukunft. Daß ein solcher Zusammenhang zwischen benachbarten Zeitabschnitten besteht, ist von vornherein zu vermuthen; daß nach Ablauf von Jahresfrist sich dieselben Anomalien zu wiederholen pflegen, darauf hat, wenigstens für die Temperatur, schon Dove hingewiesen. — In den Tabb. 2, 22, 23, 29 habe ich für die Temperatur, den Niederschlag (Höhe und Zahl der Tage) und die Bewölkung die Wahrscheinlichkeiten zusammengestellt, mit welchen ein Wechsel des Zeichens der Anomalie der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate zu erwarten ist. Diese Wahrscheinlichkeiten sind die Quotienten, deren Dividenden durch die Anzahl der Fälle, in denen ein Zeichenwechsel eintrat, und deren Divisoren durch die Anzahl sämmtlicher Fälle gegeben sind. Die Größe der Abweichung bleibt hier, wie überall, im Folgenden unberücksichtigt, es handelt sich hier nur um den Sinn derselben. Ist die Wahrscheinlichkeit eines Zeichenwechsels 0.5, so stehen die Chancen für Erhaltung und Aenderung des Zeichens gleich; ist die Wahrscheinlichkeit kleiner, so haben wir Erhaltung, ist sie größer, Aenderung des Sinnes der Anomalie zu erwarten, und zwar ist die Sicherheit, mit welcher wir auf das Eintreffen unserer Erwartung hoffen dürfen, um so größer, je mehr die Wahrscheinlichkeit in dem einem oder dem andern Sinne von 0.5 abweicht; mit andern Worten, die Größe dieser Abweichung ist ein Maaß für die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens unserer Vermuthung. Wenn wir z. B. auf Grund der Anomalien, etwa die Temperatur, zweier Monate eine Prognose stellen wollen auf die Abweichung des folgenden dritten Monats, und ist die Wahrscheinlichkeit der Aenderung der Anomalie für den ersten Monat 0.62 und für den zweiten 0.44, so werden wir für den dritten Monat die entgegengesetzte Abweichung zu erwarten haben, wie wir im ersten beobachteten, auch dann, wenn die allein auf den zweiten Monat begründete Prognose der der ersten widerspricht, denn wenn wir die Verwendbarkeit der Prognose des ersten Monats gleich 12 setzen, so haben wir der des zweiten nur das Gewicht 6 zu geben. Diese relativen Werthe der Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für eine Prognose habe ich jenen Tabellen angehängt, indem ich dieselben für je drei nachfolgende Monate durch Summation zusammenfaßte. — Die kleinen Tabellen am Fuße der eben besprochenen größeren geben den Zusammenhang

der Jahreszeiten in derselben Weise wie die größeren den der Monate. Da sie selbständig berechnet sind, indem zunächst aus den Tabb. 1 u. s. f. die Abweichungen der Jahreszeiten und aus ihrer Aufeinanderfolge die Wahrscheinlichkeiten für den Zeichenwechsel abgeleitet wurden, so brauchen die Resultate, welche sie für eine Prognose liefern, nicht nothwendig mit denen der Monatstabellen überein zu stimmen. — Eine Anwendung dieser Tabellen auf die Vorausbestimmung des Wetters soll am Schlusse dieses Aufsatzes gegeben werden.

Gehen wir nun zur Betrachtung der nichtperiodischen Aenderungen der meteorologischen Factoren von Tag zu Tag, so haben wir die Tage nach ihrem Character zu ordnen. Wir müssen die Anzahl der Tage gleichen Characters, welche ohne Unterbrechung einander gefolgt sind, und die Häufigkeit gleich langer Perioden gleichen Charakters bestimmen. So sind die Tabb. 5, 6, 24, 25, 30, 31, 32 enstanden, deren weitere Verwerthung in folgender Weise geschah. Durch Division der Anzahl der Gruppen von Tagen gleicher Abweichung eines gegebenen Zeitraumes durch die Gesammtanzahl der Tage jener Gruppen wurde die mittlere Länge der Perioden gleichen Charakters erhalten; der reciproke Werth dieser Größen ist das, was wir die beobachtete Veränderlichkeit in der Zeitfolge oder kurz die Veränderlichkeit des betreffenden Witterungscharacters nennen. Diese beobachtete Veränderlichkeit muß nun verglichen werden mit derjenigen, welche die Wahrscheinlichkeitsrechnung unter der Voraussetzung liefert, daß in der Aufeinanderfolge der Tage verschiedener Beschaffenheit allein der Zufall walte, wenn man zu einem Maaße für die Stärke der Erhaltungstendenz der Witterung gelangen will. Nehmen wir an, es sei uns ein Zeitraum an S Tagen gegeben, unter denen nur zwei verschiedene Arten A und B (Tage mit und ohne Niederschlag, zu warme und zu kalte Tage u. s. f.), zu unterscheiden sind; ist dann αS die Anzahl der A und also $(1-\alpha)S$ die Anzahl der B, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß auf ein A ein B folgt $1-\alpha$, und die, daß auf ein B ein A folgt, gleich α. Diese Werthe sind die theoretischen Veränderlichkeiten der A und der B, welche für die Herrschaft des reinen Zufall in der Aufeinderfolge der A und B gelten. — Daß nun thatsächlich eine Tendenz zur Erhaltung der Wetterlage besteht, zeigt sich darin, daß überall die beobachtete Veränderlichkeit kleiner ist als die berechnete. Die Differenz beider würde ein Maaß für die Größe der Erhaltungstendenz sein, falls die berechnete oder die beobachtete Veränderlichkeit während des ganzen Jahres dieselbe wäre, das ist aber nicht der Fall; denn wenn auch die untere

Grenze beider Null ist, so schwankt doch die obere. Köppen hat daher als Maaß dieser Tendenz (l. c.) vorgeschlagen (und diesem Vorschlag wollen wir uns hier anschließen) die genannte Differenz dividirt durch die größt mögliche Veränderlichkeit, und diese Größe bezeichnet Köppen als den Index der Tendenz der Erhaltung der Wetterlage. Bezeichnen wir also die Veränderlichkeiten durch V, so ist der Index die Erhaltung, wie er sich in den Tabellen findet, berechnet als $\frac{V_{ber.} - V_{beob.}}{V_{ber.}}$.

Aus denselben Tabellen ist ferner berechnet worden die Veränderlichkeit des Wetters in ihrer Abhängigkeit von der Länge der voraufgehenden Periode gleichen Charakters. Ist nämlich P_n die Anzahl der Perioden von n gleich beschaffenen Tagen und P'_n die Anzahl der Perioden von mehr als n gleichen Tagen, so ist $\frac{P_n}{P_n + P'_n}$ die Wahrscheinlichkeit, daß nach Verlauf einer Periode von n Tagen gleicher Anomalie ein Zeichenwechsel der Abweichung eintritt. Diese Wahrscheinlichkeiten finden sich in den Tabb. 7, 26, 27, 33, 34, 35. Sie bestätigen durchweg die Erfahrung, daß, entgegen der landläufigen Ansicht, die Wahrscheinlichkeit eines Wetterwechsels mit der Länge der voraufgehenden Periode abnimmt; offenbar wieder ein Ausfluß der Erhaltungstendenz der Wetterlage.

Hiernach gehen wir an die Betrachtung der Veränderlichkeit der einzelnen Witterungsfactoren.

Die Temperaturverhältnisse. Die Temperaturabweichungen der einzelnen Monate sind in Tab. 1 gegeben; in der darauf folgenden Tab. 2 sind die Wahrscheinlichkeiten einer Aenderung der Temperaturanomalie der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate zusammengestellt. Aus dieser erkennt man für den größten Theil des Jahres ein Streben nach Erhaltung des Sinnes der Abweichung eines Monats für den nächstfolgenden, diese Tendenz ist am schärfsten im Winter ausgeprägt; im Sommer sind die Schlüsse von einem Monat auf den folgenden ziemlich unsicher. Diese Periode verschiebt sich für die später folgenden Monate etwas, so daß die größte Zuverlässigkeit der Prognosen auf den Herbst fällt. Ferner tritt eine Tendenz zur Wiederkehr gleichartiger Wärmeverhältnisse nach Ablauf eines Jahres im Sommer (mit Ausschluß des August) und Herbst deutlich hervor; die entgegengesetzte Neigung scheint während der Frühlingsmonate zu bestehen. Dieses Resultat wird für den Sommer durch die Berechnungen bestätigt, welche Köppen (l. c. p. 233) an den 138jährigen Berliner Beobachtungen ausgeführt hat. Für den Frühling zeigen die

Berliner Beobachtungen aber keine ausgesprochene Neigung zum Wetterwechsel nach Jahresfrist. Die Bestätigung unseres Ergebnisses bleibt daher abzuwarten.

Die Relativzahlen für die Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für die Bestimmung der muthmaaßlichen Anomalie der folgenden Monate zeigen, daß wenn es sich um die Prognose auf die nächsten 1—3 Monate handelt, die auf die Wintermonate fundirten Voraussagungen das größte Vertrauen verdienen; dagegen stehen diese Monate allen andern nach bei der Bestimmung der vermuthlichen Abweichung der viert- bis sechstfolgenden Monate. Für die nachfolgenden siebten bis neunten Monate werden die zuverlässigsten Prognosen aus den Herbstmonaten abgeleitet. Ganz allgemein sind, wenn man von den nächstfolgenden Monaten absieht, die auf die Anomalien der Frühlingsmonate basirten Prognosen die vertrauenswürdigsten. — Nach der kleinen Tabelle, welche den Zusammenhang der Jahreszeiten darstellt, ist der Winter für die Prognosenstellung am meisten geeignet.

Wegen der hervorragenden Bedeutung, welche die Temperaturverhältnisse unter den meteorologischen Elementen einnehmen, habe ich die Wahrscheinlichkeit für eine Aenderung der Anomalie auch noch für kürzere Zeiträume, nämlich für die auf die Ausgangspentade folgenden ersten sechs Pentaden berechnet, Tab. 3. Daraus ergiebt sich, daß die Wahrscheinlichkeit einer Aenderung durchschnittlich im Winter kleiner ist als in den übrigen Jahreszeiten, sie erreicht im Winter nur ausnahmsweise den Werth 0.5, was sonst eben nicht selten ist. Darnach wäre die Stabilität unserer Temperaturverhältnisse im Winter größer als sonst im Jahre.

Wir haben bislang einen gegebenen Jahresabschnitt als zu warm oder zu kalt angesehen, je nachdem die Temperaturanomalie der ganzen Periode positiv oder negativ war. Es ist nicht zu verkennen, daß dieses sein Mißliches hat, wenn der betrachtete Zeitraum einigermaaßen lang ist, wenn er sich wie bei den Jahreszeiten über drei Monate erstreckt; denn es kann hier leicht kommen, daß beispielsweise eine lange Kälteperiode durch wenige abnorm warme Tage ausgeglichen oder vielleicht gar übercompensirt wird, und wir könnten so leicht eine Jahreszeit als zu warm zu bezeichnen gezwungen sein, welche noch in aller Erinnerung als äußerst kalt fortlebt. Sich so mehr dem Gefühl und dem allgemeinen Eindruck einer Jahreszeit anschließend, hat daher Hellmann[1]) die Definition kalter und warmer Zeiten folgendermaaßen gegeben. Ein »warmer Sommer« ist der, in

1) G. Hellmann: Zeitschrift d. K. preuss. stat. Bureaus 1884 p. 232. Sitzungsberichte d. K. preuss. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1885 p. 205.

welchem die Mitteltemperaturen von mindestens dreien der vier Monate Jun.—Sept. über der Normalen liegen. »Kalt« ist ein Sommer zu nennen, wenn in ihm die Abweichungssumme der Monate Jun.—Aug. kleiner als Null ist. Bei einem »milden Winter« sollen die Mitteltemperaturen von Dec. und Jan. über der Normalen liegen, und endlich soll ein Winter als »kalt« bezeichnet werden, wenn von den vier Monaten Nov.—Febr. mindestens zwei negative Anomalie haben, und außerdem die Summe der Abweichungen aller vier Monate kleiner als Null ist.

Nach diesen Bestimmungen haben wir in den verflossenen 25 Jahren folgende excessive Jahreszeiten gehabt:

Warme Sommer: 1857, 58, 59, 61, 68, 73, 75, 76; zusammen 8.

Kalte Sommer: 1860, 62, 63, 64, 66, 67, 69, 70, 71, 72, 74, 78, 79, 80; zusammen 14.

Milde Winter: $18^{58}/_{59}$, $^{62}/_{63}$, $^{65}/_{66}$, $^{66}/_{67}$, $^{68}/_{69}$, $^{72}/_{73}$, $^{73}/_{74}$, $^{76}/_{77}$, $^{77}/_{78}$; zusammen 9.

Kalte Winter: $18^{56}/_{57}$, $^{57}/_{58}$, $^{60}/_{61}$, $^{63}/_{64}$, $^{69}/_{70}$, $^{70}/_{71}$, $^{71}/_{72}$, $^{74}/_{75}$, $^{75}/_{76}$ $^{78}/_{79}$, $^{79}/_{80}$, $^{80}/_{81}$; zusammen 12.

Diese Uebersicht läßt zunächst erkennen, daß außergewöhnlich warme oder kalte Jahreszeiten selten vereinzelt auftreten, sie sind fast immer gruppenweise zu zwei bis vier aufeinander folgend eingetreten. Bei den milden Wintern haben diese Gruppen nie mehr als zwei umfaßt, das scheint eine Eigenthümlichkeit zu sein, die den Wintern nach der hier gegebenen Definition zukommt. Betrachtet man nämlich die Tabelle, in welcher Hellmann die 38 milden Winter Berlins seit 1720 zusammengestellt hat, so stehen diese Winter einzeln, es finden sich sechs Gruppen zu zweien und nur eine zu drei aufeinander folgenden milden Wintern, größere Gruppen kommen nicht vor. — Wir wollen unsere außergewöhnlich warmen oder kalten Jahreszeiten mit denen Berlins vergleichen. Nach unserer Zusammenstellung haben wir in demselben Zeitraum zwei warme Sommer (72, 74) weniger, dagegen fünf warme Winter ($^{58}/_{59}$, $^{62}/_{63}$, $^{66}/_{67}$, $^{68}/_{69}$, $^{76}/_{77}$) mehr gehabt; die kalten Winter sind der Zahl nach gleich, nur ist in Berlin $^{64}/_{65}$ zu kalt gewesen, bei uns dagegen $^{78}/_{79}$. Darnach dürfte das Göttinger Klima etwas weniger extrem sein als das von Berlin. Darin, daß kalte Sommer und strenge Winter bei uns häufiger sind als warme Sommer und milde Winter, stimmen die Beobachtungen beider Orte überein.

Versuchen wir nun an die Aufeinanderfolge der excessiven Jahreszeiten einige Schlüsse zu knüpfen. Von den fünf Monaten Oct.—Febr. waren auf einen warmen Sommer folgend

1	mal	1	Monat	zu	warm,
1	»	2	Monate	»	»
2	»	3	»	»	»
4	»	4	»	»	»

Wahrscheinlich werden also von den auf einen warmen Sommer folgenden fünf Monaten 3.1 zu warm sein (Hellmann findet für Berlin 2.82). Nach einem warmen Sommer haben wir also einen warmen Herbst und Winter zu erwarten. Daß auf einen sehr warmen Sommer ein kalter Winter folge, ist aus unserem Materiale, wohl wegen der Dürftigkeit desselben, nicht zu ersehen.

Die Zahl der kalten Sommer ist erheblich größer, wir haben im Durchschnitt alle zwei Jahre einen kalten Sommer. Von den fünf auf einen solchen folgenden Monaten waren

1	mal	alle	zu	warm		($18^{62}/_{63}$),
2	»	1	Monat	zu	kalt,	
1	»	2	Monate	»	»	
5	»	3	»	»	»	
4	»	4	»	»	»	
1	»	alle	»	»	»	($18^{79}/_{80}$).

Es fallen demnach wahrscheinlich von den einem kalten Sommer folgenden fünf Monaten 2.9 zu kalt aus, und zwar sind auf die kältesten Sommer auch die strengsten Winter gefolgt. Ordnen wir nämlich die Jahre, in denen die Abweichungssumme Jun.—Aug. größer als -2^0 war, nach der Größe dieser Abweichung so erhalten wir

1864	mit	4	zu	kalten	Monaten	im	Gefolge,
69	»	4	»	»	»	»	»
60	»	4	»	»	»	»	»
71	»	3	»	»	»	»	»
79	»	5	»	»	»	»	»

Auf eine Abweichungssumme Jun.—Aug. größer als -2^0 folgen in Göttingen also unter fünf Monaten vier mit negativer Anomalie; liegt die Abweichungssumme zwischen 0^0 und -2^0, so sind von den nachfolgenden Herbst- und Wintermonaten nur 2.2 zu kalt. In diesem Resultate haben wir eine Stütze der Hypothese von Karsten[1]) zu

1) G. Karsten: Schriften des naturwissenschaftl. Vereins für Schleswig-Holstein. Bd. V, 1884, p. 86.

Es ist von Interesse mit diesen Result
gleichen, welche Köppen für Brüssel aus
tungen abgeleitet hat. Die mittlere Period
5.16 und die mittlere Wahrscheinlichkeit
Anomalie 0.194; trotz der maritimen La
diese Zahlen so gut wie vollkommen mi
Vergleichen wir nun aber die Wahrscheinlic
der Abweichung nach Ablauf gleich langer
einander, so finden wir, daß nach Ablauf k
scheinlichkeit eines Wechsels in Brüssel grö
daß nach Ablauf längerer Perioden dagegen
Diese Wahrscheinlichkeiten sind nämlich

nach Ablauf von	1	2	3	4	5
Brüssel	0.251	.242	.216	.206	.165
Göttingen	0.231	.232	.209	.180	.207

nach Ablauf von	10—14	15—19	20—24
Brüssel	0.139	.128	.136
Göttingen	0.148	.184	.170

Es wäre von Wichtigkeit zu untersuc
nur für den Jahresdurchschnitt, oder
Monate besteht, und wie sich dasselbe be
den Continent ändert. Leider fehlt hier
ständig.

Auch die Sommer-, Eis-, Frost- und
aus den Journalen ausgezählt und nach de
ununterbrochener Reihe einander folgten,
sammengestellt. Da Extremthermometer e
obachtet wurden, so sind die für die Einthe
denden Temperaturen aus den Terminbeob
entnommen.

Sommertage folgen nur selten in größe
in dem ganzen 25jährigen Zeitraume sind i
mehr als 10 Sommertage beobachtet. Di
derselben beträgt für die drei Sommermona
mittlere Länge der Perioden von Tagen,
25° nicht erreicht, für denselben Zeitraum
Mittlere Periodenlänge und Index sind am größ
im Juli. Die Wahrscheinlichkeiten eines Her
maximums unter 25° nach Verlauf einer
Sommertagen (Tab. 12) zeigen auffallend g
im Juni und August von 4, im Juli von

welche sich überhaupt finden. Da dieses allen drei Monaten gemeinsam ist, so dürfen wir es kaum dem Zufall zuschreiben, es scheint als ob die physikalische Beschaffenheit der Atmosphäre, welche das Auftreten eines Sommertages veranlaßt, nach Ablauf weniger Tage einer Veränderung zuneigt, daß diese Neigung aber, wenn ihr nicht Statt gegeben wird, bald wieder verschwindet. Uebrigens findet sich bei den Bewölkungs- und Niederschlagsverhältnissen nichts Analoges, das etwa zu einer Erklärung dieser Erscheinung herangezogen werden könnte.

Die Gesammtzahl der Eistage in den drei Wintermonaten ist nur um $^1/_4$ größer als die der Sommertage, aber sie treten zu erheblich längeren Gruppen vereinigt auf, kurze Perioden sind relativ selten. Die mittlere Periodenlänge liegt zwischen 3.9 im Febr. und 5.0 im Jan.; der Index der Erhaltungstendenz ist im Dec. am kleinsten, im Jan. erreicht er seinen Maximalwerth. Die Wahrscheinlichkeit des Ansteigens der Maximaltemperatur über 0° nach Ablauf einer Periode von *n* Eistagen (Tab. 13) nimmt im Allgemeinen mit der Länge der nachfolgenden Periode erst ab, später wieder zu.

In die Uebersicht über die Häufigkeit der Gruppen von Frost- und frostfreien Tagen (Tabb. 10 und 11) habe ich die den Winter einschließenden Monate Nov. und März mit hineingezogen. Dabei habe ich angenommen, daß immer der letzte October und der erste April ein Frosttag sei, falls der erste Nov. und der letzte März frostfrei waren, da sonst im Nov. und März Bruchtheile außergewöhnlich langer frostfreier Perioden aufgetreten wären, welche für den Character unseres Winters nichts besagen. Der so begangene Fehler ist jedenfalls ohne Belang. Obwohl die Gesammtzahl der Frosttage nahe gleich der der frostfreien ist, so ist doch die Vertheilung derselben über die verschiedenen Gruppen so verschieden, daß eine Superposition beider Tabellen ausgeschlossen ist. Die mittlere Länge der Grnppen frostfreier Tage ist größer als die der Frosttage, sie erreicht ihren größten Werth im Nov., den kleinsten im Febr.; die der Frosttage ist dagegen am größten im Jan., am kleinsten im Vor- und Nachwinter. Der Index verfolgt bei beiden denselben Weg: der Maximalwerth liegt im Jan., der Minimalwerth im März und Nov. Die Tabellen 14 und 15, welche die Wahrscheinlichkeiten des Herabsinkens der Minimaltemperatur unter 0° und des Ansteigens derselben über 0° enthalten, zeigen für den Uebergang von wärmeren zu Frostperioden kleinere Werthe als für die entgegengesetzte Aenderung, namentlich im Vor- und Nachwinter. Im Allgemeinen nimmt wieder die Wahrscheinlichkeit mit der Länge der voraufgehenden Periode ab, nur beim Uebergang von Frostwetter zu mildem Wetter zeigen Febr.

und März, vielleicht auch Jan., dieselbe Erscheinung, die wir bei den Sommertagen gefunden haben, indem hier die Wahrscheinlichkeit einer Aenderung des Wetters nach Ablauf von fünf bis sieben Frosttagen relativ hohe Werthe erreicht.

Zur Vervollständigung unserer Witterungsgeschichte mögen hier noch kurz die außergewöhnlich langen Perioden gleichen Characters Platz finden.

Die größte Anzahl der einander folgenden Sommertage
betrug 1858, Juni 1—9,
65, Juli 14—23, } je 10 Tage.
76, Aug. 12—21,

Die größte Anzahl der einander folgenden Eistage
betrug 1860, Dec. 27—61, Jan. 20, 25 Tage,
64, Jan. 1—19, 20 »
74, Dec. 15—75, Jan. 2, 19 »

Die längsten Frostperioden waren
1870, Jan. 17—Febr. 25, 40 Tage,
60, Dec. 14—61, Jan. 21, 39 »
79, Nov. 25—Dec. 29, 35 »

Die längsten frostfreien Perioden waren
1868, Dec. 11—69, Jan. 10, 30 Tage,
68, Febr. 20—März 19, 29 »
59, » 10— » 8, 27 »

Fast immer traten in einem Monate mehrere Frost- und mehrere frostfreie Perioden auf; ich führe hier noch die Monate an, in denen andauernder Frost nur ein einziges Mal durch eine wärmere Periode, und diejenigen, in denen die anhaltend über Null Grad gelegene Minimaltemperatur nur durch eine einzige Frostperiode unterbrochen wurde. Die eingeklammerten Zahlen geben die Länge der unterbrechenden Periode in Tagen.

Unterbrechung der Frosttage durch einen einzigen frostfreien Zeitabschnitt:

November: — —
December: 1864 (5), 1870 (7).
Januar: 1871 (3).
Februar: 1861 (7), 1870 (1).
März: — —

Der kalte Kriegswinter 70/71 tritt hier im Dec. Jan. auf, im Febr. desselben Jahres wurde der Frost fünfmal unterbrochen: dreimal durch je einen, zweimal durch je fünf Tage. Von 1870 Nov. 29 bis 1871 März 3 finden sich nur 23 frostfreie Tage.

Einmalige Unterbrechungen frostfreien Wetters im Monat fanden sich

November: 1865 (2), 1877 (1).
December: — —
Januar: 1863 (4), 1869, (18).
Februar: — —
März: 1861 (3).

Wir haben bislang die Bezeichnung »Veränderlichkeit der Temperatur« immer in dem Sinne der Veränderlichkeit in der Zeitfolge der Temperaturanomalie, als die Wahrscheinlichkeit eines Zeichenwechsels der Abweichung gebraucht. Das aber ist nicht die einzige Bedeutung, welche man in der Meteorologie dem Worte Veränderlichkeit beilegt. Die Dove'sche Bezeichnung »mittlere Veränderlichkeit« für mittlere Abweichung vom Mittel kommt mehr und mehr außer Gebrauch. Hann hat an ihrer Stelle die mittlere Größe der Veränderung von einem Tag zum andern als Maaß der Veränderlichkeit eingeführt. Die Größe dieser interdiurnen Temperaturänderung (cf. Sprung, Lehrb. d. Met. Hamburg 1885 p. 874) habe ich ebenfalls für Göttingen berechnet und gebe die monatlichen Mittel derselben in Tab. 16. Der jährliche Mittelwerth derselben beträgt 1.83°, ist also nahe derselbe wie der für Leipzig und Stuttgart. Der Maximalwerth der interdiurnen Temperaturänderung findet sich im Dec. und Jan., das Minimum im Aug. und Sept., in der Zwischenzeit findet sich noch ein secundäres Maximum im Mai. Vergleicht man die interdiurne Aenderung mit der mittleren Abweichung vom Mittel, so findet man letztere im Winter größer, sonst immer kleiner als erstere. Hier die Werthe:

Werthe:	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli
Mittlere Abweichung	2.5	2.3	1.6	1.2	1.7	1.1	1.2
Interd. Aenderung	2.0	1.9	1.8	1.9	1.9	1.9	1.8

	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
Mittlere Abweichung	1.1	1.0	1.3	1.5	2.4
Interd. Aenderung	1.6	1.6	1.6	1.8	2.2

Andere Orte, z. B. Petersburg zeigen andere Beziehungen.

Auch die größten Werthe der interdiurnen Temperaturänderung, sowohl die mittleren als die absoluten, finden sich im Winter. In dem ganzen Zeitraum ist eine Aenderung von einem Tag zum andern von mehr als 13.2° nie beobachtet worden. — Die mittlere Temperaturänderung von Monat zu Monat erreicht ihren größten Werth während des Anstieges und des Abfalls der Temperatur im Frühling und Herbst, dazwischen liegen die beiden Minima, von denen das des Sommers die kleineren Werthe aufweist. — Ein etwas schärferes Bild der Veränderlichkeit der Temperatur in diesem Sinne liefert

Tab. 17, welche angiebt, wie oft innerhalb der einzelnen Monate eine interdiurne Temperaturänderung beobachtet wurde, welche liegt zwischen 0° und 2°, zwischen 2° und 4° u. s. f. Ueberall herrschen die kleinen Aenderungen in hohem Maaße vor. Die Grenzen, zwischen denen die Temperaturänderung von Tag zu Tag schwankt, sind am engsten im Herbst; im September ist eine Aenderung von mehr als 6° nur ein einziges Mal beobachtet worden, dieselbe kommt im Aug. alle fünf Jahre einmal, im Dec. und Jan. dagegen fast jedes Jahr vor; Aenderungen von mehr als 10° sind im Ganzen nur 15 mal beobachtet werden.

Die Niederschlagsverhältnisse. Es mag mir zunächst gestattet sein, meine früheren Angaben über die Niederschlagsverhältnisse in Göttingen etwas zu verbessern und zu vervollständigen. Damals wurden als Tage mit Niederschlag alle gezählt, an denen überhaupt Regen, Schnee oder Graupeln resp. Hagel, wenn auch in unmeßbarer Form beobachtet waren. Nach internationalem Uebereinkommen sollen als Regentage aber nur solche gezählt werden, an denen die Höhe der gefallenen Niederschläge mehr als 0.2^{mm} beträgt. Nach dieser Bestimmung haben wir in Göttingen im Durchschnitt 156 (nicht 171) Niederschlagstage im Jahr, sie vertheilen sich wie folgt.

	Jan.	Febr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli
Anzahl d. Tage m. Niederschlag.	13	13	14	11	12	13	14

	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
Anzahl d. Tage m. Niederschlag.	14	11	13	14	14.

Ferner habe ich in meiner früheren Arbeit durch ein Versehen die mittlere Höhe der gefallenen Niederschläge im Jan. zu 29.7^{mm}, im Jahre zu 542.1^{mm} angegeben, während die richtigen Zahlen resp. 34.2 und 546.6 sind.

Die monatlichen Mittelwerthe gewähren noch kein genügend scharfes Bild der Verhältnisse; sie mögen ausreichen, wenn es sich um die durchschnittlichen Verhältnisse eines ausgedehnten Gebietes handelt, für die Charakteristik der Witterung eines einzelnen Ortes aber genügen sie nicht. Ich habe daher sowohl die mittlere Niederschlagshöhe als auch die mittlere Anzahl der Regentage für die Pentaden berechnet und in Tab. 18 zusammengestellt. Als dritte Größe geht in diese Tabelle die Regendichtigkeit pro Tag ein, d. i. die auf den einzelnen Regentag im Durchschnitt entfallende Niederschlagshöhe. Die Curve, welche den jährlichen Gang der Niederschlagshöhe nach Pentaden darstellt, ist sehr zackig, aber das scheint in der Natur der Sache begründet, und wenn sich durch längere Beobachtungen auch vielleicht noch manches in denselben vereinfachen wird, so wird sie doch stets mit einer großen Anzahl von Sprüngen behaftet bleiben. Vergleicht man diese Curve nämlich mit derjenigen, welche

Karsten (l. c.) für Kiel (25 Jahre), Altona (24 Jahre) und Sylt (13 Jahre) gegeben hat, so erkennt man, daß namentlich zwischen den Curven von Göttingen, Kiel und Altona eine sehr große Aehnlichkeit besteht, was um so mehr überrascht, als die Jahre, aus denen sie abgeleitet wurden, nicht dieselben sind. Am wenigsten stimmt die Curve von Sylt zu den übrigen, was wohl mehr an der Lage des Ortes als an der geringeren Anzahl der Beobachtungsjahre liegt. Wesentliche Abweichungen finden sich nur im Aug. und Sept. Allen gemeinsam ist eine ausgeprägte Trockenperiode im April bis Mitte Mai; dann nimmt die Regenmenge zu und erreicht Mitte Juni bis Anfang Juli (Pent. 33—37) ein erstes Maximum. Ein zweites Maximum fällt bei uns auf Anfang August, in Holstein auf Mitte desselben Monats; dann fällt unsere Curve steil ab, für Holstein dauert die Regenzeit noch etwas an. — Die Regendichtigkeitscurve hat einen etwas glatteren Verlauf, im Uebrigen ist sie der der Niederschlagshöhe ziemlich parallel, nur hin und wieder finden sich Abweichungen zwischen beiden, z. B. Mai 6—10 und Ende Juni.

Karsten hat jene Tabelle benutzt, um zu entscheiden, ob die z. Z. üblichen mittleren Erndtetermine in einer günstigen Zeit liegen, oder ob sie und damit auch die Aussaat, wenigstens des Sommerkorns, passend um kleine Zeiträume verschoben werden sollten. Dabei hat sich gezeigt, daß die derzeitigen Erndtetermine in Holstein möglichst günstig liegen. Für unser Gebiet ist das weniger der Fall. Nach gütiger Mittheilung des Herrn Dr. Edler beginnt bei uns im Durchschnitt die Erndte

von Heu am 25. Juni, von Roggen am 20 Juli, von Weizen am Anfang und von Hafer in der Mitte des Aug.

Darnach beginnt die Heuerndte in einer Zeit anwachsender Regenmenge von verhältnismäßig geringer Dichte, also während sog. Landregen herrscht. Dasselbe zeigt Tab. 19, welche die Wahrscheinlichkeit dafür giebt, daß es in einer Pentade an 0, 1, 2, ..5 Tagen regnet, auf das deutlichste. Wenn daher nicht andere Umstände hindernd sind, so dürfte es sich empfehlen, die Heumaat 10—14 Tage früher zu beginnen; denn alsdann sind zwar heftige aber nur vereinzelte Regengüsse zu erwarten, dazu kommt, daß die Lufttemperatur in der Pentade Juni 20—24 einen relativ hohen Grad erreicht. — Ganz ähnlich steht es um die Roggenerndte. Mit Juli 20—24 beginnt bei uns eine Periode starker und anhaltender Regen, sowie die Zeit des Temperaturrückgangs, während wir in der voraufgehenden Pentade geringe Niederschläge und das Temperaturmaximum haben. — Die Weizen- und Hafererndte fällt in eine sehr günstige Zeit.

Aus der Tab. 19 entnehmen wir ferner, daß die Wahrscheinlichkeit

von Niederschlag an 4 oder 5 Tagen pro Pentade namentlich groß ist im Febr. und Anfang März, ferner von März 27—April 5, Ende April, Ende Juni und Anfang Juli, während der letzten Aug.- und der beiden ersten Pentaden des Sept., endlich von Ende Oct. bis Dec. eingeschlossen. Die Wahrscheinlichkeit, daß es in einer Pentade überhaupt nicht zu Niederschlägen kommt, ist im Februar namentlich aber im April und Ende Sept. bis Anfang Oct. relativ groß. Im Februar haben wir also entweder große Trockenheit oder Regen an zahlreichen Tagen; ein bis zwei Regentage pro Pentade sind selten. Im April ist dagegen die Wahrscheinlichkeit dafür am größten, daß es an ein bis zwei Tagen regnet.

In den Tabb. 20 und 21 finden sich die Abweichungen der einzelnen Monate betreffs der Regenhöhe und der Anzahl der Tage mit Niederschlag, aus ihnen sind die Tabb. 23 und 24 abgeleitet, welche die Wahrscheinlichkeitswerthe für eine Aenderung der Abweichung jener Größen in den nachfolgenden Monaten enthalten. Dabei wurden diejenigen Monate, welche vom Normalwerth um nicht mehr als die Größe des wahrscheinlichen Fehlers bei der Niederschlagshöhe, um nicht mehr als einen Tag bei den Regentagen abwichen, als normal betrachtet. Jeder Fall, wo auf einen normalen Monat einer mit einer Abweichung folgte, wurde als ein halber Wechsel angesehen. Die Betrachtung der Tab. 22 lehrt, daß im Frühjahr (Febr.—Mai) eine starke Neigung zur Erhaltung der Anomalie der Regenhöhe für den nächstfolgenden Monat besteht, so daß, wenn der Februar zu viel Niederschlag brachte, wir drei gegen zwei wetten können, daß auch der März zu naß sein wird. Dagegen pflegt im Sommer der nächstfolgende Monat in entgegengesetztem Sinne von dem voraufgehenden abzuweichen. Dieselben Verhältnisse bleiben, abgesehen vom März als Ausgangsmonat, auch noch für die folgenden beiden Monate bestehen und dabei schließen sich die Wintermonate eng an das Frühjahr an. Für die viert- und später folgenden Monate bestehen ähnliche allgemeinere Relationen nicht. Ein Streben nach Wiederkehr derselben Verhältnisse nach Ablauf eines Jahres tritt nur bei einzelnen Monaten (Juni, Aug., Sept.) scharf hervor. — Beurtheilen wir die Verwendbarkeit der bekannten Abweichung eines Monats zur Prognose für die nachfolgenden Zeiten wie oben bei den Temperaturverhältnissen, so zeigen sich hier bei den Relativzahlen ganz eigenthümliche Erscheinungen. Die Wintermonate, in erster Linie Dec. und Jan., sind für Prognosen auf die nachfolgenden neun Monate ziemlich gleich brauchbar; für spätere Zeiten gestatten sie keine so zuverlässige Vorausbestimmung der Anomalie. Im Frühling nimmt die Verwendbarkeit durchweg ab mit dem Abstande vom Ausgangsmonat, ebenso

im Herbst bis zum neunten Monat; genau den entgegengesetzten Weg verfolgt die Verwendbarkeit der Sommermonate, hier verdienen die für die nächstfolgenden Monate gestellten Prognosen das geringste Vertrauen, die für die folgenden Winter- und Frühlingsmonate sind die zuverläßigsten. — Nach der Tabelle für die Wahrscheinlichkeiten der Aenderung der Abweichung für die auf einander folgenden Jahreszeiten schließt man am sichersten auf die Anomalie des

kommenden Winters aus der des voraufgehenden Frühlings,
» Frühlings » » » » Sommers oder Herbstes,
» Sommers » » » » Herbstes,
» Herbstes » » » » Herbstes.

Die Werthe für die Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Abweichung in der Zahl der Regentage, Tab. 23, zeigen einen wenig regelmäßigen Verlauf. Nur soviel scheint aus ihnen hervorzugehen, daß die Wahrscheinlichkeit der Erhaltung derselben Abweichung durch die nachfolgenden Monate im Winter größer ist als zu andern Zeiten des Jahres. Außerdem herrscht von Aug. bis März eine große Neigung zur Wiederkehr derselben Abweichung nach Verlauf von 10—11 Monaten. In Uebereinstimmung hiermit zeigt die kleine Fußtabelle, daß die Abweichungen des Winters für die Vorausbestimmung zukünftiger Anomalien geeigneter sind, als die jeder anderen Jahreszeit.

Die Tabb. 24 und 25, in denen die Anzahl der Perioden von einander folgenden Tage mit und ohne Niederschlag zusammengestellt sind, lassen die Nothwendigkeit einer gesonderten Aufzählung und die Unzulässigkeit einer Vereinigung beider durch Addition zum Zweck einer Ausgleichung zufälliger Störungen deutlich erkennen. Man vergleiche nur die Vertheilung der Trocken- und Regenperioden im Jan. oder Febr., man wird kaum behaupten können, daß die Anordnung der Gruppen von Tagen mit und ohne Niederschlag von denselben Gesetzen beherrscht werde. Selbst wenn man die Perioden durch das ganze Jahr hindurch zählt, ist eine Superposition beider Reihen für Göttingen nicht zulässig; denn durchweg sind kurze Regenperioden (bis zu 3 Tagen) häufiger als gleichlange Perioden ohne Niederschlag, und für längere Perioden kehrt sich die Sachlage um. Ein solches Gesetz besteht für Brüssel nicht, und deshalb durfte Köppen in diesem Falle die Gruppen der Regentage mit den gleich langen der trockenen zusammenfassen; es darf das aber durchaus nicht allgemein geschehen. Je nach der Lage des Ortes, dessen Verhältnisse man studiren will, wird eine Scheidung beider Arten von Tagen mehr oder weniger nothwendig sein; und es wäre von hohem Interesse zu erfahren, wie sich die hier in Betracht kommenden Verhältnisse in

den verschiedenen Gegenden eines ausgedehnten Gebietes ändern. — Von $18^{57}/_{81}$ ist in Göttingen keine einzige Regenperiode von mehr als 17 Tagen beobachtet worden, die längste war 1866, Nov. 13—29; die Anzahl der einander ohne Unterbrechung folgenden Tage ohne Niederschlag stieg dagegen bis auf 36 (1865, Sept 3—Oct. 8). Im Durchschnitt sind die Gruppen trockener Tage um $^1/_3$ länger als die der Regentage. Die mittlere Periodenlänge der trockenen Tage ist im April am größten, im November am kleinsten; die bez. Extreme für die Perioden der Tage mit Niederschlag fallen auf Febr. (2.9) und Jan., Mai, Sept. (2.1). Der Index der Tendenz der Erhaltung zeigt keine deutliche jährliche Periode, auffallend groß ist er im Febr., relativ groß ist er auch im April.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es nach Verlauf einer gegebenen Anzahl von Tagen mit Niederschlag aufhört zu regnen (Tab. 26) nimmt im Allgemeinen mit der Länge ab, doch treten in den einzelnen Monaten dabei mancherlei Unregelmäßigkeiten zu Tage. Der April fügt sich diesem Gesetze durchaus nicht. Dieses stimmt zu der Erfahrung, die wir oben bei der Betrachtung der Wahrscheinlichkeit von 0—5 Regentagen in einer Pentade machten, diese Wahrscheinlichkeit war im April für 1—2 Regentage am größten. Durch relativ geringe Stabilität zeichnen sich auch hier Sept. und Oct. aus. — So ziemlich dasselbe gilt von der Wahrscheinlichkeit des Regenbeginns nach Verlauf von Trockenperioden. Im Uebrigen ist die Wahrscheinlichkeit des Uebergangs von einer regenfreien zu einer Regenzeit bei gleicher Länge der voraufgehenden Gruppe von Tagen gleichen Characters stets kleiner als die Wahrscheinlichkeit des umgekehrten Wechsels. Bei uns ist also die Wetterlage während einer regenlosen Zeit weniger veränderlich als in einer Regenperiode. Diese Erscheinung wird vermuthlich in regenärmeren Gegenden noch mehr hervortreten.

Wir wollen Göttingen wieder mit Brüssel vergleichen. Köppen hat für Brüssel die Perioden der trockenen und der Regentage getrennt aufgeführt. Aus diesen beiden Reihen sind die folgenden Wahrscheinlichkeitswerthe berechnet.

Wahrscheinlichkeit für den Uebergang von Regen zu Trockenheit nach Verlauf von

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 Tagen
Brüssel	0.343	.309	.312	.247	.221	.219	.238	.330	.219	.246
Göttingen	0.454	.420	.378	.369	.369			.251		

	11—15 Tagen
Brüssel	0.271
Göttingen	0.330

Wahrscheinlichkeit für den Uebergang von Trockenheit zu Regen nach Verlauf von

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 Tagen
Brüssel	0.387	.329	.289	.267	.313	.279	.274	.260	.193	.109
Göttingen	0.404	.322	.295	.291	.244	.208	.217	.264	.219	.247

	11—15	16—20	21—25 Tagen
Brüssel	0.167	.202	.157
Göttingen	0.237	.115	.335

In Brüssel liegen hiernach, wenigstens bis zu einer Länge der Perioden von 7 Tagen, die Verhältnisse gerade umgekehrt wie in Göttingen, dort ist die Wahrscheinlickeit eines Ueberganges von einer Regenperiode zu einer Zeit ohne Niederschlag kleiner als für den umgekehrten Uebergang. Der Erhaltungsindex für Tage mit Niederschlag ist in Brüssel im Jahresmittel um 0.008 kleiner, in Göttingen um 0.003 größer als der Erhaltungsindex für regenlose Zeiten. Dieser Unterschied ist zwar nur gering, verdient aber doch vielleicht Beachtung. Jedenfalls zeigt sich auch hier die Nothwendigkeit ähnliche Berechnungen wie die hier vorliegenden für eine größere Anzahl von Orten durchzuführen.

Die Bewölkungsverhältnisse. Die Tab. 29, in der ich die Wahrscheinlichkeiten für eine Aenderung die Abweichung der mittleren Bewölkung des nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate gebe, ist aus der Abweichungstabelle 28 gerade so abgeleitet wie Tab. 2 aus 1. Die Wahrscheinlichkeitswerthe haben in den verschiedenen Monaten ziemlich verschiedenen Verlauf; gemeinsame Züge scheinen nicht vorhanden zu sein. Auch finden sich nur geringe Aehnlichkeiten mit den entsprechenden Tabellen für die Temperatur- und die Niederschlagsverhältnisse, nur wie in Tab. 23 sich vom Aug. bis März eine augenfällige Neigung zur Wiederholung derselben Anomalie in der Anzahl der Niederschlagstage nach Ablauf von 10—11 Monaten fand, so erscheint hier eine ähnliche Tendenz für die zehnt- und zwölftfolgenden Monate vom Sept. bis März. — Was die Verwendbarkeit der bekannten Anomalien für die Bestimmung der muthmaaßlichen Abweichung späterer Zeiten anlangt, so wird man von den Herbstmonaten aus die sichersten Prognosen ableiten für die nachfolgenden ersten bis dritten und siebten bis neunten Monate; von den Sommermonaten prognosticirt man am zuverlässigsten auf die viert- bis sechstfolgenden, vom Frühjahr endlich auf die zehnt- bis zwölftfolgenden Monate. Allgemein erscheinen für die Vorausbestimmung der künftigen Abweichungen in der Bewölkung die Herbst- und Frühjahrsmonate am geeignetsten. Beim Frühjahr nimmt daher

die Brauchbarkeit für die Prognose mit dem Abstande des Monats dessen muthmaßliche Abweichung bestimmt werden soll, vom Ausgangsmonate zu, also gerade umgekehrt wie die Verwendbarkeit der bekannten Abweichung in der Höhe des Niederschlags. Die kleine Tabelle über die gegenseitige Beeinflussung der Jahreszeiten liefert hinsichtlich der Verwendbarkeit etwas andere Resultate. Nach ihr ist der Sommer zu besagtem Zwecke am geeignetsten. Von der Anomalie des Winters kann mit einiger Sicherheit nur auf die Abweichung des kommenden Frühlings geschlossen werden; beide haben vermuthlich dieselbe Anomalie.

Nach der Größe der Bewölkung werden in neuerer Zeit die Tage eingetheilt in heitere (gesammte Himmelsbedeckung kleiner als $20^0/_0$), in mäßig bedeckte (Bewölkung $\geqq 20^0/_0$ und $\overline{\overline{<}} 80^0/_0$) und trübe Tage (Bewölkung größer als $80^0/_0$). Ich habe aus den Journalen (die Bewölkung der ersten drei Jahrgänge mußte erst in Zahlen umgeschrieben werden), alle heitern, mäßig bewölkten und trüben Tage ausgezählt und nach der Länge der Gruppen, in denen sie auftraten, in Tabb. 30, 31, 32 zusammengestellt. Heitere Tage finden sich fast nur zu kurzen Gruppen vereinigt, Gruppen von mehr als fünf einander ohne Unterbrechung folgenden heitern Tage gehören schon zu den Seltenheiten. Die mittlere Periodenlänge und der Index der Erhaltungstendenz sind im Jan. und Febr. am größten. Bei den mäßig bewölkten und bei den trüben Tagen zeigt sich in der Anzahl der Gruppen gleicher Länge eine deutliche jährliche Periode: Einzelne mäßig bewölkte Tage sind am häufigsten in der kalten, am seltensten in der wärmeren Hälfte des Jahres. Die Häufigkeit der Perioden von drei und mehr Tagen Länge nimmt dagegen vom Winter zum Sommer zu und dann wieder ab. Den Uebergang bilden die zweitägigen Gruppen. Genau der entgegengesetzte Verlauf tritt bei der Betrachtung der Häufigkeit gleich langer Perioden trüber Tage in die Erscheinung. Aehnlich verhält es sich mit der mittleren Periodenlänge; diese liegt bei den mäßig bewölkten Tagen von Nov. bis März zwischen 1.7 und 1.9, von April bis Oct. zwischen 2.3 und 2.6; bei den trüben Tagen schwanken diese Werthe von Nov. bis Febr. zwischen 3.3 und 3.8, und von März bis Oct. sind 2.0 und 2.8 die Grenzen. Die mittlere Periodenlänge der mäßig bewölkten Tage ist also in der wärmeren Jahreszeit größer als in der kälteren, die der trüben Tage dagegen in der kälteren größer als in der wärmeren. Im Jahresdurchschnitt nimmt die mittlere Länge der Perioden der Tage gleicher Bewölkung mit der Größe der Bewölkung zu. Der Index der Tendenz zur Erhaltung der herrschenden Bewölkungsverhältnisse ist für die mäßig bewölkten Tage am größten im Herbst,

dann folgen Sommer, Winter, Frühling, für die trüben Tage ist dieses die Reihenfolge: Winter, Sommer, Herbst, Frühling. Der April ist ausgezeichnet durch einen relativ großen Index für die Erhaltung mäßig bewölkter Tage; im October erreicht sowohl der Index für die mäßig bewölkten wie auch der für die trüben Tage hohe Werthe.

Die Wahrscheinlichkeiten einer Aenderung der Bewölkungsverhältnisse nach Ablauf gegebener Perioden gleichen Charakters zeigen keine besonderen Eigenthümlichkeiten; es bedürfen die Tabb. 33, 34, 35, welche diese Wahrscheinlichkeiten darstellen, keiner weiteren Erläuterung.

Man kann noch fragen nach der Häufigkeit der ganzen und halben Wechsel der Bewölkung, indem man unter einem ganzen Wechsel den Uebergang von einem heitern zu einem trüben Tage oder umgekehrt versteht und mit einem halben Wechsel den Uebergang von einem mäßig bewölkten Tage zu einem heitern oder einem trüben bezeichnet. Bei uns ist, wie wir gesehen haben, die Gesammtzahl der heitern Tage schon sehr gering, noch seltener sind ganze Wechsel, sie verschwinden fast gegen die halben; relativ häufig sind sie im Frühjahr und Herbst, im Sommer und Winter kommen sie nur ausnahmsweise vor.

Schluß. In Tab. 36 habe ich einige der Hauptresultate der vorliegenden Untersuchung übersichtlich zusammengestellt. Eine Beziehung zwischen den betreffenden Größen der verschiedenen Elemente läßt sich hieraus nicht erkennen. — Der wahrscheinliche Fehler, mit dem die Resultate fünfundzwanzigjähriger Beobachtungen noch behaftet sind, ist bei der Niederschlagshöhe noch ziemlich bedeutend; dagegen dürften die Mittelwerthe der Bewölkung durch eine Beobachtungsreihe wie die unsrige mit vollkommen ausreichender Genauigkeit bestimmt sein. — Was die mittlere Periodenlänge anbetrifft, so ist dieselbe für die Gruppen von Tagen gleicher Temperaturanomalie am größten, darauf folgen die Perioden der Tage ohne Niederschlag, die kürzesten sind die Gruppen der sich folgenden heitern Tage. — Der Index der Erhaltungstendenz ist besonders groß für die Temperaturabweichung und für die geringste Bewölkung, dagegen ist die Tendenz zur Erhaltung mäßiger Bewölkung sehr klein.

Wir wollen noch ein Urtheil zu gewinnen suchen über die Verwendbarkeit der bekannten Abweichungen aller Elemente zusammen für eine Prognose auf den allgemeinen Witterungscharacter der nächsten Zukunft, und die Zuverlässigkeit der Prognosen für die einzelnen Elemente mit einander vergleichen. Zu dem Ende gehen wir aus von den Relativzahlen der Verwendbarkeit der bekannten Monatsanomalien und fassen diese zu den meteorologischen Jahreszeiten zusammen, so erhalten wir

	Winter.	Frühling.	Sommer.	Herbst.	
Temperaturanomalie	293	325	247	299	1165
Niederschlagshöhe	307	281	240	223	1051
Tage m. Niederschlg.	339	210	268	231	1048
Bewölkung	268	292	260	309	1129
	1207	1108	1015	1062	

Hiernach sind die Winter- und Frühlingsmonate für eine Prognose für den Gesammtcharacter der Witterung die besten Fundamente, am wenigsten brauchbar erscheint der Sommer. In Betreff der Zuverlässigkeit der Prognosen für die einzelnen Elemente hat die Vorausbestimmung der Temperaturanomalie und die der Abweichung der Bewölkung die größten Chancen für ein Eintreffen, das beweisen die Zahlen in der letzten verticalen Colonne. Wären wir statt von den Monatstabellen von den Relativzahlen der kleinen Tabellen ausgegangen, welche den Zusammenhang der Jahreszeiten darstellen, so hätten wir etwas andere Resultate erhalten, die aber weniger Vertrauen erwecken; nach ihnen wäre z. B. die Prognose auf die Anomalie der Niederschlagshöhe am zuverlässigsten, was doch wohl nicht sehr wahrscheinlich ist.

Schließlich wollen wir noch die Benutzung der Tabb. 2, 22, 23, 29 an einem Beispiel illustriren. Wir wollen die Anomalien des Jahres 1885 als bekannt voraussetzen und von ihnen eine Prognose für den Winter $18^{85}/_{86}$ ableiten und mit der Erfahrung vergleichen. Die Abweichungen 1885 waren

		Dec. 84.	Jan. 85.	Febr.	März.	Apr.	Mai.
Temperatur		+ 1.6	— 2.9	+2.6	+0.7	+ 2.0	— 1.7
Niederschlg.	Höhe	+28.8	—18.9	—7.3	—2.3	—24.4	+10.7
	Tage	+ 4	— 8	—3	—3	— 3	+11
Bewölkung		+ 1.4	— 1.7	0.0	+0.3	— 0.6	+ 1.2
		Juni.	Juli.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.
Temperatur		+ 0.7	—0.7	— 2.4	—0.9	— 1.2	— 1.2
Niederschlg.	Höhe	+57.9	—5.8	—21.8	+2.4	+30.2	+18.7
	Tage	0	—4	0	+5	+ 9	— 3
Bewölkung		— 0.6	+0.8	+ 0.5	+0.8	+ 1.4	— 0.4

Die gewünschte Prognose für den Winter $18^{85}/_{86}$ (Dec.—Febr.) wollen wir zunächst ableiten aus den Anomalien der Jahreszeiten von 1885. Diese ergeben sich aus unserer Uebersicht wie folgt:

		Winter.	Frühling.	Sommer.	Herbst.
Temperatur		+	+	—	—
Niederschlag	Höhe	+	—	+	+
	Tage	—	+	—	+
Bewölkung		0	+	+	+

Tabelle 2 unten liefert nun als zu erwartende Temperaturanomalie des Winters auf Grund des voraufgehenden Winters +4, wenn wir durch das Vorzeichen das Zeichen der zu erwartenden Anomalie und durch die Zahl die Verwendbarkeit bezeichnen; der voraufgehende Frühling liefert 0, der Sommer —21 und der Herbst —12, wir bilden die arithmetische Summe dieser Größen und erhalten für die zu erwartende Temperaturabweichung des Winter 85/86 —29. Verfahren wir gerade so mit den übrigen Elementen, so erhalten wir unsere Prognose in der Form

Temperatur —29, Niederschlagshöhe —10, Tage m. Niederschlg. +5, Bewölkung +10,

Wir hätten hiernach einen strengen Winter mit häufigen aber schwachen Niederschlägen und starker Bewölkung zu erwarten. Thatsächlich stattgehabt haben folgende Abweichungen:

	1885 Dec.	86 Jan.	Febr.	Winter
Temperatur	— 0.4	—0.5	— 4.1	—
Niederschlagshöhe	—27.1	+1.0	—18.2	—
Tage m. Niederschlg.	— 4	—4	— 0	—
Bewölkung	+ 0.1	+0.8	+ 0.6	+

Unsere Prognose ist also eingetroffen, mit Ausnahme der Zahl der Tage mit Niederschlag, diese sollte über der Normalen liegen, thatsächlich war sie kleiner.

Etwas weniger günstig stellt sich das Verhältniß der Prognose zu der wirklich eingetroffenen Witterung, wenn wir, die muthmaaßlichen Anomalien für die drei Wintermonate einzeln bestimmen und dabei für die Prognose für Jan. die Beoachtungen des Dec., für Febr. die des Jan. und Dec. desselben Winters mitbenutzen. Wir erhalten dann folgende Werthe, von denen die mit * bezeichneten eingetroffen sind.

December: Temperatur +17, Niederschlagshöhe —30*, Tage mit Niederschlag —21*, Bewölkung +28*.

Januar: Temperatur +14, Niederschlagshöhe —25, Tage mit Niederschlag —31*, Bewölkung +46*.

Februar: Temperatur +22, Niederschlaghöhe +25, Tage mit Niederschlag —76*, Bewölkung +64*.

Die Treffer sind die mit den größten Zahlen der Verwendbarkeit.

Tab. 1.

Temperaturanomalie der einzelnen Monate. °C.

Jahr	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
1856	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2.41
1857	-0.96	-1.20	-0.01	0.75	1.34	1.01	0.94	2.71	2.01	2.86	-0.13	2.76
1858	-2.02	-3.39	-1.90	-0.98	-0.85	3.01	-0.80	0.16	1.40	0.01	-4.99	1.19
1859	1.81	2.26	3.34	-0.44	0.69	1.49	2.24	1.28	0.14	1.14	0.74	-1.75
1860	2.81	-2.39	-1.44	-0.99	1.13	-0.09	-1.96	1.26	-0.88	-0.71	-2.30	-1.98
1861	-5.24	3.13	2.13	-1.71	-1.36	1.80	0.15	0.19	-0.38	0.88	1.46	0.88
1862	-0.48	0.26	2.90	2.18	3.69	-0.85	-0.32	-0.80	-0.21	1.80	0.16	1.48
1863	3.78	1.92	1.68	0.16	0.55	-0.75	-2.04	0.94	-0.78	2.04	0.40	3.08
1864	-4.79	-1.56	1.18	-1.98	-1.60	-0.72	-1.61	-2.99	-0.50	-0.86	0.99	-3.09
1865	0.80	-5.52	-4.34	2.46	4.75	-1.88	2.69	-0.30	1.39	0.63	2.78	0.38
1866	4.63	3.28	-0.35	1.18	-2.11	1.92	-2.45	-1.02	1.58	-2.11	1.35	2.52
1867	1.13	4.09	-1.70	0.40	-0.13	-0.22	-1.76	0.36	0.68	-0.49	0.54	-1.31
1868	-0.38	3.46	0.82	-0.70	4.59	0.81	1.45	2.09	0.82	-0.89	-1.30	5.05
1869	0.06	4.52	-2.00	2.82	0.48	-2.94	0.84	-1.95	0.64	-1.51	-0.34	-0.50
1870	0.69	-4.88	-2.01	0.14	0.34	-0.82	0.98	-1.02	-1.88	-0.85	1.32	-5.56
1871	-4.58	-1.01	1.94	-0.95	-2.55	-2.99	0.20	0.35	-0.03	-1.54	-2.56	-3.88
1872	0.44	1.64	1.78	1.63	0.74	-0.36	0.63	-1.24	1.02	0.25	3.15	3.06
1873	4.02	-1.25	1.39	1.34	-2.24	0.55	1.38	0.91	-1.11	0.84	1.02	1.29
1874	2.64	-0.40	0.65	1.29	-2.89	-0.68	1.51	-1.48	1.39	0.61	-1.82	-1.64
1875	2.50	-4.38	-2.54	-0.79	0.98	1.18	0.10	2.04	-0.68	-2.10	-0.84	-1.81
1876	-2.36	0.29	0.66	0.39	-2.88	0.25	0.28	0.48	-1.32	2.02	-0.99	2.69
1877	3.88	2.39	-1.30	-1.29	-2.08	1.95	-0.65	0.29	-3.42	-1.35	1.66	0.68
1878	0.68	2.09	0.15	1.40	1.10	-0.68	-1.51	0.42	0.60	0.82	0.34	-0.60
1879	-2.28	-0.72	-1.26	-1.13	-2.88	-0.11	-2.36	0.46	0.35	-0.90	-2.24	-7.13
1880	-2.55	-0.38	0.82	1.13	-0.41	-0.54	0.22	-0.09	0.66	-1.16	0.48	4.00
1881	-5.78	-0.48	-0.61	-2.30	0.38	-0.46	1.63	-0.98	-1.20	-3.95	2.96	—
Maxima	4.63 (1866)	4.52 (1869)	2.90 (1862)	2.82 (1869)	4.75 (1865)	3.01 (1858)	2.69 (1865)	2.71 (1857)	2.01 (1857)	2.86 (1857)	2.96 (1881)	5.05 (1868)
	-5.78 (1881)	-5.52 (1865)	-4.34 (1865)	-2.30 (1881)	-2.89 (1874)	-2.99 (1871)	-2.45 (1866)	-2.99 (1864)	-3.42 (1877)	-3.95 (1881)	-4.99 (1858)	-7.13 (1879)
Minima	0.06 (1869)	0.26 (1862)	0.65 (1874)	0.14 (1870)	0.34 (1870)	0.25 (1876)	0.10 (1875)	0.16 (1858)	0.14 (1859)	0.01 (1858)	0.16 (1862)	0.38 (1865)
	-0.38 (1868)	-0.38 (1880)	-0.01 (1857)	-0.44 (1859)	-0.13 (1867)	-0.09 (1860)	-0.32 (1862)	-0.09 (1880)	-0.03 (1871)	-0.49 (1867)	-0.13 (1857)	-0.50 (1869)

Tab. 2.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Temperaturanomalie der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate.

	Ausgangsmonate	Dec.	Jan.	Feb.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.
Nachfolgende Monate.	Januar	0.40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Februar	40	0.40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	März	52	60	0.36	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	April	48	32	32	0.44	—	—	—	—	—	—	—	—
	Mai	52	36	44	56	0.44	—	—	—	—	—	—	—
	Juni	48	56	40	52	72	0.60	—	—	—	—	—	—
	Juli	68	52	60	40	52	40	0.44	—	—	—	—	—
	August	48	56	40	44	72	60	24	0.52	—	—	—	—
	September	44	44	44	56	36	48	52	48	0.52	—	—	—
	October	40	48	40	28	40	44	40	44	40	0.44	—	—
	November	36	36	36	40	36	48	60	56	60	56	0.44	—
	December	50	51	38	42	46	54	29	46	46	50	29	0.38
	Januar	—	50	42	38	50	58	42	42	58	46	42	50
	Februar	—	—	42	62	58	58	33	58	42	63	58	58
	März	—	—	—	58	63	54	54	63	38	77	54	46
	April	—	—	—	—	67	54	42	50	50	63	67	50
	Mai	—	—	—	—	—	67	50	50	50	46	58	50
	Juni	—	—	—	—	—	—	46	46	54	42	38	72
	Juli	—	—	—	—	—	—	—	42	58	46	77	67
	August	—	—	—	—	—	—	—	—	54	50	46	54
	September	—	—	—	—	—	—	—	—	—	38	58	50
	October	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	46	54
	November	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	46
Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für die nachfolg. Monate	1—3	22	38	38	14	30	30	34	10	22	12	35	20
	4—6	6	22	30	22	46	10	41	18	20	44	29	4
	7—9	26	14	30	40	18	20	29	21	12	25	47	43
	10—12	24	15	28	32	38	25	12	12	16	16	16	8
	1—3		98			74			66			67	
	4—6		58			78			79			77	
	7—9		70			78			62			115	
	10—12		67			95			40			40	
			293			325			247			299	

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst
Frühling	0.28	—	—	—
Sommer	52	0.48	—	—
Herbst	24	28	0.52	—
Winter	46	50	29	0.38
Frühling	—	63	50	58
Sommer	—	—	50	58
Herbst	—	—	—	46
Verwendbarkeit	54	37	23	32

Tab. 3.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Temperaturanomalie der nachfolgenden n-ten gegen die Ausgangspentade.

	Januar.						Februar.						März.					
n	1—5	6—10	11—15	16—20	21—25	26—30	31—4	4—9	10—14	15—19	20—24	25—1	2—6	7—11	12—16	17—21	22—26	27—31
Nachfolgende Pentaden 1	0.24	0.40	0.20	0.32	0.36	0.20	0.24	0.24	0.32	0.16	0.36	0.16	0.24	0.24	0.48	0.44	0.44	0.32
2	40	44	36	44	48	28	40	32	32	28	36	40	24	56	36	40	44	52
3	44	44	40	56	48	44	32	40	44	44	44	32	64	52	40	56	64	48
4	36	40	44	48	56	36	40	52	44	52	28	48	52	48	40	52	68	60
5	48	52	60	40	48	44	52	52	60	44	40	52	56	32	52	40	56	52
6	52	44	44	48	48	48	68	52	52	36	48	48	40	60	64	68	56	44

	April.						Mai.						Juni.					
n	1—5	6—10	11—15	16—20	21—25	26—30	1—5	6—10	11—15	16—20	21—25	26—30	31—4	5—9	10—14	15—19	20—24	25—29
Nachfolgende Pentaden 1	0 52	0.60	0.36	0.40	0.32	0.48	0.24	0.28	0.32	0.32	0.40	0.36	0.36	0.32	0.40	0.40	0.36	0.52
2	56	48	44	40	48	32	36	28	48	48	36	48	44	56	48	60	48	56
3	68	64	52	56	40	52	36	44	56	52	56	56	52	56	60	48	64	48
4	52	48	28	56	44	44	36	44	54	56	40	56	52	52	56	48	36	44
5	68	48	44	60	36	60	44	40	48	60	40	40	48	48	64	36	48	44
6	52	40	56	52	52	44	40	60	48	72	56	52	44	40	52	40	48	60

	Juli.						August.						September.						
n	30—4	5—9	10—14	15—19	20—24	25—29	30—3	4—8	9—13	14—18	19—23	24—28	29—2	3—7	8—12	13—17	18—22	23—27	28—2
Nachfolgende Pentaden 1	0.40	0.36	0.28	0.40	0.32	0.32	0.24	0.28	0.24	0.36	0.36	0.48	0.36	0.20	0.28	0.52	0.44	0.36	0.20
2	36	40	36	48	32	48	52	36	52	56	60	44	48	28	36	56	40	32	40
3	48	36	36	48	40	52	52	48	56	48	40	40	56	48	48	52	44	52	28
4	48	24	36	48	44	60	56	44	48	44	44	40	52	52	52	60	48	32	52
5	48	32	44	36	52	48	60	52	36	56	44	36	56	48	56	60	44	48	52
6	48	40	60	52	64	60	60	56	48	56	48	64	52	52	60	48	52	64	52

	October.						November.						December.					
n	3—7	8—12	13—17	18—22	23—27	28—1	2—6	7—11	12—16	17—21	22—26	27—1	2—6	7—11	12—16	17—21	22—26	27—31
Nachfolgende Pentaden 1	0.36	0.28	0.32	0.16	0.44	0.28	0 36	0.48	0.40	0.28	0.36	0.46	0.36	0.32	0.28	0.36	0.28	0.60
2	32	44	48	48	52	40	60	64	52	32	54	46	52	28	40	40	56	52
3	64	52	56	52	48	64	52	52	40	42	67	50	40	40	44	52	56	36
4	68	52	36	48	56	48	32	48	50	54	63	58	44	20	40	44	32	40
5	48	40	40	60	48	28	60	35	38	58	46	46	40	40	32	52	44	40
6	28	36	56	56	44	56	52	48	42	58	67	42	44	48	40	56	44	44

Tab. 4.

Mitteltemperaturen °C. $\frac{1}{3}$ ($6^a + 2^p + 10^p$) ohne Correction.

Tag	Jan.	Febr.	März	Aprl	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Tag
1	—0.4	0.1	2.5	6.5	8.9	14.9	16.4	16.9	15.1	11.6	5.8	0.9	1
2	—1.1	0.6	2.1	6.4	9.1	15.5	16.8	16.2	15.4	11.6	4.6	0.0	2
3	0.2	1.4	2.4	6.6	9.4	16.6	16.7	17.1	15.5	11.1	3.9	0.5	3
4	0.4	1.1	2.8	6.6	9.6	16.2	16.8	17.5	15.8	10.8	4.5	—0.4	4
5	0.1	1.0	2.8	6.5	9.4	15.6	16.8	18.0	15.8	10.8	5.2	0.8	5
6	—0.4	1.4	3.2	7.4	10.0	16.5	16.9	18.0	15.8	9.8	5.4	1.9	6
7	—0.4	0.6	3.9	7.8	10.6	16.5	16.6	17.5	15.8	10.8	5.6	1.4	7
8	—0.5	0.2	4.0	7.8	10.4	15.8	17.2	17.8	15.8	10.6	5.1	1.0	8
9	—1.0	0.0	3.1	7.4	10.9	16.1	17.0	17.4	15.1	9.8	4.0	0.0	9
10	—0.8	—0.4	2.6	7.5	11.2	15.9	16.8	16.5	15.0	8.6	3.2	0.4	10
11	—0.9	—0.6	2.5	6.8	11.9	15.8	17.2	17.0	14.1	9.6	3.5	0.8	11
12	—0.6	—1.2	2.2	6.5	12.0	15.5	17.2	17.1	13.1	9.2	3.0	1.4	12
13	—0.9	—0.5	2.0	7.0	11.6	15.1	17.9	17.4	13.2	9.6	3.4	1.5	13
14	—0.8	0.1	2.4	7.8	11.4	15.1	18.2	17.4	13.6	9.7	3.6	0.8	14
15	—0.8	1.1	2.4	8.2	12.4	15.4	19.1	17.9	13.6	9.5	3.4	0.8	15
16	—0.6	2.6	2.8	8.4	12.4	16.0	17.9	18.1	12.9	9.4	4.0	1.0	16
17	—0.6	2.9	3.6	8.4	12.4	15.8	18.0	16.8	13.2	9.0	3.5	1.2	17
18	—0.2	2.6	3.6	8.2	13.6	15.9	18.2	16.1	13.4	8.9	3.2	1.0	18
19	0.4	2.4	3.0	8.6	13.4	16.5	18.2	16.8	12.8	8.8	2.5	1.1	19
20	0.6	1.8	2.2	9.6	12.6	16.5	17.7	16.5	12.4	8.0	2.0	0.8	20
21	—0.1	1.6	2.5	9.9	13.4	17.2	17.9	16.6	12.1	7.4	1.4	0.0	21
22	—0.4	1.8	2.5	9.2	13.1	17.9	18.2	16.2	12.0	7.5	2.4	0.4	22
23	0.4	1.6	2.5	8.5	12.8	17.2	18.8	16.1	12.1	7.5	3.0	0.1	23
24	—0.2	1.8	4.1	9.0	12.9	16.2	18.0	15.9	12.5	7.1	3.0	—0.4	24
25	—0.2	1.9	4.6	9.1	13.2	16.1	18.4	15.8	11.9	6.9	3.2	—1.5	25
26	—0.6	2.8	4.6	9.1	13.4	16.0	17.5	16.4	11.8	6.6	3.5	0.4	26
27	—0.4	2.6	5.0	8.8	14.2	16.4	17.5	16.5	12.2	6.0	3.9	—0.4	27
28	—0.1	1.9	5.5	8.5	14.5	16.5	17.5	16.2	12.9	6.1	3.2	0.5	28
29	0.2	(4.9)	6.5	7.8	14.6	16.1	17.8	15.6	12.9	5.9	2.8	0.5	29
30	0.9		6.4	8.4	14.4	16.2	17.2	15.5	12.5	5.8	2.1	0.8	30
31	0.6		6.5		14.2		17.5	15.0		5.5		0.4	31

Tab. 5. Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Tagen mit positiver Temperaturanomalie.

n	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Zusammen
1	7	10	14	22	15	30	13	19	20	22	8	6	186
2	6	11	12	10	15	14	17	11	21	18	11	11	157
3	3	6	8.3	7.3	11	14.7	8.7	13.3	8	10	8.3	9.3	108
4	0.75	5.25	12	8.75	9.75	5	6	3.75	5.25	7	5.5	7	76
5	3	3.2	1.8	9	5	5.2	12.8	6.2	9.8	3.2	5.8	3	68
6	3.8	6	3	2.7	3.3	5.5	7.5	3	3	4.3	1.7	2.2	46
7	1.3	1.7	6.4	1.9	3.4	3.6	1.3	2.7	3	5	0.4	3.3	34
8	5	—	3	4	2.6	3.3	4.5	2.6	—	1.4	4.1	2.5	33
9	—	2.2	0.8	1.9	1.1	3	2	3.1	3	2.9	3	3	26
10	2.2	1.6	—	1	—	—	0.5	1.5	4.2	1	4	2.2	18
11	0.5	—	1	2.4	1.6	0.9	0.9	1.2	—	—	1	1.5	11
12	2	—	1	—	1.75	0.25	1	1.1	0.9	2.2	0.8	3	14
13	1	0.8	0.2	1.2	2.5	0.7	2.2	2.2	1.8	0.2	0.2	3	16
14	1.2	0.1	3.7	1.1	1	1	—	2	—	0.1	0.9	1.9	13
15	0.8	0.4	—	1	—	2	1	—	0.5	0.5	1	0.8	8
16	—	0.5	2.5	—	—	1	1	2.6	0.4	1	—	—	9
17	—	—	—	—	—	—	—	—	0.6	0.4	—	—	1
18	1	—	—	0.6	0.4	—	—	—	1.7	1.5	0.8	—	6
19	—	—	0.4	0.6	—	0.3	0.7	—	—	—	0.7	0.3	3
20	—	0.8	0.2	—	—	—	0.55	0.45	—	—	—	—	2
21	1.3	0.5	—	—	—	1		0.1	0.9	—	1.2	1	6
22	0.8	2.1	1.4	0.2	—	—				—	—	0.5	5
23	1	—	—	1	—	—				0.8	1.8	0.3	5
24	0.7	—	0.7	0.3	—	—				1	0.5	0.8	4
25	1	1		—	—	—				—		—	2
26	0.2	0.8		—	—	—				—		—	1
27	0.9	—		—	—	—				—		0.1	1
28	0.5	0.5		—	0.9	0.1				—		—	2
29	—	—		—	1					—		—	1
31	—	—		—	—					1		—	1
32	0.3	—		—	—							0.7	1
34	0.2	0.8		0.4	0.6							—	2
51	0.6	0.3										0.1	1
Zusammen	46.05	55.55	72.4	77.35	75.9	91.55	80.65	75.8	84.05	83.5	60.7	63.5	867
Zahl der Tage	443	374	390	375	384	370	380	362	372	400	379	425	4654
Mittl. Länge der Perioden	9.6	6.7	5.4	4.9	5.1	4.0	4.7	4.8	4.4	4.8	6.2	6.7	5.4
Beob. Veränderlichkeit	0.104	0.148	0.186	0.206	0.197	0.247	0.212	0.209	0.226	0.209	0.160	0.153	0.186
Berechn. „	428	465	496	498	502	504	509	533	500	478	488	445	486
Differenz	324	317	310	292	305	257	297	324	274	269	328	292	300
Index	757	682	625	587	607	510	584	607	548	562	671	656	617

Tab. 6. Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Tagen mit negativer Temperaturanomalie.

n	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Zusammen
1	8	9	10	20	21	26	15	19	20	30	16	20	214
2	8	10.5	13.5	15	12	18.5	17.5	14	17	11	5.5	7.5	151
3	6.3	7.3	10	10.3	7.3	9	12.7	10.7	13	7.3	6	6.3	106
4	1	3	7	5	3	10.5	10.5	6.5	6.5	8	3.75	5.25	70
5	6.2	4.8	3	6.6	7	8.4	2.2	6.8	7.8	8.2	4	4	69
6	2	2	7.3	6.9	6.7	4.2	2.2	4.7	2.2	2	2.8	2.2	45
7	1	1	2.6	1.7	5.7	1.4	4.6	2.3	1.7	3.6	2.4	2	30
8	1.6	1	3	0.25	0.75	3	4.8	3.1	3.1	2	1	2.4	26
9	2.4	2.6	2	1.1	2.9	1.5	2.5	4	2	1	1	1	24
10	2.6	2.8	0.6	1	3.2	4.8	0.8	0.2	—	—	4.2	0.8	21
11	0.7	1.8	1.6	3.9	—	1.9	2.9	0.2	3	0.2	1.8	—	18
12	1.8	0.2	1	—	1	1	0.8	1.2	—	1.2	2.8	1	12
13	0.4	0.6	0.2	1.8	0.1	1	0.4	1.3	1.3	—	1.1	1.9	10
14	2.9	0.1	—	2	1	—	1	—	1.2	2.4	1.4	—	12
15	—	0.7	0.9	2.7	0.8	1	1.8	1.1	—	1.1	0.9	—	11
16	—	1.2	0.8	—	—	—	—	—	1	—	—	—	3
17	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	2
18	1.3	1	—	0.5	05	—	—	0.9	0.1	—	1	0.7	6
19	0.4	0.7	1.7	0.3	—	0.3	0.7	1	0.4	1.6	—	0.9	8
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.45	1.55	2
21	—	0.1	0.9	—	1	0.8	0.2	1	—	0.8	0.2	—	5
22	1	—	—	—	1		—	1	—	—	—	—	3
23	0.9	—	—	—	—		—	1	—	—	—	0.1	2
24	—	1	—	—	—		0.4	0.6	—	—	—	—	2
25	0.2	—	—	0.2	0.8		—		—	—	—	0.8	2
26	—	—	—	—			1		—	0.8	0.2	—	2
28	—	0.5	0.5	—					0.5	0.6	0.9	—	3
30	—	—	—	—					0.8	0.2	—	—	1
33	—	0.8	0.2	—							—	—	1
34	—		0.9	0.1							—	—	1
36	—										0.2	0.8	1
37	—										0.6	0.4	1
39	0.5											0.5	1
Zusammen	49.2	52.7	67.7	79.35	76.75	93.3	82.0	80.6	82.6	82.0	58.2	60.1	865
Zahl der Tage	332	325	384	372	387	376	394	413	372	367	362	341	4425
Mittl. Länge der Perioden	6.7	6.2	5.7	4.7	5.0	4.0	4.8	5.1	4.5	4.5	6.2	5.7	5.1
Beob. Veränderlichkeit	0.148	0.162	0.176	0.214	0.198	0.248	0.208	0.195	0.222	0.223	0.161	0.176	0.195
Berechn. "	572	535	504	502	498	496	491	467	500	522	512	555	514
Differenz	424	373	328	288	300	248	283	272	278	299	351	379	319
Index	741	697	651	575	602	500	576	582	556	573	686	683	621

Tab. 7. Wahrscheinlichkeit eines Wechsels der Temperaturanomalie nach Ablauf von *n* Tagen gleicher Abweichung.

n	Jan.	Fbr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.158	0.175	0.171	0.268	0.236	0.303	0.172	0.243	0.240	0.314	0.202	0.210	0.231
2	174	241	220	218	231	252	256	211	300	256	174	190	232
3	140	196	202	196	204	246	214	257	237	205	182	197	209
4	031	152	263	191	179	213	209	148	174	223	144	193	180
5	167	173	090	267	205	238	241	219	315	218	179	137	207
6	126	210	212	225	214	223	205	167	136	154	100	100	173
7	057	089	231	108	248	148	157	130	142	249	069	133	147
8	174	036	205	144	122	218	294	170	109	131	135	142	159
9	077	181	121	119	166	200	201	256	197	173	123	135	160
10—14	137	085	110	179	167	183	161	137	169	112	180	163	148
15—19	055	076	142	204	079	198	199	151	216	141	099	057	184
20—24	148	120	184	178	090	195	133	481	} 259	123	192	148	170
25—29	175	155	062 }	} 128	220					128	127	124	147
30—34	070	229	236 }									056	171

Tab. 8. Anzahl der Perioden von *n* aufeinander folgenden Sommertagen.

n	Juni	Juli	Aug.	Sommer.
1	31	39	27	97
2	14	22.5	15.5	52
3	7	19.7	9.3	36
4	8.75	6.75	9.25	24.75
5	0.6	3	1	4.6
6	1	0.3	0.7	2
7	1	1	3	5
8	—	1	—	1
9	1	—	—	1
10	1	1	1	3
Anzahl der Perioden	65.35	94.25	66.75	226.35
Tage	150	212	163	525
Mittl. Länge d. Perioden	2.3	2.2	2.4	2.3
Veränderlichk. beob.	0.436	0.445	0.409	0.430
ber.	800	726	789	772
Differenz	364	281	380	342
Index	455	387	482	443

Tab. 9. Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Eistagen.

n	Dec.	Jan.	Febr.	Winter.
1	23	16	10	49
2	8	11	9.5	28.5
3	7	4	4.6	15.6
4	4	3	6	13
5	1	3.6	2.4	7
6	4.2	1.3	2.2	7.7
7	1.3	3.7	1	6
8	4	2	1	7
9	—	0.9	0.1	1
10	1	2	—	3
11	1	2	1	4
12	—	1	—	1
13	2	0.5	0.5	3
14	—	2	1	3
15	—	—	—	—
16	0.6	—	1	1.6
17	0.6	—		0.6
18	0.7	0.3		1
19	1	—		1
20	—	1		1
25	0.2	0.8		1
Anzahl der Perioden	59.6	55.1	40.3	155.0
Tage	244	273	156	673
Mittl. Länge d. Perioden	4.1	5.0	3.9	4.3
Veränderlichk. beob.	0.244	0.202	0.258	0.230
ber.	685	648	779	702
Differenz	441	446	521	472
Index	644	688	669	672

Tab. 10.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden frostfreien Tage.

n	Nov.	Dec.	Jan.	Febr.	März	Zusammen
1	14	14	14	21	21	84
2	10.5	5.5	9.5	11.5	16	53
3	7	6	10	11	14	48
4	4	9	5	4	7	29
5	6.8	5.2	5	6	7	30
6	3	2.7	5.3	2.7	6.3	20
7	3.9	1.9	0.7	5.6	6	18
8	2.6	6.8	3	0.6	2	15
9	2.9	3.1	3	1	1	11
10	6.2	2	0.8	1.1	1.9	12
11	2.8	2.2	1	2	1	9
12	2	1	2	—	1	6
13	1	1	—	1	—	3
14	1	—	—	0.1	1.9	3
15	—	2	—	—	1	3
16	1	—	1	0.5	1.5	4
17	1.9	0.8	2	0.2	1	6
18	3.2	0.8	—	—	—	4
19	—	—	—	—	—	—
20	1	—	1	1	1	4
21	1	—	—	—	—	1
22	—	0.4	0.8	0.9	—	2
23	—	—	—	—	—	—
24	—	—	—	—	—	—
25	0.5	0.5	—	0.3	0.7	2
26		—	0.5	1	0.5	2
27		—	—	0.8	0.2	1
28		—	—	—	—	—
29		—	—	0.3	0.7	1
30		0.7	0.3			1
35						
39						
40						
Anzahl d. Perioden	76.3	65.6	64.9	72.6	92.7	372
Anzahl d. Tage	503	383	353	358	467	2064
Mittl. Lge. d. Per.	6.6	5.8	5.4	4.9	5.0	5.5
Beob. Veränderlichkeit	0.152	0.171	0.184	0.203	0.199	0.182
Berechn. Veränderlichkeit	329	506	545	493	397	454
Differnz	177	335	361	290	198	272
Index	538	662	663	588	499	599

Tab. 11.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Frosttagen.

n	Nov.	Dec.	Jan.	Febr.	März	Zusammen
1	24	12	15	21	26	98
2	10.5	19.5	11	14	12	67
3	7	5.3	4.7	7	13	37
4	8	4	4	3	5	24
5	4.2	6.2	2.2	2.2	7.6	22.4
6	—	4	3.5	5.8	6.7	20
7	1.3	2.7	4	5	4	17
8	1	1	1	2	3	8
9	4	2.9	2.8	3.3	1	14
10	2	—	2	1.4	0.6	6
11	1	—	1.6	1.1	0.3	4
12	—	—	—	1	—	1
13	—	2.4	2.6	—	—	5
14	0.1	0.9	—	—	—	1
15	—	1	1.8	0.2	—	3
16	—	—	—	1	—	1
17	—	—	—	0.1	1.8	1.9
18	0.4	1.2	1.9	1.1	0.4	5
19	0.2	0.8	—	—	—	1
20	—	0.85	0.15	—	—	1
21	—	—	—	—	—	—
22	—	—	1.4	0.6	—	2
23	—	—	—	—	—	—
24	—	0.2	0.8	—	—	1
25	—	—	—	—	—	—
26	1	—	—	0.5	0.5	2
27	—	—	—	—		—
28	—	0.4	0.6	—		1
29	—	0.8	0.8	0.4		2
30	—	—	—	—		—
35	0.2	0.8	—	—		1
39		0.5	0.5	—		1
40			0.4	0.6		1
Anzahl d. Perioden	64.9	67.45	62.75	71.3	81.9	348.3
Anzahl d. Tage	247	392	422	348	308	1717
Mittl. Lge. d. Per.	3.8	5.8	6.7	4.9	3.8	4.9
Beob. Veränderlichkeit	0.263	0.172	0.149	0.205	0.266	0.203
Berechn. Veränderlichkeit	671	494	455	507	603	541
Differnz	408	322	306	302	337	338
Index	608	652	673	596	559	625

Tab. 12.
Wahrscheinlichkeit des Herabsinkens der Maximaltemperatur unter 25° C. nach Verlauf von *n* Sommertagen.

n	Juni	Juli	Aug.	Sommer.
1	0.475	0.414	0.404	0.429
2	408	407	390	402
3	344	602	384	465
4	654	517	619	599
5	130	476	221	277
6	250	091	149	167
7	333	333	750	500
8—10	500	500	333	067

Tab. 13.
Wahrscheinlichkeit des Ansteigens der Maximaltemperatur über 0° C. nach Ablauf einer Periode von *n* Eistagen.

n	Dec.	Jan.	Febr.	Winter.
1	0.387	0.290	0.249	0.317
2	219	281	315	269
3	246	142	222	202
4	232	125	373	211
5	071	170	238	144
6	246	074	273	180
7		228	179	175
8	} 152	160	218	248
9		086	028	047
10—14	135	252	197	234
15—19	417	028		194

Tab. 14. Wahscheinlichkeit des Herabsinkens der Minimaltemperatur unter 0° C. nach Verlauf einer Periode von *n* frostfreien Tagen.

n	November	December	Januar	Februar	März	Mittel
1	0.184	0.213	0.216	0.289	0.227	0.226
2	169	107	186	223	223	184
3	135	130	242	274	251	204
4	089	224	159	138	168	155
5	167	167	189	239	202	190
6	088	104	248	141	227	156
7	126	082	044	271	280	166
8	094	319	195	056	130	166
9	118	214	242	098	075	147
10—14	165	142	093	112	115	134
15—19	185	194	123	109	135	129
20—24	213	050	177	101	067	121
25—29		083	125	166	198	297

Tab. 15. Wahrscheinlichkeit des Ansteigens der Minimaltemperatur über 0° C. nach Ablauf von *n* Frosttagen.

n	November	December	Januar	Februar	März	Mittel
1	0.370	0.178	0.239	0.295	0.317	0.281
2	256	350	230	276	215	268
3	230	148	128	193	296	202
4	341	131	125	127	162	164
5	273	233	078	084	294	183
6		196	135	240	366	200
7	} 142	164	179	273	345	213
8		073	054	150	395	127
9		} 118	162	292	218	255
10—14	158		101	105	053	100
15 - 19		110	101	130	202	125
20 — 24	} 080	063	120	057		075
25—29		108	146	147		163

Tab. 16.

Veränderlichkeit der Temperatur.

		Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Januar
Von Tag zu Tag	Mittel	2.03	1.90	1.78	1.87	1.94	1.88	1.75	1.57	1.58	1.65	1.75	2.18	
	Mittl. Max.	6.5	6.4	5.6	6.0	6.3	5.9	5.2	5.0	5.0	5.0	5.7	7.1	
	Absol.Max.	13.2	12.4	9.5	10.9	10.9	9.1	8.5	7.9	6.1	7.0	9.5	12.5	
	Tag	2/3 61	9/10 71	23/24 62	10/11 65	13/14 61	8/9 62	20/21 81	9/10 64	30/1 71	27/28 80	30/1 81	7/8 75	
Von Monat zu Monat	Mittel	3.44	3.08	4.49	4.14	4.26	2.03	1.54	3.06	4.98	5.30	3.45	2.95	
	Maximum	9.7	5.3	11.3	9.4	8.1	6.0	3.8	6.8	8.4	10.4	9.9	10.6	
	Jahr	1861	71	65	68	66	65	65,74	77	66	•58	70	80	
	Minimum	0.0	0.3	0.6	0.0	0.3	0.1	0.1	0.2	1.4	1.2	0.2	0.1	
	Jahr	1866	68	61	74	68	67	60	74	76	77	57	58	

Tab. 17.

Mittlere Häufigkeit einer interdiurnen Temperaturänderung von p ° C. innerhalb eines Monats.

p	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.
0^0—2^0	18.40	17.80	20.24	17.76	18.08	17.76	19.40	21.20	20.92	20.44	18.80	17.20
2^0—4^0	8.64	7.52	7.96	9.56	10.16	9.88	8.92	8.12	7.36	8.00	8.80	9.44
4^0—6^0	2.72	2.08	2.16	2.08	1.92	1.84	2.36	1.48	1.68	2.12	1.92	3.00
6^0—8^0	0.84	0.60	0.56	0.52	0.60	0.40	0.28	0.20	0.04	0.44	0.48	0.88
8^0—10^0	0.16	0.16	0.08	0.04	0.16	0.12	0.04					0.32
mehr als 10^0	0.24	0.08		0.04	0.08							0.16

Tab. 18.

Niederschlag.

H = mittlere Niederschlagshöhe (Millim.) der Pentaden.
T = Anzahl der Tage mit Niederschlag der Pentaden.
H/T = mittlere Niederschlagsdichtigkeit der Pentaden.

Pentaden	H	T	H/T	Pentaden	H	T	H/T
Jan. 1—5	4.3	1.9	2.3	Juli 5—9	9.0	2.3	3.8
6—10	4.8	1.6	3.2	10—14	10.8	2.2	4.9
11—15	3.2	1.9	1.7	15—19	6.1	2.0	3.1
16—20	6.5	2.3	2.8	20—24	11.7	2.0	5.9
21—25	8.0	2.5	3.2	25—29	11.4	2.4	4.7
26—30	5.8	2.3	2.5	30—3	14.0	2.4	6.0
31—4	7.0	2.2	3.2	Aug. 4—8	7.9	2.0	3.9
Febr. 5—9	9.9	2.5	3.9	9—13	15.4	2.8	5.4
10—14	6.5	2.3	2.9	14—18	10.6	2.1	5.0
15—19	4.5	2.0	2.2	19—23	9.4	1.9	4.9
20—24	4.8	2.1	2.3	24—28	9.4	1.9	4.9
25—1	7.8	3.2	3.6	29—2	7.4	2.4	3.1
März 2—6	9.2	2.5	3.6	Sept. 3—7	10.6	2.0	5.2
7—11	8.4	2.6	3.2	8—12	4.7	2.0	2.4
12—16	5.7	2.2	2.6	13—17	5.8	1.6	3.7
17—21	4.6	2.3	2.0	18—22	6.0	2.0	2.9
22—26	4.4	2.1	2.2	23—27	8.5	1.8	4.7
27—31	6.2	2.6	2.4	28—2	6.4	2.0	3.1
April 1—5	6.1	2.2	2.8	Oct. 3—7	6.3	1.8	3.6
6—10	6.5	1.6	4.2	8—12	7.1	2.4	3.0
11—15	5.7	1.8	3.1	13—17	6.1	2.3	2.7
16—20	6.6	2.0	3.3	18—22	8.1	2.1	3.9
21—25	4.1	1.7	2.4	23—27	6.7	1.9	3.6
26—30	5.9	1.9	3.1	28—1	7.9	2.4	3.4
Mai 1—5	4.7	2.0	2.3	Nov. 2—6	6.9	2.4	2.9
6—10	4.5	1.7	2.7	7—11	7.8	2.5	3.1
11—15	6.6	1.8	3.7	12—16	9.4	2.4	3.9
16—20	7.1	1.9	3.7	17—21	5.2	2.2	3.5
21—25	9.4	2.4	4.0	22—26	7.8	2.5	3.2
26—30	6.5	2.3	2.9	27—1	7.6	2.6	3.0
31—4	7.7	2.1	3.7	Dec. 2—6	6.4	2.5	2.6
Juni 5—9	6.9	2.0	3.5	7—11	8.1	2.4	3.4
10—14	11.4	2.6	4.4	12—16	9.0	2.5	3.6
15—19	9.6	1.9	5.1	17—21	8.7	2.4	3.6
20—24	10.2	1.7	6.1	22—26	4.7	2.1	2.2
25—29	11.0	2.6	4.2	27—31	8.5	2.4	3.5
30—4	12.0	2.9	4.1				

Tab. 19.

Wahrscheinlichkeit von Niederschlag, an 0, 1, 2, 3, 4, 5 Tagen pro Pentade.

	Pentaden	0	1	2	3	4	5
Januar	1–5	0.16	0.20	0.24	0.24	0.12	0.00
	6–10	24	24	28	12	12	00
	11–15	16	20	28	24	08	00
	16–20	08	12	36	32	08	04
	21–25	00	12	52	20	08	08
	26–30	12	20	24	20	20	04
Februar	31–4	16	16	20	28	20	00
	5–9	24	08	12	08	24	20
	10–14	20	12	16	24	16	12
	15–19	16	28	20	20	12	08
	20–24	24	16	16	24	12	08
	25–1	28	12	16	20	08	16

	Pentaden	0	1	2	3	4	5
Mai	1–5	0.16	0.28	0.12	0.28	0.12	0.04
	6–10	24	20	32	12	04	04
	11–15	28	12	32	08	20	00
	16–20	28	04	32	24	08	04
	21–25	08	24	24	20	16	08
	26–30	08	16	28	36	12	00
Juni	31–4	16	12	36	28	00	08
	5–9	12	16	36	32	04	00
	10–14	04	08	40	28	12	08
	15–19	20	28	16	20	12	04
	20–24	20	32	24	12	08	04
	25–29	04	20	24	20	24	08

	Pentaden	0	1	2	3	4	5
September	3–7	0.20	0.16	0.28	0.16	0.16	0.04
	8–12	28	16	12	20	24	00
	13–17	28	32	08	20	12	00
	18–22	08	24	40	16	08	04
	23–27	28	04	40	20	04	04
	28–2	28	08	20	24	16	04
October	3–7	32	16	16	24	04	08
	8–12	08	28	12	28	20	04
	13–17	20	16	16	24	12	12
	18–22	16	24	16	32	04	08
	23–27	32	12	20	16	12	08
	28–1	28	08	16	16	12	20

Tab. 20. Abweichungen in den Niederschlagshöhen der einzelnen Monate.

(Millimeter)

+ bedeutet zu viel, — bedeutet zu wenig.

Jahr	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1856	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−7.0	—
1857	−19.4	−35.4	−11.5	−9.2	−5.9	−31.1	+0.9	−26.2	−17.8	−25.0	−23.0	−19.2	−210.6
1858	−1.7	−29.1	−18.5	−17.6	+10.2	−23.9	+69.7	+24.8	−11.1	−16.5	−34.3	−21.9	−67.2
1859	−8.1	+8.6	+23.2	+2.9	+7.9	−18.3	+33.2	+22.6	−9.2	−16.0	+1.4	−0.9	+26.3
1860	+20.8	+28.4	+4.3	−2.7	+20.1	−17.1	−21.4	+2.5	−14.4	+17.1	−17.6	+28.9	+19.1
1861	−16.2	−28.4	+22.3	−14.2	−2.7	+64.3	−1.4	−9.5	+33.2	−35.6	−2.5	−16.7	+38.2
1862	+14.0	−3.8	−8.8	+13.5	+5.0	+13.1	+38.3	−12.4	−7.0	+4.3	+0.7	+23.5	+40.2
1863	+9.2	+5.0	+5.0	+12.4	−12.4	+20.5	−21.2	−36.8	−5.6	−23.9	−5.2	+22.6	−31.5
1864	−13.5	−20.1	−14.7	−9.9	−5.4	+9.2	−9.9	+31.4	−6.1	−25.9	−14.0	−36.1	−56.3
1865	+10.2	−8.3	+4.3	−29.6	−26.6	−22.6	−18.7	+63.4	−35.4	+9.5	−16.2	−30.2	−106.1
1866	−4.7	+36.3	−23.2	+22.6	+9.9	−9.7	+20.5	−6.3	+2.3	−34.5	+31.4	+71.7	+14.4
1867	+13.5	+28.6	+15.1	+74.7	+6.8	−39.5	+14.2	−43.1	−17.8	+3.4	−20.8	+46.5	+106.8
1868	+2.9	−0.5	+11.5	+23.5	−0.7	−21.7	−6.1	+17.1	+12.9	+45.3	−3.6	+52.1	+127.1
1869	−7.0	+25.0	−11.3	−18.7	+28.0	−34.7	−36.1	+28.6	+10.8	−11.3	+64.3	+7.4	+89.7
1870	−14.9	−29.6	−22.3	−21.7	−9.7	+21.4	−38.3	+85.7	+9.2	+27.3	−18.9	+29.1	−4.0
1871	−18.7	+14.0	−22.6	+48.5	−25.7	+65.2	+48.3	−33.8	+50.8	+3.4	−32.0	−20.8	+126.5
1872	−5.0	+1.6	−16.7	−7.7	+41.1	+23.9	−14.4	−43.3	−17.8	+18.3	+46.0	−9.7	+25.2
1873	−19.7	+14.0	−16.2	+0.9	+3.2	+1.4	+3.6	−24.8	−5.4	−2.5	−4.1	−28.6	−51.1
1874	−11.1	−22.6	−9.5	−12.6	+28.9	+22.3	−8.8	−41.7	−6.8	−7.9	−13.3	−1.4	−111.7
1875	+27.3	−16.2	−14.0	+0.9	+7.7	+24.8	+6.5	−17.4	+4.3	−2.3	+56.2	−5.4	+76.4
1876	−25.9	+38.6	+42.9	−8.6	−25.3	−11.1	−18.7	−34.1	+24.8	−13.8	+6.3	+6.3	−130.3
1877	+44.7	+40.2	−5.4	−15.6	+15.3	+14.2	−3.8	+14.0	−10.4	−2.3	+1.6	−5.6	+98.8
1878	+9.0	−22.8	+37.7	−21.7	+10.4	+34.3	−3.4	+26.6	−7.4	−12.6	+2.3	+9.0	+47.0
1879	+38.3	+13.1	−20.8	+28.6	−18.7	−2.3	+1.4	−7.9	−15.6	+21.4	+24.6	−19.9	+71.1
1880	−20.5	−6.1	−10.4	−18.9	−30.0	−11.3	−4.3	−26.2	+15.8	+79.6	−3.4	+87.8	−55.6
1881	−6.5	+15.6	+57.7	−21.0	−28.6	−34.5	−27.5	+46.9	+0.5	+12.6	−25.9	—	+77.1
Mittl. Abw.	15.3	19.6	17.9	18.3	15.6	23.7	18.7	30.0	14.0	18.9	18.7	24.4	72.3
Wahrsch. Fehler	2.61	3.35	3.06	3.13	2.60	4.05	3.19	5.12	2.39	3.23	3.19	4.17	12.4

Tab. 21.

Abweichungen in der Anzahl der Tage mit Niederschlag.

+ bedeutet zu viel, — bedeutet zu wenig.

Jahr	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1856	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−5	—
1857	−3	−10	−4	+5	−3	−6	+3	0	−5	−6	−5	−2	−39
1858	0	−10	0	−2	+1	−4	+3	0	−4	−5	−2	−3	−25
1859	0	+6	+5	+9	−2	−5	−6	−1	+7	−1	−3	−2	+6
1860	+1	+8	+8	+2	−1	+3	+1	+7	−2	+1	−2	+1	+24
1861	−6	−5	+6	+4	+3	+3	+2	−3	+9	−7	+4	−5	+11
1862	+2	−1	−3	+1	−1	+5	+3	−4	−6	+1	−3	0	−11
1863	−1	0	0	−1	−3	+3	−5	0	+3	−4	−4	+2	−12
1864	−8	+1	+1	+1	−3	+6	0	0	+3	−1	0	−11	+2
1865	+2	−1	+4	−9	−5	−3	−6	+8	−10	+10	−13	−9	−34
1866	+4	+6	−3	+2	0	−5	+3	+7	+2	−8	+6	+2	+5
1867	+5	+4	+7	+14	0	−2	+7	−6	−1	−4	−4	+6	+22
1868	+4	+5	+3	+4	−5	−3	−4	−2	−6	+4	−1	+4	+5
1869	−3	+1	−5	−3	+3	0	−7	1	+2	+7	+7	+1	+5
1870	+1	−9	+1	−1	−5	+2	−4	+9	+2	+6	−3	0	0
1871	−6	−1	−8	+8	0	+4	+2	−5	−2	−3	−4	−3	−15
1872	−5	−5	−4	−3	+2	0	−3	−3	−5	+3	+2	+1	−24
1873	+3	0	−4	+3	+6	−1	0	−4	+1	0	−5	−4	0
1874	0	−7	+1	−5	+3	+1	−5	−2	−3	−6	+3	+5	−24
1875	+4	−1	−3	−7	+2	+2	−2	−6	−1	+5	+7	0	+5
1876	−6	+8	+8	−2	−5	0	+1	−6	+9	−5	0	+5	+2
1877	+6	+11	+5	−1	+5	−4	+5	+4	0	+3	+3	0	+42
1878	+4	−7	+9	−4	+5	0	−1	+3	0	0	+5	+5	+14
1879	−3	+6	−6	+7	1	+5	+7	+1	+1	+7	+6	−3	+35
1880	0	−1	−10	−4	−3	+6	0	−2	−1	+10	−1	+11	−9
1881	0	0	+3	−6	−5	−6	−8	+3	+1	+4	−1	—	−4
Mittlere Abw.	3.0	4.5	4.4	4.3	2.9	3.2	3 5	3.5	3.4	4 4	3.8	3.6	15.0
Wahrsch. Fehler	0.5	0.8	0.8	0.7	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.8	0.7	0.6	2.56

Tab. 22.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Abweichung in der Höhe des Niederschlags der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate.

	Ausgangsmonate	Dec.	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.
Nachfolgende Monate.	Januar	0.42	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Februar	36	0.50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	März	44	34	0.40	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	April	42	30	32	0.44	—	—	—	—	—	—	—	—
	Mai	66	44	46	62	0.46	—	—	—	—	—	—	—
	Juni	40	46	64	64	48	0.46	—	—	—	—	—	—
	Juli	56	48	46	58	26	32	0.50	—	—	—	—	—
	August	38	40	58	42	52	44	54	0.60	—	—	—	—
	September	36	62	52	48	48	62	52	52	0.50	—	—	—
	October	38	36	46	50	38	60	50	52	56	0.46	—	—
	November	54	48	42	54	44	36	46	40	52	38	0.44	—
	December	50	46	40	32	39	50	65	65	54	41	50	0.50
	Januar	—	42	52	37	54	39	46	46	52	61	74	46
	Februar	—	—	65	48	52	41	61	46	46	41	41	46
	März	—	—	—	56	43	37	61	33	46	59	50	50
	April	—	—	—	—	48	41	48	37	46	54	50	46
	Mai	—	—	—	—	—	46	59	48	61	52	56	56
	Juni	—	—	—	—	—	—	30	63	59	46	54	55
	Juli	—	—	—	—	—	—	—	54	48	54	59	52
	August	—	—	—	—	—	—	—	—	35	52	70	55
	September	—	—	—	—	—	—	—	—	—	37	33	50
	October	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	56	43
	November	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	52
Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für die nachfolgenden Monate.	1—3	28	36	32	32	30	28	6	14	8	25	30	8
	4—6	34	12	26	18	16	36	19	29	10	29	9	10
	7—9	32	36	14	22	21	20	26	34	19	10	19	12
	10—12	16	14	27	21	11	26	31	19	26	19	43	9
	1—3		96			90			28			63	
	4—6		72			70			58			48	
	7—9		82			63			79			41	
	10—12		57			58			75			71	
			307			281			240			223	

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst
Frühling	0.44	—	—	—
Sommer	0.60	0.56	—	—
Herbst	34	58	0.58	—
Winter	56	35	43	0.46
Frühling	—	52	26	72
Sommer	—	—	52	67
Herbst	—	—	—	30
Verwendbarkeit	38	31	31	63

Tab. 23.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Abweichung in der Anzahl der Tage mit Niederschlag der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate.

Ausgangsmonate		Dec.	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.
Nachfolgende Monate.	Januar	0.46	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Februar	34	0.36	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	März	40	36	0.38	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	April	44	42	30	0.44	—	—	—	—	—	—	—	—
	Mai	44	42	50	56	0.52	—	—	—	—	—	—	—
	Juni	42	60	52	62	50	0.46	—	—	—	—	—	—
	Juli	46	48	40	54	30	46	0.44	—	—	—	—	—
	August	48	38	38	32	48	52	58	0.50	—	—	—	—
	September	36	54	32	46	46	50	40	48	0.42	—	—	—
	October	36	40	40	50	58	46	44	60	38	0.48	—	—
	November	32	50	46	52	60	28	46	46	44	38	0.38	—
	December	44	35	32	41	56	48	50	59	52	43	50	0.41
	Januar	—	50	38	46	54	41	61	39	43	41	52	39
	Februar	--	—	34	33	54	54	56	52	46	41	52	43
	März	—	—	—	48	48	52	54	41	43	39	54	59
	April	—	—	—	—	52	52	59	54	30	48	54	59
	Mai	—	—	—	—	—	43	59	54	48	61	50	50
	Juni	—	—	—	—	—	—	30	61	50	39	44	43
	Juli	—	—	—	—	—	—	—	52	24	37	52	49
	August	—	—	—	—	—	—	—	—	37	41	35	52
	September	—	—	—	—	—	—	—	—	—	50	39	41
	October	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	52	39
	November	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	50
Verwendbarkeit der bekannten Abweichung für die nachfolgenden Monate.	1—3	30	36	32	24	22	10	24	12	26	21	14	27
	4—6	20	20	24	26	14	26	10	24	13	29	10	18
	7—9	20	26	32	11	20	15	21	15	29	24	8	10
	10—12	38	15	46	23	8	11	38	17	39	22	28	20
	1—3		98			56			62			62	
	4—6		64			66			47			57	
	7—9		78			46			65			42	
	10—12		99			42			94			70	
			339			210			268			231	

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst
Frühling	0.32	—	—	—
Sommer	62	0.40	—	—
Herbst	40	52	0.38	—
Winter	48	52	61	0.52
Frühling	—	43	54	56
Sommer	—	—	43	33
Herbst	—	—	—	48
Verwendbarkeit	42	21	34	27

Tab. 24.

Anzahl der Perioden von n auf einander folgenden Tagen mit Niederschlag.

n	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1	72	43	66	54	72	60	62	53	65	64	68	64	743
2	31.5	20	30.5	29	41	42	46.5	23.5	26.5	22	31.5	22	376
3	24.3	15	15.3	15	12	18	16.3	11.7	20.7	17.7	11.7	18.3	196
4	7.75	11	11.5	11.75	10	5.5	11.75	9	8.5	8.25	12.25	11.75	119
5	7.4	4.6	6.6	6.4	3	9.8	6	8.2	5.2	6.6	4.2	7	75
6	3	5.7	3.7	0.7	5	4.5	2	4.3	2.7	7	1.7	5.7	46
7	3	3	4.7	2.3	—	1.3	3.7	4.6	2.3	3.3	3.7	3.1	35
8		4	—	1	3	0.5	0.5	1	—	1	3.9	2.1	17
9		—	2	0.4	0.6	0.6	1.8	0.7	—	0.4	2.6	—	9
10		—	—	1		—	—	—	1	1	—	2	5
11		1	—			0.7	0.3	1		—	—	1	4
12		0.9	1.1				—	—		—	—	—	2
13		1.3	0.7				—	—		1.1	0.9	1	5
14			1				—	1			—		2
15							1	—			—		1
16								1			—		1
17											1		1
Zusammen	148.95	109.5	143.1	121.55	146.6	142.9	151.85	129.0	131.9	132.35	141.45	137.95	1637
Anzahl der Tage	315	321	361	278	304	322	357	345	282	328	355	362	3930
Mittl. Länge d. Perioden	2.1	2.9	2.5	2.3	2.1	2.2	2.4	2.7	2.1	2.5	2.5	2.6	2.4
Veränderlichk. ber.	0.593	0.545	0.534	0.630	0.608	0.571	0.539	0.555	0.624	0.577	0.526	0.533	0.570
Veränderlichk. beob.	473	341	396	437	482	444	425	374	467	404	398	381	416
Differenz	120	204	138	193	126	127	114	181	157	173	128	152	154
Index	202	374	258	306	207	222	212	326	252	300	243	285	270

Tab. 25.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Tagen ohne Niederschlag.

n	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1	58	37	63	52	63	55	66	50	45	56	64	53	662
2	32	30.5	28	13.5	23.5	32	24.5	20	36.5	22	26	25.5	314
3	25	5	13	9.7	20.3	24	14	20	14	18	16	16	195
4	14.75	12	11.75	15	4.5	14.5	13.5	10.25	10.25	5	14	10.5	136
5	7.4	4.2	6.6	3.2	6 4	6.6	5.2	9.4	6.4	5.4	8	12.2	81
6	4.3	3	2	6.5	5.5	2.3	5.8	6	2.8	3.7	5.8	4.3	52
7	2	2.6	4.7	6.7	3.4	4.6	4	2	3.7	2.9	3.1	3.3	43
8	1.6	4.1	2.9	4.6	7.9	4.6	5.9	2.4	1.6	2	1	2.4	41
9	2.9	0.9	2.1	1	2.8	1.2	4.4	2.6	2	1.4	1.9	1.8	25
10	—	2	1.7	4.1	2.2	1.4	1.7	1.8	1	3.3	2.8	—	22
11	1.1	1 4	2.7	2.8	1	—	1	—	0.1	2.9	—	—	13
12	0.75	0.25	0.2	0.8	1	1	—	2.8	1.2	0.8	0.2	—	9
13	0.8	—	1	0.8	1.2	—	—	—	1.5	0.5	1	2.2	9
14	1	—	1	0.5	1.5	—	—	1	2.7	3.9	0.4	—	12
15	0.1	0.7	0.3	—	—	1	—	—	1.1	0.9	—	2.9	7
16	—	0.75	0.25	—	—	0.8	0.2	1	—	0.7	0.3	—	4
17	—	—	—	—	1			—	—	—		—	1
18	—	—	—	—	—			—	1	—		—	1
19	—	0.8	0.2	—	—			—	0.6	0.4		—	2
21	0.3	0.7		2.7	0.3			—	—	—		—	4
22	0.9	—						0.8	0.2	—		0.1	2
23	0.3	0.7							—	—			1
25	0.2	0.8							—	—			1
36									0.8	0.2			1
Zusammen	153.4	107.4	141.4	123.9	145.5	149.0	146.2	130.05	132.45	130.0	144.5	134.2	1638
Zahl der Tage	460	385	414	472	471	428	418	430	468	447	395	413	5201
Mittl. Länge der Perioden	3.0	3.6	2.9	3.8	3.2	2.9	2.9	3.3	3.5	3.4	2.7	3.1	3.2
Beob. Veränderlichkeit	0.407	0.455	0.466	0.370	0.392	0.429	0.461	0.445	0.376	0.423	0.474	0.467	0.430
Berechn. „	334	279	342	263	309	348	350	302	283	291	366	325	315
Differenz	073	176	124	107	083	081	111	143	093	132	108	142	115
Index	179	387	266	289	212	189	241	321	247	312	238	304	267

Tab. 26.

Wahrscheinlichkeit des Aufhörens des Regnens nach Ablauf von *n* Regentagen.

n	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.484	0.393	0.461	0.444	0.492	0.420	0.408	0.411	0.493	0.484	0.480	0.464	0.454
2	411	301	396	429	550	507	517	441	396	322	429	289	420
3	535	322	328	389	357	440	376	275	512	381	279	352	378
4	366	349	368	500	463	240	434	292	431	288	405	349	369
5	553	224	333	542	259	563	392	376	464	323	233	319	369
6—10		241	238	464		350	288	242	430	383	294	313	317
11—15							245	166			095		330

Tab. 27.

Wahrscheinlichkeit des Regenbeginns nach Ablauf von *n* Tagen ohne Niederschlag.

n	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.378	0.345	0.445	0.419	0.433	0.369	0.451	0.384	0.340	0.431	0.443	0.395	0.404
2	335	433	357	188	285	341	306	250	416	298	323	314	322
3	394	125	258	166	344	387	251	333	274	346	293	287	295
4	384	344	314	308	116	381	324	256	278	147	363	264	291
5	313	184	257	095	187	281	184	315	240	186	326	417	244
6	265	161	105	213	249	136	252	294	138	157	351	253	208
7	167	166	276	279	153	315	233	139	211	146	289	260	217
8	} 169	313	234	266	428	460	447	194	116	118	132	} 171	264
9		100	222	079	254	222	603	260	164	093	288		219
10		247	231	350	268	333	587	244	098	242	596		247
11—15	} 229	081	356	132	240	182	166	172	230	303	253	278	237
16—20		074			154			111	152	241			115
21—25		357							040				335

Tab. 28.

Abweichungen in der Größe der Bewölkung.

(+ bedeutet zu groß, — bedeutet zu gering.)

Jahr	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1856	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−0.5	—
1857	+1.2	−3.4	−0.3	+0.3	−1.1	−2.8	−0.2	−2.4	−1.4	−0.9	−1.5	−0.1	−13.0
1858	−0.8	−3.9	−1.4	−1.9	+0.6	−2.0	+0.2	+0.5	−0.7	−1.5	−1.0	+0.7	−12.0
1859	−0.3	−0.5	+0.1	+1.0	−0.9	−1.1	−1.9	−0.9	+0.6	−0.5	−1.6	−0.8	− 3.7
1860	+0.2	+0.6	+0.9	−0.3	0.0	0.0	+0.4	+1.2	+0.2	−0.1	0.0	+1.1	+ 2.3
1861	0.0	0.0	+0.5	+0.1	+0.9	−0.3	+0.3	−1.3	+1.3	−2.0	0.0	−0.4	+ 0.6
1862	+0.4	+0.8	−0.7	0.4	−0.4	+1.0	+0.8	−0.6	−0.1	−0.1	+0.6	−0.3	+ 0.9
1863	+0.9	−1.3	+0.9	−1.4	+0.6	+0.8	0.0	−0.1	+1.3	−0.1	−0.2	+0.5	+ 1.1
1864	−3.9	+0.8	−1.1	−1.2	−0.7	+1.4	+0.1	+1.2	+0.2	+0.7	−1.0	0.5	− 3.0
1865	+1.1	−0.2	+0.9	−2.2	−0.3	+0.1	−1.3	+0.4	−3.4	−0.9	−0.3	−1.2	− 6.6
1866	+0.4	+1.0	+0.5	−0.5	0.0	−1.0	+1.2	−0.7	+1.5	−3.6	+0.5	+0.7	− 1.9
1867	+1.4	+0.9	+0.5	+2.2	−0.1	−0.3	+0.9	−1.6	−0.4	+0.7	+0.7	+0.6	+ 5.6
1868	+1.2	+1.2	+0.6	+0.4	−2.1	−1.3	−1.3	0.0	−2.0	+0.5	+0.2	+0.3	− 2.0
1869	−1.1	+0.3	+0.8	−0.8	+1.0	+1.3	−1.1	+0.9	0.0	+0.8	+0.6	−0.2	+ 3.0
1870	+0.7	−1.5	+1.0	−0.8	−0.3	+0.5	+0.1	+1.4	−0.2	+1.1	+0.2	−0.6	+ 2.0
1871	0.0	+0.6	−3.0	+1.5	−0.1	+2.0	+0.7	−0.6	−0.8	−0.6	−0.4	−0.6	− 1.3
1872	−0.2	−0.6	−1.5	+0.6	+0.4	+1.3	−1.1	0.0	+0.9	+0.4	+0.8	−0.4	+ 0.4
1873	+0.2	+1.1	−0.4	+0.3	+1.7	+0.4	−0.7	−0.1	+0.9	+0.9	−0.6	−1.0	+ 3.3
1874	−0.7	−1.3	+0.3	0.0	+0.1	−0.9	−1.4	+0.1	+0.1	−0.6	+0.5	+0.8	− 4.8
1875	+0.8	+0.4	+0.3	−0.2	+0.8	+0.4	+0.2	+2.3	−2.3	+1.1	+0.6	−0.1	+ 5.2
1876	−1.1	+0.7	+1.2	−0.1	0.0	−0.2	+0.4	−1.8	+0.9	+0.1	+0.7	+1.0	+ 0.7
1877	+0.8	+1.7	+1.1	+1.2	+1.1	−1.3	+1.0	+0.9	+0.5	−0.4	+0.3	+1.3	− 7.9
1878	+0.9	+1.1	+1.0	−0.5	+0.1	+0.1	+1.9	+0.5	+0.5	+0.7	+1.0	+1.2	+ 8.6
1879	+1.3	+2.1	+0.9	+2.3	−0.7	+0.8	+1.6	+1.0	+0.3	+1.7	+0.6	−2.4	+13.1
1880	−0.9	−1.5	−2.8	−0.1	−0.8	+1.0	+0.7	−1.4	+0.1	+2.0	−0.1	+1.3	− 6.2
1881	−0.9	+0.1	−0.4	−0.5	−0.5	+0.7	−0.7	+1.0	+1.3	+1.5	−1.1	—	+ 1.8
Mittl. Abweichung	0.9	1.1	0.9	0.8	0.6	0.9	0.8	0.9	0.9	0.9	0.6	0.7	4.4
Wahrsch. Fehler	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.95

Tab. 29.

Wahrscheinlichkeit einer Aenderung der Abweichung der mittleren Bewölkung der nachfolgenden gegen die Ausgangsmonate.

	Ausgangsmonate	Dec.	Jan.	Feb.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.
Nachfolgende Monate.	Januar	0.50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Februar	34	0.36	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	März	42	32	0.36	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	April	44	46	50	0.58	—	—	—	—	—	—	—	—
	Mai	46	48	48	44	0.46	—	—	—	—	—	—	—
	Juni	56	50	46	62	60	0.46	—	—	—	—	—	—
	Juli	46	40	32	40	58	44	0.50	—	—	—	—	—
	August	38	44	44	40	66	44	38	0.52	—	—	—	—
	September	46	52	48	44	46	40	42	44	0.48	—	—	—
	October	36	46	38	50	52	50	20	50	34	0.46	—	—
	November	42	32	32	24	42	44	50	36	48	40	0.34	—
	December	52	46	43	37	56	50	74	37	52	54	57	0.41
	Januar	—	48	37	35	63	48	59	43	48	39	59	35
	Februar	—	—	54	22	54	48	63	48	52	35	50	26
	März	—	—	—	35	63	52	63	52	43	52	50	39
	April	—	—	—	—	48	41	48	37	50	46	43	41
	Mai	—	—	—	—	—	56	54	61	61	57	62	48
	Juni	—	—	—	—	—	—	35	50	50	41	39	37
	Juli	—	—	—	—	—	—	—	43	43	35	62	39
	August	—	—	—	—	—	—	—	—	52	43	46	52
	September	—	—	—	—	—	—	—	—	—	48	50	48
	October	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	43	29
	November	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	35

Verwendbarkeit der bekannten Anomalie für die nachfolg. Monate		Dec.	Jan.	Feb.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.
	1—3	24	36	16	26	22	16	20	8	20	18	32	48
	4—6	16	12	28	26	22	16	54	34	6	28	7	22
	7—9	20	12	32	39	27	4	35	17	18	20	35	26
	10—12	24	24	24	58	19	17	21	18	9	24	11	38
	1—3		76			64			48			98	
	4—6		56			64			94			57	
	7—9		64			70			70			81	
	10—12		72			94			48			73	
			268			292			260			309	

	Winter	Frühling	Sommer	Herbst
Frühling	0.40	—	—	—
Sommer	50	0.54	—	—
Herbst	52	40	0.26	—
Winter	48	43	0.54	0.43
Frühling	—	39	63	56
Sommer	—	—	39	37
Herbst	—	—	—	43
Verwendbarkeit	14	32	52	33

Tab. 30.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden heitern Tagen (mittlere Bewölkung < 2).

n	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1	17	23	26	32	30	19	33	31	27	19	15	22	294
2	5	7	8	5	9	6	9	6	11	4	7	4	81
3	3	1	2	2	3	3	4	1	1	2	4	3	29
4	3	2	1	1	3	2		2	2	2		1	19
5	1	—	—	1				1	2	1		1	7
6	—	1	2	—				—	—	—			3
8	—	—		—				1	—	—			1
9	—	—		1					1.8	0.2			3
12	—	1											1
13	0.4	0.6											1
Zusammen	29.4	35.6	39	42	45	30	46	42	44.8	28.2	26	31	439
Anzahl der Tage . . .	58	74	64	66		48	63	67	86	48	41	48	732
Mittl. Länge d. Period.	2.0	2.1	1.6	1.5	1.5	1.6	1.4	1.6	1.9	1.7	1.6	1.5	1.7
Veränderlichk. ber. . .	0.925	0.895	0.917	0.912	0,911	0.936	0.919	0.922	0 885	0.938	0.945	0.930	0.920
» beob. .	507	481	609	636	652	625	730	627	521	588	634	646	600
Differenz	418	414	308	276	259	309	189	295	364	350	311	284	320
Index	452	463	336	303	284	330	206	320	411	373	329	305	348

Tab. 31.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden Tagen mit mäßiger Bewölkung.
(2 ≦ mittl. Bewölkg. ≷ 8.)

n	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septbr.	October	Novbr.	Decbr.	Jahr
1	80	81	95	77	63	61	68	59	74	70	81	79	888
2	37.5	27	35	30	41	36.5	37	42.5	37	35	48	37.5	444
3	14.7	16.3	24	20	24.3	24.7	29.3	23	18.3	19.7	14.3	12.3	241
4	4.75	7	10.75	11.75	17.5	13.5	17	23.75	17.5	10.25	3.75	4.5	142
5	6	—	2.2	9.2	7.6	3	5.6	4.8	8	3.6	2.6	2.4	55
6		—	2	1	6.5	5.5	1	5	3	4	1	1	30
7		1	2	3	1	2	5.4	3.6	2	—	0.7	0.3	21
8			0.4	3.6	3.9	4.1	1	1.1	2.5	2.4			19
9				—	1	1	—	1	—	2			5
10				1.9	0.1	—	—	—	—	1			3
11				1	—	1	0.2	0.8	1	—			4
12				—	1	1	1	—	—	—			3
13				1		—		1	—	—			2
14						—		—	0.1	0.9			1
15						1		0.5	0.5				2
17								0.1	0.9				1
Zusammen	142.95	132.3	171.35	159.45	166.9	154.3	165.5	166.15	164.8	148.85	151.35	137.0	1861
Zahl der Tage	248	219	320	389	425	404	392	436	399	342	259	229	4062
Mittl. Länge der Perioden	1.7	1.7	1.9	2.4	2.5	2.6	2.4	2.6	2.4	2.3	1.7	1.7	2.2
Beob. Veränderlichkeit	0.680	0.690	0.587	0.482	0.451	0.461	0.494	0.438	0.478	0.559	0.655	0.705	0.555
Berechn. "	576	605	535	410	393	382	422	381	413	435	585	598	458
Differenz	104	085	052	072	058	079	072	057	065	124	070	107	097
Index	153	123	089	150	129	171	146	130	136	222	107	152	175

Tab. 32.

Anzahl der Perioden von *n* auf einander folgenden trüben Tagen.
(Bewölkung > 8.)

n	Januar	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	43	43	59	66	56	61	69	72	63	50	44	35	661
2	29.5	23.5	32.5	29.5	44	27	29.5	31	36.5	29.5	34.5	22	369
3	20.7	11.7	18	15.7	15.7	13	12.3	17	11.3	26.7	12.7	18.3	193
4	10.5	11.75	10.25	12	13	10.25	10.5	2	6.75	9.5	13.25	11.25	121
5	6.6	7	10.4	4.6	3	3	8	5.6	6.6	8.8	9	11.4	84
6	2.3	7	4.5	1.3	1.2	1	3.8	3.2	—	4	4	9.7	42
7	2.1	3	3.6	1.4	—	1.3	2.7	1	1	1.4	3.6	2.9	24
8	3	3	1	1.5	0.6	1.9	1.4	0.6	1	1.75	7	3.25	26
9	5.1	3.2	3.4	0.2	0.6	0.4	1	2	—	—	—	3	19
10	1.5	2	0.8	0.2	—	3.5	0.5	—	—	1	1.7	2.8	14
11	1.7	3	0.3	1	—	—	—	—	—	—	1.9	2.1	10
12	—	1	—	—	—	1	—	—	0.6	1.4	2	—	6
13	0.7	0.9	0.1	0.5	0.5	0.5	0.5	—	—	1	—	0.3	5
14	2.6	0.4	—					—	—	—	—	2	5
15	—	—	—					0.1	0.9	—	—	1	2
16	2	—	—							0.8	0.2	1	4
18	1	—	—							—	—	—	1
19		—	—							—	1.2	0.8	2
20		—	—							0.6	0.4		1
24		0.3	0.7										1
Zusammen	132.3	120.75	144.55	133.9	134.6	123.85	139.2	134.5	127.65	136.45	135.45	126.8	1590
Anzahl der Tage	469	412	391	295	281	298	320	272	265	384	450	477	4314
Mittl. Länge der Perioden	3.5	3.4	2.7	2.2	2.1	2.4	2.3	2.0	2.1	2.8	3.3	3.8	2.7
Veränderlichkeit ber.	0.395	0.414	0.496	0.607	0.637	0.620	0.587	0.649	0.647	0.504	0.400	0.384	0.526
Veränderlichkeit beob.	282	293	370	454	479	422	435	494	482	355	301	266	369
Differenz	113	121	126	153	158	198	152	155	165	149	099	118	157
Index	286	292	254	252	248	319	259	239	255	296	247	307	298

Tab. 33.

Wahrscheinlichkeit einer Zunahme der Bewölkung nach Ablauf von *n* heitern Tagen.

n	Jan.	Fbr.	März	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.578	0.646	0.390	0.762	0.667	0.633	0.717	0.738	0.603	0.674	0.577	0.710	0.670
2	403	556	616	500	600	545	692	545	618	435	636	444	559
3	405	178	400	400	500	600		200	147	385		600	453
4	681	435	333	333				500	345	625		500	540
5—9	143	077		300					305	367			307

Tab. 34.

Wahrscheinlichkeit einer Zu- oder Abnahme der Bewölkung nach Ablauf von *n* mäßig bewölkten Tagen.

n	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.560	0.612	0.554	0.483	0 377	0.395	0.411	0.355	0.449	0.470	0.535	0.576	0.477
2	596	526	459	364	395	391	380	397	408	445	682	647	456
3	415	671	580	381	386	435	484	356	340	449	640	600	455
4	229	875	620	362	453	420	545	558	493	424	466	549	493
5—9				259	422	297	333	326	306	308			353
10—14						167		192	093	211			282

Tab. 35.

Wahrscheinlichkeit einer Aufklärung nach Ablauf von *n* trüben Tagen

n	Jan.	Fbr.	Mrz.	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
1	0.325	0.356	0.408	0.493	0.416	0.493	0 496	0.535	0.494	0.367	0.325	0.276	0.416
2	330	302	380	434	560	431	420	496	564	341	377	240	397
3	346	216	339	409	454	363	302	540	401	469	223	262	345
4	269	276	294	529	688	449	370	138	401	314	299	218	330
5—9	192	242	379	296	364	299	437	471	268	240	232	240	267
10—14	188	349							080	199	218	315	263
15—19										114	172	382	265

Tab. 36.

Hauptresultate.

		Jan.	Fbr.	März	Aprl	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept	Oct.	Nov.	Dec.	Jahr
Wahrscheinl. Fehler	Temperatur	0.61	0.56	0.38	0.30	0.40	0.27	0.29	0.28	0.24	0.31	0.37	0.60	0.16
	Höhe d. Niederschlg.	2.61	3.35	3.06	3.13	2.60	4.05	3.19	5.12	2.39	3.23	3.19	4.17	12.4
	Tage mit »	0.5	0.8	0.8	0.7	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.8	0.7	0.6	2.56
	Bewölkung	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.95
Mittlere Länge der Perioden	gl. Temperat.-Anom.	8.1	6.5	5.5	4.8	5.1	4.8	4.8	5.0	4.5	4.6	6.2	6.2	5.2
	v. Tagen mit Niederschlg.	2.1	2.9	2.5	2.3	2.1	2.2	2.4	2.7	2.1	2.5	2.5	2.6	2.4
	» ohne »	3.0	3.6	2.9	3.8	3.2	2.9	2.9	3.3	3.5	3.4	2.7	3.1	3.2
	heiterer Tage	2.0	2.1	1.6	1.5	1.5	1.6	1.4	1.6	1.9	1.7	1.6	1.5	1.7
	mäßig bew. Tage	1.7	1.7	1.9	2.4	2.5	2.6	2.4	2.6	2.4	2.3	1.7	1.7	2.2
	trüber Tage	3.5	3.4	2.7	2.2	2.1	2.4	2.3	2.0	2.1	2.8	3.3	3.8	2.7
Index d. Tendenz der Erhaltung für	Temperatur-Anom.	0.749	0.688	0.638	0.582	0.604	0.504	0.620	0.595	0.552	0.568	0.680	0.674	0.618
	Niederschlag	202	374	258	306	207	222	212	326	252	300	243	285	270
	Trockenheit	179	387	266	289	212	189	241	321	247	312	238	304	267
	Heiterkeit	452	463	336	303	284	330	206	320	411	373	329	305	348
	mäßige Bewölkung	153	123	089	150	129	171	146	130	136	222	107	152	175
	Trübe	286	292	254	252	248	319	259	239	255	296	247	307	298
Veränderlichk. d. Temperatur	von Tag zu Tag	2.03	1.90	1.78	1.87	1.94	1.88	1.75	1.57	1.58	1.65	1.78	2.15	1.52
	von Monat zu Monat	3.44	3.08	4.45	4.14	4.92	2.03	1.54	3.06	4.98	5.30	3.45	2.95	

Göttingen, im April 1886.

Inhalt von Nr. 12.
Hugo Meyer, über die Witterungsverhältnisse Göttingens.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

21. Juli. № 13.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 5. Juni 1886.

Khajurâho Inschrift des Chandella Fürsten Dhaṅga, von Saṁvat 1059, erneuert Saṁvat 1173;

mitgetheilt von

F. Kielhorn.

Die Inschrift, von welcher ich im Folgenden eine Abschrift und kurze Inhaltsangabe mittheile, ist von Captain T. S. Burt im Februar 1838 in einem Tempel des Dorfes Khajurâho (Kharjûra, Kajûra, Kajurâhah, Kajrâba, oder Kharjurpur[1]) in Bundelkhand entdeckt worden. Herausgegeben wurde sie, mit Uebersetzung, von Mr. Sutherland, im *Jour. As. Soc. Beng.* Vol. VIII, pp. 159—184, und ausführlich besprochen von Lassen, *Ind. Alterthumskunde*, Vol. III, pp. 782—787. Daß jene erste Ausgabe viele Fehler enthält, ist zuerst von General Cunningham, *Jour. As. Soc. Beng.*, Vol. XXIX, p. 394, angedeutet worden; offenbar ist sie das Machwerk eines höchst unzuverlässigen Paṇḍit, der sich nicht scheute auszulassen was ihm Schwierigkeiten bereitete, und mit staunenerregender Willkühr änderte was ihm unverständlich war. Meine eigene Abschrift ist nach einem mittelmäßigen Abklatsche gemacht, der General Cunningham gehörte, und den ich der Güte meines Freundes J. F. Fleet verdanke. Nach den Angaben

1) Cunningham, Ancient Geography of India, Vol. I, p. 481.

Captain Burt's ist die Inschrift vorzüglich erhalten, und ich vermuthe deshalb, daß ein besserer Abklatsch mir viel Mühe und im Drucke manche Klammern[1]) erspart haben würde; dennoch glaube ich, mit vielleicht einigen Ausnahmen, auf welche ich in den Anmerkungen aufmerksam gemacht habe, alle *Akshara* richtig gelesen zu haben.

Die Inschrift ist 160 Centimeter breit und 86 Centimeter hoch, und enthält 34 Zeilen. Die Sprache, in der sie verfaßt ist, ist Sanskṛit, und die Schrift Devanâgarî des zwölften Jahrhunderts. Die Formen der Buchstaben sind die gewöhnlichen, und bemerkenswerth ist vielleicht nur, daß च und ृ, ebenso wie त, न und ल, und ध und व leicht verwechselt werden können. Was die Orthographie betrifft, so wird *b* stets durch व bezeichnet, und steht der dentale Sibilant स häufig an Stelle des palatalen श, bisweilen auch umgekehrt श für स.

Mit Ausnahme des einleitenden ओं ओं नमः शिवाय, und der Daten in Z. 32—33 und Z. 34 ist die Inschrift in Versen. Die Verse 1—62 sind von einem Dichter Râma verfaßt; der Verfasser der später hinzugefügten Verse 63 und 64 wird nicht genannt. Erwägt man, daß der Dichter von den Fürsten, die er zu besingen hatte, außer ihren Namen wahrscheinlich so gut wie Nichts wußte, so wird man zugeben, daß er seine Aufgabe, im Geschmacke seiner Zeit, mit Geschick gelöst hat. Ein wirklich schlecht gebauter Vers ist nur 39.

Zweck der Inschrift ist der Preis des Fürsten Dhaṅga, der einen S'iva-Tempel erbaut hatte, für den die Inschrift bestimmt gewesen sein muß. Ihr historischer Werth liegt hauptsächlich in den Daten welche sie für die Geschichte der Chandella Dynastie liefert. Absichtlich enthalte ich mich hier jeder Bemerkung über diese Dynastie[2]), weil ich diesen Gegenstand nach Herausgabe andrer noch unedirter Inschriften von Khajurâho im Zusammenhange zu besprechen hoffe.

Inhaltsangabe.

Nach den Worten 'Om! Om! Verehrung dem S'iva!' preist der Dichter in V. 1—3 S'iva (Rudra, Digambara, S'ûladhara, Maheśvara), in V. 4 Bhâratî, die Göttin der Beredsamkeit, in V. 5 Gaṇeśa, und giebt in V. 6 seiner Verehrung für andre Dichter Ausdruck.

V. 7 beschreibt die Entstehung des Weltei's; (V. 8) aus den beiden Hälften desselben machte Brahman Himmel und Erde, aus sei-

1) In Klammern gebe ich alle undeutlichen *Akshara*; auf *Akshara*, über deren Lesung ich zweifelhaft bin, mache ich in den Anmerkungen besonders aufmerksam.

2) Zur Litteratur vgl. Centenary Review, As. Soc. Bengal, II, p. 123.

nem eigenem Geiste schuf er Marîchi, Atri, und andre fromme Seher. (V. 9) Der erhabenste von diesen war Atri; aus seinem Auge entsprang Soma, der Mond, und von ihm wurde Chandrâtreya geboren, (V. 10) dessen Weisheit der Beschreibung spottet. (V 11) Er ist der Stammvater des königlichen Geschlechtes, das im Folgenden gepriesen wird [1]).

Nachdem der Verfasser (V. 12) prophezeit hat, daß die Nachkommen des Chandrâtreya die Erde, so lange der Mond besteht, beherrschen werden, und nachdem er (V. 13) seine Verehrung für die früheren mächtigen Könige dieser Familie ausgesprochen hat, erzählt er, (V. 14) daß im Laufe der Zeit in diesem Geschlechte ein berühmter König,

(*1*) Nannuka [2]), erstand, (V. 15) dessen Tapferkeit die Götter an Arjuna erinnerte. (V. 16) Er hatte einen Sohn,

(*2*) Vâkpati [3]), (V. 17) der an Weisheit und Tapferkeit die mythischen Könige Pṛithu und Kakutstha übertraf. (V. 18) Sein Sohn hieß

(*3*) Vijaya, (V. 19) dessen Ruhm von den himmlischen Sängerinnen gesungen wurde, (V. 20) und der, nachdem er sich die benachbarten Fürsten botmäßig gemacht hatte, selbst den fernsten Süden Indiens und Ceylon mit Krieg überzog (eine gewöhnliche poetische Phrase). Er hatte (V. 21) einen Sohn

(*4*) Râhila [4]), (V. 22—23) der seinen Freunden half und seine Feinde bedrängte. (V. 24) Der Sohn dieses Fürsten war

(*5*) Harsha, (V. 25—28) ein König, der die ganze Erde beschützte und ein Schrecken seiner Feinde war. (V. 29—30) Seine Gemahlin Kañchhukâ [5]) (V. 31) gebar ihm einen Sohn,

(*6*) Yaśovarman [6]) *(Yaśovarmadeva)*, der, (V. 32—33) ein

1) Der Name Vâyvaryaman, den Sutherland und Lassen geben, steht nicht in der Inschrift.

2) Lassen ändert den Namen, ohne Grund, zu Nandaka. Zwischen Nannuka und Vâkpati schiebt er einen König Arjuna ein.

3) Sutherland hat Vâgyati, Lassen Vâgyuti.

4) Sutherland und Lassen haben Vahila.

5) Sutherland hat Kunkati und Kankuta, Lassen Kantukâ; die Bemerkung, 'daß sie von dem Geschlechte des Götterflusses oder der Gangâ abstamme', beruht auf einem Mißverständnisse.

6) Sutherland und Lassen haben Yaśodharmadeva; die Annahme 'er müsse im vorgerückten Alter König geworden sein', beruht auf einem Mißverständnisse; ebenso die Bemerkung 'seine Regierung' müsse 'eine höchst unglückliche' gewesen sein. In beiden Punkten würde die Inschrift eher das Gegentheil beweisen. Falsch ist auch, daß die Gemahlin des Königs Narmadevâ oder Narmadevî geheißen habe.

frommer und freigebiger Herr, (V. 34) sich seine Feinde botmäßig machte, (V. 35—36) mit seinem Ruhme und seinen Tugenden die ganze Erde erfüllte, und so (V. 37) seine Herrschaft befestigte. Dieser König ließ (V. 38) einen großen Teich graben und (V. 39) einen Tempel erbauen, den er dem Vishṇu weihte. (V. 40—41) Seine Gemahlin, die aus edler Familie war, (über deren Namen ich aber zweifelhaft bin), gebar ihm (V. 42) einen Sohn,

(7) Dhaṅga[1]), der (V. 43—44) mit dem Gotte Vishṇu-Kṛishṇa verglichen wird. Seine Macht war so gewaltig, daß (V. 45) die Herrscher von Kośala, Kratha, Siṁhala (Ceylon), und Kuntala seinen Befehlen lauschten, und (V. 46) die Gemahlinnen der von ihm unterworfenen Könige von Kâñchî, Andhra, Râḍhâ, und Anga in seinen Gefängnissen schmachteten. Alles dies ist natürlich grobe Uebertreibung, und ebenso verhält es sich mit der Angabe, (V. 47) daß der Ruhm Dhaṅga's sich über die fernsten Länder der Erde und darüber hinaus verbreitet hatte.

(V. 48—51) Der König Dhaṅga erbaute dem Gotte S'ambhu (S'iva) einen prachtvollen Tempel mit zwei Lingas, einem smaragdenen und einem aus Stein verfertigten, das im Tempel aufgestellt war. (V. 52) Außerdem ließ er unendliche Quantitäten Goldes vertheilen, und (V. 53—54) herrliche Wohnungen für fromme Brahmanen errichten, die von ihm mit Schenkungen an Land, Kühen, Korn und Geld bedacht wurden.

(V. 55) Nachdem Dhaṅga die ganze Erde allein beherrscht und über 100 Jahre gelebt hatte, gab er, mit geschlossenen Augen, alle seine Gedanken auf Rudra gerichtet, und leise betend, seinen Geist im Wasser der Flüsse Ganges und Yamunâ auf.

(V. 56) Obiges Loblied des Fürsten ward beendigt, als der königliche Hauspriester Yaśodhara der Rechtspflege vorstand; (V. 57—58) verfaßt ist es vom Dichter Râma, dem Sohne Balabhadra's, und Enkel des Dichters Nandana, aus der S'âbara (?) Familie, und gebürtig aus Tarkârî (Tehri?); (V. 59) geschrieben vom Kâyastha Yaśaḥpâla; und (V. 62) in den Stein gehauen von Siṁha.

(V. 60) Der von Dhaṅga dem S'iva (Pramathanâtha) geweihte Tempel wurde gebaut vom Baumeister Chhichchha. (V. 61) Möge er stehen, so lange die Welt besteht!

Auf V. 62 folgen in Prosa die Worte, mit denen die Inschrift ursprünglich geendet hat:

'Im Jahre 1059; im Reiche des erhabenen Herrschers Dhaṅga

---

1) Früher Banga gelesen, aber ebenso wie die Namen des zweiten und vierten Fürsten schon von General Cunningham richtig gelesen.

(*Srîdhaṅgadeva*), des Chândella Königs von Kharjûra. Hier endet das Loblied des Gottes, des hehren Marakateś-vara' (*i. e.* S'iva's, dessen smaragdenes Linga im Tempel verehrt wurde).

Die Verse 63 und 64 fügen hinzu, daß der König Jayavarman (*Jayavarmadeva*) die Inschrift erneuern ließ [1]), und daß die Schrift, wie wir sie jetzt auf dem Steine lesen, vom Gauḍa Kâyastha Jayapâla herrührt. — Das Datum der Erneuerung, mit dem die Inschrift nun endet, ist:

'Freitag, am 3ten der lichten Hälfte des Monats Vaiśâkha, im Jahre 1173'.

[Während des Druckes habe ich den höchst werthvollen 21sten Band der Reports, Archaeol. Survey of India, erhalten, in welchem General Cunningham die Khajurâho Inschriften einer erneuten Besprechung unterzogen und auch ein, leider sehr kleines, Facsimile der hier veröffentlichten Inschrift gegeben hat (Plate XVIII). Ich habe dieses Facsimile bei der Correctur genau verglichen, habe aber darin für zweifelhafte Stellen keine Hülfe gefunden. Trotz General Cunningham's Bemerkung auf S. 56 glaube ich, daß das erste Datum der Inschrift 1059, nicht 1056, ist; und ich glaube nicht, daß das auf *S'rîkharjjûra* in Z. 33 folgende Wort *vâtika* ist. In Bezug auf die S. 68 gegebene Uebersetzung der beiden letzten Verse der Inschrift bemerke ich, daß in denselben weder von 'irregular letters' noch von 'letters in the *Kumuda* form' die Rede ist, und verweise auf den Text der Verse und meine Anmerkungen. Endlich möchte ich noch darauf aufmerksam machen, daß die Inschrift einen Fürsten Gaṇḍa Deva nicht erwähnt.]

1) Die Angaben daß die ursprüngliche 'Inschrift durch die Thränen der Söhne und Frauen seiner in den Kämpfen erschlagenen Feinde verwischt oder undeutlich geworden sei' und daß die Buchstaben der erneuten Inschrift *Kakud*- oder Spitzen ähnliche genannt seien, beruhn auf falscher Lesung und Mißverständniß.

Text der Inschrift.

[1] ओं

ओं नमः शिवाय ॥

विष्टपविकटघटानामजायमानाय बीजभूताय ।

रुद्राय नमः पालनविलयकृते निःक्रियायापि* ॥ — V. 1.

तूर्णं घूर्णति यत्र गोत्रसिखरिं*व्यूहः समूहः पत

त्यत्याव[र्त्तित]मूर्त्तिरार्त्तविरुतं कुर्व्वन्ककुप्कुम्भिनां ।

सप्तांभोध्यवधिप्रधूतवसुधावन्धं*ः कव[न्धी]कृत

स्व

[2] [र्गा]ङ्गिः जयकांडतांडवविधिः शैवः शिवायास्तु वः ॥ — V. 2.

कस्त्वं द्वारि दिगंवरः* जपणकः कस्मादकस्मा[द्वो]

[वा]लें* शूलधरो धिगायुधविधिं वर्हां*स्त्वदर्हो ननु ।

मां जानीहि महेश्वरं स्फुटमिदं वस्त्रेप्यभा[णा]दिति

प्रेयस्या परिहासतो विहसितं शंभोः शुभायास्तु वः ॥ — V. 3.

पशुपतिवदनच्छद्मनि कृतवसतिः पद्मसद्मनि स

[3] [दा] या ।

जयति वि[ल]जणाद्रूपा मुक्ताभा भारती भ्रमरी ॥ — V. 4.

V. 1. Ârya. — (*b*) Lies निष्क्रियायापि. — ब्रजायते fasse ich als Denominativum von ब्रज 'Brahman'.

V. 2. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies °शिखरि°; (*b*) ursprünglich °म्भिनाम्, aber म् ausgestrichen; (*c*) lies °बन्धः कबन्धी°.

V. 3. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies दिगंबरः; (*b*) lies बाले, und बर्हां°; (*c*) über °भाणादिति bin ich zweifelhaft; das Original scheint ursprünglich °भानादिति gelesen zu haben, aber über dem Akshara ना steht ein Zeichen, durch welches, wie ich vermuthe, न in ण verwandelt werden soll. अभाणात् wäre zu übersetzen mit 'ohne daß du es sagst'.

V. 4. Ârya.

गिरिशशि[रसि] यच्छन्द्रस्तमिन्दोः कलायां
मृदुकमलमृणालीग्रासगृध्नुः शिसुत्वे*।
जयति विधुतमूर्द्धान्नालललीलांबु[जे]न*
स्मितकुपितमृडानीताडितो नागवक्रः॥ – V. 5.
निजोपज्ञप्रज्ञाप्रसरपरिविस्फारमुकुरे
पदार्थानां सार्थः प्रतिफलति
[4] येषामवि[त]थः।
गिरां ग्रामो येषामधर[मधि]शेते स्वयमयं
नमस्तेभ्यः सद्भि[ः पु]*लकितजगद्भ्यः कि[मु व]र[म्]॥ — V. 6.
कल्पादौ किल [के]वलं खमखिलं [ध्वां]तावनद्धं ध्रुवं
शून्यं वीक्ष्य सिसृक्षतो जगद्भूद्[व्या]दमुद्रो[नि]लः।
तत्राभूदनलोनलाज्जलमभूद्वीजादमोघाज्जले
ज्वालामालि हिरन्मयं* महदभूदंडं विभोर्व्रह्मणाः*॥ — V. 7.
तदंडभांडखंडाभ्यां
[5] द्यां भुवं विदधे धिया।
व्रह्मा* व्रह्मनिधीन् पुत्रा[न्] मरीच्यत्रि[त्र]मुखान्मुनीन्॥ — V. 8.

V. 5. Mâlinî. — (*b*) Lies शिशुत्वे; (*c*) lies °लीलाम्बुजेन. Für den Instr. विधुतमूर्ध्ना könnte man den Nom. विधुतमूर्धा vermuthen.

V. 6. S'ikhariṇî. — (*d*) Das Original hat सद्भ्रिलकित°, aber भ्र ist ausgestrichen, und auf dem oberen Rande des Abklatsches (über °भूताय der ersten Zeile) erkenne ich deutlich das Zeichen Visarga, dem ein anderes Akshara folgt, dessen unterer Theil der Vocal *u* (ु) ist. Ich bin etwas zweifelhaft über die in Klammern stehenden Aksharas am Ende der Zeile; der Vocal von मु ist undeutlich. — Der Vers fehlt im *Jour. Beng. As. Soc.* Vol. VIII, p. 168.

V. 7. S'ârdûlavikrîḍita. — (*d*) Lies हिरण्मयं, und °र्ब्रह्मणः.

V. 8. Anushṭubh. — (*b*) Lies ब्रह्मा ब्रह्म°. Zu मरीच्यत्रि° vgl. *Amarakos'a* I, 3, 27.

मध्ये तेषां प्रहततमसां मा[नसा]नां मु
श्रीमानत्रिः प्रथितमहिमा नेत्रपा
यस्य ज्योतिःपटलजटिलं मंडलं [वन्द
[श्चं]द्रात्रेयः समजनि [मु]निस्तस्य
हरापास्तसमस्तसंशयविपर्यासप्रकामोज
ज्ञानालोकविलो-

[6] किताखिलजगत्स
सर्व्वज्ञप्रतिमस्य [तस्य] कृतिनः का[रु
पारं गंतुम[सन्न]दीपमहसः को वा
नीरं[ध्रो] नि[रघो] निसर्ग्गसरलः सारो
निर्ग्रंथिः पृथुलाग्र[भाग]सुभगः प
आमूलं फलितोप्यसेवितविपत्क्रूरारिद
न म्लानिं गमितस्ततः समभवद्वंश

[7]

आचंद्रं चंद्रात्रेयवंसजाः* क्षितिभुजः क्षि
भोक्ष्यन्त्यक्षतदोर्द्दंडचंडिमानो[ग्नि]तेजस
ये पूर्व्वेत्र पवित्रितक्षितितलाः सत्कर्म
प्राणप्रार्थनयाप्यखिन्नमनसः पर्याप्त

V. 9. Mandâkrântâ. — Vgl. *Vishṇupur*

V. 10. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies °
ein Interpunctionszeichen am Ende dieser Zeil

V. 11. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Die in
रघो sind zweifelhaft.

V. 12. Anushṭubh. — (*a*) Lies °वंशजाः.
Beng. As. Soc. Vol. VIII giebt nur einen Thei
p. 177: 'The rest of this sloka is wanting'.

V. 13. S'ârdûlavikrîḍita. — (*b*) Das न

निःसिंदूरित[दु]र्व्विनीतवं*लवत्सामन्तसीमन्तिनी-
सीमान्ताः* पृथिवीभुजो विजयिनस्तेभ्योखिलेभ्यो नमः॥—V.13.

[8] कालेनेह महावं[शे] प्रशंशा*प्रांशुरंशुमान् ।
मुक्तामणिरिव श्रीमानन्नुकोभून्महीपतिः॥ — V. 14.

तेन विक्रमधनेन धन्विना
क्रामता युधि वधाय विद्विषाम् ।
धुन्वता धुनरधि[ज्य]मर्ज्जुनं
स्मारिता दिवि विमा[न]गामिनः॥ — V. 15.

तस्मादुदारकीर्त्तिरजनि जनानंदसुंदरः श्रीमान् ।
तनयो विनय[नि]धानं वा[क्प]तिरिव वाक्पतिः क्षितिपः॥—V.16.

विद्यावदा-
[9] तद्धृदयेन हृदि प्रजाना-
मातंकशंकुमकलंकितविक्रमेण ।
तेनापनीय नयनिर्म्मललोचनेन
शंको[चि]ताः* पृथुककुत्स्थकथार्थकंथाः॥ — V. 17.

तस्य क्ष्मातिलकस्य लोकतिलकः पृथ्वीपतेर्भूपतिः
स श्रीमान्विजयो जयाय जगतां जज्ञे कृतज्ञः सुतः ।
यस्योदात्तमतेः प्रसूतिसमये धाम्नां
[10] महिम्नां निधेः
सानंदं सुरसुंदरीभिरवनौ क्षिप्ताः सलाजाः श्रजः*॥ — V. 18.

---

ausgelassen und steht in kleiner Schrift unter der Zeile; (*c*) lies °बलव°; (*d*) lies °सीमन्ताः, und vgl. z. B. *Vâsavadattâ* p. 127 und p. 247.

V. 14. Anushṭubh. — (*a*) Lies प्रशंसा°.

V. 15. Rathoddhatâ.

V. 16. Âryâ.

V. 17. Vasantatilakâ. — (*d*) Lies संकोचिताः; त in त्स्थ ist sehr undeutlich.

V. 18. S'ârdûlavikrîḍita. — (*d*) Lies स्रजः.

किन्नरीभिरधिकंधरं सखी-
राकलय्य भुजयास्य भूभुजः ।
काकलीकलमगीयत स्फुर-
त्प्रौ[ढ]मुत्पुलकमुञ्ज्वलं* यशः ॥ — V. 19.

विनयनतसुमि[त्रा]पत्यसंवाहि[तां]ह्रिः
प्रवरहरिचमूभिः क्रान्तपर्यन्तभूमिः ।
सुहृदुपकृति-
[11] दक्षो दक्षिणाशां जिगी[षु]:
पुनरधित पयोधेर्वन्ध*वैधुर्यमर्यः ॥ — V. 20.

तस्मान्नृपतिसमुद्रादुदपादि नरें[द्र]चंद्रमाः सूनुः ।
स श्रीराहिलनामा विहृततमा वंदिता[भ्यु]दयः ॥ — V. 21.

प्रसन्ने तत्र भूपाले प्रसरच्चित्रभानवः ।
ना[थवन्तोर्थि]नां वा[सा]: सरो[षे] द्विषदालयाः ॥ — V. 22.

V. 19. Rathoddhatâ. — (*d*) Lies °मुज्ज्वलं.

V. 20. Mâlinî. — (*d*) Lies °र्बन्ध°. Alle Akshara der letzten Zeile sind deutlich. Ich übersetze: 'Den Süden zu erobern wünschend versetzte der Herr das Meer noch einmal in die klägliche Lage der Gefangenschaft', d. h. er überbrückte die Meerenge zwischen Indien und Ceylon, wie es Râma vor ihm gethan hatte. Siehe meine Bemerkung im *Indian Antiquary*, Vol. XV, p. 42. Natürlich können die drei ersten Zeilen des Verses auch auf Râma bezogen werden.

V. 21. Aryâ. — (*b*) Das Original hatte ursprünglich विहिततमा. Statt श्रीराहिल° könnte auch श्रीचाहिल° gelesen werden, aber der Abklatsch einer andern Inschrift derselben Dynastie hat deutlich राहिल, nicht चाहिल.

V. 22. Anushṭubh. — (*b*) Ich bin zweifelhaft über die am Anfange der Zeile in Klammern stehenden Akshara. Das erste dieser Akshara sieht wie थ aus; das zweite könnte man auch त lesen; der obere Theil des dritten Akshara scheint sicherlich न्त zu sein, der untere Theil ist undeutlich, und ebenso ist der obere Strich von ो; auch das ि in र्थि ist undeutlich, aber थि sicher. An Stelle von वासा: hat das Original वासः, aber über स scheint ein Zeichen zu stehen, welches स in सा verwandeln soll. Das ` im letzten Akshara von सरोषे ist undeutlich. — Ich würde übersetzen: 'Wenn die-

कोशपानमसि[वा]रयोषि-

[12] तां

नाभि[भूत]जनरत्नसंपदां ।

पक्षपातमिषुदुष्टभूभृतः

प्रा[पु]रस्य न सुहृत्सभासदः ॥ — V. 23.

तस्मात्तीव्रप्रतापज्वलनकवलितोत्तालभूपालतूला-

[न्मू]लाच्छीलद्रुमाणामनणुगुणगणालंकृतेः कीर्त्तिभर्त्तुः ।

स श्रीहर्षो रिहर्षज्वरहरणमणिः क्षीणनिःशेषदोषः

सन्तोषाय प्रजानामज-

[13] नि निजभुजाश्रान्तविश्रान्तकीर्त्तिः ॥ — V. 24.

यं दृष्ट्वैव कृपाणपाणिमकृतव्यापा[र]चा[पं] युधि

क्रो[धा]क्रा[न्त]विलोच[नो]त्पलदलभ्रूभंगभी[मा]ननम् ।

उत्साहो हृदयाद्धनुः करतला[च्चा*]धोमुखा[ः की]र्त्त[यो*]

दिग्भ्यः साध्वसवेपमानवपुषो नष्टाः परेषां क्रमात् ॥ — V. 25.

---

ser Fürst gnädig war, so strahlten die Wohnungen der ihn anflehenden, die an ihm einen Schutzherrn hatten, in hellem Glanze; war er aber zornig, so verzehrte das Feuer die Behausungen seiner Feinde, die ihm botmäßig wurden'.

V. 23. Rathoddhatâ. — (a) Das eingeklammerte Akshara sieht eher wie धा aus. — कोश ist 'Degenscheide', 'Becher', und Schatz'; पक्षपात 'das Herabfallen der Federn am Pfeile', und 'Parteilichkeit'. 'Die Schwerter hatten ihre Scheiden, leichtfertige Dirnen tranken ihre Becher, aber der Fürst eignete sich nicht die aus Juwelen bestehenden Schätze der von ihm Unterworfenen an. Pfeile verloren ihre Federn, und schlechte Fürsten hatten von seiner Parteilichkeit zu leiden, aber nicht seine Freunde und Rathgeber'.

V. 24. Sragdharâ.

V. 25. S'ârdûlavikrîḍita. — (b) Für das eingeklammerte नो hat das Original नौ, welches zu नो verändert ist. (c) Das eingeklammerte चा ist nur Vermuthung; was auf dem Steine gestanden hat, ist nicht zu erkennen. Von dem folgenden : की ist nur der Vocal deutlich; auch von dem Akshara यो ist nur der obere Theil zu erkennen.

तेनाच्युतेन भीमेन वलेन* कृतवर्म्म-

[14] णा ।

समुद्रपरिखा पृथ्वी पुरी सूरेणं* रक्षिता ॥ — V. 26.

अपक्षधात्रीधररक्षणाक्षमः

सदैव दोषाकरसंगभंगुरः ।

वह्निःकृत*क्रूरभुजंगसंगम-

स्तिरस्करोति स्म स तूर्णमर्णवम् ॥ — V. 27.

द्वारा[पा]स्तप्रवरतुरगैर्दूरमुक्तातपत्रै-

र्दूरायातैः सपदि शिरसा सासनं*[धा]रयद्भिः ।

तस्य द्वारि द्विरदमदनिःस्यद*पंका-

[15] किताया

सेवाहेतोः प्रणतिपरमैरा[श्रि]तं भूमिपालैः ॥ — V. 28.

[वृ]त्तोऽवला* गुणाधा[रा] महार्घा हृदयंगमा ।

हारावलीव तस्यासीत्कंहु[के]ति प्रियोत्तमा ।[।] — V. 29.

वर्णा[ः] स्वर्णरुचिर्विलोचनयुगं नी[लं] सचंद्रोपलं*

पाणिः शोणिमणि*द्युतिः सचरणो दन्तच्छदो विद्रुमः ।

V. 26. Anushṭubh. — (*a*) Lies बलेन; (*b*) lies शूरेण. 'Unerschütterlich und furchtbar beschützte dieser Held mit gepanzerter Macht' u. s. w.; aber die Worte sind so gewählt, daß sie alle auch auf den Fürsten bezogen werden können, 'dieser Held, der wie Achyuta, Bhîma, Bala, und Kṛitavarman war' u. s. w. (Vgl. V. 41). Er beschützte die ganze Erde als wenn sie seine Burg wäre.

V. 27. Vaṁśastha. — (*c*) Lies वहिष्कृत°. धात्रीधर 'Berg' und 'Fürst'.

V. 28. Mandâkrântâ. — (*a*) Das eingeklammerte पा ist nicht zu erkennen; (*b*) lies शासनं; (*c*) lies °मदनिस्यन्द°.

V. 29. Anushṭubh. — (*a*) Lies वृत्तोऽज्ज्वला; (*b*) das eingeklammerte के ist etwas undeutlich.

V. 30. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Ich kann nicht mit Sicherheit entscheiden, ob der eingeklammerte Visarga auf dem Steine steht; ist er da, so ist er erst später hinzugefügt. Für सचंद्रोपलं, welches auf dem Abklatsche

सद्यःसुक्तिं*विमुक्तमौक्तिकतल-
[16] स्वच्छ[स्व चे]तो यतः
स्त्रीरत्नं भुवनैकभूषणमभूत्तेनेयमेका सती ॥ — V. 30.
तस्यास्तस्य स्मर[ण]विहिताघौघविधंसनायाः
सत्तीर्थायास्त्रिदशसरितः शान्तनोः पुण्यकीर्त्तेः ।
धर्म्माधारः पितरि सुतरां साधुरिद्धप्रभावो
[भी]ष्मो यद्वत्समजनि सुतः श्रीयसो*वर्म्मदेवः ॥ — V. 31.
तस्य विप्रचरणप्रणामजं
[17] शैस[त्वे]* शिरसिजश्रितं रजः ।
अप्यकालपलिताकृतिं दध-
त्संदधावधिककामनीयकं ॥ — V. 32.
एकस्मै याचमानाय द्विजाय पलदः शिविः* ।
यावदर्थिजनं प्रादात्कोटिं कोटिमसौ [नृ]पः ॥ — V. 33.
[नंतुं भू]मिमिलितालिकेन सदसि व्यस्तासनेनासितुं
गंतुं पत्रपुरःसरेण चरणैः स्थातुं च नीचैश्चि-
[18] रम् ।
वक्तुं जीव जयादिशेति नियमं कर्त्तुं विनीतात्मना
तस्मिन्राजनि राजकेन जयिनि त्रासादिदं सिक्षितं*॥ — V. 34.

---

deutlich ist, lese ich सचंद्रोत्पलं, und übersetze 'ihr Augenpaar war eine vom Monde beschienene blaue Wasserrose'. (*b*) Lies शोणमणि°. (*c*) Lies सद्यःशुक्ति°.

V. 31. Mandâkrântâ. — (*d*) Lies श्रीयशो°. 'The son of S'ântanu was the illustrious and learned Bhîshma, who was born to him by the holy river-goddess, Gangâ' — Wilson, *Vishṇupurâṇa*, IV, 20.

V. 32. Rathoddhatâ. — (*b*) Lies शैशवे.

V. 33. Anushṭubh. — (*a*) Lies शिबिः. S'ibi gab *einem Dvija* (Vogel) ein *Pala* (d. i. 'sein eignes Fleisch' oder 'ein Goldstück'); der Fürst jedem *Dvija* (Brahmanen), der ihn anflehte, zehn Millionen *Palas* ('Goldstücke'). Siehe BR. *s. v.* शिबि.

V. 34. S'ârdûlavikrîḍita. — (*d*) Lies शिक्षितं.

नित्योदि[तें]दुभुजगाधिपधाम नि[त्य]-
मानंदि कुंदकुसु[मं] गगनांग[णं] च ।
तेनाद्भुतं द्वयमिदं यशशां* [व्य]धायि
धा[त्री]तलं शितसुधा[ल]धंवलंत्व[चित्र]म्* ॥ — V. 35.

संभवति
[19] भुवि मनुष्यः सप्ताकूपारपारदृश्वापि ।
न पुनरिह तस्य नृपतेर्गुणसागरपारगः कश्चित् ॥ — V. 36.

गांधारीं भजता प्रहृष्टशकुनिस्वानप्रियां प्रेयसीं
भीष्मद्रोणवचांस्यकर्णसुखदान्याकर्ण्य संमूर्च्छता ।
[नो] धर्म्मप्रभवं विरोधितवता प्राप्यापि वंशद्वयं
[सं]प्राप्ता धृतराष्ट्रता सुसुह्र-
[20] दा विद्वेषिणेत्यद्भुतम् ॥ — V. 37.

V. 35. Vasantatilakâ. — (*c*) Lies यशसा; (*d*) ich kann nicht entscheiden, ob die Punkte über ध und ल wirklich Zeichen für Anusvâra oder zufällige Vertiefungen des Steines sind; lies सितसुधाधवलत्वचित्रम्. — 'Unvergänglich ist die Wohnung des immer wieder aufgehenden Mondes und des Schlangenfürsten (d. i. das Meer); Freude erregt die (weiße) Jasminblüthe und der (weiße) Himmelsraum. *Er* brachte wunderbarer Weise dies beides zu Stande durch seinen Ruhm, (der unvergänglich ist und weißlich strahlt); die ganze Erde erglänzt mit der Weiße des weißen Nectar (weil sie von dem Ruhme des Fürsten erfüllt ist)'.

V. 36. Âryâ.

V. 37. S'ârdûlavikrîḍita. — (*b*) Das Original hat ursprünglich °सुखादा°. (*c*) Das eingeklammerte नो ist Vermuthung; das Original hat ursprünglich त oder न, das aber in undeutlicher Weise verändert worden ist. (*d*) Das erste Akshara der Zeile ist nicht न. — Zum Verständniß bemerke ich: Dhṛitarâshṭra, Neffe des Bhîshma und Vater der Kauravas, hatte zur Gattin Gândhârî, die Schwester des S'akuni; Yudhishṭhira, der älteste der Pâṇḍavas, war der Sohn Dharma's, Droṇa der Lehrer der Kauravas und Pâṇḍavas, und Karṇa ein Verbündeter der ersteren. Zu übersetzen wäre also: 'Zur Gattin habend Gândhârî, die sich an den Worten des fröhlichen S'akuni erfreute, — betäubt, so oft er die Reden Bhîshma's und Droṇa's hörte, die dem Karṇa keine Freude machten, — keineswegs feindlich gesinnt dem

कष्टात्षष्टिसहस्रसूनुभिरसूनुत्सृज्य खातः कृत
स्तत्पौत्रप्रमुखैः पुनस्त्रिभिरसावंभोभिरापूरितः ।
वृत्तान्तं सगरस्य सागरविधावाकर्ण्य तूर्णं सुधीः
स्पर्द्धावान[धि]कं व्यधत्त जलधेर्वैल्वं*[त]डा[गा]र्णवम् ॥ —V.38.
ता[स्ये]द् सारदेन्दुद्युतिखुरसिखरक्षुन्ननक्षचक्रा*
द्वा[क्रं र]क्ष[न]न्नमु
[21] ष्मादप[ना]यति रथं सारथिः सप्तसप्तेः ।
यत्कुंभः सातकुम्भं*स्तुहिनगिरिशिरश्चु[म्बि]वि[म्बा]*ऋर्क[त]र्क्कं
कुर्व्वन्नास्ते समस्तस्तुतमसुररिपोर्व्वेस्म* वैकुण्ठमूर्त्तेः ॥ —V.39.

Sohne Dharma's, selbst als er seine Nachkommenschaft von ihm vernichtet sah, — war (der Fürst), der zugleich ein Freund und ein Feind war, in der That Dhṛitarâshṭra'. Das Wunder findet seine Erklärung, wenn wir die letzte Zeile übersetzen 'Von treuen Freunden umgeben und ohne Feinde befestigte der Fürst seine Herrschaft', und dann die in den drei ersten Zeilen enthaltenen näheren Bestimmungen so fassen: Der Fürst hatte zur Gemahlin eine Gândhâra Fürstentochter (?) die den Gesang munterer Vögel liebte; er war außer sich, so oft er das den Ohren unliebsame ominöse Geschrei der Raben hörte; und selbst wenn es sich um die Existenz seines Stammes handelte, übertrat er das Gesetz nicht.

V. 38. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Das Original hat °सूनि°, verändert zu °सूनु°; खात als *masc.* für 'Graben, Grube' ist ungewöhnlich. (*d*) Lies °बैल्वं, 'einen mit Bilva Bäumen umpflanzten (?) meeresgroßen Teich'. Zu den ersten Zeilen vgl. BR. *s. v.* सगर und भगीरथ.

V. 39. Sragdharâ. — (*a*) Obgleich der zweite Strich des vorhergehenden Interpunctionszeichens mit dem ersten Akshara dieser Zeile verbunden ist und das Akshara deshalb ते gelesen werden könnte, und obgleich das zweite Akshara etwas undeutlich ist, glaube ich doch तस्येदं richtig gelesen zu haben; den Rest der Zeile lese ich शारदेन्दुद्युतिखरशिखरक्षुण्णनक्षत्रचक्रा°. (*c*) Lies शातकुम्भ° und °श्चुम्बिबिम्बा°; lies °र्वेश्म. — Der Vers, wie er steht, ist ungrammatisch gebaut; ich würde übersetzen: 'Von diesem (Fürsten) rührt diese von allen gepriesene Behausung des Vishṇu her, von der, weil sie mit ihren wie der herbstliche Mond glänzenden scharfen Thürmen den Sternkreis durchbohrt, der Wagenlenker der Sonne, um das Rad zu wahren, den Wagen ablenkt; und deren goldener Dom beständig die Vorstellung

महावंसंसमुत्पन्ना प्रसन्ना [धारि]तावनी ।
नर्म्मदेवाभवद्देवी [पुण्या] तस्य महीपतेः ॥ — V. 40.
सदानसूया विहितागसेप्यसा
वरुं[धती]
[22] जीवितमप्युपासिता ।
वभौ* मदान्धान्दमयन्त्यनिन्दिता
मदालसा[भू]न्न पुनः कथंचन ॥ — V. 41.
सा देवो नरदेवाद्देवाधिपतेः सचोवं सच्चरित्रं* ।
तस्मादसूत पूतं जयंतमिव [धं]गमंगभुवम् ॥ — V. 42.
यशोदानन्द[नास्व]क्रे पूतनामा रणक्रियां ।
जातो वृष्णिकुले कं स रिपोः* च्छेत्ता नरोत्तमः ॥ — V. 43.
[तस्मात्स
[23] मुत्थित]क्रोधान्नृसिंहान्नखलाविनः ।
हिरण्यकशिपुप्राणात्राणं चक्रे न केनचित् ॥ — V. 44.

---

erweckt, er könnte die mit ihrer Scheibe die Gipfel des Himâlaya küssende Sonne sein'. — Siehe V. 50.

V. 40. Anushṭubh. — (*a*) Lies महावंश°. (*b*) Ueber das eingeklammerte पुण्या bin ich zweifelhaft; der obere Theil des ersten Akshara und der erste Consonant des zweiten sind undeutlich; auch weiß ich nicht ob das Wort den Namen der Fürstin enthält. Auf keinen Fall hieß sie *Narmadevâ*, sondern sie wird mit der Narmadâ verglichen. Vgl. *Amarakośa* नर्मदा सोमोद्भवा.

V. 41. Vaṁśastha. — (*c*) Lies बभौ. Indirect wird die Fürstin mit Anasûyâ, Arundhatî, Damayantî, und Madâlasâ verglichen. Vgl. V. 26.

V. 42. Âryâ. — (*a*) Lies प्राचीव सच्चरितं. (*b*) Das eingeklammerte Akshara धं könnte hier वं gelesen werden; vgl. aber unten.

V. 43. Anushṭubh. — (*b*) Lies °पोश्छेत्ता. — Wird der Vers auf Vishṇu-Kṛishṇa bezogen, so ist in der ersten Zeile zu schreiben पूतनाम्मारणक्रियां 'die Tödtung der Unholdin Pûtanâ', und in der zweiten कंसरिपोः 'des Feindes Kaṁsa'. Vgl. z. B. *Vâsavadattâ* p. 12 und p. 150.

V. 44. Anushṭubh. — (*a*) Ueber die eingeklammerten Akshara bin ich zweifelhaft; sicher scheint mir das erste und zweite, vom vierten der

देवालोकय कोशलेश्वरमितस्तूर्णां समाकर्णयता-
मादेशः क्रथनाथ सिंहलपते नत्वा वहिः स्थीयताम्।
त्वं विज्ञापय कुंतलेन्द्र वदने दत्वोत्तरीयांचलम्*।
तस्यास्थानगतस्य
[24] वेत्रिभिरिति व्यक्तं समुक्तं वचः॥ — V. 45.
का त्वं कांचीनृपतिवनिता का त्वमंध्राधि[प]स्त्री
का त्वं राढापरिवृढवधूः का त्वमंगेंद्रपत्नी [।]
इत्या[ला]पाः समरजयिनो यस्य वैरिप्रियाणां
कारागारे सजलनयनेंदीवराणां वभूवुः*॥ — V. 46.
का त्वं कस्य किमर्थमत्र भवती प्राप्ता शशांकोज्वला*
सिद्धाः
[25] कीर्त्तिरहं वु*धैकसुहृदः श्रीधंगपृथ्वीपतेः।
भ्रांत्वा विस्वं*मशेषमागतवती स्फारीभवत्कौतुका
लोकालोकमहामहीध्रसिखरं*श्रेणिश्रियं वीक्षितुं॥ — V. 47.
मरकतमयं तुंगं लिंगं यदर्च्चितमीश्वरं
त्रिदशपतिना तस्माल्लब्धं* प्रसाद्य किरीटिना।
तदवनितलं तेनानीतं युधिष्ठिरपूजितं

Consonant म, und das letzte, न. Das dritte Akshara scheint ursprünglich स्सा, d. i. स्तो, gewesen zu sein, aber es ist daran geändert: das fünfte Akshara ist ganz unleserlich. — हिरण्यकशिपु bedeutet auch 'Gold und Kost und Kleidung'; vgl. *Vâsavadattâ* p. 11.

V. 45. S'ârdûlavikrîḍita. — (*c*) Statt °चलम्। lies °चलं; (*d*) ursprünglich तस्य स्था°.

V. 46. Mandâkrântâ. — (*a*) Statt des zweiten का ursprünglich क; (*b*) das Interpunctionszeichen am Ende fehlt; (*d*) lies बभूवुः.

V. 47. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies °कोज्ज्वला; (*b*) lies बुधै°; (*c*) lies विश्वम°; (*d*) lies °शिखर°.

V. 48. Hariṇî. — (*b*) Lies °ल्लब्धं; (*d*) lies निवेशितं.

जयति

[26] जग[ति] श्रीधंगेन प्रणम्य निवेसितं* ॥ — V. 48.

वेस्मन्यस्मं*मयस्तेन भूपालेन प्रतिष्ठितः ।

द्वितीयो द्योतते देवः क्लेशपासं*हरो हरः ॥ — V. 49.

तेनायं सरदभ्रसुभ्रसिखरैः* श्रीधंगपृथ्वीभुजा

प्रासादस्त्रिदशप्रभोर्भगवतः संभोः* समुत्तंभितः ।

यस्याभ्रंकषकालधौतकलसप्रान्तस्खलत्स्पंदनो*

मेरोः सृं*

[27] गमतुंगमेव मनुते चित्रीय[माणो]रुणाः ॥ — V. 50.

भक्त्या भवस्य नूनं शिल्पिसरीरेषु* कृतसमावेशः ।

स्वयमेव विश्वकर्म्मा तोरणरचनामिमां चक्रे ॥ — V. 51.

ज[य]ति विकटो [व]टोयं हाटककोटीरनेन तुलयित्वा ।

अतुलेन तुलापुरुषाः सतसो* विश्राणितास्तेन ॥ — V. 52.

षट्कर्म्माभिरता रताः परहिते संसुद्धवं[सोद्धता]*

[28] [:]

प्रारब्धांध*रधूमधूम्रवपुषोप्येकान्ततो निर्म्मलाः ।

तेनैते धनधान्यधेनुवसुधादानेन संमानिताः

सौधेषु स्फटिकाद्रिकूटविकटेष्वारोपिता ब्राह्मणाः* ॥ — V. 53.

V. 49. Anushṭubh. — (*a*) Lies वेश्मन्यश्म°; (*b*) lies क्लेशपाश°. — प्रतिष्ठितः, wie oft, für प्रतिष्ठापितः.

V. 50. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies शरदभ्रशुभ्रशिखरैः; (*b*) lies शंभोः; (*c*) lies °कलशप्रान्तस्खलत्स्यंदनो; (*d*) lies शृंग°. — Vgl. V. 39.

V. 51. Âryâ; die erste Hälfte ist unregelmäßig. — (*a*) Lies °शरीरेषु.

V. 52. Âryâ. — (*a*) Das eingeklammerte Akshara व sieht eher wie ध aus. (*b*) Lies शतशो.

V. 53. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Das Original hatte ursprünglich °भिरताः रताः. Lies संशुद्ध°. Ueber die drei eingeklammerten Akshara bin ich zweifelhaft; das Original scheint ursprünglich सद्धता gelesen zu haben, aber स ist zu

व्रह्मसुं* व्रह्मकल्पेषु ये[ष्वे]कत्र निवासिषु ।
दक्षिणेन तुषाराद्रिं क[ल्प]ग्रामोपरोभवत् ॥ — V. 54.

रक्षित्वा क्षितिमंवुराशिरसनां*मितामनन्याय[तिं]
[29] जीवित्वा सरदां सतं* [स]मधिकं श्रीधंगपृ[थ्वी]पतिः ।
रुद्रं मुद्रितलोचनः स हृदये ध्यायञ्जपन्* जा[ह्न]वी
कालिंद्योः सलिले कलेवरपरित्यागादगान्नि[र्वृ]तिं ॥ — V.55.

धर्म्माधिकारमनुसासति* सास्त्रतोत्र
मित्रे सतां स्फुरितधामनि धर्म्मवु[द्धौ]*।
श्रीमद्यशोधरपुरोधसि वेधसीव
सिद्धिं जगाम जगतीपतिकीर्त्तिरेषा ॥ — V. 56.

तार्क्कारिकः प्र
[30] वर[सावरवंस]जन्मा
श्रीनंदनः कविरभूत्कविचक्रवर्त्ती ।

सो (i. e. शो), und vielleicht sind auch die beiden folgenden Akshara ठता zu ढ्वा verändert. Ob das erste Zeichen der Z. 28 Visarga oder Upadhmânîya ist, kann ich nicht erkennen. (b) Ich kann nicht erkennen, ob das Original प्रारब्धाध्वर° oder प्रारब्धाध्वर° hat; lies प्रारब्धाध्वर°. (d) Lies ब्राह्मणाः. — Die sechs Beschäftigungen eines Brahmanen sind nach BR. अध्ययन, अध्यापन, यजन, याजन, दान, und प्रतिग्रह, Studieren, Lehren, Opfern für sich selbst oder für Andere, Geben und Empfangen von Gaben. 'Die Paläste, hoch wie die Kuppen des Kailâsa', welche für die Brahmanen hergerichtet waren, sind dieselben Gebäude, die sonst *Brahmapurî* genannt werden. Siehe *Indian Antiquary* Vol. XV, p. 44, Note 130.

V. 54. Anushṭubh. (a) Lies ब्रह्मसु ब्रह्म°. (b) Ursprünglich दक्षिणान. — Im Norden des Himâlaya ist das eigentliche Land der Glückseligkeit; *hier* hatten die Brahmanen *südlich* vom Himâlaya eine Stätte gefunden, wo alle Wünsche erfüllt wurden.

V. 55. S'ârdûlavikrîḍita. — (a) Lies °मंबुराशिरशना°; über den Anusvâra des letzten Akshara bin ich zweifelhaft. (b) Lies शरदां शतं. (c) Lies °पञ्जा°.

V. 56. Vasantatilakâ. — (a) Lies °शासति शा°; (b) lies °बुद्धौ.

V. 57. Vasantatilakâ. — (a) Die eingeklammerten Akshara sind undeutlich; ich vermuthe प्रवरशाबरवंशजन्मा 'geboren in der vornehmen S'âbara

तस्यात्मजः समजनि श्रुतपारदृश्वा
श्रीमांस्तपोधिकवलो* वल[भ]द्रनामा ॥ — V. 57.

सूनुः सूनृतगोर्गिरींद्रमहिमा भ[द्रस्य] तस्याभव-
द्भूपालैर्भुवि पूजितांह्रिर[न]घः साहित्यरत्नाकरः ।
श्रीरामो रमणीयशूक्ति*रचनाचातुर्यधुर्यः कृती
तेनेयं विहिता प्रशस्तिर[तुला]
[31] [त्नग्ना]लये शू[लि]नः ॥ — V. 58.

न संकीर्णा वर्णाः क्वचिदिह न सापत्न्यकलुषाः
स्थिताः काय[स्थे]न प्रथितकु[ल]शीलोज्वल*धिया ।
यशःपालेनायं वि[दि]तपदविद्येन लिखितः
प्रशस्तेर्विन्याशः* कृतयुगसमाचारशदृशः* ॥ — V. 59.

विज्ञानविश्वकर्म्मा धर्म्माधारेण सूत्रधारेण ।
छिंच्छा*[भि]धेन विदधे प्राशादः* प्रमथनाथस्य ॥ — V. 60.

यावत्पृथ्वी स
[32] पृथ्वीध[र]नगरवना [द]त्तमुद्रा समुद्रै-
र्याव[द्भा]ति स्फुरच्चुतिरयममृतस्यंदनः शीतरस्मिः* ।
यावद्ब्रह्मांडभांडस्थितिरियमथवा स्थास्नुतां स्थाणवीयः
प्राशाद*स्तावदेष व्रजतु नरपतेर्द्दत्तकैलासहासः ॥ — V. 61.

Familie'. (*d*) Lies °बलो बल°. -- Das erste Wort des Verses, ताक्कारिकः leite ich von तर्कारी oder तर्कारिका ab, und vermuthe, daß dies der Ort ist der auf der Kupferplatte *Jour. Beng. As. Soc.* XLVII, S. 84, Z. 16, erwähnt wird. Ein Ort *Tehri* liegt etwa 80 Engl. Meilen westlich von Khajurâho.

V. 58. S'ârdûlavikrîḍita. — (*c*) Lies °सूक्ति°. (*d*) Die eingeklammerten Akshara sind undeutlich.

V. 59. S'ikhariṇî. — (*b*) Lies °लोज्ज्वल°. (*c*) Ursprünglich यशपा° und लिखित, ohne Visarga. (*d*) Lies °न्यासः und °सदृशः.

V. 60. Âryâ. — (*b*) Lies छिच्छा°. Ursprünglich प्रशादः; lies प्रासादः.

V. 61. Sragdharâ. — (*b*) Lies °रश्मिः; (*c*) lies यावद्ब्र°; (*d*) lies प्रासाद°.

लिपि[ज्ञा]नधिज्ञेन* प्राज्ञेन गुणसालिना* ।
सिंहेनेयं समुत्कीर्णा सद्वर्णा रूपसालि[नी]* ॥ — V. 62.
संवत् १०५६ श्रीखर्ज्जू-
[33] र[चान्देल्ल]राजश्री[धं]गदेवरा[ज्ये] देवश्रीमरकतेश्वरस्य प्रसस्तिः* सि[द्धा] ॥

उत्खातोद्धमहीभृतो मसृणिता मत्तद्विपतां* पदे
ड्रौताः संगरसंगभं[गु]ररिपुत्रस्यत्प्रियाश्रूत्करैः ।
दिग्भित्तीर्ज्जयवर्म्मदेवनृपतिः कीर्त्यक्षरैर्यो लिख-
त्तेनालेखि पुनः प्रशस्तिरमलैरेषाक्षरैः क्ष्माभुजा ॥ — V. 63.
विद्वद्भिर्ज्जयपालसी*
[34] [ता]किर[णो]मू[न्या]द्राढंदितो
गौ[ड]ः प्रोल्लिखदक्षराणि कुमुदाकाराणि सर्प्यत्करः ।

V. 62. Anushṭubh. — (*a*) Lies °ज्ञानविधिज्ञेन und °शालिना. (*b*) Lies °शालिनी; das eingeklammerte Akshara könnte auch ना oder ता gelesen werden.

Die auf संवत् folgende Zahl ist (*Jour. As. Soc. Beng.* Vol. VIII, p. 175) 1019, und (*id.* Vol. XXIX, p. 394) 1056, gelesen worden. Die photozincographische Nachbildung bei Cunningham, Archaeol. Survey of India, Vol. X, Plate IX, 3, stimmt, was das letzte Zahlzeichen betrifft, nicht mit dem Originale überein; das ॅ des letzten Akshara der Zeile, welches ebendaselbst fehlt, ist auf dem Abklatsche deutlich.

र am Anfange von Z. 33 ist sicher. Undeutlich sind die folgenden drei Akshara; ich glaube aber, daß das erste derselben nur च oder चा sein kann, und daß das zweite ein ट oder ड्ड und davor den das *e* bezeichnenden Strich enthält; im dritten Akshara glaube ich *ein* ल zu erkennen und finde es unmöglich dieses Akshara के zu lesen. Das auf श्री folgende Akshara ist etwas undeutlich, kann aber nur धं oder ढं gelesen werden; das darauf folgende Akshara ग ist deutlich. Das eingeklammerte ज्ये ist undeutlich. — Für प्रसस्तिः lies प्रशस्तिः.

V. 63. S'ârdûlavikrîḍita. — (*a*) Lies मत्तद्विपानां. — Der Fürst Jayavarman, der die Weltgegenden mit den Buchstaben seines Ruhmes beschrieb, hat obiges Loblied wieder mit klaren Buchstaben schreiben lassen.

V. 64. S'ârdûlavikrîḍita. — (*d*) Lies °पालप्रीत°; die Akshara णोमून्या sind undeutlich. (*b*) Man beachte die falsche Form प्रोल्लिखत. (*c*) Ich bin

कायस्थो जयवर्म्मदेवनृपतेराशस्य [विश्रां]त्कला:
[साह्नि]त्यांवुधिवंधुरुद्गततमो रुन्धन्निमंमघुतिः ॥ — V. 64.
संवत् ११७३ वैसाखे शुदि ३ शुक्रे ॥

---

zweifelhaft in Betreff der eingeklammerten Akshara विश्र, besonders des zweiten, das im Abklatsche wie त्र aussieht; lies विश्र°. (*d*) Lies साहित्यांबुधिबं°. — Der Schreiber wird mit dem Monde verglichen; mit langsam sich fortbewegenden Händen schreibt er die Buchstaben, wie der Mond mit seinen sich ausbreitenden Strahlen die Wasserrosen öffnet u. s. w. Der Vers ist, ebenso wie V. 63, in merkwürdiger Weise mißverstanden worden.

Für वैसाख im Datum lies वैशाख. — Es mag zweifelhaft erscheinen, ob dies zweite Datum vom Schreiber der Inschrift herrührt. Auf jeden Fall ist das Zeichen für die Zahl 1 in 1173 ganz verschieden von dem Zeichen für dieselbe Zahl in 1059, oben Z. 32; und das शु in शुदि und शुक्रे ist ganz anders gebildet als in dem vorhergehenden Theile der Inschrift. Nach General Cunningham's Tafeln entspricht *Vaiśâkha sudi* 3 des Vikramasaṁvat 1173 dem 18ten April 1116 A. D., welcher Tag ein Dienstag, nicht Freitag war.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Juni 1886.

Acta mathematica 8:1. 8:2.

Mittheilungen des Vereins für Geschichte d. Deutschen in Böhmen. Jahrg. XXIV Heft 1. 2. 3. 4.

Das Karyoplasma und die Vererbung von A. Kölliker.

Mitth. aus dem naturw. Verein von Neu-Vorpommern und Rügen. 17. Jahrg.

Leopoldina. Heft XII. Nr. 9. 10.

Uebersicht der Arbeiten d. K. Geodätischen Institutes u. Generall. Dr. Baeyer. Berlin 1886.

Zeitschrift für Naturwissenschaften (für Sachsen u. Thüringen). 4. Folge. 5. Band. 1. Heft.

Zeitschrift d. deutschen Morgenländischen Gesellsch. Bd. 40. Heft 1.

Verzeichn. von Forschern in wissensch. Landes- u. Volkskunde Mitteleuropa's. Dresden 1886.

Medianschnitt einer Hochschwangeren von Dr. W. Waldeyer.

Bulletin de l'Académie R. de Belgique. 55. année. 3 série. tome 11. No. 4. 5.
Bijdragen tot de Taal-, Land en Volkenkunde van Nederlandsch Indie. Deel XXXV. 3. Aflevering.
Archives Neerlandaises des sciences exactes et naturelles. Tome XX. Livr. 5.
Liste alphabétique de la correspondance de Christiaan Huygens.
Bulletin de la société Imper. des Naturalistes de Moscou. Année 1885. No. 3. 4.
Collections scientifiques de l'institut des langues orientales de Petersbourg. III. Manuscrits Persans.
Meteorologische Beobachtungen in Dorpat. Jan. 1886 — April 1886.
Lunds Universitäts-Bibliotheks-Accessionskatalog. 1885.
Acta Universitatis Lundensis. Tom. XXI. 1884—85.
Mathematik och Naturvetenscap.
Medicin.
Philosophi, Sprakvetenskap och Historia.
Nit Magazin for Naturvidenskaberne. 28de Binds. 2. 3. 4 hefte. 29. Binds 1. 2. 3. 4 hefde. 30. Binds. 1. hefte.
Viridium Norvegicum. 1ste Bind.
Det Kongelike Norske videnskabers selskabs skrifter 1882. 1883.
Forhandlinger i. vidensk. selsk. i. Christiania. aar. 1883.
Norske rigsregistranter. 8. Binds. 2. Heft. 9. Bind. 1. Heft.
Archiv for Mathematik og Naturvidenskab Kristiania. 8. Bind. 3tes u. 4tes Heft. 9. Bind. Heft 1. 2. 3. 4. Band 10. Heft 1. 2. 3. 4.
Golo Gamle Staskirke og Hovenstuen p. Bygdo Kongsgaard.
Lehrbuch des Norwegischen Meteorologischen Instituts 1882. 1883. 1884.
Beretning om Bodsfängstets Virksomhed. fon 1. Juli 1882 til 30. Juni 1883 u. 1. Juli 1883 — 30. Juni 1884.
Publicationi del. R. Instituto di Studi Superiori di Firenze.
Il primo vinologo P. Matteo Ricci.
Stato e chiesa negli scritti Politici.
L'invito di Eudossia a Genserico.
Bulletino delle opere moderne straniere No. 1. Gennaio-Febbraio No. 2. Marzo — Aprile 1886.
Bulletino delle publicazioni italiane. No. 10. 11. 12.
Ati della Reale Accademia dei Lincei. Vol. II. fasc. 11. 12. 13.
Ati della R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXI. Disp. 5. a.
Bulletino della Commissione Archeologica communale di Roma. Avvertimento.
K. K. Akademie der Wissenschaften in Wien. Sitzungsber. No. XI. XII. XIII. XIV. 1886.
Meteorologische Zeitschrift. Heft 6. Juni 1886.
Astronomische Beobachtungen an der Sternwarte zu Prag. Appendix zu Jahrg. 45.
Societas historico-naturalis croatica. 1884.
Glasnik kroatskoga Naravoslaonoga Deuztva. Godina 1. Broj. 1—3.
Nature. No. 866. 867. 868. 869. 870.
Proceedings of the London mathematical society. No. 262—264.
Monthly notices of the R. astronomical society. Vol. XLVI. No. 7.
Proceedings of the Royal society. Vol. XL. No. 243.
Journal of the R. microscopical society. Vol. VI. Part. 3.
Proceedings of the Manchester literary and Philosophical society. Vol. XXIII and Vol. XXIV.

Memoirs of the literary and philosophical society of Manchester. Second series 15 vol. third ser. 8 vol.

The scientific proceedings of the R. Dublin society. Vol. IV. Part. 7—9 Vol. V. part. 1 and 2.

— — — — transactions of the R. Dublin society. Vol. III. series II. March, April, Oktober, November. 1885.

The voyage of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. XIV.

Descriptive notes on papuan plants by B. Ferd. v. Mueller. VIII.

Johns Hopkins University studies. Fourth series. VI. A puritan colony in Maryland.

Bulletin of the American Geographical society. 1886. No. 1.

Johns Hopkins University circulars. Vol. V. No. 49.

Bolletin del ministerio de fomento de la republica mexicana. tomo X. No. 127—133.

Записки математическаго отдѣленія Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей. Томъ I—VI. Одесса 1878—1885.

Записки Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей. Томъ X. Выпускъ II. Одесса 1886.

Anales de la sociedad cientifica Argentina. Tome XXI. entrega III.

Deutsche Chemikerzeitung. Jahrgang 1. No. 11.

Sitzungsberichte der K. preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

28. Juli. **№ 14.** 1886.

Universität.

Verzeichniß der Vorlesungen auf der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen während des Winterhalbjahrs 18$^{86}/_{87}$.

Die Vorlesungen beginnen den 15. October und enden den 15 März.

Theologie.

Geschichte des Volkes Israel: Prof. *Duhm* vierstündig um 4 Uhr.

Erklärung der Genesis: Prof. *Schultz* fünfstündig um 10 Uhr.

Erklärung des Propheten Jesaia: Prof. *Bertheau* fünfstündig um 10 Uhr; Prof. *Duhm* fünfmal um 10 Uhr.

Neutestamentliche Einleitung: Prof. *Wiesinger* viermal um 3 Uhr.

Erklärung des Evangeliums und der Briefe des Johannes: Prof. *Lünemann* fünfstündig um 9 Uhr.

Erklärung der Apostelgeschichte und Geschichte des apostolischen Zeitalters: Lic. *Bornemann* vierstündig um 9 Uhr.

Erklärung der Paulinischen Briefe (mit Ausnahme der Briefe an die Römer, Tim. und Tit.): Prof. *Wiesinger* fünfmal um 9 Uhr.

Erklärung der Pastoralbriefe: Prof. *Knoke* zweimal um 9 Uhr, Montag und Donnerstag.

Kirchengeschichte der ersten acht Jahrhundert: Prof. *Reuter* fünfmal um 8 Uhr, Sonnabend um 9 Uhr.

Neuere Kirchengeschichte von der Reformation bis zur Gegenwart: Prof. *Wagenmann* sechsmal um 8 Uhr.



Christliche Dogmengeschichte: Prof. *Reuter* sechsstündig, fünfmal um 11 Uhr, Sonnabends um 8 Uhr.

Hannoverisch-Braunschweig'sche Kirchengeschichte: Prof. *Wagenmann* viermal, Mont. Dienst. Mittw. Donnerst. um 5 Uhr.

Geschichte der mittelalterlichen Sekten und geistlichen Orden: Lic. *Bornemann* Mittwoch und Freitags um 6 Uhr öffentlich.

Dogmatik Theil I: Prof. *Ritschl* fünfstündig um 11 Uhr.

Theologische Ethik: Prof. *Schultz* fünfstündig um 12 Uhr.

Praktische Theologie: Prof. *Knoke* fünfstündig um 5 Uhr.

Kirchenrecht siehe unter *Rechtswissenschaft* S. 467.

Die alttestamentlichen Uebungen der wissenschaftlichen Abtheilung des theologischen Seminars leitet Prof. *Bertheau* Dienstags um 6 Uhr; die neutestamentlichen Prof. *Wiesinger* Montags um 6 Uhr; die kirchen- und dogmenhistorischen Prof. *Wagenmann* Freitags um 6 Uhr; die dogmatischen Prof. *Schultz* Freitags um 6 Uhr.

Die Uebungen des königl. homiletischen Seminars leiten Prof. *Schultz* und Prof. *Knoke* Sonnabends von 9—11 Uhr öffentlich; die Uebungen des liturgischen Seminars leitet Prof. *Knoke* Sonnabends um 9 und um 11 Uhr; die Uebungen des katechetischen Seminars Prof. *Wiesinger* Mittwoch von 3—4 Uhr, Prof. *Knoke* Sonnabends von 2—3 Uhr öffentlich.

Rechtswissenschaft.

Institutionen des Römischen Rechts: fünfstündig von 10—11 Uhr Prof. *Merkel*.

Römische Rechtsgeschichte: Montag, Dienstag, Donnerstag von 9—10 Uhr Prof. *Regelsberger*.

Römischer Civilproceß: zweimal wöchentlich in später zu bestimmenden Stunden Dr. *Stampe*.

Pandekten, allgemeiner Theil: Montag, Dienstag, Donnerstag von 8—9 Uhr Prof. *Regelsberger*.

Pandekten, zweiter Theil (Sachen- und Obligationenrecht): fünfmal wöchentlich von 11—1 Uhr Prof. *v. Jhering*.

Pandekten, Erbrecht und Familienrecht: Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 9—10 Uhr Prof. *Merkel*.

Römisches Erbrecht: fünfstündig von 3—4 Uhr Prof. *Wolff*.

Ausgewählte Lehren aus den Pandekten: in zwei noch zu bestimmenden Stunden Dr. *Goldschmidt* öffentlich.

Pandektenprakticum: Mittw. von 4—6 Uhr Prof. *Regelsberger*.

Exegetische Uebungen in den Digesten: Montag von 5—7 Uhr Prof. *Merkel*.

Conversatorium über Pandekten: viermal wöchentlich in noch zu bestimmenden Stunden Dr. *Goldschmidt*.

Deutsche Rechtsgeschichte: viermal wöchentlich von 11—12 Uhr Prof. *Frensdorff*.

Deutsches Privatrecht: fünfmal wöchentlich von 4—5 Uhr Prof. *Schröder*.

Handels-, See- und Wechselrecht: fünfmal wöchentlich von 3—4 Uhr Prof. *Schröder*.

Das Recht der Wertpapiere: Sonnabend von 11—12 Uhr Prof. *Schröder* öffentlich.

Hannoversches Privatrecht: Mittwoch und Sonnabend von 8—$9^3/_4$ Uhr Prof. *Ziebarth*.

Strafrecht: Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 10—11 Uhr Prof. *v. Bar*.

Deutsches Reichs- und Landesstaatsrecht: fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr Prof. *Dove*.

Verwaltungsrecht: Dienstag, Donnerstag und Freitag von 12—1 Uhr Prof. *Frensdorff*.

Völkerrecht: Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr Prof. *v. Bar*.

Kirchenrecht einschließlich des Eherechts: täglich von 8—9 Uhr Prof. *Dove*.

Civilproceß: Mont., Dienst., Donn., Freit. v. 11—12 Uhr Prof. *v. Bar*

Strafproceß: Mont., Dienst., Donn., Freit. v. 10—11 Uhr Prof. *John*.

Civilproceßprakticum: Dienstag von 4—6 Uhr Prof. *John*.

Criminalistische Uebungen: Donn. von 4—6 Uhr Prof. *Ziebarth*.

Medicin.

Zoologie, vergleichende Anatomie, Botanik, Chemie, siehe unter *Naturwissenschaften*.

Knochen- und Bänderlehre: Prof. *Fr. Merkel* Montag, Mittwoch, Sonnabend von 11—12 Uhr.

Systematische Anatomie I. Theil: Prof. *Fr. Merkel* tägl. von 12—1 Uhr.

Topographische Anatomie: Prof. *Fr. Merkel* Dienstag, Donnerstag, Freitag von 2—3 Uhr.

Präparirübungen: Prof. *Fr. Merkel* in Verbindung mit Prosector Dr. *Schiefferdecker* täglich von 9—4 Uhr.

Specielle Histologie des Nervensystems trägt Prof. *Krause* Montag von 2—3 Uhr vor.

Mikroskopische Uebungen für Anfänger: Dr. *Schiefferdecker* vier Mal wöchentlich.

Mikroskopische Uebungen für Geübtere: Dr. *Schiefferdecker* vier Mal wöchentlich für Geübtere.

Mikroskopische Uebungen in der speciellen Histologie hält Prof *Krause* viermal wöchentlich um 2 Uhr.

Allgemeine und besondere Physiologie mit Erläuterungen durch Experimente und mikroskopische Demonstrationen: Prof. *Herbst* in sechs Stunden wöchentlich um 10 Uhr.

Experimentalphysiologie II. Theil (Physiologie des Nervensystems und der Sinnesorgane): Prof. *Meissner* täglich von 10—11 Uhr.

Arbeiten im physiologischen Institut leitet Prof. *Meissner* täglich in passenden Stunden.

Allgemeine Aetiologie trägt Prof. *Orth* Montag von 6—7 Uhr öffentlich vor.

Ueber allgemeine Pathologie trägt Prof. *Orth* Dienstag bis Freitag von 12—1 Uhr vor.

Demonstrativen Cursus der pathologischen Anatomie hält Prof. *Orth* privatissime Mittwoch und Sonnabend von 2—4 Uhr.

Mikroskopische Uebungen in der pathologischen Histologie finden Dienstag und Freitag von 6—8 Uhr statt.

Physikalische Diagnostik verbunden mit Uebungen lehrt Prof. *Damsch* Montag, Mittwoch, Donnerstag von 5—6 Uhr. Dasselbe in Verbindung mit praktischen Uebungen trägt Dr. *Wiese* viermal wöchentlich in später näher bezeichnenden Stunden vor.

Laryngoskopische Uebungen hält Prof. *Damsch* Sonnabend von 12—1 Uhr.

Uebungen in der Untersuchung des Harns hält Prof. *Damsch* Mittwoch von 4—5 Uhr.

Physikalische Heilmethoden mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotherapie mit Uebungen am Krankenbett lehrt Prof. *Damsch* dreimal wöchentlich in passenden Stunden.

Arzneimittellehre und Receptirkunde verbunden mit Experimenten und praktischen Uebungen im Receptiren und Dispensiren lehrt Prof. *Marmé* dreimal wöchentlich Mont., Dienst., Donn. von 6—7 Uhr.

Die gesammte Arzneimittellehre trägt Prof. *Husemann* fünfmal wöchentlich von 2—3 Uhr vor.

Specielle Toxikologie II. Theil verbunden mit Experimenten: Prof. *Marmé* für ältere Mediciner Montag von 2—3 Uhr und Donnerstag von 3—4 Uhr.

Die Arzneimittel und Gifte des Thierreichs bespricht Prof. *Husemann* Mittwoch von 3—4 Uhr öffentlich.

Ausgewählte Kapitel aus der Toxikologie demonstrirt Prof. *Marmé* Freitag von 6—7 Uhr öffentlich.

Arbeiten im pharmakologischen Institut leitet Prof. *Marmé* täglich in passenden Stunden.

Pharmakognosie lehrt Prof. *Marmé* viermal wöchentlich Montag bis Donnerstag von 8—9 Uhr.

Pharmakognostisch-mikroskopische Uebungen hält Prof. *Marmé* Sonnabend von 9—11 und von 11—1 Uhr.

Specielle Pathologie und Therapie 2. Häfte: Prof. *Ebstein* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 4—5 Uhr.

Die medicinische Klinik und Poliklinik leitet Prof. *Ebstein* fünfmal wöchentlich von $10^1/_2$—12 Uhr, Sonnabend von $9^1/_4$—$10^3/_4$ Uhr.

Kinderheilkunde, II. Theil, lehrt Dienstag und Freitag von 5—6 Uhr Prof. *Damsch.*

Poliklinische Referatsstunde hält Prof. *Damsch* einmal wöchentl.

Specielle Chirurgie lehrt Prof. *König* viermal wöchentlich in noch zu verabredenden Stunden; Dasselbe Prof. *Lohmeyer* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Ein Examinatorium über Chirurgie hält Prof. *König* einmal in der Woche öffentlich.

Einen chirurgisch-diagnostischen Cursus hält Prof. *Rosenbach* Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr.

Die Lehre von den chirurgischen Operationen trägt Prof. *Rosenbach* viermal wöchentlich in passenden Stunden vor.

Die chirurgische Klinik leitet Prof. *König* von $9^1/_2$—$10^3/_4$ Uhr täglich außer Sonnabend.

Chirurgische Poliklinik wird öffentlich Sonnabend von $10^3/_4$—12 Uhr von Prof. *König* und Prof. *Rosenbach* gemeinschaftlich gehalten.

Ueber Luxationen und Fracturen liest zweimal wöchentlich von 4—5 Uhr Dr. *W. Müller.*

Einen Verbandcursus hält Dr. *W. Müller* zweimal wöchentlich in passenden Stunden.

Instrumentenlehre behandelt einmal öffentlich Dr. *W. Müller.*

Klinik der Augenkrankheiten hält Prof. *Leber* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12—1 Uhr.

Augenspiegelcursus hält Prof. *Deutschmann* Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Ueber die praktisch wichtigen Abschnitte der Ohrenheilkunde mit Uebungen im Ohrenspiegeln trägt Prof. *Bürkner* Dienstag und Freitag von 3—4 Uhr oder zu besser passender Zeit vor.

Ueber Krankheiten der Nase und des Nasenrachenraums liest Prof. *Bürkner* einmal wöchentlich, zu gelegener Stunde.

Poliklinik für Ohrenkranke hält Prof. *Bürkner* (für Geübtere) Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Geburtskunde trägt Dr. *Droysen* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag um 3 Uhr vor.

Geburtshülflichen Operationscursus am Phantom hält Dr. *Droysen* Mittwoch und Sonnabend um 8 Uhr.

Pathologie des Wochenbetts lehrt Prof. *Schwartz* wöchentlich einmal zu gelegener Zeit.

Gynaekologische Klinik leitet Prof. *Schwartz* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag um 8 Uhr.

Psychiatrische Klinik in Verbindung mit systematischen Vorträgen über Geisteskrankheiten hält Prof. *Meyer* Montag und Donnerstag von 4—6 Uhr.

Forensische Psychiatrie mit casuistischen Demonstrationen an Geisteskranken lehrt Prof. *Meyer* in wöchentl. zwei zu verabredenden St.

Hygiene I. Theil mit Experimenten und Excursionen: Prof. *Flügge* Dienstag, Mittwoch und Freitag von 5—6 Uhr.

Einen bacteriologischen Cursus in zu verabredenden Stunden leitet Prof. *Flügge.*

Arbeiten im hygienischen Institut täglich von 9—6 Uhr leitet Prof. *Flügge.*

Anatomie und Physiologie der Hausthiere, so wie Seuchenlehre trägt Prof. *Esser* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr vor.

Klinische Demonstrationen im Thierhospitale hält Prof. *Esser* in zu verabredenden Stunden.

Philosophie.

Allgemeine Geschichte der Philosophie: Prof. *Peipers*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 3 Uhr.

Geschichte der neueren Philosophie mit Uebersicht über Patristik und Scholastik: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 5 Uhr.

Ueber die Philosophie Hume's: Prof. *G. E. Müller*, Mittwoch 4 Uhr öffentlich.

Encyclopädie der Philosophie: Prof. *Rehnisch*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr, öffentlich.

Logik: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 9 Uhr.

Metaphysik: Prof. *Rehnisch*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 5 Uhr.

Psychologie: Prof. *G. E. Müller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Ueber die wichtigeren pädagogischen Theorien seit Locke: Prof. *Peipers*, Mittwoch 12 Uhr, öffentlich.

Die Uebungen des K. pädagogischen Seminars leitet Prof. *Sauppe*, Montag und Donnerstag 11 Uhr, öffentlich.

Mathematik und Astronomie.

Analytische Geometrie: Prof. *Schwarz*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Anwendungen der Differential- und Integralrechnung auf die Geometrie: Dr. *Hölder*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 10 Uhr; dazu unentgeltlich eine Uebungsstunde.

Einleitung in die analytische Mechanik: Prof. *Felix Klein*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr.

Einleitung in die geometrischen Capitel der Mechanik: Dr. *Schönflies*, Dienstag und Freitag 4 Uhr.

Ausgewählte Capitel der Theorie der analytischen Functionen: Prof. *Schwarz*, Montag und Donnerstag 4 Uhr, öffentlich.

Theorie der elliptischen Functionen: Prof. *Schwarz*, Montag bis Freitag 9 Uhr.

Ausgewählte Capitel aus der Theorie der elliptischen Modulfunctionen: Prof. *Felix Klein*, Sonnabend 11—1 Uhr.

Partielle Differentialgleichungen und deren Anwendung auf die Lehre von der Wärme, vom Schall und von den galvanischen Strömen: Prof. *Schering*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 6 Uhr.

Sphärische Astronomie, zweiter Theil (praktische Astronomie): Prof. *Schur*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Ueber Ortsbestimmungen auf See: Prof. *Schur*, Sonnabend 10 Uhr, öffentlich.

Praktische Uebungen an den Instrumenten der Kön. Sternwarte: Prof. *Schur*.

In dem mathematisch-physikalischen Seminar leiten mathematische Uebungen: Prof. *Schering*, Montag 3 Uhr; Prof. *Schwarz*, Sonn-

abend 9 Uhr; Prof. *Felix Klein*, Mittwoch 11—1 Uhr; Prof. *Schur*, Freitag 8 Uhr Abends. Vgl. *Naturwissenschaften* S. 473.

Magnetische Beobachtungen im Gauss-Observatorium Sonnab. Nachm., Berechnung dieser Beobachtungen Mittwoch Nachm., privatissime, unentgeltl., in Gemeinschaft mit dem Assistenten *Holborn* Prof. *Schering*.

Mathematische Colloquien wird Prof. *Schwarz* wie bisher privatissime, unentgeltlich, einmal wöchentlich leiten.

Naturwissenschaften.

Specielle Zoologie, Theil II: Prof. *Ehlers*, Mont. bis Freit. 9 Uhr.

Specielle Zoologie, Theil I: Dr. *Hamann*, Donn. u. Freit. 5 Uhr.

Anthropologie: Prof. *Ehlers*, Montag bis Mittwoch 6 Uhr.

Die Parasiten des Menschen, mit Demonstrationen am Skioptikon: Dr. *Hamann*, Donnerstag und Freitag 6 Uhr.

Historisch-kritische Darstellung der Descendenztheorien bis auf die Gegenwart: Dr. *Brock*, Donnerstag 6 Uhr.

Zootomischer Kurs: Prof. *Ehlers*, Dienst. und Mittw. 10—12 Uhr.

Zoologische Uebungen wird Prof. *Ehlers* täglich mit Ausnahme des Sonnabend von 9—1 Uhr anstellen.

Zoologische Societät: Prof. *Ehlers*.

Die Fortpflanzungs- und Befruchtungserscheinungen der Gewächse: Prof. *Falkenberg*, Mittw. u. Freit. 6 Uhr.

Anatomie der Pflanzen: Prof. *Berthold*, Dienst. u. Freit. 12 Uhr.

Ueber das Protoplasma: Prof. *Berthold*, Mittw. 12 Uhr, öffentlich.

Ueber Gymnospermen und Archegoniaten: Prof. *Graf zu Solms*, Mittwoch, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Paläophytologie: Prof. *Graf zu Solms*, Sonnab. 10—12 Uhr, öffentl.

Ueber Pflanzenkrankheiten: Prof. *Falkenberg*, Donn. 6 Uhr, öffentl.

Mikroskopisch-botanischer Kursus: Prof. *Berthold*, Sonnabend von 9—1 Uhr (für Pharmaceuten zweistündig).

Tägliche Arbeiten im pflanzenphysiologischen Institut: Prof. *Berthold*.

Anleitung zu selbstständigen Arbeiten im Laboratorium des botanischen Gartens, wesentlich für Vorgeschrittene: Prof. *Graf zu Solms*.

Mineralogie: Prof. *Carl Klein*, 6 Stunden, 11 Uhr.

Ueber krystallinische Schiefer: Dr. *Rinne*, 1 St., unentgeltlich.

Geologie: Prof. *von Koenen*, Montag bis Freitag, 8 Uhr.

Ueber einzelne Klassen von Fossilien: Prof. *von Koenen*, eine Stunde öffentlich, Sonnabend 8 Uhr.

Mineralogische Uebungen: Prof. *Carl Klein*, Freitag, 2—4 Uhr, öffentlich.

Krystallographische Uebungen: Prof. *Carl Klein*, privatissime, aber unentgeltlich, in zu bestimmenden Stunden.

Uebungen im Bestimmen: Prof. *von Koenen*, tägl., privat., unentg.

Theorie der Elasticität: Prof. *Voigt*, Mont., Dienst., Donnerst. und Freitag 10 Uhr.

Experimentalphysik, zweiter Theil: Magnetismus, Elektricität und Wärme: Prof. *Riecke*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 5 Uhr.

Meteorologie: Dr. *Hugo Meyer*, Mittwoch 5—7 Uhr.

Die Uebungen im physikalischen Institute leiten die Prof. *Riecke* und *Voigt*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Dr. *Hugo Meyer*, *Hennig* und Dr. *Krüger*, Dienstag, Freitag 2—4 Uhr und Sonnabend 9—1 Uhr, privatissime. Für Mathematiker: Dienstag, Freitag 2—4 Uhr; für Pharmaceuten und Chemiker: Sonnabend 9—1 Uhr.

In dem mathematisch-physikalischen Seminar behandelt ausgewählte Kapitel der mathematischen und Experimentalphysik Prof. *Riecke*, Donnerstag 2 Uhr, ausgewählte Probleme der Wärmelehre Prof. *Voigt*, Mittwoch 10 Uhr. Vgl. *Mathematik und Astronomie* S. 471 f.

Entwicklungsgeschichte der Chemie: Dr. *Buchka*, Montag und Mittwoch 12 Uhr.

Allgemeine Chemie, unorganischer Theil (unorganische Experimentalchemie): Prof. *V. Meyer*, sechs Stunden, 9 Uhr.

Ueber das Pyridin und seine Derivate (Alkaloide): Dr. *Buchka*, Dienstag und Donnerstag 8 Uhr.

Chemie der Benzolderivate: Dr. *Leuckart*, Dienstag, Donnerstag und Freitag 12 Uhr.

Organische Chemie für Mediciner: Prof. *von Uslar*, 4. St., 9 Uhr.

Untersuchungsmethoden der organischen Chemie: Dr. *Gattermann*, 1 Stunde.

Repetitorium der organischen Chemie: Dr. *Leuckart*, Montag und Donnerstag 6 Uhr.

Analytische Chemie, mit Ausschluß der Maaßanalyse: Prof. Dr. *Jannasch*, Montag und Mittwoch, 8 Uhr.

Thermochemie: Dr. *Gattermann*, 1 Stunde, unentgeltlich.

Pharmaceutische Chemie (organischer Theil): Prof. *Polstorff*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Gerichtlich-chemische Analyse: Prof. *Polstorff*, Freitag und Sonnabend 8 Uhr.

Pharmacie: Prof. *von Uslar*, vierm

Technische Chemie für Landwirthe (
industrien, Molkerei etc.): Prof. *Tollens*,

Grundzüge der Chemie für Landw
Donnerstag und Freitag, 10 Uhr.

Ueber Zuckerbestimmungen, bes
Prof. *Tollens*, Donnerstag 6 Uhr, öffent

Maaßanalyse verbunden mit praktis
Sonnabend, 9—1 Uhr.

Die chemischen Uebungen und wis
akadem. Laboratorium leitet Prof. *V. Me*
Assistenten Prof. *Polstorff*, Dr. *Buchka*,
mann, sowie mit Prof. *Jannasch* (mit
analytischer Richtung), und zwar: 1) Vol
von 8 bis 12 und von $2^1/_2$ bis 5 Uhr;
und Nachmittags, täglich außer Sonna
fängerpracticum für Mediciner, täglich mit

Prof. *Tollens* leitet die praktisch-che
culturchemischen Laboratorium in Gemei
Montag bis Freitag von 8—12 und von

Uebungen in der Maaßanalyse: Dr. *Pf*

Historische Wissensch

Chronologie des Mittelalters: Prof.
Montag und Donnerstag 11—12 Uhr.

Ausgewählte Capitel der Urkundenleh
stündig, Dienstag und Freitag 11—12 Uh

Paläographische Uebungen: Prof. *St*
Uhr, privatissime unentgeltlich.

Griechische Geschichte seit der Mit
v. Chr.: Prof. *Volquardsen*, Mont., Dienst.,

Quellenkunde der römischen Geschicht
den, 5 Uhr.

Germanische Urzeit: Dr. *von Kap-herr*
9 Uhr unentgeltlich.

Quellenkunde des europäischen Mitte
Weiland, Montag, Dienstag, Donnerstag, Fr

Französische Geschichte von Hugo
Revolution: Prof. *Weiland*, Mont., Dienst. D

Allgemeine Geschichte von 1555 bis 1740: Prof. *Kluckhohn*, viermal, 4 Uhr.

Geschichte Italiens im Mittelalter seit den Zeiten Karls des Großen: Prof. Dr. *Theod. Wüstenfeld*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 10 Uhr, öffentlich in seiner Wohnung.

Historische Uebungen leitet Prof. *Volquardsen*, Dienstag, 6 Uhr, öffentlich.

Historische Uebungen: Prof. *Weiland*, Freit., 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen: Prof. *Kluckhohn*, Mont., 6 Uhr. öffentl.

Kirchengeschichte: s. unter *Theologie* S. 465 f.

Erd- und Völkerkunde.

Geographie von Europa: Prof. *Wagner*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Kartographische Uebungen, für Anfänger: Prof. *Wagner*, Sonnabend 10—12 Uhr, privatissime.

Staatswissenschaft.

Nationalökonomie, grundlegender Theil, als Einleitung in das Studium der Staatswissenschaften: Prof. *Cohn*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Finanzwissenschaft, mit besonderer Rücksicht auf die deutsche und preußische Steuergesetzgebung: Prof. *Cohn*, 4 Stunden, 5 Uhr.

Staatswissenschaftliches Seminar: Prof. *Cohn*, Mittwoch 5—7 Uhr, privatissime, unentgeltlich.

Volkswirthschaftliche Uebungen: Prof. *Soetbeer*, privatissime, unentgeltlich, in später zu bestimmenden Stunden.

Landwirthschaft.

Einleitung in das landwirthschaftliche Studium: Prof. *Drechsler*, 1 Stunde, öffentlich.

Die Ackerbausysteme (Felderwirthschaft, Feldgraswirthschaft, Fruchtwechselwirthschaft u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, in zwei später zu bestimmenden Stunden.

Die allgemeine und specielle landwirthschaftliche Thierproductionslehre (Lehre von den Nutzungen, der Züchtung, Ernährung und Pflege des Pferdes, Rindes, Schafes, Schweines u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 5 Uhr.

Die landwirthschaftliche Rassenkunde: Prof. *Griepenkerl*, Donnerstag und Freitag 11 Uhr, öffentlich.

Im Anschluß an diese Vorlesungen werden Excursionen nach benachbarten Landgütern und Fabriken veranstaltet werden.

Landwirthschaftl. Betriebslehre: Prof. *Drechsler*, sechs St., 12 Uhr.

Die Lehre von der Futterverwerthung (II. Theil der landwirthschaftlichen Fütterungslehre): Prof. *Henneberg*, Mont. u. Dienst. 11 Uhr.

Uebungen in Futterberechnungen: Prof. *Henneberg*, Mittwoch 11 Uhr, öffentlich.

Ausgewählte Kapitel der Thierernährungslehre: Dr. *E. Kern*, 2 St.

Landwirthschaftliches Praktikum: Prof. *Drechsler* und Dr. *Edler*, (Uebungen im landw. Laboratorium, Freit. und Sonnab. 9—1 Uhr; Uebungen in landw. Berechnungen, 2 Stunden, Montag 6 Uhr); Excursionen und Demonstrationen, Mittw. Nachmittag.

Chemie und praktisch-chemische Uebungen für Landwirthe vgl. *Naturwissenschaften* S. 474.

Anatomie, Physiologie und Pathologie der Hausthiere vgl. *Medicin* S. 470.

Literär- und Kunstgeschichte.

Geschichte der deutschen Literatur von der staufischen Blüthezeit bis zur Reformation (1200—1500): Dr. *Roethe*, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Lessing und seine Zeit: Prof. *Heyne*, Dienst. u. Donnerst., 5 Uhr.

Ueber Goethes Leben und Schriften: Prof. *Goedeke*, Montag 5 Uhr, öffentlich.

Geschichte der französischen Literatur im 18. Jahrh.: Prof. *Vollmöller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr.

Leben berühmter Philologen: Prof. *von Leutsch*, Mittwoch und Sonnabend 12 Uhr.

Aesthetik und Technik der bildenden Künste, als Einleitung in das Studium der Kunstgeschichte: Prof. *Lange*, Montag und Donnerstag 3 Uhr.

Geschichte der flämischen und holländischen Malerei vom 15. bis zum 17. Jahrh.: Prof. *Lange*, Dienst. und Freit. 3 Uhr, publice.

Uebungen in der Lektüre des Vasari (Leben Rafaels): Prof. *Lange*, Montag 4 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Alterthumskunde.

Die Geschichte und bauliche Einrichtung des griechischen Theaters wird Prof. *Wieseler* erörtern und die gesammten scenischen Alterthümer vortragen, drei oder vierstündig, 12 Uhr.

Im K. archäologischen Seminar wird Prof. *Wieseler* ausgewählte Bildwerke zur Erklärung vorlegen, Sonnabend 12 Uhr, öffentlich.

Die schriftlichen Arbeiten der Mitglieder des K. archäologischen Seminars wird er privatissime beurtheilen.

Vergleichende Sprachlehre.

Vergleichende Grammatik der indogermanischen Sprachen: Prof. *Bechtel*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 9 Uhr.

Vergleichende Grammatik der griech. Sprache: Prof. *Fick*, 4 St.

Ueber althochdeutsche Dialekte: Prof. *Bechtel*, Mittw. 6 Uhr, öffentl.

Grammatische Gesellschaft: Prof. *Fick*, nach Uebereinkunft.

Orientalische Sprachen.

Die Vorlesungen über das A. Testament s. unter *Theologie* S. 465.

Arabische Grammatik: Prof. *Wüstenfeld*, privatissime.

Die Syrische Sprache lehrt Prof. *Bertheau*, Dienst. u. Freit. 2 Uhr.

Syrische Grammatik lehrt dreimal Prof. *de Lagarde* um 11 Uhr.

Syrische Texte legt zweimal zur Erklärung vor Prof. *de Lagarde*, 11 Uhr.

Fortsetzung der Sanskrit-Grammatik und Erklärung leichter Texte nach Lanman's „Sanskrit Reader“: Prof. *Kielhorn*, Montag, Mittwoch und Sonnabend, 8 Uhr.

Erklärung der Daśakumâracharita: Prof. *Kielhorn*, Mittwoch, Sonnabend 9 Uhr.

Erklärung der Laghukaumudî: Prof. *Kielhorn*, 2mal, öffentlich.

Uebung in der Erklärung Indischer Inschriften: Prof. *Kielhorn*, 1 Stunde, privatissime, aber unentgeltlich.

Griechische und lateinische Sprache.

Grundzüge der griechischen und lateinischen Epigraphik: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 9 Uhr.

Vergleichende Grammatik der griech. Sprache: vgl. *Vergleichende Sprachlehre* S. 477.

Ueber die Sprachform der griechischen Lyrik: Prof. *Fick*, 2 Stunden, öffentlich.

Euripides Hippolytos: Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, 5 Stunden, 10 Uhr.

Theokritos: Prof. *Dilthey*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 12 Uhr.

Lateinische Metrik: Prof. *Wilh. Meyer*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 8 Uhr.

Terentius Heautontimorumenos und Adelphoe: Prof. *Sauppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Im K. philologischen Seminar leiten die schriftlichen Arbeiten und Disputationen Prof. *Sauppe* und Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, Mittwoch 11 Uhr; läßt Sophokles Oedipus Tyr. erklären Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, Mont. und Donn., 11 Uhr; läßt Tacitus Historien B. 1 erklären Prof. *Sauppe*, Dienst. u. Freit., 11 Uhr, alles öffentl.

Im K. philologischen Proseminar wird Prof. *Wilh. Meyer* die Fabeln des Babrius interpretiren lassen, sowie die Disputationen über die Arbeiten der Mitglieder leiten, Mittw. u. Sonnab. 10 Uhr, öffentl.

Deutsche Sprache.

Historische Grammatik der deutschen Sprache: Prof. *Wilh. Müller*, fünf Stunden, 3 Uhr.

Deutsche Wortbildungslehre: Prof. *Heyne*, Montag, Mittwoch, Freitag, 5 Uhr.

Althochdeutsche Dialekte: s. *Vergleichende Sprachlehre* S. 477.

Erklärung Goethischer Gedichte: Dr. *Roethe*, an gelegenem Abend, privatissime, aber unentgeltlich.

Die Uebungen der deutschen Gesellschaft leitet Prof. *W. Müller*, Dienstag 6 Uhr.

Deutsche Uebungen für Anfänger (gotisch und althochdeutsch): Dr. *Roethe*, Mittw. und Sonnabend 9 Uhr, unentgeltlich.

Deutsche Uebungen: Prof. *Heyne*, 1 St., privatiss. aber unentgeltl.

Geschichte der deutschen Literatur: s. *Literärgeschichte* S. 476.

Neuere Sprachen.

Französische Metrik: Dr. *Andresen*, Mont. und Dienst. 9 Uhr.

Geschichte der französischen Literatur: s. *Literär- und Kunstgeschichte* S. 476.

Ueber französische Wortbildung: Prof. *Vollmöller*, Dienstag 5—6 Uhr, öffentlich.

Uebungen in der französischen Sprache: Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Montag und Mittwoch 11—12 Uhr.

Geschichte des deutschen Kultureinflusses auf Frankreich von Süpfle (zu übersetzen) (Dienst. u. Freit. 10 Uhr); Litteratur (Mont. u. Mittw. 9 Uhr). — Lectüre u. Recitation: (Dienst. u. Freit.

9 Uhr); Exercices de style et de composition (Mont. u. Mittw. 10 Uhr): Lector *Kœune*.

Erklärung von Shakespeare's Romeo and Juliet mit einer Einleitung über die Sprache und Verskunst des Dichters: Prof. *Albr. Wagner*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Interpretation ausgewählter Gedichte Tennyson's: Prof. *Albr. Wagner*, 2 Stunden.

Im Seminar für neuere Sprachen erklärt Prof. *Vollmöller* den Chevalier au lyon von Crestien von Troies Mittw. 6—8 Uhr, privatissime und unentgeltlich, und Corneilles Cid mit Dr. *Cloetta* in französischer Sprache, Dienst. 11—12 Uhr; Italienische Uebungen leitet Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Dienstag und Donnerstag 7 Uhr.

Grammatische Uebungen leitet Dr. *Andresen*, Dienstag 6 Uhr.

Englische Uebungen leitet Prof. *Albr. Wagner*, Montag und Donnerstag Abends 6 Uhr, privatissime und unentgeltlich.

Schöne Künste. — Fertigkeiten.

Unterricht im Zeichnen ertheilt Zeichenlehrer *Peters*, Sonnabend 2—4 Uhr, unentgeltlich.

Unterricht im Malen *Derselbe* in zu verabredenden Stunden.

Harmonie- und Kompositionslehre, verbunden mit praktischen Uebungen: Musikdirector *Hille*, in passenden Stunden.

Zur Theilnahme an den Uebungen der Singakademie und des Orchesterspielvereins ladet *Derselbe* ein.

Reitunterricht ertheilt in der K. Universitäts-Reitbahn der Univ. Stallmeister, Rittmeister a. D. *Schweppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, Sonnabend, Vormittags v. 8—12 u. Nachm. (außer Sonnab.) v. 3—4 Uhr.

Fechtkunst lehrt der Universitätsfechtmeister *Grüneklee*, Tanzkunst der Universitätstanzmeister *Hölzke*.

Oeffentliche Sammlungen.

In der *Universitätsbibliothek* ist das Ausleihezimmer an den Wochentagen von 12—1 und von 2—3 Uhr geöffnet. Verliehen werden Bücher nach Abgabe einer Semesterkarte mit der Bürgschaft eines Professors.

Die *Gemäldesammlung* ist Dienstags von 2—4 Uhr geöffnet.

Der *botanische Garten* ist, die Sonn- und Festtage ausgenommen, täglich von 7-12 und von 2—6 Uhr geöffnet.

Die *mineralogische* und die *geologisch-palaeontologische Schausammlung* sind im Winterhalbjahr bis zum 1. December Sonnabends von 1 bis 3 Uhr dem Publikum geöffnet.

Ueber den Besuch und die Benutzung der *theologischen Seminarbibliothek*, des *Theatrum anatomicum*, des *physiologischen Instituts*, der *pathologischen Sammlung*, der *Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle*, des *zoologischen* und *ethnographischen Museums*, des *botanischen Gartens* und des *pflanzenphysiologischen Instituts*, der *Sternwarte*, des *physikalischen Kabinets* und *Laboratoriums*, der *mineralogischen* und der *geognostisch-paläontologischen Sammlung*, der *chemischen Laboratorien*, des *archäologischen Museums*, der *Gemäldesammlung*, der *Bibliothek* und des *Lesezimmers des k. mathematisch-physikalischen Seminars*, des *diplomatischen Apparats*, der *Sammlungen des landwirthschaftlichen Instituts* bestimmen besondere Reglements das Nähere.

Bei dem Logiscommissär, Pedell *Bartels* (Kleperweg 2), können die, welche Wohnungen suchen, sowohl über die Preise, als andere Umstände Auskunft erhalten und auch im voraus Bestellungen machen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

11. August. **№ 15.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung am 10. Juli.

Sauppe legt eine Abhandlung des auswärtigen Mitgliedes, Herrn Prof. J. Weizsäcker in Berlin, vor: »Der Pfalzgraf als Richter über den Kaiser«. (Erscheint in den Abhandlungen.)

Wieseler kündigt einen Nachtrag zu seinem Aufsatz in den Nachrichten 1886 S. 29 ff. »Silberverzierungen an Bronzewerken« an.

Schwarz legt einen Aufsatz von Herrn Dr. Schönflies vor: »Beweis eines Satzes über Bewegungsgruppen«.

Voigt kündigt einen Aufsatz an: »Ueber die Theorie des Lichtes für bewegte Medien«.

Nachtrag zu der Abhandlung über die Einlegung und Verzierung von Werken aus Bronze mit Silber und anderen Materialen in der Griechischen und Römischen Kunst

(s. Nachrichten 1886, n. I, S. 29 fg.).

Von **Friedrich Wieseler.**

Durch die dankenswerthen Mittheilungen von Fachgenossen über einschlägige Bildwerke sowie durch fortgesetzte eigene Nachforschungen bin ich schon jetzt in den Stand gesetzt, eine erkleckliche Anzahl von Beispielen, unter denen sich mehrere sehr belangreiche befinden, den in n. I dieses Bandes der Nachrichten zusammengestellten und besprochenen hinzuzufügen. Ich thue das mit dem Wunsche, daß auch andere Fachgenossen sich bewogen fühlen mögen, Beispiele von belehrenden Bildwerken zu meiner Kunde gelangen zu lassen, da es von Wichtigkeit ist, das Material möglichst vollständig beisammen zu haben.

Zu I, S. 31 [1]) Anm.

Zu den sicheren Beispielen versilberter Bronzen gehört auch die Statuette zu Trier, welche Lersch im Winckelmannsfestprogramm des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande zu Bonn im J. 1847 »Apollon der Heilspender« herausgegeben hat. Wir erfahren durch ihn S. 8, daß der Künstler das Silberblech, »wie es scheint, über den Körper in alle Formen hämmerte«.

Zu I, S. 32.

Die nach Chabouillet Cat. gén. n. 3066 (nicht 1066) erwähnte Kanephoros in der Nationalbibl. zu Paris (nicht im »Louvre« daselbst, wie einmal I, S. 37 irrthümlich gedruckt ist) ist von Chabouillet ausführlich besprochen in der Gazette archéologique von J. de Witte, Fr. Lenormant und R. de Lasteyrie, Année VIII, p. 260 fg., mit Abbildung auf pl. 31 und Holzschnitt auf p. 261. Hier ist auch von dem bandeau incrusté d'argent, welches das Haar umgebe, die Rede. Ganz neu ist die Bemerkung hinsichtlich des »péplus« über dem Chiton, er sei attaché sur les épaules par deux agrafes ou boutons ronds peut-être formés primitivement de pierres précieuses. Sie waren aber gewiß auch von Silber, s. I, S. 38 und unten S. 483.

Zu I, S. 34 fg.

Den in der Anmerkung besprochenen Werken kann noch hinzugefügt werden das Tropäum bei C. Friederichs Berlins ant. Bildwerke II, n. 1193, a, nicht nur deshalb, weil es nach Furtwängler's Bemerkung sehr schöne und reiche Silbereinlagen zeigt und eine vorzügliche Arbeit ist, sondern ganz besonders deshalb, weil es nach dieses Gelehrten Dafürhalten gewiß Griechisch und sicherlich kein Römisches Feldzeichen ist.

Zu I, S. 38.

Die bekannte Victoria des Museums zu Cassel (C. A. Böttiger Kleine Schriften archäol. und antiquar. Inhalts Bd. II, Taf. II) hat nach Pinder's schriftlicher Mittheilung einen Silbergürtel, der von Böttiger nicht erwähnt wird, auch nicht von Ruhl in der unten S. 490 genauer anzuführenden Uebersicht.

An einer bei Grivaud de la Vincelle Rec. de mon. ant., Paris 1817, pl. I, n. 1 abgebildeten, zu Lyon gefundenen, jetzt im Louvre aufbewahrten (Adr. de Longpérier Notice des Bronzes n. 277) Büste des Silen, welche ursprünglich als Gewichtstück diente, ist der eigenthümliche Aermel am rechten Arm nach Grivaud de la

1) Die Ziffer I bezieht sich auf die Abhandlung in n. I des laufenden Jahrganges dieser Nachrichten; Zahlen, denen sie nicht vorgesetzt ist, betreffen diesen Nachtrag.

Vincelle T. II, p. 2 versehen mit ornemens, qui étoient relevés par une incrustation en argent, dont une partie est encore conservée (Adr. de Longpérier bezeichnet sie als »flots« [1]).

Der Graf Caylus hat im Recueil d'antiq. T. IV, pl. LXIX, n. IV ein zu demselben Zwecke dienendes ähnliches Brustbild des Silen herausgegeben und p. 217 fg. besprochen, an welchem »le damasquinage ou l'incrustation d'argent« eine besondere Rolle spielt, »dont on voit encore la plus grande partie, non-seulement sur la peau de bouc dont il est paré, mais sur la partie de l'épaule, et de l'estomac qui est découverte; ses yeux sont d'argent et ses prunelles sont formées par des restes de sertissures qui retenoient des pierres précieuses ou des verres de couleurs qui produisoient le même effet«. Die auch mit silbernen Augen versehene bei Grivaud de la Vincelle Rec. de mon. ant. pl. XVI, n. 4 abgebildete zu Camon bei Amiens gefundene jetzt im Louvre aufbewahrte (Adr. de Longpérier a. a. O. n. 291) Satyrstatuette hat nach T. II, p. 156 ebenfalls silbernen Schmuck an der Nebris.

Man vergleiche außerdem noch die unten S. 494 zu I, S. 63 zu besprechende Satyrstatuette im Antiquarium zu München.

Was die in Z. 16 von unten nach Sacken und Kenner angeführte Minerva der K. K. Sammlung zu Wien n. 1208 betrifft, so bemerkt R. Schneider schriftlich: »Die Augäpfel sind nicht von Silber; sie sind in der Mitte durchbohrt, um eine Perle« — er meint gewiß: von Glas — »oder dgl. aufzunehmen. Silbern sind aber die Knöpfe an den Aermeln des Chitons und der mittlere Knopf der rosettenförmigen Schulteragraffe«.

An einer in Gallien gefundenen Bronzestatuette der Diana aus Römischer Zeit bei Caylus Rec. d'antiq. T. VII, pl. LXXX, n. III, vgl. p. 283, findet man außer silbernen Augen aus Silber bestehend auch les quatre boutons qui sur chaque partie de l'avantbras retiennent la petite veste juste, dont elle est en partie vêtue.

Der am Schlusse von I, S. 38 berücksichtigten Minerva n. 1147 (nicht 1132) ist hinzuzufügen die Minerva mit silbernen Augen und

1) Wenn Grivaud de la Vincelle meint, daß der Aermel, welcher von dem unteren Oberarm bis zur Handwurzel reicht, zu einer Tunica gehöre, so ist das offenbar ein Irrthum. Ich kenne kein ganz gleiches Beispiel. Einen Chiton mit kurzen Aermeln und langen Aermeln darunter trägt allerdings Silen auf dem Terracottarelief in den Denkm. d. a. Kunst II, 48, 607; aber diese gehören sicherlich zu den Anaxyriden. Vergleichen läßt sich etwa der Gegenstand am Arme der Amorenverkäuferin auf dem Wandgemälde in den Pitture di Ercol. III, 7, Millin's Gal. myth. pl. XLVI, n. 193*, Mus. Borbon. I, 3, welchen O. Jahn Arch. Beiträge S. 217 als eine Art von Handschuhen bezeichnet.

silbernem Medusenhaupt an der Aegis bei Caylus Rec. d'antiq. T. VII, pl. LXXX, n. IV.

Zu I, S. 40.

An der sept pouces sept lignes hohen, schönen und sehr interessanten Bronzestatuette des »Antinous« (allem Anschein nach des Narcissus) bei Caylus Rec. d'antiq. T. I, pl. LXVIII, n. I, vgl. p. 179 fg., ist das Gewand am linken Arm vergoldet, außerdem auch der beigegebene Palmtronc.

In Betreff der Bacchantin des Wiener Antikencabinets vernehmen wir durch Schneider: »nur der Rand des Felles ist mit einem dünnen Kupferblättchen belegt«.

Zu I, S. 42 fg.

Eine zu Blerick (Blariacum) im Limburgischen im Jahre 1864 zu Tage gekommene, jetzt in dem Cabinet des Herrn Hubert de Guasco in Valkenburg befindliche Statuette der Ceres von trefflicher Arbeit zeichnet sich nach R. Gaedechens »Das Medusenhaupt von Blariacum«, Festprogramm zu Winckelmann's Geburtstage, herausgeg. vom Vorstande des Vereins von Alterthumsfreunden im Rheinlande 1874, S. 4 insbesondere durch die »weiße und blaue Emaillirung an der Gewandung« aus.

Anlangend die Attribute aus Silber, so hat die Statuette des Juppiter aus Römischer Zeit bei Caylus Rec. d'antiq. T. III, pl. XL, n. I in der Rechten eine silberne hasta pura. In der Sammlung der Universität zu Jena befindet sich eine dem Vernehmen nach aus den Rheinlanden stammende Mercurstatuette, welche mit der Rechten einen großen Beutel hinhält, in dessen Mitte ein durchgehendes, offenbar schon im Alterthum absichtlich ausgearbeitetes verhältnißmäßig großes Loch befindlich ist, das sicherlich zur Aufnahme einer Zierath aus andersartigem Metall oder aus Email bestimmt war.

Nach Pinder's sehr ansprechender Vermuthung möchte die mit einem Silbergürtel versehene Cassel'sche Victoria (oben S. 482 zu I, S. 38) wohl in den Händen eine silberne Tänia gehalten haben.

Zu I, S. 43.

Einen Kranz von Silber hat auch der tanzende Silen aus Herculaneum, abg. in Bronzi di Ercol. II, S. 157, Mus. Borbon. XII, 41, bei Clarac Mus. d. sculpt. IV, pl. 734 D, 1765 I, Comparetti und de Petra La villa Ercolanese t. XVI, 10, vgl. p. 271, 52.

An der ohne Zweifel zu einem Gefäße gehörenden, jetzt in St. Petersburg befindlichen bronzenen Silensmaske, welche zuerst bei J. J. Dubois Descr. des antiques de M. le comte de Pourtalès-Gorgier, Antiq., Paris 1841, Frontispiz und p. 113, n. 604 abgebildet und besprochen ist zuletzt in R. Schneider's eingehendem Aufsatz »Ueber

eine Bakchische Maske aus Cilli« (Mittheilungen der Central-Commission der Kunst- und histor. Denkmäler, N. F. XI (1885) S. 86 fg.) und gleichzeitig besprochen bei Friederichs-Wolters Bausteine n. 2032, finden sich nicht bloß Reste der Versilberung an den Trauben des Epheukranzes (so wie an dem Ornamente »laufender Hund« der »Scheibe«, welche den am Scheitel angebrachten Ring trägt); sondern auch das breite Band im Haare und an der Stirn ist mit Silber ausgelegt. Zudem äußert J. J. Dubois: ses yeux, dont l'orbite est vide, étaient sans doute rapportés en argent. Aber Schneider bemerkt nur: »das Auge ist mitgegossen, seine Pupille eingeritzt«, ohne auf die Möglichkeit einer Ausfüllung dieser durch Silber auch nur hinzudeuten. Diese Maske (welche bei Friederichs-Wolters als »Kopf des bärtigen Dionysos« bezeichnet wird, obgleich schon Dubois bemerkt: ses oreilles sont celles d'une chèvre, und Schneider äußert, daß die im Haare versteckten gespitzten Ohren ausführlich bis in alle Einzelnheiten gebildet sind) wird übrigens von Schneider, welcher das Original mit voller Muße betrachten und mit dem der Cillier vergleichen konnte, als von der Hand eines modernen Lünstlers herrührend betrachtet. Doch giebt er zu, »daß über die Entstehung des Stückes in neueren Zeiten erst dann das entscheidende Wort gesprochen ist, wenn weiterer Forschung der Nachweis des antiken Originales gelungen sein wird«.

Zu I, S. 44 fg.

Als ein beachtenswerthes Stück des Berliner Museums bezeichnet Furtwängler eine ungefähr halblebensgroße Statue des Dionysos ohne Arme und Beine, »die eine reich mit Ornamenten in Silber eingelegte Tänie trägt. Im Auge ist die Pupille ausgehöhlt und leer; mit was sie einst ausgefüllt war, läßt sich nicht erkennen. Die Lippen und Brustwarzen sind von Kupfer eingesetzt. (Inventar 7469)«.

Auch an einer Bacchusstatuette aus Dalmatien, die ich im Jahre 1859 in der Janzé'schen Sammlung zu Paris sah, aus welcher sie im J. 1865 wahrscheinlich in die Nationalbibliothek übergegangen ist, fand ich das Diadem mit Silber eingelegt und die Lippen und Brustwarzen mit Kupfer.

Eine silberne Tänia hat auch die schöne zugleich mit silbernen Augen versehene Statuette eines unbärtigen »Hercules« (?) in Ant. Borioni's Collectanea antiquitatum Romanarum, tab. 8.

An einem Vasenhenkel von Bronze im Besitz von M. Gontard zu Frankfurt am Main findet sich eine »Satyrmaske mit silbernem Stirnband« (vgl. Histor. Ausstellung kunstgewerblicher Erzeugnisse zu Frankfurt a. Main 1875, S. 29, n. 507).

Zu I, S. 45.

Daß auch an der Wiener Statuette der Hera die drei Rosetten des »Diadems« von Silber sind, bemerkt Schneider ausdrücklich.

Zudem erfahre ich durch Dr. Hubo, daß an einer Bronzestatuette mit silbernen Augen in Borioni's Collectanea antiquitatum Roman. tab. 15 silberne Rosetten an der Stephane vorkommen. Es handelt sich, ebenso wie bei der Wiener Statuette, um eine Juno.

Bei Borioni a. a. O. t. 14 findet sich an einer männlichen Büste auch ein vergoldetes Diadem um das Haar, s. unten S. 489 zu I, S. 56 fg. Selbst von einer mit Eisen belegten Tänia haben wir ein Beispiel an einer Silensmaske, s. S. 488 zu I, S. 54.

Zu I, S. 46.

R. Schneider: »Aehnlich wie der kleine Mercur n. 1158 zeigt eine dem K. K. Cab. zu Wien vor nicht sehr langer Zeit geschenkte in Albanien gefundene Mercurstatuette einen silbernen, um Hals und rechten Arm geschlungenen Draht. Was man damit beabsichtigte, weiß ich nicht. Als Schmuck kann er nicht gelten«.

Zu I, S. 46.

Ein kleiner, etwa als Henkel an einem Gefäße angebracht gewesener Panther, an welchem die Flecken des Felles durch eingelegtes Silber markirt sind, ist kürzlich für die archäologische Sammlung der Universität zu Göttingen erworben.

Zu I, S. 47 oben

vgl. auch die Anführungen bei Adr. de Longpérier a. a. O. n. 855 und Grivaud le la Vincelle Rec. d. mon. ant. pl. III, n. 7 u. T. II, p. 32.

Zu I, S. 49.

An einer Etruskischen Vase in Form eines Venuskopfes waren die Augen, von denen eins sich erhalten hat, aus einer »weißen Masse« eingesetzt (Friederichs Berlins ant. Bildw. II, n. 1562, a).

Zu I, S. 51.

Den Thieren mit silbernen Augen kann noch hinzugefügt werden der sehr beachtenswerthe, zu einem Feldzeichen gehörende Eber bei Grivaud de la Vincelle Rec. de monum. ant. pl. XXXII, n. III, vgl. T. II, p. 255, der Stier bei Caylus Rec. d'ant. T. I, pl. LXIV, n. II, vgl. p. 174.

Zu I, S. 53.

Anlangend die silbernen Pupillen, so wird bei Friederichs-Wolters Bausteine n. 1750 verzeichnet eine Zeusstatuette zu München mit aus Silber eingesetzten Pupillen und Brustwarzen. Es ist die von C. von Lützow Münchener Antiken, H. IV. V, 1867, Taf. 26 herausgegebene im Antiquarium befindliche, über welche dieser S. 45, A. 2 bemerkt: »Augensterne und Brustwarzen sind eingetieft, wahr-

scheinlich zum Einsetzen von Silber«. Dort wird also gleich als sicher hingestellt, was hier nur als Vermuthung geäußert war. Christ, der im Führer durch das K. Antiquarium, München 1878, S. 51, n. 366 dieses von ihm auf Poseidon bezogene Werk verzeichnet, bemerkt, dasselbe sei von bester Erhaltung, »es fehlen nur die Edelsteine der Brustwarzen und die Attribute der Hände«. Jene würden etwas ganz Unerhörtes sein. Man kann immerhin an silberne Brustwarzen denken, aber nicht geringere Wahrscheinlichkeit haben solche aus Kupfer. Wenn Christ nicht auch eingesetzte Pupillen vermißt, so mag er Recht haben. Schwerlich aber handelt es sich um silberne; jedenfalls stehen dieselben nichts weniger als sicher.

Zu I, S. 53 fg.

In Betreff der Rubrik »goldene Augen« macht Furtwängler mich schriftlich aufmerksam auf den »merkwürdigen Etruskischen Kopf« bei Friederichs Berlins ant. Bildw. n. 1562, »der aus je einem dicken Goldstifte eingesetzte Pupillen hat; es sind hier nur die Pupillen eingesetzt, das übrige Auge mit dem Gesichte aus einem Guß. Der Kopf stammt aus dem 3. oder 2. Jahrh. vor Chr. etwa«. Es handelt sich, wie wir durch Friederichs erfahren, um eine Etruskische Vase in Form eines weiblichen Kopfes.

Ueber die S. 53, Z. 5 fg. erwähnte, bei Sacken Bronzen Taf. XXXIX, n. 11 (nicht XXXV, n. 9) abgebildete Herculesbüste so wie über den I, S. 54, Z. 3 fg. berücksichtigten doppelten Löwen mit goldenen Augen äußert sich Schneider folgendermaßen: »Die Augäpfel der Herculesbüste sind aus Silber (wie auch wahrscheinlich die Lippen mit Silber belegt waren). In denselben ist je eine trichterförmige Hülse aus feinem Golde eingesetzt, welche zur Aufnahme einer (jetzt fehlenden) Glasperle od. dgl. bestimmt war. Dieselben goldnen Hülsen bemerkte ich an einer kleinen bronzenen Zeus- (oder Neptuns)büste aus Essek im hiesigen Privatbesitze. Gewissermaßen kann auch die Fibel 906 unsres Kabinets, auf p. 54 Ihrer Abhandlung citirt, herangezogen werden. Dieselbe besteht aus zwei aneinanderstoßenden Vordertheilen von Löwen, die zwischen ihren Pranken Köpfe halten. Trotz der Kleinheit sind auch hier die Augen dieser letzteren und der Löwen selbst aus eingesetzten goldenen Trichterchen gebildet«.

Zu S. 54, Z. 6 fg.

Ueber kupferne Augen vgl. unten S. 494 zu S. 62, n. 2.

Zu S. 54, nach Zeile 10.

Dagegen ist uns jüngst ein sicheres Beispiel von mit Eisen belegten Augen bekannt geworden, nämlich an der ausgezeichneten aus der Zeit des Kaisers Claudius oder der nächstfolgenden stammen-

den bei Zama in der Nähe von Cilli im Februar 1883 aufgefundenen, dem Alterthumsverein zu Cilli gehörenden und im dortigen Museum aufbewahrten Bronzemaske eines Wesens des Bacchischen Kreises, gewiß des Silen. Von dieser Maske heißt es bei Friederichs-Wolters a. a. O. n. 2033, wo sie als Kopf des Dionysos bezeichnet wird, »Lippen, Augen und der Fruchtbüschel des Epheukranzes« seien »von Silber eingelegt«. Das ist aber ebenso irrig wie die Beziehung auf Dionysos. Schneider meldete mir schriftlich, »die Augen und die Tänie sind mit Eisen belegt. Dasselbe war wol auch bei den Lippen der Fall. Eine Glasperle oder dergleichen bildete den Augenstern«. In seiner schon oben S. 484 fg. zu I, S. 43 angeführten Abhandlung, die ich nachher noch durch seine Güte erhielt, hat er das Werk eingehend und einsichtsvoll besprochen und in guter Abbildung bekannt gemacht. Hier heißt es S. 85: »Die Maske ist 2 Cm hoch und mißt an der breitesten Stelle 154 Mm. Sie war der Zierat eines Gefäßes. Am liebsten denkt man sie mit dem obern hinten ausladenden Theile an dessen nach unten ausgebogenen Hals, mit dem flach sich ausbreitenden Barte an dessen Bauch geschmiegt und es scheint, daß auf der Höhe des Scheitels der Henkel aufruhte, obgleich an der mit dem Meißel abgearbeiteten etwas erhobenen Fläche keine Spur des Lothes bemerkbar ist. Indessen machen Größe und Form derselben — sie ist nämlich vorn abgerundet und hinten geradlinig begränzt — diese Annahme fast unzweifelhaft. Die Maske ist bernahe tadellos erhalten« — nur »die zwar noch immer schöne Patina soll durch das Abformen in Gips nicht unbeträchtlich gelitten haben«. Dann spricht Schneider mit Recht gegen die Beziehung der Maske auf Dionysos selbst. Diese machen »völlig unmöglich die im Haare versteckten thierisch zugespitzten Ohren«. Auf S. 88 finden wir die schon oben aus Schneider's schriftlichem Bericht mitgetheilten Angaben bezüglich der Augen, der Tänia und der Lippen, nur mit dem Unterschiede, daß in den früher gedruckten Angaben die Belegung der Lippen mit Eisen als ganz sicher hingestellt wird. Schließlich wird auf S. 88 bemerkt: »Die Patina ist dunkelgrün; nur an den Blättern spielt sie ins Bräunliche, und an den Trauben erscheint sie ganz licht. So verleiht sie dem schönen Stücke einen an Bronzen ungewöhnlichen polychromen Reiz, von dem man schwer entscheiden kann, ob er mit Absicht hervorgerufen oder das bloße Spiel eines glücklichen Zufalles ist«. Von einer Einlegung mit Silber ist mit keinem Worte die Rede.

Zu I, S. 54, Z. 19 fg.

An dem alterthümlichen Bronzekopf aus Cerigo im Berliner Museum sind nach A. von Sallet Zeitschr. für Numismatik Bd. IX,

S. 141 fg., der ihn auf Aphrodite bezieht, die Augen von Elfenbein. Die verlorenen Augensterne waren nach Sallet's Dafürhalten »jedenfalls ehemals Edelsteine oder edles Metall«. Die erste Angabe glauben wir, da sie ganz bestimmt auftritt und Sallet Brunn's Aufsatz kannte, annehmen zu müssen. Die zweite Behauptung scheint uns keineswegés sicher zu stehen, da weit eher als an edles Metall an Bronze gedacht werden kann. Vgl. unten S. 493 zu I, S. 59.

Zu I, S. 56 fg.

Ein mir erst nachträglich bekannt gewordenes Beispiel von Augen mit Edelsteinen bei Borioni Collectan. antiq. Roman. tab. 14. Es findet sich an einem auffallend reich verzierten Bronzekopf, welcher ein diadema auro intextum, labia auro bracteata, silberne Augäpfel und Pupillen von Hyacinth hat, an einer Büste »alabastritis antiqui colorum varietate mirabilis«. Leider habe ich von diesem außerordentlichen Werke (durch welches uns auch der I, S. 58, Anm. vermißte sichere Beleg für Augen aus Silber und Stein zu Theil wird) keine weitere Kunde als die, daß es sich zur Zeit, da es herausgegeben wurde, »apud Emin. Card. Alex. Albanum« befand. In der Description de la Villa Albani aujourd'hui Torlonia, Rome 1869, habe ich keine Spur davon finden können. Von Venuti, welcher den Text des von Borioni herausgegebenen Werkes herausgegeben hat, wird es auf »Ptolemaeus Auletes« bezogen, womit er den Ptolemäus meint, welcher auf den Goldmünzen von Friedlaender und Sallet im Verzeichn. des Berlin. Münzcab. zu n. 359 als Ptolem. VIII, Lathyros, von R. Stuart Poole Catal. of the Gr. coins in the Brit. Mus., The Ptolemies, zu pl. VIII, n. 3 fg. als Ptol. Energetes gefaßt wird und mit Strahlenkranz, Aegis und Dreizack dargestellt ist. Das Gesicht hat allerdings mit dem bei Borioni eine gewisse Aehnlichkeit; aber von den Attributen findet sich keins. An der Brust kommt bei dem Rundwerk unter der Chlamys ein Harnisch zum Vorschein.

Ein zweites Beispiel giebt Caylus im Rec. d'antiq. T. V, pl. LXXVII, n. II et III, vgl. p. 212 fg. Es handelt sich um einen hohlgegossenen geschmückten weiblichen Römischen Kopf, der nach dem Herausgeber, wie der ähnliche T. I, pl. LXXXV, n. II als Votivgabe gedient haben soll. »Le Monument est bien conservé: les prunelles, formées par deux grénades cabochons, sont dans leur ancienne situation«. Der ähnliche Kopf in T. I ist nach p. 211 mit silbernen Augen versehen, in Betreff des in Rede stehenden muß man wohl annehmen, daß die Augäpfel aus Bronze und mitgegossen sind.

Ein drittes Beispiel bietet eine Bronze in Cassel. C. A. Böttiger berührt dieselbe in den Ideen zur Kunstmythologie II, S. 170, vom J. 1836, indem er angiebt, daß sie im Museum zu Cassel war.

Ich vermuthete gleich, daß sie hier noch — oder vielleicht genauer: wieder — vorhanden sei, und fand dieses durch die Angabe zweier Vorsteher des Museums bestätigt. Ruhl bemerkt in der Uebersicht der im Mus. zu Cassel befindlichen wichtigsten Antiken; zur Erinnerung an die Versammlung vom 2. und 5. October 1843 den H. H. Philologen und Schulmännern Deutschlands dargebracht von J. J. Bohne, S. 4: »Statue des Helios 12 Z. 10 L. hoch, sie unterscheidet sich von anderen Vorstellungen dadurch, daß statt der sieben Strahlen hier das Haupt mit Blättern der Sonnenblume umgeben ist. In die Augen sind Rubinen eingesetzt. Der rechte Vorderarm fehlt«. Pinder berichtete mir auf meine Anfrage Folgendes. »Die von Böttiger erwähnte Bronze ist noch vorhanden. Sie stellt dar: eine jugendliche Gestalt, hat circa die Höhe eines Pariser Fußes, und ist nach meiner Meinung die Figur eines Opfernden. Den Schmuck des Hauptes bildet eine eigenthümliche Blätterkrone aus 8 sonnenblumenähnlichen Blättern (erinnernd an die Blätter der sog. Clytia), die durch ein Band auf dem Haupte befestigt sind. Sie deuten also einen abnehmbaren Kranz, der wohl zu bestimmten Opfern angelegt wurde, an. Der Oberleib ist nackt, die linke Hand ist so geöffnet, daß wohl von ihr eine palera gehalten sein mochte (vielleicht auch aus anderem Material). Der rechte Arm ist abgebrochen, muß aber nach vorne ausgestreckt gewesen sein. Ob die Hand dann die Kanne hielt, oder, wie an zwei kleineren Casseler Bronzen ähnlichen Motivs, feierlich erhoben war, ist nicht zu sagen. Von diesen beiden kleineren Bronzen (welche die gleiche Kopfschmückung haben) hält eine noch deutlich die Schale, die andere eine acerra. Die Augen der von Böttiger erwähnten Bronze sind mitgegossen, nur in die Pupillenhöhlen sind zwei kleine Rubine eingedrückt. Das Werk ist wohl italisch« [1]).

---

1) Entsprechende Darstellungen finden sich in kleinen Bronzen auch sonst. Die zuerst bei Gori Mus. Etruscum Vol. I, Fir. 1737, t. XXXVII, n. I, bekannt gemachte und erklärte wird p. XXXII als Apollinis signum bezeichnet. Sie ist wiederholt in Gerhard's Ges. Abhandlungen Taf. XXXV, n. 5, und wird von diesem als Helios, Sol gefaßt. Zannoni bezog vier ähnliche Figuren in der Reale Galleria di Firenze S. 4, Statue, Vol. 3, 1824, tav. 150, n. 1 u. 2, t. 151, n. 1 u. 2 im Texte p. 147 fg. auf die Laren. Von Anderen sind Darstellungen dieser Art auf Bacchus bezogen, in Folge der deutlichen Weinblätter und Trauben im Kranze auf dem Kopfe. So die eben angeführte Statuette in R. Gall. di Fir. t. 151, n. 1 = Clarac T. IV, pl. 687, n. 1607, an welcher das Haar dem des Helios gleicht, und die Büste in der Nationalbibliothek zu Paris bei Chabouillet, Cat. génér. et descr. p. 504 fg., n. 3004. Auch in der Statuette derselben Sammlung bei Clarac IV, 726 G, n. 1607 A erkennt der Erklärer den Bacchus, obgleich die Figur einen Kranz anderer Art hat und ihr Haar

Zu I, S. 58.

Unter den jüngst auf der Akropolis von Athen ausgegrabenen archaischen weiblichen Statuen von Marmor, welche P. Cavvadias Fouilles de l'Acropole, Livr. I, beschrieben und herausgegeben hat, befindet sich eine (Taf. VI.), an welcher die Augen aus einer Krystallart eingesetzt sind.

Zu I, S. 58, Anm. 1, Ende.

Hinsichtlich des Satyrs aus rothem Marmor im Capitolinischen Museum nimmt E. Baum Ruinen und Museen Roms n. 54, S. 190 an, daß die Augen aus durchsichtigem Gesteine eingesetzt gewesen seien. Entsprechend äußert Fröhner in Betreff der Herme des Dionysos aus rothem Marmor im Louvre Notice de la sculpt. ant. p. 231, n. 212: l'orbite des yeux a été creusée dans le but d'y enchâsser des pierres précieuses. Bei Friederichs-Wolters n. 1500 wird es unentschieden gelassen, ob die Augenhöhlen des Capitolinischen Satyrs mit durchsichtigen Steinen oder mit Glas ausgefüllt gewesen seien. Warum gerade nur durchsichtige Steine beliebt werden, ist nicht abzusehen. In diesen Fällen lautet die Vermuthung nur auf ein Material. Wir halten es aber für unzweifelhaft, daß die Satyrstatue weiße Augäpfel hatte, die wir bei Satyrn wiederholt finden, mögen dieselben aus Silber wie I, S. 37 und I, 47, oder aus Email wie I, S. 55 (in welchen Fällen es sich um Bronzewerke handelt) bestanden haben oder aus weißem Marmor, wie bei dem Ludovisischen Satyrtorso aus bläu-

---

deutlich das des Helios ist, wie namentlich aus der Partie über der Stirn hervorgeht. Die archäologische Sammlung unserer Universität besitzt seit Kurzem eine Bronzestatuette dieser Art mit dem Blätterkranze auf dem Haupte, dessen Haarschlag durchaus der des Helios ist, der Schale in der Rechten und der Büchse in der Linken, wie regelmäßig mit dem Himation bekleidet, das den einen Arm (hier den rechten) und eine Partie des Körpers unterhalb desselben freiläßt. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß in diesen unbärtigen Figuren stets der oder ein Sonnengott gemeint ist. An die Laren zu denken ist durchaus unzulässig Daß der Sonnengott nicht bloß im Füllhorn Trauben und Blumen trägt, wie in der bekannten Statue des Louvre bei Clarac Mus. de sc. T. III, pl. 334, n. 1188, sondern auch mit weinbekränztem Kopfe dargestellt wurde, wie auf Münzen von Rhodos, z. B. der bei Panofka »Dionysos und die Thyiaden«, in den Abhandl. der Berliner Akademie d. Wissensch. 1852, Taf. III, n. 5, braucht kaum bemerkt zu werden. Auch ein Epheukranz kommt bei ihm vor. Für den Sonnengott spricht anscheinend auch die mehrfach bei den in Rede stehenden Bronzen vorkommende Erhebung des einen Armes. Auch die Büchse (welche ein paar Male in jeder Hand vorkommt) paßt für ihn durchaus. Ich will kein Gewicht darauf legen, daß auch die Rubinen in den Augen bei dem Casseler Exemplare besonders gut für den Sonnengott passen. Ob dieselben einem gewöhnlichen Opferer gegeben sein würden, kann wohl gefragt werden. Mehr unten S. 495 fg.

lichem I, S. 60 oder aus weißem Stein anderer Art, wie bei dem »Seneca« I, S. 57. Bei dem Ludovisischen Satyr kommt nur ein Material vor. Ob das aber auch bei den anderen Satyrdarstellungen der Fall war, steht dahin. Für je einen Edelstein können etwa die I, S. 48 oben zuerst angeführten Statuen veranschlagt werden, namentlich die zweite. Die Verwendung von Edelsteinen kann bei den Bildwerken aus rothem Marmor nicht in Abrede gestellt werden; aber gewiß waren die Augen noch öfter durch Email, namentlich verschiedenfarbiges hergestellt.

Zu I, S. 59, hinter Z. 10 von oben.

In W. Christ's Führer durch das K. Antiquarium in München wird S. 41 fg., n. 724 fg. aufgeführt ein »Votivauge oder Auge einer Colossalstatue von Bein, in dessen Mitte die Pupille ursprünglich von farbigem Stein eingesetzt war, aus dem Athenetempel von Aegina; daneben eine kleine Schlange von der Aegis der Göttin«. Leider ist das Material der Schlange nicht angegeben. Die Ansicht über das ursprüngliche Material der Pupille beruht ohne Zweifel nur auf Vermuthung.

Selbst von einer erhaben geschnittenen Gemme ist ein Beispiel von Augen aus Gemmen verschiedenen Materials, wenn auch leider nur unzulänglich bekannt. »Ein äußerst merkwürdiger Cameo im königl. Schatz in Dresden, welcher eine Jupitermaske im großen alten Styl darstellt (s. Becker im Augusteum Th. II, S. 11), hat statt der Augen zwei linzenförmige Türkisse eingesetzt« (C. A. Böttiger Ideen z. Kunstmyth. II, S. 170). Ob der Ausdruck »Augen« genau ist, müssen wir dahingestellt sein lassen, da sonst meist nur der Augenstern oder die Pupille mit Stein eingesetzt gefunden wird.

Zu I, S. 59, Z. 23 fg. v. o.

Anlangend die Einsetzung von Augen aus Edelstein oder Halbedelstein bei Schlangen, so wollen wir nicht versäumen zu bemerken, daß ein Drache mit Augen aus Bergkrystall sich schon unter den zu Mykenae ausgegrabenen Alterthümern findet. Der Drache bildet die goldene Parirstange eines Schwertgriffes. Außer den Augen sind auch die Schuppen des Drachen durch wohlgeschliffene und in den Goldgrund eingesetzte Stücke Bergkrystalls ausgedrückt. Vgl. Schliemann Mykenae S. 330, n. 451, 452 und Helbig »Das Homerische Epos aus den Denkmälern erläutert«, S. 44.

Zu I, S. 59, hinter Z. 8 v. u.

Den angeführten Beispielen von Augen aus Elfenbein bei Figuren aus Erz sind drei hinzuzufügen, welche bei Friederichs-Wolters Bausteine unter den Werken der altgriechischen Kunst aus Unteritalien S. 87, n. 163. 164. 165 beschrieben werden. Es handelt

sich bei n. 163 um die Verzierung eines Stirnpanzers eines Pferdes und bei n. 164 um die eines Brustpanzers von zwei Pferden, die bei n. 163 in einem behelmten Kopf und bei n. 165 in einem Medusenkopf, bei n. 164 in einer Doppelsphinx besteht. Nur bei n. 165 scheinen sich die aus Elfenbein besonders eingesetzten Augen erhalten zu haben. Doch dürfen dieselben auch in den beiden anderen Fällen mit Sicherheit vorausgesetzt werden. Leider ist mir das Werk: »Die Großherzogl. Badische Altertümer-Sammlung«, wo die betreffenden Panzer III, Taf. 17 u. 18 abgebildet sind, nicht zugänglich. Vgl. zudem den alterthümlichen Kopf aus Cerigo oben S. 489 zu I, S. 54, Z. 19 fg. Wir kennen also jetzt auch aus der Zeit der archaischen Kunst eingesetzte Augen aus Elfenbein, was noch nicht der Fall war, als die Worte I, S. 57, Anm., Z. 3 fg. v. u. geschrieben wurden.

Zu I, S. 60 Mitte.

Die Ausgrabungen zu Olympia haben nicht nur einen Greifenkopf von Bronze mit Augen aus Bernstein zu Tage gebracht, wie Ad. Boetticher angiebt, sondern zwei. Bemerkenswerth ist, daß an einem dritten, kleineren und geringeren, der ebenda gefunden wurde, die Augen nicht besonders eingesetzt gewesen sind. Vgl. Friederichs-Wolters n. 365—367.

Zu I, S. 61 fg.

Vergoldete Lippen auch bei der oben S. 489 zu I, S. 56 fg. angeführten Büste bei Borioni tab. 14.

Zu den Beispielen von mit Silber eingelegten oder versilberten Lippen gehört auch nach Schneider der von uns I, S. 61 angeführte Kopf der »Io«. Doch spricht er sich darüber nicht so bestimmt aus wie Sacken und Kenner, indem er berichtet: »Die Augensterne sind eingebohrt; die Lippen waren wohl ursprünglich mit Silberplättchen belegt«. Vgl. auch Schneider's Bemerkung zu dem Wiener Hercules oben S. 487 zu I, S. 53, Z. 5 fg.

Den Beispielen von kupfernen oder verkupferten Lippen sind außer den I, S. 62, 2 beigebrachten noch hinzuzufügen: die bei Adr. de Longpérier Bronzes du Louvre p. 54, n. 240 angeführte situla in Form eines Mercurkopfes mit silbernen Augen, wie die n. 241 aus Unterägypten, aus cuivre rouge; der oben S. 485 zu I, S. 44 erwähnte Berliner Dionysos und der ebenda aufgeführte der früheren Sammlung Jauzé.

Ueber die bei Löningen gefundene I, S. 62, n. 2 erwähnte Knabenstatuette giebt weiteren, zum Theil abweichenden Aufschluß Herr Oberkammerherr von Alten in dem zu Oldenburg erschienenen Bericht über die Thätigkeit des Oldenburger Landesvereins für Alterthumskunde vom 1. März 1875 bis dahin 1876, S. 13, zu Taf. IV,

wo das 28, 4 Centimeter hohe Werk verkleinert, aber sehr getreu abgebildet ist. »Die Bronze erscheint goldig. Nabel, Brustwarzen, Inneres des halbgeöffneten Mundes, sowie die Augen, in denen Steine eingesetzt gewesen zu sein scheinen, sind von Kupfer«. Gegen das über die Augen Gesagte habe ich starke Bedenken. Ob die Augenhöhlen überall ausgefüllt waren, ist keineswegs sicher. Am Munde handelt es sich nur um die Lippen. Ueber den Nabel s. unten S. 495 zu I, S. 62, 2.

Zu I, S. 63.

Hinter Z. 6 hinzuzufügen: 4. ein Beispiel mit Eisen belegter Lippen vermuthlich an der Maske zu Cilli nach R. Schneider, s. oben S. 484.

Zu den Z. 7 fg. erwähnten silbernen Zähnen ist zu vergleichen die in Christ's Führer durch das K. Antiquar. in München S. 46, n. 46 verzeichnete »bacchische Figur, zum ornamentalen Schmuck bestimmt, gefunden bei Rott im Ldg. Weilheim«, über welche gesagt wird: »von den heidnischen Germanen scheint die stark verrostete Figur als Götzenidol benutzt worden zu sein und davon den barbarischen Einsatz der Augen, Zähne und eines Theiles des Ziegenfelles von Silberblech erhalten zu haben«. Daß es sich keineswegs um einen »barbarischen Einsatz« handele, bedarf jetzt wohl keines besondern Beweises. Schade, daß nicht angegeben ist, ob die Figur männlich oder weiblich ist und spitze oder gewöhnliche menschliche Ohren hat. Das Wahrscheinlichste dürfte doch wohl sein, daß man es mit einem Satyr zu thun hat.

Ein zweites Beispiel einer Silensbüste aus Römischer Zeit mit Haaren am nackten Körper, die mit Silber incrustirt sind, ist oben S. 483 zu I, S. 38 nach Caylus erwähnt. In beiden Fällen diente die Büste als Gewichtstück.

Zu den silbernen oder versilberten Brustwarzen, über welche Z. 12 fg. von unten die Rede ist, können wir jetzt außer den oben S. 486 fg. zu I, S. 53 und unten S. 495 zu I, S. 64 angeführten noch folgende Beispiele nachtragen. Stephani erwähnt im Compte rendu de la commiss. Impér. archéol. de St. Pétersbourg 1867, p. 152 Augen und Lippen mit Silber eingelegt an einer in der Vignette auf p. 49 abbildlich mitgetheilten bei Janina gefundenen Bronzestatuette eines Jünglings (sicherlich einer Person des Glaubens oder der Sage) »ungefähr aus der Zeit des Phidias«. Nach Furtwängler's schriftlicher Mittheilung befindet sich jetzt im Berliner Museum (Inventar 7486) eine schöne Panstatuette aus Arkadien (Andritzena) mit hohlen Augen und aus Silber eingesetzten Brustwarzen (wie nach meiner Meinung auch wohl die Augen von Silber waren).

Zu I, S. 64.

Den in Z. 7 fg. beigebrachten Beispielen kupferner oder verkupferter Brustwarzen haben wir jetzt noch hinzuzufügen außer den beiden oben S. 485 zu I, S. 44 fg. erwähnten Dionysosstatuen und der Oldenburgischen Bronze (oben S. 494 zu I, S. 62, 2), bei denen auch die Lippen von Kupfer sind, den I, S. 43 erwähnten Wiener Hercules mit Kranz und Augen von Silber, dessen Brustwarzen nach Schneider von Kupfer sind, vgl. auch Sacken Bronzen S. 100.

Zu I, S. 64, hinter Zeile 24.

Ueber zwei besondere Fälle erhalten wir Kunde durch R. Schneider und von Alten.

Schneider bemerkt in Betreff des I, S. 47 erwähnten Wiener »Fauns« n. 1204: »Die silbernen Augen mit eingravirten Sternen. Wahrscheinlich war auch die linke Brustwarze und die Zunge mit Silber ausgelegt«.

Herr von Alten giebt an (s. oben S. 494 zu I, S. 62, n. 2), daß an der bei Löningen gefundenen Statuette der Nabel von Kupfer sei.

Es muß dahingestellt werden, ob sich sonst noch ähnliche Fälle sicher nachweisen lassen. Was die an letzter Stelle erwähnte Statuette betrifft, so ist der Nabel nur durch eine Vertiefung angegeben. Befindet sich etwa an der betreffenden Stelle ein eingelegtes Stück, das nicht »goldig« erscheint?

Zusätze.

Zu S. 483, Text, vor der letzten Zeile und S. 485 unten.

An einer prachtvollen auch in Gallien gefundenen Statuette der Diana, deren cheveux sont retenus par une bandelette d'argent, sind die manches courtes fendues garnies de boutons d'argent (Fröhner Coll. de J. Gréau, Bronz. ant. p. 186, n. 916, z. pl. XXII).

Zu S. 490 fg., Anm.

Den hier angeführten Bronzefiguren kann ich jetzt schon hinzufügen die von Montfaucon L'antiquité expl. T. I, P. 2, pl. CLX, n. 5 und die von Caylus Rec. d'antiq. T. III, pl. LIV, n. I herausgegebene. Jene, welche sich im Besitze des Herausgebers befand und von diesem p. 248 als Bacchant gefaßt wird, weil sie mit Weinlaub bekränzt ist, gleicht in Betreff der Haartracht, der Bekleidung und der Attribute in den Händen, deren linke eine Büchse (gobelet) hält, während in der abgebrochenen rechten sich vermuthlich eine Patera befand, den erwähnten wesentlich. Dasselbe gilt auch von der Fi-

gur bei Caylus, welcher sie p. 210 fg. als Priester deutet, indem er das, was sie in der rechten Hand hält, als dicke Patera faßt (während es doch sicherlich eine Büchse sein soll) und das, was sie in der linken hat, eine deutliche Patera, als Kuchen, zudem auch die Fußbekleidung, mit welcher sie versehen ist, ohne allen Grund als für einen Priester besonders passend betrachtet. »La plus grande singularité de ce Bronce«, bemerkt er, »est une couronne qui laisse le derrière de la tête libre et découvert; elle est formée par six grandes feuilles arrangée en manière de rayon; mais le travail de ce Bronce a été fait avec si peu de soin, qu'on ne peut reconnoître l'espèce de ces feuilles« (der Kranz entspricht wesentlich dem der oben S. 490 berührten Casseler Bronze). Eigenthümlich sind die den in Rede stehenden Figuren nahe stehenden Darstellungen auf zwei Gemmen, welche Montfaucon a. a. O. pl. CLXII, n. 1 u. 2 nach Beger und La Chausse herausgegeben und p. 249 mit diesen auf Bacchus bezogen hat. Daß die betreffenden Werke, in Büstenform, deren eine Brust nebst dem anliegenden Oberarm entblößt ist und deren Kopf als mit Weinlaub und Weintrauben bekränzt bezeichnet wird, den Bacchus angehen, erhellt namentlich aus der oben an der Stirn sichtbaren Binde (welche einmal mit Epheutrauben verziert ist) und aus der Behandlung des Haupthaares, sowie auch aus dem einen Attribute, welches beiden außer der Patera beigegeben ist, sicherlich nicht einem Phallos, wie man angenommen hat, sondern einem Dithyrsos eigenthümlicher Form. Daß nun Bacchus als Sonnengott galt, ist bekannt; aber es steht keinesweges fest, daß er hier zunächst als solcher gemeint sei. Wahrscheinlich hat man ihn sich als Heilgott zu denken. Die Anlage der Bekleidung entspricht auf den Gemmen ebensowohl wie bei den obigen Bronzen der bei Asklepios gewöhnlichen. Auch die Haartracht bei den Bronzen findet sich hie und da bei diesem Gotte in entsprechender Weise. Die Erhebung des einen Armes, wie zum Sprechen, zeigt sich mehrfach, vgl. z. B. Denkm. d. a. Kunst II, 60, 777 u. 773. Auch die Beziehung zum Weine, die dem Helios eigen ist, läßt sich bei Asklepios nachweisen. Wir erkennen also in den Bronzen den Sonnen- und Heil-Gott Asklepios und werden unsere Ansicht an anderer Stelle noch genauer beweisen.

Beweis eines Satzes über Bewegungsgruppen.

Von

A. Schoenflies.

Vorgelegt von H. A. Schwarz.

Es möge durch

$$\mathfrak{A},\ \mathfrak{B},\ \mathfrak{C}\ \ldots\ldots$$

eine endliche oder unendliche Reihe von Ortsveränderungen eines starren Körpers bezeichnet werden, welche folgenden Bedingungen genügt:

1) zu jeder derselben soll auch die entgegengesetzte in der Reihe vorhanden sein;

2) jede Bewegung, welche durch Zusammensetzung zweier von ihnen entsteht, soll ebenfalls der Reihe angehören;

alsdann heißt eine solche Reihe eine Gruppe von Bewegungen.

Setzen wir eine Bewegung mit der ihr entgegengesetzten zusammen, so heben sich dieselben gegenseitig auf. Das Ergebniß dieser Zusammensetzung kann deshalb als eine Bewegung von der Größe Null bezeichnet werden; dieselbe wird die »Identität« genannt. Die Identität ist nach der obigen Definition in jeder Bewegungsgruppe enthalten; ich setze aber von vornherein fest, daß wenn im Folgenden von beliebig kleinen Ortsveränderungen die Rede ist, von der Identität stets abgesehen werden soll.

Unter den Bewegungsgruppen besitzen diejenigen ein besonderes Interesse, bei welchen aus den Bewegungen, welche die Gruppe erzeugen, nicht beliebig kleine Ortsveränderungen abgeleitet werden können. Von ihnen soll in der nachfolgenden Mitteilung folgender Satz bewiesen werden: Abgesehen von einem speciellen Fall können solche Gruppen nur dann existiren, wenn bei jeder zur Gruppe gehörenden Bewegung der bezügliche Drehungswinkel in einem rationalen Verhältniß zu 2π steht.

Dieser Satz läßt sich zwar aus einer Abhandlung von Herrn Camille Jordan über Bewegungsgruppen [1]) entnehmen. Wenn ich dessen ungeachtet im Folgenden einen Beweis desselben mitteile, so geschieht es einerseits, weil der angeführte Satz meines Wissens noch nicht bestimmt ausgesprochen ist, andrerseits, weil es mir, wie ich glaube, gelungen ist, eine elementare und strenge Herleitung desselben zu finden.

Ich schicke dem Beweis einige Formeln über Bewegungen voraus.

1. Seien (Fig. 1) a und b zwei Axen, die sich in einem Punkt O schneiden, und deren positive Richtungen den Winkel $\pi-\varphi$ mit einander bilden. Um sie sollen nach einander Rotationen von der Größe ε ausgeführt werden. Dieselben sind bekanntlich einer einzigen Rotation von der Größe ε_1 um eine Axe c äquivalent, die mit a und b ein gleichschenkliges Dreikant bestimmt, so daß Winkel

$$cab = abc = \tfrac{1}{2}\varepsilon$$

und Winkel

$$bca = \pi-\tfrac{1}{2}\varepsilon_1$$

ist. Beschreiben wir um O mit dem Radius 1 eine Kugel, so bilden die Punkte A, B, C, in denen sie von a, b, c getroffen wird, ein sphärisches Dreieck. In demselben fällen wir von C das Lot CD auf AB, so ergiebt sich aus dem rechtwinkligen Dreieck ACD die Relation

$$\cos\tfrac{1}{2}\left(\pi-\frac{\varepsilon_1}{2}\right)=\cos\tfrac{1}{2}(\pi-\varphi)\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon.$$

Nehmen wir nun an, daß φ und ε, also auch ε_1 sehr kleine Werte haben, und entwickeln nach Potenzen von φ, ε, ε_1, so erhalten wir

$$1)\qquad \varepsilon_1 = \varepsilon\varphi\left(1+\mathfrak{P}(\varepsilon^2\varphi^2)\right),$$

wo $\mathfrak{P}(\varepsilon^2\varphi^2)$ eine nach ganzen positiven Potenzen von $\varepsilon^2\varphi^2$ fortschreitende Potenzreihe bedeutet.

2. Sei (Fig. 2) a_0 die Axe einer Schraubenbewegung, deren Drehungswinkel ε und deren Gleitungscomponente τ ist. Die Lagen einer Geraden vor und nach der Schraubenbewegung seien a_1 und a_2; ferner bezeichnen wir Winkel $(a_0 a_1)$ durch φ_0 und Winkel $(a_1 a_2)$ durch φ_1, so besteht die Gleichung

$$2)\qquad \sin\tfrac{1}{2}\varphi_1 = \sin\tfrac{1}{2}\varepsilon\cdot\sin\varphi_0.$$

---

1) Mémoire sur les groupes de mouvements. Annali di mat. Serie II, Bd. 2. S. 167 u. 322. Man vgl. besonders § 13, 15, 16, 59—61.

Anstatt die Schraubenbewegung auszuführen, können wir erst die Rotation und dann die Translation eintreten lassen. Durch die erstere komme a_1 nach a_1', durch die letztere a_1' nach a_2. Sei nun A_1 ein beliebiger Punkt von a_1. Durch ihn legen wir eine Ebene η_0 senkrecht zu a_0, sie schneide a_0, a_1', a_2 resp. in B_0, A_1', A_2. Bezeichnen wir noch $B_0 A_1$ durch δ_0 und $A_1 A_2$ durch δ_1, so ergiebt sich

$$3) \qquad \begin{aligned} \delta_1 &< A_1 A_1' + A_1' A_2 \\ &< 2\delta_0 \sin \tfrac{1}{2}\varepsilon + \tau \operatorname{tg} \varphi_0. \end{aligned}$$

3. Nunmehr wende ich mich dem Beweise des im Eingang ausgesprochenen Satzes zu. Ich sehe zunächst von dem einfachen Fall ab, daß alle Bewegungen $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ ... um dieselbe Axe stattfinden.

Eine Schraubenbewegung, deren Axe a, deren Drehungswinkel ω und deren Translation t ist, soll durch

$$\mathfrak{A}(\omega, t)$$

bezeichnet werden. Seien

$$\mathfrak{A}(\omega, t),$$
$$\mathfrak{B}(\omega_1, t_1)$$

zwei solche Bewegungen. Ueber sie soll zunächst nur festgesetzt werden, daß ihre Axen a und b nicht zusammenfallen und daß ω kein rationales Verhältniß zu 2π hat; alsdann werde ich zeigen, daß aus ihnen — von einem Fall abgesehen — eine Bewegung von beliebig kleiner Rotation und beliebig kleiner Translation um eine in angebbarem Abstand liegende Axe abgeleitet werden kann.

Denken wir uns die Bewegung $\mathfrak{B}$ ausgeführt, so wird dadurch die Axe a in eine Lage a_1 gelangen, und es folgt aus dem Begriff der Gruppe, daß auch die um a_1 stattfindende Bewegung

$$\mathfrak{A}'(\omega, t)$$

der Gruppe angehört. Wir wollen sagen, daß $\mathfrak{A}'$ aus $\mathfrak{A}$ durch Transformation mit $\mathfrak{B}$ hervorgeht [1]).

Die Axe a_1 wird im Allgemeinen von der Axe a verschieden sein, den einen Fall ausgenommen, daß a und b sich rechtwinklig schneiden und $\mathfrak{B}$ eine reine Umklappung

$$\mathfrak{B}(\pi, 0)$$

1) Vgl. Jordan, a. a. O. S. 171.

ist. *In diesem Fall erzeugen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ in der That eine Bewegungsgruppe.* Dieselbe besteht, wie leicht zu sehen, einerseits aus der Bewegung $\mathfrak{A}$, andrerseits aus lauter reinen Umklappungen um Axen b, b_1, $b_2 \ldots$, die sämmtlich a rechtwinklig schneiden, und von denen je zwei auf einander folgende den Abstand $\frac{1}{2}t$ haben und den Winkel $\frac{1}{2}\omega$ mit einander bilden.

4. In jedem andern Fall dagegen fällt die Axe a_1 nicht mit a zusammen. Wenn wir nun die Bewegung $\mathfrak{A}$ um a hinreichend oft wiederholen, so können wir, da das Verhältniß $\omega : 2\pi$ irrational ist, stets bewirken, daß der Drehungswinkel der resultirenden Bewegung beliebig klein wird. Dabei wird sich allerdings die Translation in demselben Sinne vergrößern, aber wir können aus solchen Bewegungen andere ableiten, bei denen auch die Translation beliebig klein wird.

Durch Entwickelung von $\omega : 2\pi$ in einen Kettenbruch können wir nämlich eine endliche Zahl n so bestimmen, daß $n\omega$ sich von einem Vielfachen von 2π beliebig wenig unterscheidet; wir setzen

$$4) \qquad n\omega = 2m\pi + \varepsilon,$$

so ist ε eine kleine, angebbare Größe. Führen wir nun die Bewegung $\mathfrak{A}$ n mal aus, so wird der Drehungswinkel der resultirenden Bewegung gleich ε, während die zugehörige Translation $nt = \tau$ jedenfalls einen endlichen Wert hat. Wir bezeichnen diese Bewegung durch

$$\mathfrak{A}_0(\varepsilon, \tau).$$

In derselben Weise leiten wir aus $\mathfrak{A}'$ die Bewegung

$$\mathfrak{A}_1(\varepsilon, \tau)$$

um die Axe a_1 ab.

5. Wir transformiren jetzt $\mathfrak{A}_1$ mit $\mathfrak{A}_0$ und erhalten dadurch eine Bewegung

$$\mathfrak{A}_2(\varepsilon, \tau)$$

um die Axe a_2. Durch einen beliebigen Punkt A_1 von a_1 legen wir die Ebene η_0 senkrecht zu $a_0 = a$; sie schneide a_0 in B_0 und a_2 in A_2. Wir wenden im übrigen dieselben Bezeichnungen an, wie S. 497, und erhalten gemäß 2) und 3)

$$5) \qquad \sin \tfrac{1}{2}\varphi_1 < \tfrac{1}{2}\varepsilon . \sin \varphi_0,$$

$$6) \qquad \delta_1 < \varepsilon\, \delta_0 + \tau \operatorname{tg} \varphi_0 .$$

Wir transformiren jetzt $\mathfrak{A}_2$ mit $\mathfrak{A}_1$ und erhalten so eine Bewe-

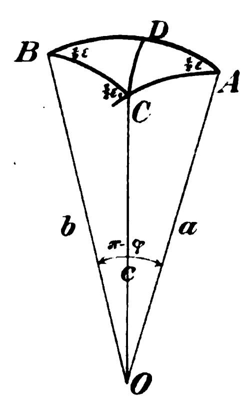


Fig. 1.

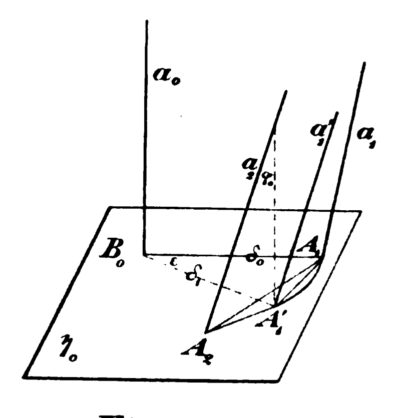


Fig. 2.

gung $\mathfrak{A}_3$ um die Axe a_3. Ist φ_2 der von a_2 und a_3 gebildete Winkel, so folgt, wie eben,

$$7)\qquad \sin\tfrac{1}{2}\varphi_2 < \tfrac{1}{2}\varepsilon\sin\varphi_1 < \tfrac{1}{2}\varepsilon^2\sin\varphi_0.$$

Nun legen wir durch A_2 eine Ebene η_1 senkrecht zu a_1, nennen ihre Schnittpunkte mit a_1 und a_3 resp. B_1 und A_3, und bezeichnen A_1A_3 durch δ_2. Da die Strecke B_1A_2 auf a_1 senkrecht steht, so ist sie sicher kleiner als δ_1, also ist gemäß 3) um so mehr

$$8)\qquad \delta_2 < \varepsilon\delta_1 + \tau\,\mathrm{tg}\,\varphi_1.$$

In derselben Weise fahren wir fort. Für je zwei Bewegungen $\mathfrak{A}_k$ und $\mathfrak{A}_{k+1}$, zu denen wir auf diese Weise gelangen, bestehen die Relationen

$$9)\qquad \sin\tfrac{1}{2}\varphi_k < \tfrac{1}{2}\varepsilon^k\sin\varphi_0,$$

$$10)\qquad \delta_k < \varepsilon\delta_{k-1} + \tau\,\mathrm{tg}\,\varphi_{k-1},$$

wo φ_{k-1}, φ_k, δ_{k-1}, δ_k analoge Bedeutung haben, wie bisher. Diese Relationen zeigen, daß wir φ_k und δ_k beliebig klein machen können.

5. Es ist noch zu zeigen, daß die Punkte A_k und B_k mit wachsendem k nicht ins unendliche fallen. Wir betrachten die Strecke B_0A_{k+1} und beweisen, daß sie für jedes k endlich bleibt.

Es ist nämlich

$$B_0A_{k+1} < B_0A_1 + A_1A_2 + A_2A_3 + \cdots + A_kA_{k+1},$$

das heißt

$$B_0A_{k+1} < \delta_0 + \delta_1 + \delta_2 \cdots + \delta_k.$$

Nun ist

$$\begin{aligned}
\delta_1 &< \varepsilon\delta_0 + \tau\,\mathrm{tg}\,\varphi_0,\\
\delta_2 &< \varepsilon\delta_1 + \tau\,\mathrm{tg}\,\varphi_1,\\
&\cdots\cdots\cdots\\
\delta_k &< \varepsilon\delta_{k-1} + \tau\,\mathrm{tg}\,\varphi_{k-1},
\end{aligned}$$

also ergiebt sich durch Addition

$$\sum_{n=1}^{k}\delta_n < \varepsilon\sum_{n=0}^{k-1}\delta_n + \tau\sum_{n=0}^{k-1}\mathrm{tg}\,\varphi_n,$$

$$(1-\varepsilon)\sum_{n=0}^{k}\delta_n < \delta_0 - \varepsilon\delta_k + \tau\sum_{n=0}^{k-1}\mathrm{tg}\,\varphi_n.$$

Nun ist aber $\sum_{n=0}^{\infty}\mathrm{tg}\,\varphi$ eine convergente Reihe, denn der Quotient von

$\operatorname{tg}\varphi_{n+1}$ und $\operatorname{tg}\varphi_n$ nähert sich mit wachsendem n der Grenze ε[1]); und daraus folgt, daß $B_0 A_{k+1}$ für jedes k kleiner ist, als eine endliche angebbare Strecke. Der Punkt A_{k+1} bleibt also für jedes k in einer angebbaren Entfernung von B_0.

6. Wir setzen nunmehr $\mathfrak{A}_k$ und die Bewegung $\mathfrak{A}_{k+1}(-\varepsilon, -\tau)$ zusammen. Um die resultirende Bewegung $\mathfrak{C}$ zu bestimmen, verlegen wir die Axe a_{k+1} parallel mit sich selbst an den Punkt A_k; d. h. wir ersetzen $\mathfrak{A}_{k+1}(-\varepsilon, -\tau)$ um a_{k+1} durch die Bewegung $\mathfrak{A}_{k+1}(-\varepsilon, -\tau)$ um die Axe a'_{k+1} und durch eine Translation, die jedenfalls kleiner als

$$\varepsilon\delta_k$$

ist. Ist ferner ε_1 die Rotationscomponente von $\mathfrak{C}$, so folgt aus Gleichung 1)

$$\varepsilon_1 = \varepsilon\varphi_k\left(1 + \mathfrak{P}(\varepsilon^2\varphi_k^2)\right).$$

Endlich ist die von τ und $-\tau$ herrührende Gleitung

$$\tau\varphi_k.$$

Die resultirende Translation τ_1 ist daher jedenfalls kleiner als

$$\tau\varphi_k + \varepsilon\delta_k.$$

Diese haben wir nochmals in zwei Componenten parallel und senkrecht zur Axe c von $\mathfrak{C}$ zu zerlegen; sind dieselben τ_c und τ_n, so ist sicher jede der Größen τ_c und τ_n kleiner als τ_1.

Die Bewegung $\mathfrak{C}$ hat demnach die Eigenschaft, daß ihr Winkel ε_1 und ihre Translation τ_c mit wachsendem k beliebig klein gemacht werden können. Die Translation τ_n bestimmt den Abstand r ihrer Axe c von A_k, und zwar ist

$$\tau_n = 2r\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon_1,$$

also ist r, abgesehen von einer kleinen Größe, höchstens gleich

$$\frac{\tau\varphi_k + \varepsilon\delta_k}{\varepsilon\varphi_k}.$$

Der vorstehende Bruch behält aber für jedes k einen endlichen Wert, und damit ist der Beweis erbracht, daß die aus $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ gebildete Gruppe eine Bewegung enthält, deren Rotation und Translation beliebig klein ge-

---

1) Sollte $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ sein, so hat man statt des Punktes B_0 den Punkt B_1 als Ausgangspunkt zu nehmen.

macht werden können, und deren Axe in endlichem angebbaren Abstand vom Punkt B_0 liegt.

7. Der im Vorstehenden bewiesene Satz läßt sich auch so aussprechen, daß eine Gruppe der betrachteten Art, von dem S. 498 erwähnten Fall abgesehen, nicht existirt, wenn für irgend eine ihrer Axen die bezüglichen Rotationswinkel beliebig kleine, von Null verschiedene Werte annehmen können.

Wenn nun irgend welche Bewegungen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$... zu einer resultirenden Bewegung $\mathfrak{R}$ zusammengesetzt werden, so hängt der Rotationswinkel von $\mathfrak{R}$ allein von den Rotationen der Bewegungen $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$... ab. Sind daher $\mathfrak{A}$ (ω, t) und $\mathfrak{B}$ (ω_1, t_1) zwei Bewegungen, welche eine Gruppe der betrachteten Art liefern, und ziehen wir durch einen beliebigen Punkt O des Raumes zwei Geraden a' und b' parallel zu a und b, so muß sich aus den Drehungen ω um a' und ω_1 um b' eine Rotationsgruppe bilden lassen. Bezeichnen wir diese Gruppe als die Hilfsgruppe, so folgt, daß die Hilfsgruppe, von dem mehrfach erwähnten Fall abgesehen, eine aus lauter endlichen Rotationen bestehende Rotationsgruppe sein muß.

Diese Bedingung ist zwar notwendig, aber nicht hinreichend. Welche von diesen Rotationsgruppen wirklich zu Bewegungsgruppen der betrachteten Art führen, hat Herr Camille Jordan a. a. O. gezeigt: es ist nicht meine Absicht, an dieser Stelle darauf einzugehen. Dagegen soll noch auf eine bisher nicht hervorgehobene Eigenschaft dieser Gruppen hingewiesen werden; dieselben sind nämlich dadurch ausgezeichnet, daß in jeden endlichen Bereich des Raumes nur eine endliche Anzahl ihrer Axen eindringt. Mit Rücksicht darauf kann dem im Eingang dieser Mitteilung ausgesprochenen Satz auch folgende Fassung gegeben werden:

Außer denjenigen Gruppen, die aus geeigneten endlichen Rotationsgruppen als Hilfsgruppen abgeleitet werden können und der S. 498 angeführten Gruppe giebt es keine andere Bewegungsgruppe, welche die Eigenschaft hat, daß in jeden endlichen Bereich des Raumes nur eine endliche Anzahl ihrer Axen eindringt.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Juli 1886.

Schriften der Physikalisch - ökonomischen Gesellsch. in Königsberg i. Pr. 26. Jahrg. 1885.
Vierteljahrschrift der astronomischen Gesellsch. 21. Jahrg. 1. u. 2. Heft.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Jahrg. 1883. Band. XV. Heft 3.
Neues Lausitzer Magazin. Band 62. Heft 1.
Leopoldina. Heft XXII. N. 11. 12.
Acta Mathematica. 8. 3.
Preisschriften gedr. u. herausgeg. v. d. fürstl. Jablonowskischen Gesellsch. in Leipzig. XXVI. K. Rohn. N. IX der naturw. Section.
Die Flora des Bernsteins. Band 2.
Abhandlungen der Akademie der Wissensch. zu Berlin 1885.
Veröffentlichungen der Großherz. Sternwarte zu Karlsruhe. 2. Heft.
Meteorologische Zeitschrift. 1886. Juli. Heft 7.
Mittheilungen des naturwissensch. Vereins für Steiermark. Jahrg. 1885.
Mittheilungen aus dem Jahrbuche d. K. Ungarischen geologischen Anstalt. Band VIII. Heft 3.
Geologische Mittheilungen. Budapest. Cotet XVI. Heft 3—6.
Nature. N. 871. 872. 873.
Proceedings of the Royal Society. Vol. XL. N. 244.
Proceedings of the Canadian Institute Toronto. Vol. III fasc. N. 4.
Memoirs of the Geological survey of India.
Palaeontologia Indica. Series IV. Vol. I. Part 5 and series XIII. Vol. I. Part 5 and series XIV. Vol. I. Part 3. fasc. 5.
Zweimal (Ser. XIII. Vol. I. Part 5).
Series X. Vol. III. Parts 7 and 8.
Johns Hopkins University studies in historical and political science fourth series VII. VIII. IX.
Johns Hopkins University circulairs. Vol. V. N. 50. 51.
l'Académie R. de Copenhague.
Oversigt over det K. D. Videnscabernes Selskabs forhandlinger i. Aaret 1885. N. 3 og 1886 N. 1.
Mémoires de l'A. R. d. C. Vol. II. N. 8. 9. 10. Vol. III. N. 2 og Vol. IV. N. 1.
Lamentatio ecclesiae ny udg. af Holger. Fr. Rordam.
Acta Universitatis Lundensis.
Tom. XVIII. 1881—82. Philosophi, sprakvetenskap och Historia.
Tom. XVIII. 1881—82. Mathematik och Naturvetenskap.
Lunds Universitets-Biblioteks Accessions-Katalog 1881. 1882.
Apologia Christiana v. A. Wallis. Stockholm.
Katechismus des Christenthums dritten Jahrtausends.
Bulletin de la société impériale de Naturalistes de Moscou. Année 1886. N. 1.
Atti della R. Accademia dei Lincei.
1883—84. Vol. XIII. XVIII. XIX.
1884—85. Vol. II.
Estratto della seduta del. 6. Giugno 1886. Mineralogia.

(Fortsetzung folgt.)

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg - Augusts - Universität

zu Göttingen.

25. August. — № 16. — 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 31. Juli.

Frensdorff kündigt eine Abhandlung an: »Untersuchung der Rechte der Kaufleute in Nowgorod«.

Voigt kündigt eine Mittheilung an »über die Elasticitätsverhältnisse cylindrisch aufgebauter Körper«.

Schwarz legt eine Mittheilung von Hölder »über eine transscendente Function« vor.

Bechtel bittet um Aufnahme einer Abhandlung »über die ionischen Inschriften« unter die Abhandlungen.

Ueber die Elasticitätsverhältnisse cylindrisch aufgebauter Körper.

Von **W. Voigt.**

Von den bekannt gewordenen Experimentaluntersuchungen über die Elasticitätsverhältnisse der Metalle hat eine nicht geringe Anzahl Beobachtungen an gezogenen Stäben, Drähten und Röhren benutzt ohne in Rücksicht zu nehmen, daß es in hohem Grade unwahrscheinlich ist, daß diese Körper sich wie isotrope, ja nur wie homogene Substanzen verhalten. Ich habe mir daher die Frage vorgelegt nach den allgemeinsten Elasticitätsgleichungen für Körper der angeführten Art, um dadurch die Mittel zu erhalten, die angestellten Beobachtungen nach ihrer wahren Bedeutung beurtheilen zu können. Nebenbei schien es mir anziehend, die Theorie der Elasticität

einmal auf inhomogene Körper, deren Verhalten stetig mit dem Orte variirt, anzuwenden.

Ich betrachte einen Körper, der auf coaxialen Kreiscylindern gleiches elastisches Verhalten zeigt. Ein Volumenelement, welches durch zwei unendlich benachbarte Kreiscylinder dieser Art, durch zwei Meridianebenen und zwei Schnitte normal zur Cylinderaxe begrenzt ist, kann bei hinreichender Kleinheit als homogen angesehen werden, falls sich wie angenommen das elastische Verhalten stetig mit den Coordinaten ändert. Dies Element besitzt eine elastische Symmetrieebene parallel dem Meridian und eine normal zur Cylinderaxe, es verhält sich also im allgemeinsten Falle wie ein Element eines rhombischen Krystalles und ist in elastischer Hinsicht durch neun Constanten definirt.

Die Elemente, welche sich parallel der Cylinderaxe aneinander reihen betrachten wir als gleichartig und parallel gelegen, die auf demselben Radius liegenden sind parallel orientirt, besitzen aber verschiedene Constanten, die auf demselben Breitenkreis liegenden besitzen gleiche Constanten aber wechselnde Axenrichtung. Es sei gestattet die so beschaffenen Medien weiter kurz als »cylindrisch aufgebaut« zu bezeichnen; »homogen« sollen sie noch außerdem genannt werden, wenn die neun Elasticitätsconstanten unabhängig von dem Radius sind.

Nehmen wir die Molecularwirkungssphäre wie gewöhnlich unendlich klein, selbst gegen die Größe des Volumenelementes, so können wir im Innern eines solchen die Formeln anwenden, welche für den rhombischen Krystall gelten. Sei die Z^0-Axe parallel der Cylinderaxe, die X^0-Axe parallel dem Radiusvactor durch das Volumenelement gewählt, so kann man schreiben:

$$\begin{aligned}
-X_x^0 &= a_{11}x_x^0 + a_{12}y_y^0 + a_{13}z_z^0\\
-Y_y^0 &= a_{21}x_x^0 + a_{22}y_y^0 + a_{23}z_z^0\\
-Z_z^0 &= a_{31}x_x^0 + a_{32}y_y^0 + a_{33}z_z^0\\
-Y_z^0 &= a_{44}y_z^0\\
-Z_x^0 &= a_{55}z_x^0\\
-X_y^0 &= a_{66}x_y^0.
\end{aligned}$$

Aber diese Formeln gelten nur für das eine Volumenelement. Man erhält allgemeingültige Werthe, wenn man Cylindercoordinaten einführt. Bezeichnet man die drei Richtungen parallel dem Radius, dem Bogen und der Cylinderaxe mit r, s, z, die ihnen parallelen Verschiebungen mit ρ, σ, ω, so wird

$$R_r = X_x^0,\quad S_s = Y_y^0,\quad Z_z = Z_z^0,\quad S_z = Y_z^0,\quad Z_r = Z_x^0,\quad R_s = X_y^0$$

und es gilt außerdem nach geometrischer Anschauung:

$$x_x^0 = \frac{\partial \rho}{\partial r},\ y_y^0 = \frac{\partial \sigma}{\partial s} + \rho,\ z_z^0 = z_z,$$

$$y_z^0 = \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial s},\quad z_x^0 = \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial r},\ x_y^0 = \frac{\partial \rho}{\partial s} + \frac{\partial \sigma}{\partial r} - \frac{\sigma}{r}.$$

Hiernach erhält man Formeln, die für alle Elemente gültig sind, falls man noch die Constanten a_{hk} als Functionen von r gegeben denkt:

$$\left.\begin{aligned}
-R_r &= a_{11}\frac{\partial \rho}{\partial r} + a_{12}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial s} + \frac{\rho}{r}\right) + a_{13}\frac{\partial \omega}{\partial z}\\
-S_s &= a_{21}\frac{\partial \rho}{\partial r} + a_{22}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial s} + \frac{\rho}{r}\right) + a_{23}\frac{\partial \omega}{\partial z}\\
-Z_z &= a_{31}\frac{\partial \rho}{\partial r} + a_{32}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial s} + \frac{\rho}{r}\right) + a_{33}\frac{\partial \omega}{\partial z}\\
-S_z &= a_{44}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial s}\right)\\
-Z_r &= a_{55}\left(\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial r}\right)\\
-R_s &= a_{66}\left(\frac{\partial \rho}{\partial s} + \frac{\partial \sigma}{\partial r} - \frac{\sigma}{r}\right).
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Diese Ausdrücke sind in die Hauptgleichungen des Gleichgewichts einzusetzen:

$$\left.\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r R_r}{\partial r} + \frac{\partial R_s}{\partial s} + \frac{\partial R_z}{\partial z} - \frac{S_s}{r}\\
0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r S_r}{\partial r} + \frac{\partial S_s}{\partial s} + \frac{\partial S_z}{\partial z} + \frac{S_r}{r}\\
0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r Z_r}{\partial r} + \frac{\partial Z_s}{\partial s} + \frac{\partial Z_z}{\partial z},
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

so wie in die Oberflächenbedingungen:

$$\overline{R}_n + \overline{R} = \overline{S}_n + \overline{S} = \overline{Z}_n + \overline{Z} = 0. \quad (3)$$

In den letzteren bedeutet n die Richtung der äußeren Normale auf der Grenze, $\overline{R}$, $\overline{S}$, $\overline{Z}$ sind die auf dieselbe von außen wirkenden Druckkräfte.

Was die Elasticitätsconstanten a_{hk} betrifft, von welchen wir bisher nur vorausgesetzt haben, daß sie stetige Functionen von r sind, so müssen sie noch ein eigenes Verhalten zeigen für $r = 0$ d. h. in der Cylinderaxe selbst. Da hier die Richtungen parallel und normal zum Radius gleichwerthig sind, müssen zwischen den Constanten

dieselben Beziehungen bestehen, als wenn das betrachtete Volumenelement einem hexagonalen Krystall angehörte, dessen Hauptaxe die Cylinderaxe ist, d. h. es muß sein für $r = 0$:

$$(4) \qquad a^0_{11} = a^0_{22}, \quad a^0_{13} = a^0_{23}, \quad a^0_{44} = a^0_{55}.$$

Hiernach ist es im Allgemeinen nicht zulässig für einen vollen Cylinder die a_{hk} unabhängig von r anzunehmen, wenn man nicht zugleich die Relationen (4) erfüllt sein läßt, durch welche das cylindrisch aufgebaute Medium sich in ein homogenes hexagonal krystallinisches verwandelt. Doch läßt sich in den einzelnen Fällen entscheiden, ob es gestattet ist, diese Constanz wenigstens bis in unmittelbare Nähe der Cylinderaxe gelten zu lassen.

Die vorstehenden Formeln sollen nun zur Lösung einiger Aufgaben benutzt werden, welche für die Beobachtung von Interesse sind.

1. Ein Hohlcylinder von den Radien R_i und R_a unter der Wirkung von Druckkräften D_i, D_a auf seine Mantelflächen und dem Zug P auf seine Basis. Diese Kräfte sind auf die Flächeneinheit bezogen, D_i und D_a seien constant, P bleibe zunächst verfügbar.

Man setze $\sigma = 0$, $\rho = F(r)$, $\omega = pz$ so wird

$$(5) \qquad \begin{aligned} -R_r &= a_{11}\rho' + a_{12}\frac{\rho}{r} + a_{13}p \\ -S_s &= a_{21}\rho' + a_{22}\frac{\rho}{r} + a_{23}p \\ -Z_z &= a_{31}\rho' + a_{32}\frac{\rho}{r} + a_{33}p \\ -S_z &= -Z_r = -R_s = 0. \end{aligned}$$

Zugleich folgt aus der ersten Formel (2)

$$a_{11}(r^2\rho'' + r\rho') - a_{22}\rho = (a_{23} - a_{13})pr;$$

die beiden andern Gleichungen sind identisch erfüllt. Die Integration ist allgemein nur möglich, wenn die a_{hk} constant sind.

Man erhält dann:

$$(6) \qquad \rho = \frac{(a_{23} - a_{13})pr}{a_{11} - a_{22}} + mr^{+\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}} + nr^{-\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}}$$

und zur Bestimmung vom m, n, p, die drei Gleichungen:

$$-D_a = m(\sqrt{a_{22}a_{11}} + a_{12}) R_a^{\nu-1} - n(\sqrt{a_{22}a_{11}} - a_{12}) R_a^{-\nu-1}$$
$$+ p \frac{[a_{23}(a_{11}+a_{12}) - a_{13}(a_{12}+a_{22})]}{a_{11} - a_{22}}$$
$$-D_i = m(\sqrt{a_{22}a_{11}} + a_{12}) R_i^{\nu-1} - n(\sqrt{a_{22}a_{11}} - a_{12}) R_i^{-\nu} \qquad (7)$$
$$+ p \frac{[a_{23}(a_{11}+a_{12}) - a_{13}(a_{12}+a_{22})]}{a_{11} - a_{22}}$$
$$+P = m\left(a_{13}\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} + a_{23}\right) r^{\nu-1} - n\left(a_{13}\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} - a_{23}\right) r^{-\nu-1}$$
$$+ p\left(\frac{a_{23}^2 - a_{13}^2}{a_{11} - a_{22}} + a_{33}\right)$$

worin $\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}}$ kurz $= \nu$ gesetzt ist.

Daß P sich nicht constant findet, zeigt, daß um jede Elementarfaser gleich stark zu verlängern doch nicht die gleiche Zugkraft auf ihre Endflächen auszuüben ist, obgleich das elastische Verhalten für alle gleich angenommen ist. Dies Resultat ist jedenfalls unerwartet und ergiebt naturgemäß die weitere Folgerung, daß die Längs-Dilatationen, welche verschiedene Hohlcylinder, wie sie hier vorausgesetzt sind, durch dieselben Zugkräfte erfahren, keineswegs dem Querschnitt indirect proportional sind.

Bezeichnet man mit P' die mittlere auf die Grundfläche wirkende Zugkraft, definirt durch

$$P'\pi(R_a^2 - R_i^2) = 2\pi \int_{R_a}^{R_i} Pr\,dr$$

so erhält man die 3. Gleichung (7) in der Form:

$$P'\frac{R_a^2 - R_i^2}{2} = m\frac{a_{13}\sqrt{a_{22}} + a_{23}\sqrt{a_{11}}}{\sqrt{a_{22}} + \sqrt{a_{11}}}(R_a^{\nu+1} - R_i^{\nu+1})$$
$$+ n\frac{a_{13}\sqrt{a_{22}} - a_{23}\sqrt{a_{11}}}{\sqrt{a_{22}} - \sqrt{a_{11}}}(R_a^{1-\nu} - R_i^{1-\nu}) + p\left(\frac{a_{23}^2 - a_{23}^2}{a_{11} - a_{22}} + a_{33}\right)\frac{R_a^2 - R_i^2}{2}. \qquad (7')$$

Schreibt man diese drei Gleichungen in der Form:

$$D_a = mAR_a^{\nu-1} - nBR_a^{-(\nu+1)} + pC$$
$$D_i = mAR_i^{\nu-1} - nBR_i^{-(\nu+1)} + pC$$
$$P'\frac{R_a^2 - R_i^2}{2} = mA'(R_a^{\nu+1} - R_i^{\nu+1}) + nB'(R_a^{1-\nu} - R_i^{1-\nu}) + pC'\frac{R_a^2 - R_i^2}{2}$$

und setzt:

$$ACB'(R_a^{1-\nu} - R_i^{1-\nu})(R_a^{\nu-1} - R_i^{\nu-1}) + BCA'(R_a^{1+\nu} - R_i^{1+\nu})(R_a^{-(\nu+1)} - R_i^{-(\nu+1)})$$
$$+ ABC'(R_a^{\nu-1}R_i^{-(\nu+1)} - R_i^{\nu-1}R_a^{-(\nu+1)})\frac{R_a^2 - R_i^2}{2} = K,$$

so wird:

$$mK = CB'(R_a^{1-\nu} - R_i^{1-\nu})(D_i - D_a) + CB(D_a R_i^{-(\nu+1)} - D_i R_a^{-(\nu+1)}) \frac{R_a^2 - R_i^2}{2}$$
$$+ CBP' \frac{R_a^2 - R_i^2}{2} (R_i^{-(\nu+1)} - R_a^{-(\nu+1)})$$

$$(8)\quad nK = CA'(R_a^{\nu+1} - R_i^{\nu+1})(D_i - D_a) - C'A(D_a R_i^{\nu-1} - D_i R_a^{\nu-1}) \frac{R_a^2 - R_i^2}{2}$$
$$- CAP' \frac{R_a^2 - R_i^2}{2} (R_i^{\nu-1} - R_a^{\nu-1})$$

$$pK = AB'(R_a^{1-\nu} - R_i^{1-\nu})(D_a R_i^{\nu-1} - D_i R_a^{\nu-1})$$
$$+ BA'(R_a^{\nu+1} - R_i^{\nu+1})(D_a R_i^{-(\nu+1)} - D_i R_a^{-(\nu+1)})$$
$$+ ABP' \frac{R_a^2 - R_i^2}{2} (R_a^{\nu-1} R_i^{-(\nu+1)} - R_i^{\nu-1} R_a^{-(\nu+1)}).$$

Die erhaltenen Formeln ergeben folgende eigenthümliche Abweichungen des Verhaltens der betrachteten Medien von den homogen krystallinischen oder unkrystallinischen.

Ein cylindrisch aufgebauter und homogener Körper erleidet bei allseitig gleichem Druck Verschiebungen, welche nicht lineäre Functionen der Coordinaten sind; demgemäß werden ihn begrenzende Ebenen im Allgemeinen durch den Druck sich krümmen.

Ist seine Gestalt die eines Hohlcylinders von einem gegen die Länge kleinen Querschnitt, so wird eine auf die Grundfläche wirkende Zugkraft eine Verlängerung und eine Quercontraction hervorbringen, welche durch die obigen Formeln (8) gegeben, also nicht indirect proportional dem Querschnitt ist. Auch ist das Verhältniß der Quercontraction zur Längsdilatation nicht constant, sondern von dem innern und äußern Radius des Querschnitts abhängig. Das gleiche gilt hiernach auch von der cubischen Dilatation des Hohlraums.

Wirkt nur ein äußerer Druck, so ist die Verkleinerung des inneren Querschnitts und die Längsdilatation keineswegs mit $R_a^2/R_a^2 - R_i^2$ wirkt nur ein innerer Druck, so die Vergrößerung des äußern Querschnitts und die Längsdilatation keineswegs mit $R_i^2/R_a^2 - R_i^2$ einfach proportional, wie dies bei homogenen Hohlcylindern stattfindet.

Diese Thatsachen, von denen die letzteren sich leicht durch analoge für kuglig aufgebaute Medien ergänzen lassen, rufen Zweifel an der Berechtigung der Folgerungen hervor, die von Wertheim, Regnault und Anderen aus Beobachtungen der Wirkung von Druck und Zug auf cylindrisch und kuglig aufgebaute Körper gezogen sind.

2. Ein Hohlcylinder unter der Wirkung eines auf die Grundfläche ausgeübten Drehungsmomentes um die Längsaxe.

Man setze
$$\rho = 0, \quad \omega = 0, \quad \sigma = \tau_1 r z,$$
so wird:
$$R_r = S_s = Z_s = Z_r = R_s = 0$$
$$-S_s = a_{44}\tau_1 r,$$
wodurch den Hauptgleichungen (2) genügt ist.

Zugleich folgt aus (3) für das ganze ausgeübte Moment N die Gleichung:
$$N = 2\pi\tau_1 \int_{R_i}^{R_a} a_{44} r^3 dr.$$

Ist a_{44} unabhängig von r, so giebt sich:
$$N = a_{44}\pi\tau_1 \frac{R_a^4 - R_i^4}{2},$$
also der gesammte Drehungswinkel
$$\tau = L\tau_1 = \frac{2NL}{a_{44}\pi(R_a^4 - R_i^4)}. \tag{9}$$

Das Verhalten des cylindrisch aufgebauten homogenen Kreiscylinders ist also demjenigen des homogenen isotropen oder anisotropen vollkommen analog, hängt speciell nur von einer Elasticitätsconstante ab.

3. Ein Hohlcylinder gebogen durch ein Drehungsmoment, welches auf seine Grundflächen um Axen wirkt, die in diesen Flächen liegen.

Man setze $s = r\varphi$, $ds = rd\varphi$, ferner
$$\begin{aligned}
\omega &= (g_1 \cos\varphi + g_2 \sin\varphi) r \left(z - \frac{l}{2}\right)\\
\rho &= (g_1 \cos\varphi + g_2 \sin\varphi)\left(\mathrm{P} + \frac{z(l-z)}{2}\right)\\
\sigma &= (g_1 \sin\varphi - g_2 \cos\varphi)\left(\Sigma - \frac{z(l-z)}{2}\right),
\end{aligned} \tag{10}$$
worin P und Σ nur Functionen von r sind, so erhält man:
$$\begin{aligned}
-R_r &= (g_1 \cos\varphi + g_2 \sin\varphi)\left(a_{11}\mathrm{P}' + a_{12}\frac{\Sigma + \mathrm{P}}{r} + a_{13} r\right)\\
-S_s &= (g_1 \cos\varphi + g_2 \sin\varphi)\left(a_{21}\mathrm{P}' + a_{22}\frac{\Sigma + \mathrm{P}}{r} + a_{23} r\right)\\
-Z_z &= (g_1 \cos\varphi + g_2 \sin\varphi)\left(a_{31}\mathrm{P}' + a_{32}\frac{\Sigma + \mathrm{P}}{r} + a_{33} r\right)\\
-S_z &= 0 \quad -Z_r = 0\\
-R_s &= a_{66}(g_1 \sin\varphi - g_2 \cos\varphi)\left(\Sigma' - \frac{\Sigma + \mathrm{P}}{r}\right).
\end{aligned} \tag{11}$$

Von den Hauptgleichungen (2) ist die dritte identisch erfüllt, die ersten beiden

$$(12)\qquad \begin{aligned} 0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r R_r}{\partial r} + \frac{\partial R_s}{\partial s} - \frac{S_s}{r} \\ 0 &= \frac{1}{r}\frac{\partial r S_r}{\partial r} + \frac{\partial S_s}{\partial s} + \frac{S_r}{r} \end{aligned}$$

ergeben:

$$(12')\qquad \begin{aligned} &a_{11}(r\mathrm{P}'' + \mathrm{P}') + (a_{12} + a_{66})\Sigma' - (a_{22} + a_{66})\frac{\mathrm{P}+\Sigma}{r} = (a_{23} - 2a_{13})r \\ &a_{66}(r\Sigma'' + \Sigma') - (a_{12} + a_{66})\mathrm{P}' - (a_{22} + a_{66})\frac{\mathrm{P}+\Sigma}{r} = a_{23} r. \end{aligned}$$

Diesem genügt man durch

$$(13)\qquad \begin{aligned} \mathrm{P} &= A_0 r^2 + A_1 r^n + A_2 r^{-n} \\ \Sigma &= B_0 r^2 + B_1 r^n + B_2 r^{-n} \end{aligned}$$

wenn ist:

$$(14)\qquad \begin{aligned} 2A_0 &= \frac{a_{66}(a_{23} - 3a_{13}) + a_{13}a_{22} - a_{23}a_{12}}{4a_{11}a_{66} - (a_{22}+a_{66})(a_{11}+a_{66}) + (a_{12}+a_{66})^2} \\ 2B_0 &= \frac{a_{66}(a_{23} - 3a_{13}) + a_{23}(2a_{11} + a_{12}) - a_{13}(2a_{12} + a_{22})}{4a_{11}a_{66} - (a_{22}+a_{66})(a_{11}+a_{66}) + (a_{12}+a_{16})^2} \\ n^2 &= \frac{(a_{11}+a_{66})(a_{22}+a_{66}) - (a_{12}+a_{66})^2}{a_{11}a_{66}} \\ &A^2[n^2 a_{11} - (a_{22}+a_{66})]\,[(a_{22}+a_{66}) + n(a_{12}+a_{66})] \\ &= B^2[n^2 a_{66} - (a_{22}+a_{66})]\,[(a_{22}+a_{66}) - n(a_{12}+a_{66})]. \end{aligned}$$

Hierin ist mit der positiven Wurzel n zugleich A_1, B_1, mit der negativen A_2, B_2 einzusetzen.

Die gefundene Lösung enthält zwei willkürliche Constanten, es sollen aber mit ihrer Hülfe vier Relationen erfüllt, nämlich R_r und R_s sowohl für $r = R_i$ als $r = R_a$ zu Null gemacht werden. Es läßt sich ganz ohne Rechnung zeigen, daß dies stets möglich ist.

Denn aus den Gleichungen (12) folgt durch Differentiation der der ersten nach s und Combination mit der zweiten in Rücksicht auf die aus (11) folgende Beziehung $\frac{\partial^2 R_s}{\partial s^2} = -\frac{1}{r^2}R_s$ und auf $ds = r d\varphi$:

$$\frac{\partial^2 r R_r}{\partial r \partial \varphi} + \frac{\partial r R_s}{\partial r} = 0,$$

demnach:

$$\frac{\partial R_r}{\partial \varphi} + R_s = \frac{F(\varphi)}{r}.$$

Dies $F(\varphi)$ muß aber gleich Null sein, da die Gleichung für alle r erfüllt sein soll und $\frac{\partial R_r}{\partial \varphi}$ und R_s kein mit $\frac{1}{r}$ proportionales Glied enthalten. Hiernach gilt

$$\frac{\partial R_r}{\partial \varphi} + R_s = 0;$$

verschwindet also für gegebenes r und alle Werthe φ die Componente R_r, so auch R_s. Demgemäß ist mit zwei Constanten allen Bedingungen zu genügen. Sie bestimmen sich aus

$$\Sigma' = \frac{\mathrm{P} + \Sigma}{r},$$

wenn man darin $r = R_a$ und R_i einsetzt, d. h. aus

$$\begin{aligned} [B_1(n-1) - A_1] R_a^{n-2} - [B_2(n+1) + A_2] R_a^{-n-2} &= A_0 - B_0 \\ [B_1(n-1) - A_1] R_i^{n-2} - [B_2(n+1) + A_2] R_i^{-n-2} &= A_0 - B_0. \end{aligned} \tag{15}$$

So erhält man:

$$\begin{aligned} B_1(n-1) - A_1 &= \frac{(A_0 - B_0)(R_i^{-n-2} - R_a^{-n-2})}{R_a^{n-2} R_i^{-n-2} - R_i^{n-2} R_a^{-n-2})} \\ B_2(n+1) + A_2 &= \frac{(A_0 - B_0)(R_i^{n-2} - R_a^{n-2})}{R_a^{n-2} R_i^{-n-2} - R_i^{n-2} R_a^{-n-2}}, \end{aligned} \tag{16}$$

wo schließlich noch die aus (14) fließenden Verhältnisse

$$A_1 : B_1 = \alpha_1 \qquad A_2 : B_2 = \alpha_2$$

einzusetzen sind; α_1 und α_2 sind nur Functionen der Elasticitätsconstanten und enthalten so wenig wie A_0, B_0 die Dimensionen des Hohlcylinders.

Die noch übrigen Constanten g_1 und g_2 sind durch die am positiven Ende des Rohres wirkenden Drehungsmomente L und M gegeben. Man erhält nämlich:

$$M = -\int Z_z x dq \qquad L = -\int Z_z y dq$$

oder wenn man setzt:

$$\begin{aligned} &\int_{R_i}^{R_a} r^2 dr \left(a_{31} \mathrm{P}' + a_{32} \frac{\mathrm{P} + \Sigma}{r} + a_{33} r\right) \\ &= [2A_0 a_{31} + (A_0 + B_0) a_{32} + a_{33}] \frac{R_a^4 - R_i^4}{4} \\ &\quad + [nA_1 a_{31} + (A_1 + B_1) a_{32}] \frac{R_a^{n+2} - R_i^{n+2}}{n+2} \\ &\quad - [nA_2 a_{31} - (A_2 + B_2) a_{32}] \frac{R_a^{2-n} - R_i^{2-n}}{2-n} \\ &= K, \end{aligned} \tag{17}$$

die Bedingungen:

$$M = g_1 \pi K \qquad L = g_2 \pi K.$$

Für einen homogenen Cylinder aus beliebiger krystallinischer Substanz findet sich:

$$M = \frac{g_1 Q \varkappa_y^2}{\mathrm{E}} \qquad L = \frac{g_2 Q \varkappa_x^2}{\mathrm{E}},$$

wo $\varkappa_y$, $\varkappa_x$ die Trägheitsradien des Querschnittes Q um die X- und Y-Axe und E den Dehnungscoefficienten in der Richtung der Cylinderaxe bezeichnet.

Da der Pfeil der Biegung in der XZ- und YZ-Ebene respective gleich $L^2 g_1/8$ und $L^2 g_2/8$ ist, so sieht man, daß derselbe für ein cylindrisch aufgebautes Rohr keineswegs wie bei den homogenen krystallinischen Körpern mit dem Trägheitsmoment des Querschnitts um einen Durchmesser indirect proportional ist, ferner daß er nicht nur von einem Aggregat von Elasticitätsconstanten und auch nicht von denselben, wie die Längsdilatation desselben Rohres bei einem auf die Grundflächen wirkenden Zug abhängig ist.

Ueber eine transcendente Function.

Von **O. Hölder.**

(Vorgelegt von H. A. Schwarz.)

Die Function, welche den Gegenstand der folgenden Betrachtungen bildet, ist dadurch definirt, daß sie der Differentialgleichung

$$(1) \qquad \frac{dy}{dx} = x\pi \operatorname{cotg}(x\pi) \,.\, y$$

genügt und an der Stelle $x = 0$ den Werth $+1$ besitzt. Diese Function soll mit $F(x)$ bezeichnet werden. Sie hat einige merkwürdige Eigenschaften.

1.

Die Function $F(x)$ kann mit Hilfe von unendlichen Producten einfach dargestellt werden. Es ist bekanntlich

$$(2) \qquad \pi \operatorname{cotg}(x\pi) = \frac{1}{x} + \sum_{(n)}{}' \left\{ \frac{1}{x-n} + \frac{1}{n} \right\}.$$

Die Summation bezieht sich auf alle positiven und negativen, ganzzahligen Werthe von n; der Apostroph soll andeuten, daß der

Werth $n=0$ bei der Summenbildung auszuschließen ist. Die Größe $x\pi \operatorname{cotg}(x\pi)$ kann nun in der Form

$$1+\sum_{(n)}{}'\left\{\frac{n}{x-n}+1+\frac{x}{n}\right\}$$

geschrieben werden. In der letzten Summe ist das allgemeine Glied gleich der logarithmischen Ableitung der Größe

$$\left(1-\frac{x}{n}\right)^n e^{x+\frac{1}{2}\frac{x^2}{n}}.$$

Wenn man also in dem Ausdruck

$$(3) \qquad e^{x}\frac{\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left\{\left(1-\frac{x}{n}\right)^n e^{x+\frac{1}{2}\frac{x^2}{n}}\right\}}{\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left\{\left(1+\frac{x}{n}\right)^n e^{-x+\frac{1}{2}\frac{x^2}{n}}\right\}}$$

die einzelnen Factoren logarithmisch differentiirt und dann diese logarithmischen Differentialquotienten, mit dem richtigen Zeichen genommen, summirt, erhält man

$$x\pi \operatorname{cotg}(x\pi).$$

Die beiden Producte, welche im Ausdruck (3) vorkommen, haben genau die Form der Weierstraß'schen Productbildungen, welche dazu dienen, ganze, transcendente Functionen herzustellen, die an vorgegebenen Stellen verschwinden [1]). Es sind nur hier jedesmal die gleichen Factoren in einen einzigen zusammengezogen. Diese Producte convergiren unbedingt für jeden endlichen Werth der Veränderlichen x und geben, nach steigenden Potenzen von x entwickelt, beständig convergirende Reihen. Die logarithmische Differentiation darf bei einem Weierstraß'schen Product factorenweise ausgeführt werden. Es genügt somit der Ausdruck (3) der Differentialgleichung (1), und da außerdem dieser Ausdruck für $x=0$ den Werth 1 annimmt, so ist

$$(4) \qquad F(x)=e^{x}\frac{\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left\{\left(1-\frac{x}{n}\right)^n e^{x+\frac{1}{2}\frac{x^2}{n}}\right\}}{\prod\limits_{n=1}^{\infty}\left\{\left(1+\frac{x}{n}\right)^n e^{-x+\frac{1}{2}\frac{x^2}{n}}\right\}}.$$

1) Weierstraß, Abhandlungen aus der Functionenlehre (Berlin 1886) p. 16 ff.

Die Function $F(x)$ ist eine eindeutige, analytische Function, welche im Endlichen überall den Charakter einer rationalen Function besitzt. Für reelle Werthe des Arguments ist der Functionswerth reell. Wenn x gleich einer positiven ganzen Zahl n ist, so wird die Function gleich Null, wenn $x = -n$ ist, wird dieselbe unendlich, beide Male mit der Ordnungszahl n; an allen andern, im Endlichen gelegenen Stellen hat sie einen von Null verschiedenen, endlichen Werth.

2.

Aus der Gleichung (4) geht die Relation

$$F(-x) = \frac{1}{F(x)} \tag{5}$$

unmittelbar hervor.

Ersetzt man in der Gleichung (1) die Größe x durch $x+1$, so erhält man

$$\frac{F'(x+1)}{F(x+1)} = \pi(x+1)\operatorname{cotg}[(x+1)\pi] = x\pi\operatorname{cotg}(x\pi) + \pi\operatorname{cotg}(x\pi).$$

Es ist also

$$\frac{d\log F(x+1)}{dx} = \frac{d\log F(x)}{dx} + \frac{d\log\sin(x\pi)}{dx}.$$

Wenn man die letzte Gleichung integrirt und die Logarithmen wegschafft, findet man, daß

$$F(x+1) = C.\sin(x\pi).F(x)$$

ist, wobei C eine von Null verschiedene Constante bedeutet.

Um den Werth dieser Constanten zu bestimmen, muß man einen Specialwerth einsetzen. Nun ist.

$$F(0) = 1,$$

also ergiebt sich aus der Gleichung

$$\frac{1}{\pi}\frac{F(x+1)}{x} = C\frac{\sin(x\pi)}{x\pi}F(x),$$

daß

$$C = \frac{1}{\pi}\lim_{x=0}\frac{F(x+1)}{x} = \frac{1}{\pi}\lim_{x=1}\frac{F(x)}{x-1}$$

sein muß. Dehnt man jetzt auf der rechten Seite der Gleichung (4) die beiden Producte zunächst nur bis zum Werth $n = m$ aus und

zieht man dann die endlichen Producte zusammmen, so erhält man die Function $F(x)$ in der Form:

$$\lim_{m=\infty}\left[e^{(2m+1)x}\prod_{n=1}^{m}\left\{\frac{n-x}{n+x}\right\}^{n}\right].$$

Diese Größe hat man durch $x-1$ zu dividiren und dann zur Grenze $x=1$ überzugehen, was hier dadurch geschieht, daß man $x=1$ direct einsetzt. Es ist daher

$$\lim_{x=1}\frac{F(x)}{x-1} = -\lim_{m=\infty}\left\{e^{2m+1}\frac{1^2 . 2^3 . 3^4 \ldots (m-1)^m}{2 . 3^2 . 4^3 . 5^4 \ldots . (m+1)^m}\right\}.$$

Unter dem limes auf der rechten Seite dieser Gleichung steht die Größe

$$e^{2m+1}[(m-1)!]^2 m^{-m+1}(m+1)^{-m} = e^{2m+1} m^{-2m+1}[(m-1)!]^2\left(1+\frac{1}{m}\right)^{-m};$$

es ist somit

$$C = -\frac{1}{\pi}\lim_{m=\infty}\left\{e^{2m} m^{-2m+1}[(m-1)!]^2\right\}.$$

Vermöge der Formel:

$$\Gamma(m) = (m-1)! = \sqrt{2\pi}\, e^{-m} m^{m-\frac{1}{2}}(1+\varepsilon),$$

in welcher ε eine Größe bedeutet, die verschwindet, wenn m unendlich groß wird, bestimmt sich also die Constante; es ist

$$C = -2.$$

Uebrigens ist es für die Bestimmung der Constanten C nicht gerade nothwendig, die angeführte Formel für die asymptotische Function der Gammafunction zu kennen. Man beachte, daß aus der gegebenen Entwicklung, vermöge der Convergenz der Producte, mit welchen man operirt, schon folgt, daß die Größe

$$e^{m} m^{-m+\frac{1}{2}}(m-1)!$$

sich einer bestimmten, von Null verschiedenen Grenze nähert, wenn die ganze Zahl m unendlich groß wird. Setzt man nun

$$\lim_{m=\infty}\left[e^{m} m^{-m+\frac{1}{2}}(m-1)!\right] = \sigma,$$

so läßt sich durch eine einfache Rechnung zeigen, daß die Größe

$$\frac{2 . 2 . 4 . 4 \ldots . 2n . 2n}{1 . 3 . 3 . 5 \ldots . (2n-1)(2n+1)}$$

für $n = \infty$ den Grenzwerth $\frac{\sigma^2}{4}$ besitzt. Es folgt daher aus der Wallis'schen Formel die Beziehung[1])

$$\sigma = \sqrt{2\pi}.$$

Die Function $F(x)$ genügt also der Gleichung

$$(6) \qquad F(x+1) = -2\sin(x\pi)F(x).$$

Indem man die Gleichungen (5) und (6) mit einander verbindet, erhält man noch

$$(7) \qquad F(x)F(1-x) = 2\sin(x\pi).$$

3.

Setzt man in der Formel (7)

$$x = \tfrac{1}{2},$$

so ergiebt sich

$$(8) \qquad F(\tfrac{1}{2}) = \sqrt{2}.$$

Die Gleichung (4) zeigt, daß $F(\frac{1}{2})$ positiv ist, man hat also die Quadratwurzel positiv zu nehmen.

Aus den Gleichungen (6) und (8) setzen sich die folgenden zusammen:

$$(9) \qquad \begin{cases} F\left(\dfrac{4k+1}{2}\right) = (-1)^k 2^{2k}\sqrt{2}, \\ F\left(\dfrac{4k+3}{2}\right) = (-1)^{k+1} 2^{2k+1}\sqrt{2}, \end{cases}$$

welche für jeden reellen, ganzzahligen Werth k gelten.

4.

Es besteht für die Function $F(x)$ noch eine Functionalgleichung. Zur Herleitung der letzteren benutzt man am besten die Formel

$$(10) \qquad \operatorname{cotg}(rx\pi) = \frac{1}{r}\sum_{\nu=0}^{r-1}\operatorname{cotg}\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right],$$

welche aus den Elementen bekannt ist und sich auch unmittelbar aus der Gleichung (2) ergiebt, nachdem man diese Gleichung in die Form

---

1) Cf. J. A. Serret, Cours de calcul différentiel et intégral (Paris 1868) Band II, p. 190 ff., wo eine ähnliche Constantenbestimmung vorkommt.

$$\pi \operatorname{cotg}(x\pi) = \lim_{m=\infty} \sum_{n=-m}^{n=+m} \frac{1}{x-n}$$

gebracht hat. r bedeutet eine ganze Zahl, $r \geqq 2$. Die Gleichung (10) verwandelt sich durch eine identische Umformung in

$$\sum_{\nu=0}^{r-1} r\pi\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\operatorname{cotg}\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right]$$
$$= \sum_{\nu=1}^{r-1} \nu\pi \operatorname{cotg}\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right] + r^2 x\pi \operatorname{cotg}(rx\pi),$$

was mit Rücksicht auf die Gleichung (1) nichts Anderes bedeutet als

$$r\sum_{\nu=0}^{r-1} \frac{d}{dx}\log F\left(x+\frac{\nu}{r}\right) = \sum_{\nu=1}^{r-1} \nu \frac{d}{dx}\log\sin\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right] + \frac{d}{dx}\log F(rx).$$

Hieraus erschließt man die Relation

$$\left[\prod_{\nu=0}^{r-1} F\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\right]^r = A . \prod_{\nu=1}^{r-1}\left(\sin\left[\left(x+\frac{\nu}{r}\right)\pi\right]\right)^\nu \cdot F(rx),$$

in welcher A eine von Null verschiedene, von x unabhängige Größe bedeutet, die aber wohl von dem Werth der ganzen Zahl r abhängen kann.

Um diese Größe A zu bestimmen, setze man $x = 0$, woraus die Gleichung

$$\text{(11)} \qquad \left[\prod_{\nu=1}^{r-1} F\left(\frac{\nu}{r}\right)\right]^r = A . \prod_{\nu=1}^{r-1}\left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^\nu$$

fließt. Das Product auf der linken Seite beginnt jetzt auch mit $\nu = 1$, weil sich der erste Factor auf 1 reducirt hat. Nun ist vermöge der Gleichung (7)

$$F\left(\frac{\nu}{r}\right) F\left(\frac{r-\nu}{r}\right) = 2\sin\frac{\nu\pi}{r},$$

und somit auch

$$\text{(12)} \quad \prod_{\nu=1}^{r-1} F\left(\frac{\nu}{r}\right) = \left[\prod_{\nu=1}^{r-1} F\left(\frac{\nu}{r}\right) F\left(\frac{r-\nu}{r}\right)\right]^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{r-1}{2}}\left[\prod_{\nu=1}^{r-1}\sin\frac{\nu\pi}{r}\right]^{\frac{1}{2}}$$
$$= \sqrt{r},$$

wobei die Quadratwurzel wieder positiv zu nehmen ist. Ferner ist

$$\sin\frac{r-\nu}{r}\pi = \sin\frac{\nu\pi}{r};$$

also ist auch

$$\left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^{\nu}\left(\sin\frac{r-\nu}{r}\pi\right)^{r-\nu} = \left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^{r},$$

und folglich

$$(13)\qquad \prod_{\nu=1}^{r-1}\left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^{\nu} = \left[\prod_{\nu=1}^{r-1}\left(\sin\frac{\nu\pi}{r}\right)^{\nu}\left(\sin\frac{r-\nu}{r}\pi\right)^{r-\nu}\right]^{\frac{1}{2}}$$
$$= \left[\prod_{\nu=1}^{r-1}\sin\frac{\nu\pi}{r}\right]^{\frac{r}{2}} = r^{\frac{r}{2}}\,2^{-\frac{r(r-1)}{2}}.$$

Die Gleichungen (11), (12) und (13) liefern die gewünschte Bestimmung der Constanten

$$A = 2^{\frac{r(r-1)}{2}}.$$

Die in Rede stehende Functionalgleichung ist also die folgende:

$$(14)\quad \left[F(x)\,F\left(x+\frac{1}{r}\right)\,F\left(x+\frac{2}{r}\right)\dots F\left(x+\frac{r-1}{r}\right)\right]^{r}$$
$$= 2^{\frac{r(r-1)}{2}}\sin\left[\left(x+\frac{1}{r}\right)\pi\right]\sin^{2}\left[x+\frac{2}{r}\right)\pi\right]\dots\sin^{r-1}\left[\left(x+\frac{r-1}{r}\right)\pi\right].F(rx).$$

Man hätte diese Gleichung (14) und ebenso die Gleichung (6) auch aus (4) durch directe Productbildung gewinnen können. Aehnliche Relationen bestehen auch für das Product

$$\prod_{n=1}^{\infty}\left\{\left(1-\frac{x}{n}\right)^{n} e^{x+\frac{1}{2}\frac{x^2}{n}}\right\},$$

welches im Zähler des für die Function $F(x)$ gefundenen Ausdrucks steht, nur tritt dann die Gammafunction mit in die Functionalgleichungen ein.

5.

Die Function $F(x)$ steht in einem gewissen Zusammenhang mit der Function

$$(15)\qquad \psi(z) = z + \frac{z^2}{2^2} + \frac{z^3}{3^2} + \dots\dots = -\int_0^z \frac{\log(1-z)}{z}\,dz,$$

mit welcher sich Abel beschäftigt hat[1]). Es möge diese Function $\psi(z)$ hier nur in dem Convergenzbereich der angegebenen Reihe betrachtet, also von ihrer Fortsetzung abgesehen werden. D. h. die Veränderlichkeit der Größe z soll durch die Bedingung $|z| < 1$ eingeschränkt werden; die Function $\psi(z)$ ist dann in dem durch diese Bedingung bestimmten, kreisförmigen Bereich eindeutig definirt.

---

1) Vrgl. Abel's Werke (neue Ausgabe, Christiania 1881) 2ter Bd. p. 189.

Man setze nun

$$z = 1 - e^{-2\pi i x}, \qquad x = a + bi$$

und schränke die Veränderliche x auf den Bereich G ein, welcher durch die Bedingungen

$$\cos(2\pi a) > \tfrac{1}{2} e^{2\pi b}, \quad -\tfrac{1}{4} < a < +\tfrac{1}{4}$$

gegeben ist. Es wird alsdann der Bedingung

$$|z| < 1$$

Genüge geleistet. Die Stelle

$$x = a + bi = 0$$

ist im Innern des Bereichs G gelegen, und sehr kleinen Werthen von x entsprechen sehr kleine Werthe von z.

Nun ist

$$\frac{d\psi(z)}{dx} = -\frac{\log(1-z)}{z}\frac{dz}{dx} = -\frac{4\pi^2 x e^{-2\pi i x}}{1-e^{-2\pi i x}}.$$

Man könnte im Zweifel sein, ob hier der richtige Werth des Logarithmus genommen worden ist. Für diejenigen Werthe von x, welche in einer hinreichend kleinen Umgebung der Stelle $x = 0$ liegen, ist die Formel jedenfalls richtig, denn es ist in diesem Falle derjenige $\log(1-z)$ zu nehmen, der für $x = z = 0$ verschwindet. Daraus folgt aber, daß die letzte Gleichung für alle Werthe von x gilt, welche dem Bereich G angehören; denn die Function

$$\psi(1 - e^{-2\pi i x})$$

ist in diesem ganzen Bereich eindeutig definirt und regulär, und der Bereich G ist, wie eine nähere Ueberlegung zeigt, zusammenhängend.

Aus dem hier Entwickelten folgt, daß die Größe

$$y = e^{\frac{1}{2}\pi i x^2 + \frac{1}{2\pi i}\psi(z)}$$

eine in dem Bereich G eindeutig definirte und sich regulär verhaltende analytische Function von x ist, welche außerdem der Differentialgleichung

$$\frac{d\log y}{dx} = \pi i x + \frac{2\pi i x\, e^{-2\pi i x}}{1 - e^{-2\pi i x}} = x\pi \operatorname{cotg}(x\pi),$$

d. h. also der Differentialgleichung (1) genügt. An der Stelle $x = 0$ wird $y = 1$. Es ist also für jeden dem Bereich G angehörigen Werth von x

(16) $$F(x) = e^{\frac{1}{4}\pi i x^2 + \frac{1}{2\pi i}\psi(1-e^{-2\pi i x})}.$$

Setzt man jetzt

$$x = -i\beta, \qquad \beta > 0 \text{ reell},$$

so liegt x im Bereich G, und z ist reell, $0 < z < 1$. Läßt man dann β unendlich groß werden, so ist

$$\lim z = 1, \qquad \lim \psi(z) = \frac{\pi^2}{6}.$$

Also hat man die Formel

(17) $$F(-i\beta) = e^{-\left(\frac{1}{12}+\frac{\beta^2}{2}\right)\pi i}(1+\varepsilon),$$

und vermöge der Gleichung (5) auch die folgende:

(18) $$F(+i\beta) = e^{\left(\frac{1}{12}+\frac{\beta^2}{2}\right)\pi i}(1+\varepsilon').$$

Dabei bedeuten ε und ε' Größen, welche unendlich klein werden, wenn die reelle, positive Größe β unendlich groß wird.

Inhalt von Nr. 16.

W. Voigt, Ueber die Elasticitätsverhältnisse cylindrisch aufgebauter Körper. — *O. Hölder*, Ueber eine transcendente Function.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

13. October. **№ 17.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

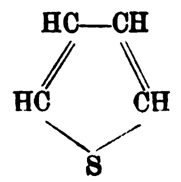
Sitzung vom 5. Juni.

Ueber die sogenannte α-Thiophensäure und ihre Beziehung zu den beiden normalen Carbonsäuren des Thiophens.

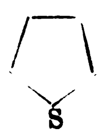
Von

Victor Meyer.

Im Laufe der Untersuchungen über das Thiophen, welche von meinen Schülern und mir in den letzten Jahren vorgenommen wurden, begegneten wir 3 verschiedenen Säuren von der Zusammensetzung der Thiophen-Carbonsäure, $C_4H_3S-COOH$, während die Theorie die Existenz von nur zweien wahrscheinlich macht. Denn wenn man, wie es jetzt meistens geschieht, dem Thiophen die Formel:



zuschreibt, welche man abkürzend auch bequem durch das Schema:



Dr. 1

ersetzen kann, so leuchtet ein, daß die einzig möglichen Carbonsäuren des Thiophens den Formeln

$$\text{(Thiophenring mit S; } -COOH \text{ am an S grenzenden C)} \quad \text{und} \quad \text{(Thiophenring mit S; } -COOH \text{ am nicht an S grenzenden C)}$$

entsprechen.

Die drei erwähnten Säuren werden in folgender Weise erhalten:

Die am spätesten aufgefundene derselben, welche deshalb den Namen γ-Säure erhalten hat, entsteht durch Oxydation des von Volhard und Erdmann aus Brenzweinsäure erhaltenen Thiotolens, und kann, nach ihrer Bildungsweise, nur die zweite der obigen Formeln haben. Denn die Brenzweinsäure enthält die Kohlenstoffkette

$$\begin{array}{l} C \\ | \\ C - CH_3 \\ | \\ C \\ | \\ C \end{array}$$

und das aus ihr entstehende Thiotolen muß sich daher von dem Skelett:

$$S \left\langle \begin{array}{l} C \\ | \\ C - CH_3 \\ | \\ C \\ | \\ C \end{array} \right.$$

ableiten, oder, etwas anders ausgedrückt, es entspricht der Formel

$$\text{(Thiophenring mit S; } -CH_3 \text{ am nicht an S grenzenden C)}$$

Das führt aber unmittelbar zu der oben angenommenen Formel für die γ-Thiophensäure. Auch über die Constitution der β-Thiophensäure kann kein Zweifel herrschen, wenn man nicht die Structurformel des Thiophens ändern will. Für sie sowohl, wie für ihre Isomere, die α-Säure, bleibt nur die zweite oben angenommene Stellung übrig, welche zudem für die β-Säure noch direct durch mehrere interessante Synthesen von Paal erwiesen ist. Paal erhielt die β-Säure aus Schleimsäure unter Abspaltung von Kohlensäure, und diese

Synthese führt zum mindesten mit Wahrscheinlichkeit zur obigen Formel. Die Schleimsäure hat die Formel:

$$\begin{array}{l} COOH \\ | \\ CH_2O \\ | \\ CH_2O \\ | \\ CH_2O \\ | \\ CH_2O \\ | \\ |COO|H \end{array}$$

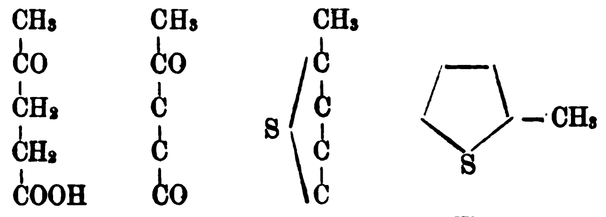
Sie enthält nach Abspaltung von 1 Mol. Kohlensäure das Skelett:

$$\begin{array}{l} COOH \\ | \\ C \\ | \\ C \\ | \\ C \\ | \\ C \end{array}$$

und sonach enthält die daraus entstehende Thiophensäure die Gruppe:

$$S\left\langle\begin{array}{l} COOH \\ | \\ C \\ | \\ C \\ | \\ C \\ | \\ C \end{array}\right. \quad \text{d. h.} \quad \text{(Thiophenring mit S und } COOH\text{)}$$

Beweisender als diese Bildungsart ist die Entstehung des der β-Säure entsprechenden Thiotolens aus Lävulinsäure, welche in genügend verständlicher Weise durch die Schemen angedeutet wird:



Lävulinsäure. β-Thiotolen.

Da das Thiotolen bei der Oxydation die β-Säure liefert, so ergiebt sich auch auf diesem Wege die gleiche Structurformel der Säure. Dasselbe Resultat aber wird noch auf einem anderen und sehr sicheren Wege erhalten. Das Acetonylaceton liefert nach Paal bei Behandlung mit Schwefelphosphor ein Thioxen, dessen Structurformel nach seiner Bildung keinem Zweifel unterliegt:

$$
\begin{array}{c} CH_3 \\ | \\ CO \\ | \\ CH_2 \\ | \\ CH_2 \\ | \\ CO \\ | \\ CH \end{array}
\quad \text{giebt:} \quad
S \left\langle \begin{array}{c} CH_3 \\ | \\ C \\ \| \\ CH \\ | \\ CH \\ \| \\ C \\ | \\ CH \end{array} \right.
\quad = \quad CH_3 - C_4H_2S - CH_3
$$

Dies Thioxen giebt bei der Oxydation die bisher einzig bekannte Thiophen-Dicarbonsäure von Messinger und Jäkel [gefäl. Privatmittheilung des Herrn Paal]. Dieselbe Säure aber ist von den Herren Levi und Demuth in meinem Laboratorium erhalten worden, indem sie in das der β-Säure entsprechende sogenannte β-Thiotolen einen Kohlenstoffrest — C_2H_3O oder $COOC_2H_5$ — einführten und die erhaltenen Körper:

$$C_4H_2S \begin{array}{l} -CO-CH_3 \\ -CH_3 \end{array} \quad \text{und} \quad C_4H_2S \begin{array}{l} -COOH \\ -CH_3 \end{array}$$

der Oxydation unterwarfen. Demnach haben diese beiden, zuletzt formulirten Substanzen die Constitution:

$$CH_3 - \underset{S}{\bigcirc} - COOH \quad \text{und} \quad CH_3 - \underset{S}{\bigcirc} - CO - CH_3$$

und hat folglich auch das Thiotolen, von welchem sie sich ableiten, die zuvor angenommene Structur.

Wenn man nun, nach alle dem, die substituirbaren Plätze im Thiophen durch β und γ im Sinne folgenden Schemas, bezeichnet:

$$\begin{array}{ccc} \gamma & & \gamma \\ \beta & & \beta \\ & S & \end{array}$$

so erübrigt die Frage, welches denn die Structur der α-Säure, die von den dreien zuerst entdeckt worden und demgemäß also benannt worden ist, sein möge.

Diese Säure wird durch Destillation der aus Thiophen und Schwefelsäure entstehenden Sulfosäure, $C_4H_3S - SO_3H$, mit Cyankalium, und Verseifung des entstehenden Nitrils erhalten.

Da nach den vorher angeführten theoretischen Erörterungen die übliche Formel des Thiophens wohl der β- und der γ-Säure einen Platz anweist, die dritte Isomere aber nicht unterzubringen vermag,

und da, zur gleichen Zeit als diese Schwierigkeit entstand, es den Anschein gewann, als ob auch das Thiotolen [Methyl-Thiophen] in 3 Modificationen existire, so sah ich mich schon vor die Frage gestellt, ob denn die von mir angenommene, einfache und symmetrische Structurformel des Thiophens überhaupt beibehalten werden dürfe, ob dieselbe nicht vielmehr durch eine solche ersetzt werden müsse, welche die Existenz dreier isomerer Reihen von Monosubstitutionsproducten zulasse. Allein die nähere Untersuchung der Thiotolene, welche von Gattermann, Kaiser und mir durchgeführt wurde, hat gezeigt, daß das aus Theer dargestellte Thiotolen [die zuerst erhaltene sogenannte α-Verbindung] ein Gemisch der beiden andern, synthetisch erhaltenen sei, und diese Beobachtung mußte vor zu frühzeitigem Verlassen der alten Formel warnen. Es schien geboten, die α- und β-Säure einem genauen vergleichenden Studium zu unterwerfen, zu welchem ich noch besonders ermuntert wurde durch die folgende überraschende Beobachtung: Herr Bonz, welcher sich auf meine Veranlassung mit einer größeren Untersuchung über die Thiophengruppe beschäftigte, stellte im Laufe derselben wiederholt auch die Brom-Substitutionsproducte der α- und der β-Säure dar. Ein eingehendes Studium dieser Bromsäuren führte ihn zu dem bestimmten Resultate, daß dieselben in allen physikalischen Eigenschaften identisch seien. Die sich hiernach aufdrängende Frage, ob nicht auch die α- und β-Säuren ihre äußere Verschiedenheit nur kleinen Beimengungen verdanken, machte es ebenfalls nothwendig, die beiden Säuren einer neuen, systematischen Reinigung und vergleichenden Untersuchung zu unterwerfen. Das Resultat derselben war ein in hohem Grade auffallendes; die Schilderung desselben, sowie der zu seiner Erlangung führenden Untersuchungen bildet den Gegenstand dieser Abhandlung. Es ergab sich, daß die beiden Säuren wirklich in ihren Eigenschaften durchaus verschieden sind und daß die Verschiedenheiten sich als durchaus constante, durch keinerlei Reinigung oder Umwandlungen zu entfernende Eigenschaften erwiesen; daß aber alle Derivate der beiden Säuren in ihren physikalischen Eigenschaften absolut zusammenfallen, und für identisch (im gewöhnlichen Sinne) erklärt werden müßten, wenn sie nicht die Eigenschaft besäßen, daß jedes aus der α-Säure dargestellte Derivat bei der Rückführung auch wieder α-Säure —, jedes β-Derivat dagegen β-Säure lieferte.

Gewinnung der Säuren.

Die Darstellung der α- und β-Säure ist früher bereits vielfach beschrieben worden. Die β-Säure kann jetzt — nachdem das Thiophen ein leicht zugänglicher Körper geworden und die Darstellung des Aceto-Thiënons

$$C_4H_3S - CO - CH_3$$

durch Biedermann zu einer fast quantitativ verlaufenden Operation gemacht ist — leicht in großer Menge bereitet werden. Man acetylirt zweckmäßig je 50 Gr. Thiophen mit Chloracetyl und Chloraluminium, reinigt das erhaltene Keton in üblicher Weise und oxydirt es mit übermangansaurem Kalium. Die Säure, durch wiederholtes Umkrystallisiren aus Wasser unter Zusatz von Thierkohle gereinigt, kann in prachtvollen Krystallen erhalten werden. Durch langsames Erkaltenlassen einer in der Hitze bereiteten ziemlich verdünnten Lösung entstehen zuweilen Prismen von 10 cm Länge. Der Schmelzpunkt der Säure liegt bei 126,5°.

Die α-Säure ist dagegen äußerst schwierig zu erhalten. Die Destillation der α-Sulfosäure mit Cyankalium, die wir auf jede nur mögliche Art abgeändert haben, bleibt immer noch die einzige brauchbare Darstellungs-Methode, und liefert uns auch heut eine nicht bessere Ausbeute, als sie von Kreis und mir schon vor 3 Jahren erhalten wurde. Die Cyankalium-Destillation, die in der Benzol- und Naphtalin-Reihe so ausgezeichnete Resultate giebt, liefert auch bei der Thiophen-Sulfosäure reichliche Mengen eines Oels, das aber zum allergrößten Theile aus Thiophen besteht und nur wenig Nitril enthält. Letzteres kann durch Destillation leicht rein erhalten werden. Durch Verseifung mit Kali liefert es die α-Säure in theoretischer Menge; aber die Ausbeute an Nitril ist so klein, daß schließlich aus 100 gr sulfosaurem Natrium nicht ganz 2 gr reiner α-Carbonsäure gewonnen werden.

Auf diese Weise ist die Säure oftmals, und zwar sowohl in kleinerem wie in größerem Maßstabe dargestellt worden. Die α-Thiophensulfosäure war meist durch partielle Extraction von Theerbenzol mit Schwefelsäure bereitet worden. Da bei der räthselhaften Natur der α-Säure es absolut nöthig war, auch den Einwand zu beseitigen, daß dieselbe Spuren einer Benzolverbindung beigemengt enthalte — welcher übrigens schon durch die weiter unten angeführten Ergebnisse so gut wie ausgeschlossen war —, so haben wir die Säure auch aus α-Thiophen-Sulfosäure bereitet, die aus synthetischem, aus Bernsteinsäure gewonnenem Thiophen dargestellt worden war. Zu diesem Zwecke wurden je 20 gr Thiophen mit ca. 3 Liter gereinigtem Pe-

troleumäther verdünnt, die Mischung mit 300 cc. conc. Schwefelsäure bis zum Verschwinden der Indophenin-Reaction durchgeschüttelt und die schwarze Säureschicht **sofort** in Eis gegossen und auf Sulfosäure verarbeitet. Das so erhaltene α-Thiophensulfosaure Natron gab, mit Cyankalium destillirt, genau dieselbe Thiophensäure mit allen Eigenschaften der aus Theerbenzol gewonnenen Säure.

Ueber die Eigenschaften der α-Säure haben bereits Kreis und ich eingehend berichtet. Sie schmilzt bei 118°, also 8,5° niedriger als die β-Verbindung, und zwar unter Erscheinungen, welche von den beim Schmelzen der β-Säure beobachteten abweichen. Während diese plötzlich bei 126,5° schmilzt, erweicht die α-Säure schon bei ca. 115°, sintert dann und schmilzt bei der angegebenen Temperatur. Diese Erscheinung ist durchaus charakteristisch; sie ist sehr häufig und bei Präparaten der verschiedensten Darstellung und Reinigung beobachtet worden. Auch die aus den absolut reinen und oft umkrystallisirten Derivaten [Amiden und deren Abkömmlingen] wieder abgeschiedene Säure zeigt immer diese Art des Schmelzens. Auch wenn sie durch häufiges Umkrystallisiren und langsames Ausscheiden aus Wasser in sehr großen, durchaus einheitlichen Krystallen erhalten worden ist, schmilzt sie in dieser Weise; eine Verwechslung mit der β-Säure ist schon nach einer bloßen Beobachtung des Schmelzens nicht möglich.

Aber charakteristischer als die Schmelzpunkts-Verschiedenheit ist die Differenz der Löslichkeit der Säuren. Wie schon in der Mittheilung von Gattermann, Kaiser und mir angegeben, gilt in Bezug auf diese Constante das Folgende: die bei Zimmer-Temperatur gesättigte Lösung der beiden Säuren wurde stets unter gleichen Bedingungen verwandt, das heißt, die gesättigten Lösungen wurden nach den von mir angegebenen Vorschriften für Löslichkeitsbestimmung [1]) gleichzeitig miteinander bereitet und in demselben Kühlwasser aufbewahrt. Zu jeder Bestimmung dienten 10 CC. gesättigter Lösung, deren Gehalt an Säure durch Titriren mit $^1/_{10}$ Normalalkali unter Zusatz einer Spur Phenol-phtaleïn als Indikator bestimmt wurde. Von der Brauchbarkeit dieses Verfahrens hatten wir uns durch Vorversuche mit reiner Benzoësäure überzeugt. Die α- sowohl als die β-Säure wurden durch fractionirte Krystallisation gespalten und die einzelnen Fractionen für sich untersucht. Angegeben ist in Folgendem jedesmal die Zahl der Cubikcentimeter Alkali, welche zur Sättigung von 10 CC. Säure-Lösung erforderlich war. Diese Zahl von Cubik-

1) Berichte 1875 p. 998.

centimetern mag der Einfachheit halber in der Folge immer als die »Löslichkeit« bezeichnet werden.

α-Säure.

I.	Fraction:	Löslichkeit	5,95	(bei 17° C.)
II.	»	»	5,92	(» 17° C.)
III.	»	»	5,95	(» 17° C.)

β-Säure.

I.	Fraction:	Löslichkeit	4,45	(bei 21° C.)
II.	»	»	4,45	(» 21° C.).

Diese Zahlen sind im Juli 1885 erhalten worden. Nachdem inzwischen zahlreiche Erfahrungen über die Derivate der Säuren gemacht worden waren, und es mir dadurch immer schwerer geworden war, an die wirkliche Verschiedenheit derselben zu glauben, habe ich, in Gemeinschaft mit meinem Assistenten, Herrn Schleicher, jetzt, [im Mai 1886] die Versuche wiederholt und zwar mit einer zu diesem Zwecke neu dargestellten α-Säure, welche nicht, wie die früher benutzte, aus Theerbenzol, sondern mittelst synthetischem, aus Bernsteinsäure bereitetem Thiophen gewonnen war, bei welcher also irgend welche Verunreinigung durch Spuren von Benzolverbindungen ganz ausgeschlossen war. Das Resultat war völlig dasselbe.

Untersuchung der mittelst synthetisch [aus Bernsteinsäure] gewonnenen Thiophens dargestellten α-Thiophensäure.

I.	Fraction:	Löslichkeit	5,8	(bei 17° C.)
II.	Fraction:	Löslichkeit	5,75	(bei 17° C.)
III.	Fraction:	Löslichkeit	5,8	(bei 17° C.)
IV.	Fraction:	Löslichkeit	5,85	(bei 17° C.)

Da alle Fractionen der α-Säure denselben Schmelzpunkt und dieselbe Löslichkeit besitzen, und auch die Untersuchung der wiederholt umkrystallisirten Salze und Derivate immer wieder Säure von demselben Schmelzpunkte lieferte, so glaube ich, auf jede dem Versuche zugängliche Weise die physikalische Einheitlichkeit der Säure dargethan zu haben.

Ich wende mich nun zur Beschreibung der Versuche, welche sich auf die Derivate der beiden Säuren beziehen. Der leitende Gedanke war der folgende: Die bisher untersuchten Abkömmlinge der Säure, das Silbersalz und Kalksalz, zeigten keine solchen Unterschiede, die als wesentlich angesehen werden müssen. Das Silbersalz war bei der β-Säure krystallisirt, bei der α-Säure amorph er-

halten worden; aber eine erneute Untersuchung zeigte, daß auch das α-Salz aus heißem Wasser in ganz gleicher Art wie das β-Salz krystallisirt erhalten werden kann. Das Kalksalz krystallisirt bei der α-Säure mit $2^3/_4$ — bei der β-Verbindung mit 3 Molekülen Wasser. Auf diese Verschiedenheit, obwohl sie wiederholt konstatirt ist und bestimmt nicht auf Beobachtungsfehlern beruht, möchte ich keinen Werth legen; ähnliche Differenzen in Krystallwasser-Gehalt sind ja bei einem und demselben Salze, das unter nicht ganz gleichen Bedingungen krystallisirte, schon öfter beobachtet worden. Aber, nachdem Bonz die Beobachtung gemacht, daß die Dibromderivate der Säuren in allen Eigenschaften übereinstimmen, war es wichtig, andere Derivate von charakteristischen Schmelzpunkten darzustellen und zu vergleichen, und das, was Bonz noch nicht hatte thun können, nämlich die Rückgewinnung von α- und β-Säure aus den reinen und verglichenen Derivaten vorzunehmen.

Entscheidend sind in dieser Beziehung folgende Versuche:

Amide.

α- und β-Säure werden mittelst fünffach Chlorphosphors in die Chloride verwandelt, die Phosphorverbindungen vertrieben und die Chloride mittelst kohlensauren Ammon in Amide übergeführt. Diese werden so als schwere weiße Pulver erhalten, die durch Umkrystallisiren sehr leicht völlig rein erhalten werden. Am besten krystallisiren sie aus kochendem Aether, in welchem sie nicht sehr leicht löslich sind, so daß sie sich aus der siedenden Flüssigkeit als Krystallpulver abscheiden.

Aussehen, Art der Krystallisation, Löslichkeitsverhältnisse stimmen bei beiden absolut überein. Am selben Thermometer gleichzeitig erhitzt, schmelzen beide genau bei 174° C. Dieser Schmelzpunkt ändert sich durch öfteres Umkrystallisiren nicht.

Spaltet man beide durch Kochen mit wässeriger Natronlauge, scheidet die Säure ab und krystallisirt diese aus Wasser um, so erhält man aber aus dem α-Amid α-Säure mit dem Schmelzpunkt 118°, aus dem β-Amid die bei 126,5° schmelzende β-Säure. Noch charakteristischer als dieser Versuch ist der sehr häufig wiederholte mit dem

Phenyl-Harnstoff-Derivate der Amide.

Die Amide verbinden sich, wie Herr Dr. Gattermann beobachtete, sehr leicht mit Phenyl-Cyanat zu Harnstoffen nach der Gleichung:

$$C_4H_3S-CO-NH_2 + C_6H_5-N{=}CO \;=\; CO{<}{NHC_6H_5 \atop NH-CO-C_4H_3S}.$$

Diese Harnstoffe eignen sich wegen ihrer großen Krystallisationsfähigkeit und der ungemein charakteristischen Art, in welcher sie krystallisiren, besonders gut zum Vergleiche. In Alkohol sind sie in der Kälte so wenig löslich, daß eine heiß gesättigte weingeistige Lösung bei Zimmertemperatur fast ihren ganzen Gehalt an Harnstoff in langen, äußerst biegsamen Nadeln von lebhaftem Atlasglanz abgiebt. (Meßbare Krystalle sind hier, sowie bei den Amiden, leider trotzdem nicht zu erhalten.) Diese langen Nadeln können, wegen ihrer schweren Löslichkeit fast ohne Verlust oftmals hinter einander umkrystallisirt werden. Immer wieder wurde bei ihnen, und zwar bei der α- wie der β-Verbindung, die stets mit demselben Thermometer untersucht wurden, der gleiche Schmelzpunkt von 206° C. gefunden. Auch in ihrem so äußerst charakteristischen Aussehen, der Krystallisation und dem Gesammthabitus stimmen sie so vollkommen überein, daß Niemand beim Anblick der beiden Präparate zögern würde, dieselben für identisch zu erklären.

Aber beim Spalten mit Natron [das bei 1—2stündigem Kochen mit wässeriger Natronlauge vollkommen erfolgt] giebt die α-Verbindung α-, die β-Verbindung β-Säure.

Um die, in diesem Falle dem Experimentator selbst schwer glaubliche Thatsache über jeden Zweifel sicher zu stellen, wurden die Versuche von meinem Assistenten, Herrn Schleicher und mir soeben (im Mai 1886) nochmals mit der neu aus Bernsteinsäure-Thiophen dargestellten α-Säure wiederholt. Das Resultat war das gleiche, aber es wurde noch dadurch vervollständigt, daß die aus dem Harnstoff wieder abgeschiedene Säure nicht nur auf ihren Schmelzpunkt, sondern auch auf ihre Löslichkeit geprüft wurde. Die Bestimmung ergab, in völliger Uebereinstimmung mit den früher erhaltenen: 10 cc der bei 17° gesättigten Lösung erforderten zur Neutralisation 5,7 cc $^1/_{10}$ Normalalkali.

Nitrile.

Von besonderer Wichtigkeit erschien die Untersuchung und Vergleichung der Nitrile. Die α-Säure ist durch die Cyankalium-Reaction, d. h. also aus ihrem Nitrile, erhalten worden. Da bei der Cyanirung organischer Reste schon früher Umlagerungen beobachtet worden sind — man denke an die Versuche von Kekulé und Rinne über das Cyanallyl —, so schien die Darstellung des noch unbekannten Nitrils der β-Säure einen Weg anzudeuten, um die eine der beiden Säuren definitiv in die andere umzuwandeln. Denn wenn,

wie ich zu vermuthen geneigt war, aus dem Nitril immer die α-Säure entstände, so müßte die β-Säure, in Nitril verwandelt, durch Verseifung des letzteren die α-Verbindung geben. Diese Vermuthung hat sich indessen nicht bestätigt. Um dieselbe zu prüfen, wurde die β-Säure in ihr Chlorid, dies mittelst kohlensauren Ammons in das Amid verwandelt und letzteres in kleinen Portionen mit Phosphor-Pentasulfid destillirt. Das erhaltene Nitril ist, wie die α-Verbindung, ein Oel vom Geruch des Benzonitrils. Die Ausbeute läßt übrigens sehr zu wünschen übrig, da ein nicht unerheblicher Theil des Amids bei der Reaction verkohlt. Das Nitril, mit alkoholischer Kalilauge verseift, gab reine β-Thiophensäure vom Schmelzpunkt 126,5°.

Es schien nun interessant, die beiden Nitrile bezüglich ihrer physikalischen Eigenschaften zu vergleichen. Da sie Oele sind, deren Siedepunkt allein zur Vergleichung wenig ausreichend erschien, wurde ein krystallisirtes Derivat derselben dargestellt. Die beiden, bei der gleichen Temperatur siedenden Nitrile wurden zu diesem Zwecke in der von Tiemann angegebenen Weise in die zugehörigen Amidoxime verwandelt. Sie verbinden sich leicht mit Hydroxylamin, gemäß der Gleichung:

$$C_4H_3S-CN + NH_2-OH = C_4H_3S-C\begin{cases} N-OH \\ NH_2 \end{cases}$$

und die erhaltenen Amidoxime, welche sich zunächst ölig abscheiden, lassen sich durch Krystallisation aus Benzol und Ligroin leicht in großen Krystallen erhalten.

Auch diese Krystalle zeigen eine völlige Uebereinstimmung der Eigenschaften. Am selben Thermometer gleichzeitig erhitzt, schmelzen beide Präparate gleichzeitig bei 91—92° C. Die Art der Krystallisation ist genau dieselbe. Sie bilden lange, derbe, durchscheinende Säulen von scharf ausgeprägter Form, welche leider trotzdem zur krystallographischen Messung nicht geeignet waren und auch in einer hierfür geeigneten Gestalt nicht erhalten werden konnten, obwohl sie zu diesem Zwecke wiederholt umkrystallisirt und schließlich in mehr als centimeterlangen Krystallen erhalten wurden. Allein die charakteristische Form, die Art des Krystallisirens und das völlige Zusammenfallen der Schmelzpunkte, würde bei den Amidoximen jeden Chemiker unzweideutig zur Erklärung der Identität veranlassen, wenn nicht auch sie, wie die Amide und deren Phenyl-Cyanat-Additions-Producte, bei der Spaltung mit Natronlauge wieder die beiden durchaus verschiedenen Thiophensäuren ergeben hätten. Das α-Amidoxim, mehrfach umkrystallisirt und völlig rein erhalten, giebt reine α-Säure, vom Schmelz-

punkte 118°, das β-Derivat verwandelt sich unter gleichen Umständen in die bei 126,5° schmelzende β-Thiophensäure.

Ketone.

Als Ergänzung zu den bisher mitgetheilten Versuchen, möge noch an die Umwandlung der beiden Thiophensäuren in Ketone, der Formel $C_4H_3S-CO-C_4H_3S$, erinnert werden, welche schon früher von Herrn Dr. Gattermann ausgeführt und in den Berichten der deutschen chemischen Gesellschaft beschrieben ist[1]). Wie von ihm festgestellt, sind die beiden Ketone, welche durch Destillation der Kalksalze erhalten werden, in Bezug auf Schmelzpunkt und alle physikalischen Eigenschaften völlig identisch.

Diese Thatsache würde, nach den entscheidenden Versuchen, die zuvor angeführt worden sind, kaum besondere Bedeutung beanspruchen, zumal auch die Rückwandlung der Ketone in die beiden Säuren nicht vorgenommen worden ist, wenn nicht in diesem Falle der bei den andern Versuchen vergeblich angestrebte krystallographische Vergleich möglich gewesen wäre. Die beiden Ketone krystallisiren in großen, durchsichtigen Blättern, welche zwar wegen ihrer unregelmäßigen Ausbildung eine eigentliche Messung ebenfalls nicht zulassen, wohl aber durch optische Untersuchung ihre krystallographische Identität festzustellen erlauben. Zufälliger- und glücklicher Weise zeigen nämlich diese Ketone in optischer Hinsicht ein sehr auffälliges Verhalten, welches bei beiden völlig das gleiche ist und daher als Anhaltspunkt für die Frage der Identität einen besonderen Werth besitzt. Mein verehrter College, Herr Professor C. Klein, hatte die Güte, hierüber Folgendes mitzutheilen:

»Lange, schmale gelbe Blättchen mit etwas geschwungenen Seitenlinien, oben wie unten wie abgebrochen erscheinend. Auslöschung des Lichtes parallel und senkrecht zur langen Erstreckung. Pleochroitisch: gelb, wenn die lange Erstreckung der Blättchen parallel der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist, senkrecht dazu weißlich. Optisch zweiaxig. I. Mittellinie senkrecht auf der Ebene der Blättchen. Axenebene für Roth, Gelb, Grün parallel der langen Erstreckung der Blättchen, für Blau senkrecht darauf. Axenwinkel in Luft für Roth (Li-licht) = 83°, für Gelb (Na-licht) = $66^1/_2$°, für Grün (Tl-licht) = 45°. Curvensystem bisweilen nicht ganz normal. Doppelbrechung für Roth, Gelb, Grün negativ. Krystallsystem demnach mit großer Wahrscheinlichkeit rhombisch«.

Die gemachten Angaben gelten im selben Maaße für die α- wie auch die β-Verbindung.

---

1) Berichte d. D. Ch. Ges. 1885 p. 3012.

Salze.

Wie schon eingangs erwähnt, zeigten die wenigen vergleichbaren Salze, welche bisher von den **beiden** Säuren dargestellt worden waren, keine erheblichen Unterschiede. Das Silbersalz, früher bei der α-Säure nur amorph erhalten, ließ sich leicht durch Umkrystallisiren in schönen Blättchen erhalten, die dem β-Salz genau gleichen. Den bei den Kalksalzen wiederholt beobachteten Unterschied, daß die α-Verbindung mit $2^3/_4$, das β-Salz mit 3 Molekülen Wasser krystallisirt, kann ich, wie schon oben bemerkt, nicht für erheblich halten. Um die Frage der Identität der verschiedenen Salze festzustellen, wurde daher eine Untersuchung über die Löslichkeit aller derjenigen vorgenommen, welche genügend beständig sind, um die Löslichkeitsbestimmung unter den gewöhnlichen Umständen mit Schärfe durchführbar zu machen. Leider mußte dabei auf die Untersuchung einer ganzen Anzahl von Salzen, wie derjenigen des Mangans, Eisens, Kobalts u. s. w. verzichtet werden, da dieselben sich leicht bei längerer Einwirkung des Wassers zersetzen. Die Natriumsalze sind zu leicht löslich, als daß eine genaue Bestimmung mit kleinen Mengen ausführbar wäre. Immerhin konnten die Untersuchungen mit Erfolg an den Salzen des Calciums, Bariums, Zinks, Bleis und Silbers durchgeführt werden und sie ergaben Zahlen, welche an der physicalischen Identität auch dieser Derivate keinen Zweifel ließen. Im Folgenden sind die erhaltenen Resultate zusammengestellt:

Calciumsalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 18,5° C. 18,66 Theile des wasserfreien Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 18,5° C. 18,49 Theile des wasserfreien Salzes.

Baryumsalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 14,5° C. 22,45 Theile des wasserfreien Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 14,5° C. 22,19 Theile des wasserfreien Salzes.

Zinksalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 15° C. 13,55 Theile des wasserfreien Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 15° C. 14,03 Theile des wasserfreien Salzes.

Bleisalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 18,5° C. 0,449 Theile des wasserfreien Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 18,5° C. 0,491 Theile des wasserfreien Salzes.

Silbersalz.

α-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 11° C. 0,199 Theile des trockenen Salzes.

β-Säure:

100 Theile Wasser lösen bei 11° C. 0,195 Theile des trockenen Salzes.

Wenn schon nach Allem, was bisher gesagt worden ist, der Gedanke, daß die α- und β-Säure oder eine derselben eine Mischung im gewöhnlichen Sinne sei, ausgeschlossen war, so will ich doch noch die Versuche mittheilen, durch welche derselbe ausdrücklich geprüft worden ist. Da es nur zwei chemisch verschiedene Isomere, die β- und γ-Verbindung giebt, und da die α-Säure niedriger schmilzt als die mit ihr chemisch identische β-Verbindung, so war zu prüfen, ob nicht die α-Säure durch Mischung von β- und γ-Säure erhalten werden könne. Es wurden daher die beiden Säuren in verschiedenen Verhältnissen zusammen in Wasser gelöst und krystallisiren gelassen. Hierbei wurde niemals eine Vereinigung beobachtet, und es konnte so keine der α-Säure gleichende oder ihr ähnliche Säure erhalten werden. Diese Versuche wurden zu einer Zeit angestellt, als die α-Thiophensäure nur aus Theerthiophen, noch nicht, wie später, auch aus Bernsteinsäure-Thiophen gewonnen worden war, und es war damals daher immer noch an die Möglichkeit zu denken, daß eine minimale Menge von Benzoësäure [aus Spuren etwa beigemengter Benzolsulfosäure bei der Destillation mit Cyankalium erhalten] die Eigenschaften der β-Thiophensäure veränderte; mit andern Worten, daß die α-Säure eine mit Spuren von Benzoësäure verunreinigte β-Säure sei. Es wurden deshalb Mischungen von β-Thiophensäure mit kleinen Mengen von Benzoësäure hergestellt und die Gemenge der Krystallisation unterworfen. Auch so wurde niemals ein Zusammenkrystallisiren beobachtet, sondern stets reine β-Thiophensäure wieder gewonnen. Jetzt, nachdem das absolut benzolfreie Thiophen aus Bernsteinsäure dieselbe

α-Säure geliefert hat, wie das Thiophen aus Theer, ist freilich an diesen Einwand überhaupt nicht mehr zu denken.

Natur der α-Thiophensäure. Willkürliche Herstellung derselben aus den Thiotolenen.

Nach Beendigung der beschriebenen Untersuchungen ist es endlich gelungen, die chemische Natur der α-Säure aufzuklären und dieselbe nach Belieben aus den Thiotolenen herzustellen. Die Wegleitung zu dem bezüglichen Versuche war durch das Folgende gegeben:

Die α-Thiophensäure ist bisher meist, aber doch nicht ganz ausschließlich aus dem α-Nitril erhalten worden. Nach den Beobachtungen von Egli entsteht dieselbe auch durch Oxydation des Theer-Thiotolens. Diese Angabe war, ehe im vorigen Jahre das Theer-Thiotolen als ein Gemisch der β- und γ-Verbindung erkannt wurde, wenig beachtet worden, und es erschien nothwendig, sie nach Erlangung der neuen Kenntnisse über die Muttersubstanz wiederholt ganz sicher zu stellen. Eine kleine Probe absolut reinen Theerthiotolens, dessen Analyse den richtigen Schwefelgehalt ergeben hatte, wurde oxydirt und die erhaltene α-Säure in üblicher Weise gereinigt. Nach dem Umkrystallisiren hatte sie genau den Schmelzpunkt der α-Säure, und es wurde somit die Egli'sche Angabe, welche sich auf die Identificirung durch den Schmelzpunkt beschränkt hatte, völlig bestätigt. Es mußte nun aber auch die Löslichkeitsbestimmung vorgenommen werden, und diese ergab denn das für die Frage entscheidende Resultat, daß auch die aus Theerthiotolen erhaltene Säure dieselbe Löslichkeit besitzt, wie die α-Thiophensäure:

10 cc der bei 17° C. gesättigten Lösung erforderten zur Neutralisation 5,4 cc $^1/_{10}$ Normalkali.

Sonach steht fest: Die α-Säure wird nicht nur aus α-Sulfosäure — welche sich bei der gründlichsten Untersuchung ihres Amids als physikalisch einheitlich ergeben hat — erhalten, sondern auch durch Oxydation des Theerthiotolens, einer notorischen Mischung von β- und γ-Thiotolen.

Wollte man nicht die ganz unwahrscheinliche Annahme machen, daß im Theerthiotolen außer den beiden darin nachgewiesenen Modificationen [β- und γ-], eine dritte [α-] Modification enthalten sei, so zwang dies Ergebniß zu schließen, daß die α-Säure, obwohl sie aus β- und γ-Säure durch Mischung und Krystallisation bisher nicht erhalten werden kann, dennoch eine Vereinigung, respective eine Krystallverbindung, von β- und γ-Thiophensäure sei.

Bei der experimentalen Prüfung dieser Ansicht, welche von Dr. Schleicher und mir vorgenommen wurde, haben wir nun gefunden, daß durch Oxydation von β- und γ-Thiotolen in verschiedenen Verhältnissen verschiedene, scheinbar absolut einheitliche Thiophensäuren gewonnen werden können, und daß also die bisher zufällig allein aufgefundene α-Säure vielmehr in noch mehreren, vielleicht sogar beliebig vielen Modificationen erhalten werden kann.

Bei den Versuchen, die α-Säure durch Oxydation einer absichtlich hergestellten Mischung von β- und γ-Thiotolen willkürlich aufzubauen, begegneten wir der Schwierigkeit, daß es bisher auf keine Weise möglich war, zu bestimmen, in welchem Verhältniß die beiden Methyl-Thiophene im Theerthiotolen enthalten sind. Da γ-Thiotolen bei der Oxydation größten Theils zerstört wird und nur wenig Säure liefert, während die β-Verbindung reichliche Mengen von β-Säure giebt, so kann aus dem Verlauf von Oxydations-Versuchen auch nicht annähernd auf die Zusammensetzung des Thiotolengemisches geschlossen werden. Wir mußten daher bei unsern Versuchen das richtige Verhältniß durch Ausprobiren ermitteln, und wir sind erst bei dem dritten Versuche zu der α-Säure gelangt, während die beiden ersten uns mit andern Eigenschaften versehene, aber doch ebenfalls völlig einheitlich erscheinende Säuren lieferten.

Oxydation eines Gemisches von 1 Theil β- und 2 Theilen γ-Thiotolen.

Ein Gemisch von 1 Theil reinen β- und 2 Theilen reinen γ-Thiotolens wurde mit 1000 Theilen Wasser, 9,7 Theilen übermangansaurem Kali und 20 Theilen Natron in der Kälte unter häufigem Umschütteln so lange stehen gelassen, bis vollständige Entfärbung der Permanganatlösung unter Abscheidung von Braunstein eingetreten war. Dies dauerte 1½ bis 2 Tage. Die nun in üblicher Weise isolirte Säure wurde aus Wasser, unter Zusatz von Thierkohle, umkrystallisirt und so in schönen, rein weißen Nadeln erhalten, die durch fractionirte Krystallisation in 5 Fractionen mehrfach gespalten wurden. Diese Fractionen zeigten folgende Schmelzpunkte:

I. Fraction:	Schmelzpunkt	113°.
II. »	»	114°.
III. »	»	113,5°.
IV. »	»	114°.
V. »	»	113—113,5°.

Ebenso wurde die Säure als einheitlich durch die Löslichkeit der verschiedenen Fractionen erkannt. Bezeichnen wir hier wieder

kurzweg als Löslichkeit die Zahl der Cubikcentimeter $^1/_{10}$ Normalalkalilauge, welche von 10 cc der gesättigten Lösung der Säure zur Neutralisation erfordert wird, so ergaben sich für die Löslichkeit folgende Werthe:

I. Fraction: Löslichkeit 5,6 bei 17° C.
II. » » 5,6 » 17° C.

Sonach hatten wir eine Säure erhalten, welche wiederum ganz andere Eigenschaften als alle bisher bekannten Thiophensäuren hat, die aber doch das Bild einer völlig einheitlichen Substanz darbot und nach ihrer Bildung nichts anderes als eine Krystallvereinigung von γ- und β-Thiophen-Säure sein konnte.

Die gefundenen Werthe für Schmelzpunkt und Löslichkeit machten es nun sehr wahrscheinlich, daß wir bei unserer willkürlichen Mischung von β- und γ-Thiotolen eine zu große Menge der γ-Verbindung genommen hatten. Nachdem uns ein zweiter Versuch: die Oxydation eines Gemisches von gleichen Theilen β- und γ-Thiotolen unter sonst genau denselben Bedingungen wie oben, eine gleichfalls völlig einheitlich krystallisirende Säure vom constanten Schmelzpunkt 121° und der — durch alle Fractionen gleichen — Löslichkeit 4,85 geliefert hatte, erreichten wir das Ziel endlich durch:

Oxydation eines Gemisches von 2 Theilen β- und 3 Theilen γ-Thiotolen.

Der Versuch wurde genau wie der oben beschriebene angestellt und lieferte eine Säure, welche mit der α-Thiophensäure in jeder Hinsicht identisch war. Die Schmelzpunkts-Bestimmung der durch gebrochene Krystallisation erhaltenen Fractionen ergaben:

I. Fraction: Schmelzpunkt 117—117,5°.
II. » » 117°.
III. » » 117°.

Auch das Erweichen und Sintern gegen 115° C. trat ganz in der uns wohl bekannten, oben beschriebenen Weise ein.

Die Bestimmung der Löslichkeit der einzelnen Fractionen, bei welcher die erste in 3 Unterfractionen zerlegt wurde, führte zu folgenden Werthen:

I. Fraction:
a. Löslichkeit 5,75 bei 17° C.
b. » 5,7 » 17° C.
c. » 5,6 » 17° C.
II. Fraction: » 5,6 » 17° C.

Es blieb nun noch übrig, von dieser neuen Säure ein Derivat mit charakteristischem Schmelzpunkte darzustellen, dies mit dem ent-

sprechenden Derivate der α-Säure zu vergleichen und ferner zu untersuchen, ob die aus ihm zurückgewonnene Säure auch noch die Eigenschaften der α-Säure zeigen würde.

Zu diesem Zwecke wurde eine etwas größere Menge des Gemisches von 2 Th. β- und 3 Th. γ-Thiotolen oxydirt und eine Säure erhalten, die bei 118—118,5° C. schmolz. Diese wurde, ebenso wie früher die α- und die β-Säure durch Einwirkung von Phosphorpentachlorid in das Chlorid verwandelt und aus ihm mittelst Ammoniumcarbonats das Amid erhalten. Dieses verband sich mit Phenylcyanat zu einem Thenoylphenylharnstoff, der in Ansehen, Art der Krystallisation und Löslichkeit den früher dargestellten zum Verwechseln glich, auch denselben Schmelzpunkt (206—206,5°) zeigte und beim Verseifen mit Kalilauge wieder eine Säure vom Schmelzpunkt 118,5° lieferte.

Die physikalische Einheitlichkeit, sowie die Identität der Eigenschaften unserer Säure mit der α-Thiophensäure ist somit definitiv erwiesen.

In Bezug auf die Chemie des Thiophens ergiebt sich aus diesen Untersuchungen das Verschwinden einer Complication, nämlich der bis dahin nicht zu beseitigenden Annahme von mehr als 2 isomeren Thiophensäuren. Nachdem die α-Säure als eine, wenn auch nicht wieder zerlegbare, so doch aus ihren Componenten herstellbare Verbindung der β- und γ-Säure erkannt ist, haben wir nun, conform der Theorie, in allen Reihen von Monoderivaten nur 2 Modificationen, und es scheint angezeigt, die Bezeichnungen α, β und γ nicht mehr beizubehalten, sondern die Thiophenderivate von nun an gemäß dem folgenden Schema zu benennen:

β —— β
α   α
S

Gegenüber dieser Vereinfachung bleiben aber noch eine Anzahl von Schwierigkeiten bestehn.

Fragt man zunächst nach den Ursachen der hier beobachteten merkwürdigen Erscheinungen, so wird man wohl ohne Bedenken die Annahme machen, daß die α- und β-Säure — so sollen sie nun genannt werden — isomorph sind und in allen Verhältnissen mit einander krystallisiren können, so daß die erhaltenen Gemische, trotz der großen Löslichkeits-Verschiedenheit der beiden reinen Säuren, nicht wieder getrennt werden können. Die Thatsache, daß nur die *entstehenden*, nicht die *fertig* angewandten Säuren in Verbin-

dung gebracht werden konnten, bleibt einstweilen unerklärt. Unverständlich ist ferner die völlige Uebereinstimmung aller Derivate der Säuren. Denn die reinen α- und β-Thiophensäuren (nach jetziger Bezeichnung) selbst sind ja in ihren Eigenschaften so verschieden, daß die Gleichheit aller Eigenschaften, welche die Derivate der beiden Säuren zeigen, eine höchst auffallende Thatsache bleibt. Um dieselbe zu erklären, wäre es sehr wünschenswerth, die Abkömmlinge der β-Säure (Schmelzpunkt 136°), welche bis jetzt noch gar nicht bekannt sind, zu studieren, und zu diesem Zwecke sind Versuche bereits in Angriff genommen. Sollte es sich zeigen, daß Amid, Amidoxim, Phenylharnstoffderivat u. s. w. der reinen β-Säure sehr ähnliche Eigenschaften haben, wie die entsprechenden Derivate der reinen α-Säure, so würde das die beobachteten Eigenthümlichkeiten in einem gewissen Grade verständlich machen.

Eine weitere Frage bleibt noch die nach der Natur der α-Thiophen-Sulfosäure, welche ebenfalls durch die früher von Kreis und mir durchgeführte eingehende Untersuchung ihres Amids als anscheinend durchaus einheitlich erkannt worden ist. Da dieselbe bei der Cyankalium-Destillation die früher α- genannte Säure liefert, wird es wahrscheinlich, daß auch sie aus zwei isomeren Sulfosäuren besteht, welche aber durch Krystallisation eben so wenig wie die Carbonsäuren und die Tribromthiotolene getrennt werden können. Höchst merkwürdig ist es daher, daß nach den Versuchen von Pendleton sowohl die α- als auch die β-Thiophen-Sulfosäure, welche doch so durchaus verschiedene Chloride und Amide bilden, dieselbe (früher so genannte) α-Thiophensäure vom Schmelzpunkte 118° liefern. Welche Vorstellung man sich auch von der Natur der fraglichen Sulfosäuren machen mag, so wird man hier die Annahme eines abnormen Verlaufs der Reaction nicht umgehen können, da ja die Thatsache bestehen bleibt, daß zwei notorisch verschiedene Sulfosäuren dennoch dieselbe Carbonsäure, welche nun als eine Verbindung von α- und β-Säure erkannt ist, liefern.

Als das Hauptergebniß dieser Untersuchungen möchte ich es hinstellen, daß in der Thiophengruppe eine Neigung zum Zusammenkrystallisiren isomerer Substanzen besteht, wie sie in anderen Reihen wohl kaum beobachtet sein dürfte. Denn die α- und β-Carbonsäure, die Tribromverbindung des α- und β-Thiotolens und, nach Obigem sehr wahrscheinlich auch die α- und β-Sulfosäure, bilden Vereinigungen, die sich bei der minutiösesten Prüfung als einheitlich darstellen und durch die üblichen Trennungsmittel auf keine Weise zerlegbar

sind. Es mahnt das in Bezug auf den Schluß der Identität und der Einheitlichkeit zur allergrößten Vorsicht, die freilich trotzdem unter Umständen vor Irrthümern nicht wird bewahren können. Substanzen von constanten, auf keine Weise zu verändernden physikalischen Eigenschaften wird man im Allgemeinen für identisch erklären müssen, und wenn der Zufall uns nicht in der Oxydation eines Gemisches der beiden Thiotolene ein Mittel hätte finden lassen die Natur der früher sogenannten α-Säure aufzuklären, so würde es wohl kaum je gelungen sein, die bestehenden Schwierigkeiten, die sich in so eigenartiger Weise angehäuft hatten, zu beseitigen.

Die mitgetheilten Versuche sind von mir in Gemeinschaft mit Herrn Dr. Pendleton sowie mit meinem Assistenten, Herrn Dr. Schleicher ausgeführt worden, dessen werthvoller Mitarbeiterschaft ich in der Abhandlung vielfach gedacht habe, und welchem ich für seine Hilfe zu besonderem Danke verpflichtet bin.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

(Fortsetzung.)

Atti della R. Accademia delle science di Torino. Vol. XXI. Disp. 6ª.
Memorie della R. Acc. d. sc. di Torino. Serie 2. Tom. 37.
Atti della società Toscana di scienze naturali. Processi verb. Vol. V. pag. 79—94.
Boletin del Ministerio de fomento d. l. R. mexicana. Tomo X. N. 134—140.

Nachträge.

Beiträge zur Kenntniß der Vogelfauna von Celebes. II. von Prof. Blasius.
Anales de la sociedad cientifica Argentina. Tomo XXI. Entrega IV.
Bulletin de l'académie R. des sciences de Belgique. Tome 11. N. 6. Année 55.
Ungarische Revue. Sechster Jahrg. Heft VII.
Bulletin de la société mathemathique de France. Tome XIV. N. 3.
Lemoine: Quelques propriétés des parallèles et des anti-parallèles aux cotés d'un triangle.
Lemoine: Sur les nombres pseudo-symetriques.
Exercices de Mathématiques elementaires par Emile Lemoine.
Notes sur la Géométrie du Triangle par Lemoine et Neuberg.
a. Association française pour l'avancement des sciences. Congrès de Grenoble 1885.
b. Congrès de Blois 1884.
Sur une géneralisation des proprietés relatives au cercle de Brocard et au point de Lemoine par Lemoine.
Note sur le cercle des neuf points par Lemoine.
Nouvelles Annales de Mathématique (deux extraits).
Sur quelques points remarquables du plan du triangle A. B. C. par Lemoine.
Proprietés diverses du cercle et de la droite de Brocard par Lemoine.
Théorèmes divers sur les antiparalleles des cotés d'un triangle par Lemoine.
Bollettino delle publicazioni italiane. 1886. 13.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg - Augusts - Universität

zu Göttingen.

24. November. **№ 18.** 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 6. November.

Ehlers legt 1) eine Abhandlung des Herrn Privatdocenten Dr. Brock vor »über Eurycoelum Sluiteri«; 2) macht eine Mittheilung über einen großen bei Norddeich gestrandeten Haifisch.

von Könen macht eine Mittheilung über seine Arbeiten für die geologische Aufnahme der hiesigen Gegend.

Schering legt die »Resultate der erdmagnetischen Variations-Beobachtungen im April und Mai«, bearbeitet von Herrn Assistenten Holborn, vor.

Voigt legt »Allgemeine Formen für die Reflexion des Lichtes an dünnen Schichten isotroper absorbirender Medien« vor.

de Lagarde: 1) noch einmal אֵל, 2) Analyse der alten arabischen Typen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften, 3) Abraham = Dusares; derselbe kündigt 4) »Nova psalterii graeci editionis specimen« für die Abhandlungen an.

Sauppe legt »Zwei kleine Aufsätze« des Herrn Prof. Holtz in Greifswald, unseres Korrespondenten, für die Nachrichten vor: 1) »Spiralförmige Wirbel in Flammen«, und 2) »Ein Vorlesungsversuch über die Adhaesion von Flüssigkeiten».

Eurycoelum Sluiteri n. g. n. sp.

Eine vorläufige Mittheilung

von

Dr. J. Brock.

Während meines Aufenthaltes in Noordwachter Eiland, einer kleinen Koralleninsel an der Nordküste von Java im Mai und Juni 1885 fand ich häufig im Magen eines Percoiden, der Diacope metallicus einen Trematoden von merkwürdiger Organisation, den ich unter

obenstehendem Namen in die Wissenschaft einführe. Der Körper des Thieres ist länglich drehrund, vorn und hinten mäßig zugespitzt, mit einem kleineren Mund- und einem sehr viel größeren etwa mittelständigen Bauchsaugnapf; völlig geschlechtsreife Exemplare, welche bei einem größten Durchmesser von 2.5 mm eine Länge von 20 mm erreichen können, zeigen die vordere kürzere Körperhälfte zwischen Mund und Bauchsaugnapf abgeplattet und von der Bauchseite her flach löffelförmig ausgehöhlt. Am lebenden Thiere scheinen Hoden, Dotterstöcke und der mit Eiern gefüllte Uterus undeutlich durch und am Hinterende ist ein Porus excretorius bisweilen schon mit bloßen Augen, besser mit der Loupe sichtbar; ein weiteres Eindringen in die Organisation des dicken und sonst ganz undurchsichtigen Thieres ist nur mit Hülfe der Querschnittmethoden möglich.

Indem ich mir vorbehalte, später einmal eine umfassende Gesammtdarstellung des Baues zu geben, will ich hier nur kurz die Punkte hervorheben, in welchen mir derselbe von der typischen Trematodenorganisation in bemerkenswerther Weise abzuweichen scheint.

Zunächst kommen hierbei die Geschlechtsorgane in Betracht. Während ihr Bau und ihre allgemeine Zusammensetzung zu keinerlei Bemerkungen Veranlassung geben, fällt es auf, daß die Keimdrüsen nicht zu jeder Zeit, sondern nur temporär mit den ausführenden Gängen in Verbindung stehen. Beim Eierstock stellt sich die Verbindung mit dem Oviduct schon früh her, um dann zu perstistiren; bei den beiden Hoden indessen, deren Geschlechtsreife der der weiblichen Organe etwas vorausgeht, ist die Verbindung mit der Vesicula seminalis nur eine ganz vorübergehende, die nicht einmal während der ganzen Geschlechtsreife Bestand hat. Das nur temporär auftretende Verbindungsstück, ein feiner Kanal mit anscheinend structurloser Wand, weicht dabei in seinem Bau durchaus nicht von dem des Vas deferens anderer Trematoden ab.

Auch die Verbindung der Dotterstöcke, nebenbei bemerkt keine traubenförmige Drüsen, sondern langgestreckte Schläuche, die asymmetrisch dorsal gelagert sind —, mit dem Oviduct resp. der Schalendrüse stellt sich erst zur Zeit der weiblichen Geschlechtsreife ein und endlich gewinnt auch der Uterus erst sehr spät, wenn er prall mit Eiern gefüllt ist, eine äußere Oeffnung, während er bis dahin an seinem distalen Ende blind geshlossen war[1]). Diese äußere Mündung

1) Etwas ähnliches ist bis jetzt nur von Distomum reticulatum Loos bekannt, wo bei den nicht geschlechtsreifen Formen, welche von dem Thier bis jetzt nur allein bekannt sind das gemeinsame Geschlechtsatrium noch nicht

des Uterus und somit der weiblichen ausführenden Geschlechtsorgane bricht in den Grund des Cirrusbeutels (Penisscheide) durch, welche ihrerseits, wie bei den typischen Distomen ventralwärts vom Mundsaugnapfe nach außen mündet. Ein gemeinsames Geschlechtsatrium fehlt also ganz.

Obgleich der Uterus daher selbst während des größten Theils der weiblichen Geschlechtsreife blind geschlossen ist und eine Communication mit den männlichen Geschlechtsorganen nirgends besteht, findet man gleich wohl in seinem proximalen Theile und dem Oviduct bis zum Eierstock hin, wie das auch von vielen anderen Trematoden bekannt ist, schon sehr früh beträchtliche Mengen von Sperma angehäuft und im Einklang damit im Uterus bei etwas späteren Stadien, aber lange vor der Herstellung der Mündung des Uterus in die männlichen Geschlechtsorgane massenhaft befruchtete Eier mit Embryonen in allen Entwicklungsstadien. Die Herkunft dieser Spermamassen in den weiblichen Geschlechtsorganen ist eine sehr verwickelte Frage, deren befriedigende Lösung mir noch nicht gelungen ist. Daß die mitgetheilten Thatsachen die Möglichkeit einer Selbstbefruchtung ebenso vollkommen ausschließen wie die einer Wechselbefruchtung durch die äußere weibliche Geschlechtsöffnung, ist ohne weiteres klar; der Annahme einer wechselseitigen Befruchtung durch den Laurer-schen Kanal, der dritten Möglichkeit, welche bei Trematoden sich bietet, steht aber wieder die Schwierigkeit im Wege, daß ein dem Laurer'schen Kanal vergleichbares Gebilde, hier der einzige Weg auf dem Samen in die weiblichen Geschlechtswege gelangen könnte bis jetzt von mir noch nicht aufgefunden worden ist. Nur ein allerdings schon vollkommen geschlechtsreifes Thier bildet vielleicht eine Ausnahme. Bei diesem geht nämlich ein feiner von einer Fortsetzung der äußeren Cuticula ausgekleideter Kanal vom Rücken aus nach einwärts grade auf eine der proximalen Uterusschlingen los, erreicht dieselbe aber nicht, sondern endigt vor ihr blind. Gestützt auf diesen bis jetzt leider vereinzelt gebliebenen Befund nehme ich nun vorläufig an, daß auch der Laurer'sche Kanal nur vorübergehend und zwar nur ganz kurze Zeit besteht, und sich unmittelbar nach der Begattung, nachdem der proximale Theil der weiblichen Leitungswege durch

---

nach außen durchgebrochen war. (A. Looss, Beiträge zur Kenntniß der Trematoden, Zeitschr. wiss. Zool. Bd. 41 p. 390.) Jedenfalls dürfte aber der nur temporäre Zusammenhang der männlichen Leitungswege, das späte Auftreten der weiblichen äußeren Geschlechtsöffnung und die vollkommene Trennung der männlichen und weiblichen Geschlechtsorgane bis jetzt ohne Analogie dastehen.

ihn mit Sperma gefüllt ist, wieder zurückbildet; doch möchte ich noch besonders betonen, daß ich diese Vermuthung nur mit der größten Reserve ausspreche, da ich keineswegs die Schwierigkeiten verkenne, die sich ihr schon jetzt gegenüberstellen. Ein als Receptaculum seminis anzusprechendes Gebilde fehlte diesem eventuellen Laurer'schen Kanale, der sich übrigens durch eine verhältnissmäßig bedeutende Weite auszeichnete, vollkommen.

Eine andere recht interessante Abweichung zeigt das Excretionssystem. Die feineren Excretionskanäle sammeln sich in zwei Längsstämmen, welche sich am Hinterende des Thieres zu einem unpaaren mittleren Reservoir vereinigen, welcher dann durch den Porus excretorius mündet. So weit ist der Bau ein ganz typischer. Aber diese beiden Längsstämme sind so weit, daß die Bezeichnung Kanäle in keiner Weise auf sie paßt: sie bieten das auffallende Bild von weiten, unregelmäßig begrenzten am vorderen Ende stark verzweigten Hohlräumen, welche die Darmschenkel um das Mehrfache an Weite übertreffen und oft in einem Querschnitt mehr als die Hälfte seines Flächenraumes einnehmen. (Durchmesser bis zu 1 mm, der der Endblase noch mehr.) Zwischen diesen weiten Räumen, an denen wenigsten auf Querschnitten ein auskleidendes Eipthel vermißt wird, und dem feinen Kanalnetz, das in sie mündet, bestehen in Bezug auf Größe und sonstige Verhältnisse keinerlei Uebergänge. Der gewöhnliche Verhalt dieser Längsstämme bildeten Detritusartige Massen feinster Körnchen oder Bläschen, wie sie wohl von anderen Trematoden sehr gewöhnlich aus der Endblase, aber nicht aus den Längsstämmen beschrieben sind. Ueber den Bau des feineren Kanalnetzes, sowie über die jetzt so lebhaft discutirten Flimmerläppchen kann ich, da ich ausschließlich auf Schnittpräparate angewiesen war, keine Auskunft geben. Die Versuchung liegt nahe, diese Hohlräume, welche sich so auffällig von den kanalartigen Bildungen unterscheiden, in denen die Hauptstämme des Excretionssystems gewöhnlich auftreten als beginnende Leibeshöhle aufzufassen. Da wir aber die Entstehung dieser Gebilde zunächst noch nicht kennen und auch der Begriff des Coeloms augenblicklich schwankender als je ist, so will ich mich vor der Hand mit diesem Hinweis begnügen.

Mit Bezug auf die systematische Stellung des Eurycoelum läßt sich vorläufig nur sagen, daß die beiden Saugnäpfe das Thier in die große in dieser Begrenzung längst unhaltbar gewordene Familie der Distomeen verweisen. Daß das Maß der anatomischen Abweichungen groß genug ist, um die Aufstellung eines besonderen Genus zu rechtfertigen, dürfte wohl jeder zugeben. Der Genusname spielt auf die auffälligste Eigenthümlichkeit des Thieres, die Bildung der Längsstämme des

Wasserfsystems an (εὐρύς weit, κοιλός hohl), die Species widme ich Herrn Dr. Sluiter in Batavia, dem ich mich für bereitwillige Förderung und Unterstützung während meines Aufenthaltes auf Java zu tiefstem Dank verpflichtet fühle.

Göttingen, im November 1886.

Lamna cornubica (L. Gm.) an der ostfriesischen Küste.

Von

E. Ehlers.

Die Sammlung des zoolog.-zootomischen Instituts in Göttingen ist durch die Aufmerksamkeit und große Zuvorkommenheit des Hrn. C. F. von Oterendorp auf Norderney in den Besitz eines großen männlichen Haifisches, Lamna cornubica (Gm. L.) gekommen, welcher am 2. November d. J. in der Nähe von Norddeich an der ostfriesischen Küste auf eine Sandbank gerathen und dort von Fischern erlegt wurde. Bei der gewiß großen Seltenheit, daß Haifische von solcher Größe, wie der hier gefangene, sich bis an die norddeutsche Meeresküste verirren, verdient das Vorkommen verzeichnet zu werden.

Daß es sich bei dem Thiere um Lamna cornubica (Gm. L.) handelt, geht aus dem maaßgebenden Kennzeichen hervor, welches für die Art in der geringen Größe des dritten in der vorderen Zahnreihe des Oberkiefers sitzenden Zahnes besteht, wie solches von Günther (Catalogue of Fisches. Vol. VIII pg. 390) besonders hervorgehoben ist.

Lamna cornubica ist im allgemeinen ein atlantischer Fisch, und wie es scheint circumpolar verbreitet, da er in der Fauna Japans mit aufgeführt wird; da dieser Hai auch im Mittelmeer vorkommen soll, so erstreckt sich sein Verbreitungsbezirk so weit südlich, daß es auffallend erscheinen muß, daß derselbe nicht auch die deutsche Nordseeküste häufiger besucht. Allein ich habe darüber keine Angabe gefunden. Den englischen Küsten fehlt er nicht, ist aber an den nördlichen häufiger als an den südlichen. (Yarrel, A History of british Fishes. Vol. II. 1836 p. 384.) An der westlichen skandinavischen Küste ist er von Christianiafjord bis Ostfinmarken wohl bekannt (R. Collet Norges Fiske 1875 pg. 208). Nach Krøyer

(Danmarks Fiske Bd. 3 Afd. 2 pg. 865) kommt er keineswegs selten im Kattegat vor, und soll bis in die Ostsee vordringen.

Der Fisch war männlichen Geschlechts, vom Kopfe bis zur Spitze des oberen Lappens der Schwanzflosse 2,34 m lang und wog 135 kg. Ich lasse hier eine Anzahl Messungen folgen, welche Herr Dr. Henking gemacht hat, da, so viel ich sehe, die Dimensionen eines so großen männlichen Thieres noch nicht mitgetheilt sind; die Maaßangaben Krøyer's beziehen sich auf Weibchen.

Gesammtlänge, Abstand der Schnauzenspitze bis zur Spitze des dorsalen Lappens der Schwanzflosse	2.340
Umfang des Körpers an der Basis der Brustflosse	1.160
» » » » » » » ersten Rückenflosse	1.210
» » » » » » » Schwanzflosse	0.270
Abstand der Schnauzenspitze vom Vorderrande des Auges	0.135
» » » von der Symphyse des Oberkiefers	0.145
» » » vom Mundwinkel	0.260
» » » vom Spritzloch	0.260
» » » von der ersten Kiemenspalte	0.450
» » » von der Basis der oberen Kante der Brustflosse	0.580
» » » von der ersten Rückenflosse	0.760
» » » vom After	1.190
Länge der Basis der ersten Rückenflosse	0.320
Abstand der ersten Rückenflosse von der zweiten	0.560
Länge der Basis der zweiten Rückenflosse	0.065
Abstand der zweiten Rückenflosse von der Wurzel der Schwanzflosse	0.210
Abstand des Afters von der Wurzel der hinteren Bauchflosse	0.390
» des Vorderendes der hinteren Bauchflosse von der Wurzel der Schwanzflosse	0.150
» des Vorderrandes der ventralen Quergrube von der Wurzel der Schwanzflosse	0.035
Querdurchmesser des Augenhöhleneinganges	0.045
Abstand des hinteren Augenumfanges vom Spritzloch	0.080
» der ersten Kiemenspalte von der letzten	0.013
Länge der Brustflosse von der Basis zur Spitze	0.455
Größte Höhe derselben	0.240
Höhe der ersten Rückenflosse	0.340
Länge an der Basis	0.320
Basis der Bauchflosse	0.100
Höhe	0.120

Länge der Pterygopodien	0.345
» des Vorderrandes der zweiten Rückenflosse	0.065
Größte Länge derselben	0.080
Länge des Vorderrandes der hinteren Bauchflosse	0.080
Größte Länge derselben	0.095
Länge des oberen Lappen der Schwanzflosse	0.550
» » unteren » » »	0.350
» der seitlichen Firste an den Seitenflächen des Körpers vor der Schwanzwurzel	0.370
Breite der oberen Quergrube vor der Schwanzwurzel	0.033
» » unteren » » » »	0.060
Tiefe der Gruben	0.003

Zu den bekannten Beschreibungen der äußeren Körperformen habe ich nichts hinzuzufügen; es verdient vielleicht angemerkt zu werden, daß die quere Grube, welche auf der Rücken- und Bauchfläche vor der Schwanzwurzel liegt und die nach vorn durch einen scharfen rechtwinklig abfallenden Wulst begrenzt wird, von der umgebenden Haut durch große Härte sich auszeichnet. Ein Einschnitt zeigte, daß die Lederhaut hier bedeutend verdickt, sehr fest und schwielig war, und damit das leistenförmige Querjoch bildete, welches nach vorn die Grube begrenzt. Diese Härte der Körperwand ließ vermuthen, daß hier Knorpel beim Aufbau betheiligt sei; allein die mikroskopische Untersuchung zeigte kein Knorpelgewebe, sondern nur sehr dichtes, an elastischen Fasern reiches fibrilläres Bindegewebe, welches in großen Bündeln vielfach durchflochten war.

Der Magen des Fisches war leer, der Darm hatte einen zu fast völlig dünnflüssigen Inhalt verwandelten Brei. Danach ist anzunehmen, daß der Hai wohl kaum in der Verfolgung von Fischzügen an seinen Strandungsplatz verschlagen ist, wiewohl von ihm angegeben wird, (Krøyer), daß er Heringszügen nachgehend sich den Küsten nähere. Ebensowenig wahrscheinlich ist es, daß solches im Gefolge eines größeren Schiffes geschehen sei.

Ich erwähne hier eine andere eigenthümliche Erscheinung, welche die Aufmerksamkeit auf sich zog und die vielleicht in Zusammenhang mit dem Verschlagenwerden des Thieres gebracht werden kann. Aus der Afteröffnung des Thieres hatte sich während des Transportes eine Anzahl ca. 5—7 mm langer und etwa 4 mm breiter meist platter milchweißer bisweilen durchscheinender Körper entleert, welche dem Anscheine nach Proglottiden einer Taenie waren. Allein bei der Section fand sich im Darme des Fisches nur ein kleiner Cestod (Tetrabothrium sp.?), zu dem solche Glieder sicher nicht gehören konnten. Andererseits zeigte sich nun, daß solche Gebilde durch die Uroge ɩal-

papille in die Cloake traten, und bei weiterem Nachsehen ergab sich, daß dieselben aus dem Genitalporus in den Uterus masculinus hinübertraten, oder besser gesagt, bei geeigneter Lagerung der Organe in reichem Strome hinüberflossen.

Die mikroskopische Untersuchung dieser Körper, welche bei einer Härtung in Sublimatlösung und Alcohol aus der platten Form in die drehrunde übergingen, dabei an Länge etwas abnahmen, ergab, daß die milchweißen im wesentlichen aus reifen Spermatozoen bestanden, welche zu Bündel zusammengelagert waren; diese Bündel von Samenfäden waren auf und neben einander verpackt, und offenbar diente eine nach der Härtung feinkörnig erscheinende Masse als ein Kittmaterial, welche die sämmtlichen Spermatozoidenbündel unter einander vereinigte. Die durchscheinenden Körper dagegen enthielten nur vereinzelte Spermatozoiden und bestanden im wesentlichen aus der körnigen Kittmasse, in welcher Reste von Zellkernen zerstreut lagen. Danach bilden diese Körper wohl Spermatophoren, deren Vorkommen bei einem Haifische meines Wissens bis jetzt nicht beschrieben ist. — Die Pterygopodien zeigten keine Turgescenz, dagegen waren die Pterygopodialdrüsen sehr groß und erstreckten sich von der Bauchflosse auf der Ventralfläche des Körpers nach vorn.

Das Auftreten dieser Spermatophoren giebt zu der Annahme Berechtigung, daß der Fisch zur Zeit seiner Erlegung sich auf einem hohen Grad geschlechtlicher Entwicklung gefunden hat. Da nun Krøyer (a. a. O. pg. 863) angegeben hat, daß Lamna cornubica in den Monaten September, October und November an den dänischen Küsten zu erscheinen pflege, an denen diese Fische sonst fehlen; Yarrel (a. a. O. pg. 385), damit in Uebereinstimmung, sagt, daß dieser Hai im Herbst häufig an die nördlichen und nordöstlichen Küsten Englands komme, diese Zeiten aber nach der oben angegebenen Beobachtung als die Brunstzeit dieses Fisches zu betrachten sind; so mögen die Streifzüge dieser Thiere über die Grenzen ihres gewöhnlichen Verbreitungsbezirkes hinaus mit hohen Erregungszuständen und gesteigerter Thätigkeit des Geschlechtslebens zusammenfallen. Ein weites Herumschweifen und Ziehen zur Brunstzeit ist ja auch sonst bei Fischen eine nicht seltene Erscheinung. Vielleicht hängt, wenn man die Leere des Darmkanales der wandernden Lachse in Erwägung zieht, damit auch zusammen, daß im Darm dieses Thieres kaum Nahrungsreste gefunden wurden.

Da nun andererseits Gunnerus (J. E. Gunnerus, Om en Haabrands Unge. Det konglige norske Videnskabers Selskabs Skrifter. Fierde Deel. Kjøbenhaven 1768 pg. 2) von einem Fötus dieses Haies berichtet, welcher im Sommer aus der Mutter herausgenommen, $^3/_4$ seeland'-

sche Ellen lang war und einen nicht mehr gestielten Dottersack besaß, also der Reife nahe stand, so gewinnen wir damit eine annähernde Bestimmung für die Trächtigkeitsdauer dieser Fische. Sie dauert danach jedenfalls länger als die Entwicklung der abgelegten Scyllium-Eier, worüber Bolau (Zeitschrift f. wiss. Zoolog. Bd. 35 pg. 324) berichtet hat.

Herr Prof. von Koenen machte eine Mittheilung über seine geologische Aufnahme der Umgegend von Göttingen, welche einigermaßen dadurch verzögert wurde, daß behufs Klarstellung einer Reihe prinzipieller Punkte, besonders über Störungen im regelmäßigen Gebirgsbau und über Thalbildung, von vornherein weit ausgedehntere Gebiete in den Bereich der Untersuchungen gezogen werden mußten, als vorher erwartet worden war. Nachdem diese Fragen im Wesentlichen erledigt waren, ist der weitaus schwierigste und zeitraubendste nordwestliche Theil von Blatt Göttingen nunmehr fertig gestellt und von dem Rest wenigstens das Gerippe eingetragen.

Während Redner aber ursprünglich beabsichtigte, dann das südlich anstoßende Blatt aufzunehmen, hat sich inzwischen herausgestellt, daß es in jeder Beziehung wünschenswerther ist, dafür das östlich anstoßende Blatt zunächst in Angriff zu nehmen, welches den Göttinger Wald und das Waldgebiet vom Hünstollen bis zur »Lengdener Burg« und das Buntsandsteingebiet östlich Waake-Groß-Lengden enthält. Die Aufnahme dieses Letzteren ist auf den Antrag des Redners im letzten Sommer durch die Kgl. geologische Landes-Anstalt Herrn Dr. Ebert übertragen und von diesem fast vollendet worden, so daß dadurch ein Zusammenhang zwischen dem Göttinger Walde und dem bereits publicirten Blatte Duderstadt hergestellt wird.

Allgemeine Formeln für die Reflexion des Lichtes an dünnen Schichten isotroper absorbirender Medien.

Von

W. Voigt.

Im 1. Heft des Jahrganges 1885 dieser Nachrichten habe ich die Gesetze aufgestellt, welche das Licht bei der Reflexion an einer sehr dünnen Metallschicht und beim Durchgang durch eine solche befolgt, falls diese Schicht beiderseitig von durchsichtigen Medien umgeben ist und die Lichtbewegung nicht an einer Grenze total reflectirt wird. Beobachtungen, welche neuerdings Herr Prof. Kundt zur Erforschung des Verhaltens des Lichtes bei einer totalen Reflexion an der zweiten Grenze veranlaßt hat, machen die Ableitung der hierfür geltenden Gesetze erwünscht. Ich gebe sie im Folgenden, stelle aber die Aufgabe so allgemein, daß außer Anderem die Endgleichungen des früheren und des neuen Falles aus den Resultaten zu erhalten sind.

Eine dünne der XY-Ebene parallele Schicht einer absorbirenden Substanz sei einerseits (für $z = l$) von einem andern absorbirenden, andererseits (für $z = 0$) von einem durchsichtigen Medium begrenzt. In dem durchsichtigen Medium falle eine ebene Welle auf die Schicht, es ist die reflectirte Bewegung zu bestimmen; die durchgegangene würde weniger Interesse bieten, da sie sich im Allgemeinen nicht wohl beobachten lassen dürfte.

Wir benutzen die Bezeichnungen der oben citirten Abhandlung [1]) und verweisen wegen ihrer Bedeutungen auf dieselbe.

I. Sei zuerst die Schwingungscomponente (v) normal zur Einfallsebene untersucht.

1. Im ersten Medium ist $v = v_e + v_r$
im zweiten $v_1 = v_\vartheta + v_\varrho$
im dritten $v' = v_d$

1) Gött. Nachr. 1885. p. 46 u. f.

$$
\left.
\begin{aligned}
v_e &= E_e \sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha x+\gamma z}{\omega}\right)\\
v_r &= R_e' \sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha x-\gamma z}{\omega}\right)+R_e''\cos\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha x-\gamma z}{\omega}\right)\\
v_\delta &= e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left[\Delta_e'\sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha_1 x+\gamma_1 z}{\omega_1}\right)+\Delta_e''\cos\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha_1 x+\gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right]\\
v_\varrho &= e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left[P_e'\sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha_1 x-\gamma_1 z}{\omega_1}\right)+P_e''\cos\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha_1 x-\gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right]\\
v_d &= e^{-\frac{\beta'(z-l)}{\tau\omega'}}\left[D_e'\sin\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha' x+\gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right.\\
&\qquad\left.+D_e''\cos\frac{1}{\tau}\left(t-\frac{\alpha' x+\gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right]
\end{aligned}
\right\} \quad 2.
$$

Dabei ist τ kurz für $\frac{T}{2\pi}$ gesetzt.

Die Grenzbedingungen sind

$$
\begin{aligned}
&\text{für } z=0:\quad \overline{v}=\overline{v_1},\quad A\overline{\frac{\partial v}{\partial z}}=A_1\overline{\frac{\partial v_1}{\partial z}}+c_1\overline{\frac{\partial^2 v_1}{\partial z\,\partial t}}\\
&\text{für } z=l:\quad \overline{v_1}=\overline{v'},\quad A_1\overline{\frac{\partial v_1}{\partial z}}+c_1\overline{\frac{\partial^2 v_1}{\partial z\partial t}}=A'\overline{\frac{\partial v'}{\partial z}}+c'\overline{\frac{\partial^2 v'}{\partial z\,\partial t}}\,.
\end{aligned}
\qquad 3.
$$

Hieraus folgt zunächst

$$
\frac{\alpha}{\omega}=\frac{\alpha_1}{\omega_1}=\frac{\alpha'}{\omega'}; \qquad 4
$$

dabei kann, da α, β, γ hier nicht die Bedeutung von Cosinussen haben, α_1, α' beliebig auch größer als die Einheit werden. Ferner führen wir die Abkürzungen ein:

$$
\left.
\begin{aligned}
C_1 &= c_1/\tau & C' &= c'/\tau\\
\sigma_e &= \frac{C_1\beta_1+A_1\gamma_1}{\gamma_1 M\omega_1^2}, & \delta_e &= \frac{C_1\gamma_1-A_1\beta_1}{\gamma_1 M\omega_1^2}\\
\sigma_e' &= \frac{C'\beta'+A'\gamma'}{\gamma' M\omega'^2}, & \delta_e' &= \frac{C'\gamma'-A'\beta'}{\gamma' M\omega'^2}\\
\operatorname{tg}\mu_e &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_e}{\alpha\gamma+\alpha_1\gamma_1\sigma_e}, & \operatorname{tg}\nu_e &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_e}{\alpha\gamma-\alpha_1\gamma_1\sigma_e}\\
\operatorname{tg}\mu_e' &= \frac{\alpha'\gamma'\delta_e'+\alpha_1\gamma_1\delta_e}{\alpha'\gamma'\sigma_e'+\alpha_1\gamma_1\sigma_e}, & \operatorname{tg}\nu_e' &= -\frac{\alpha'\gamma'\delta_e'-\alpha_1\gamma_1\delta_e}{\alpha'\gamma'\sigma_e'-\alpha_1\gamma_1\sigma_e}\\
\frac{l\beta_1}{\tau\omega_1} &= k, & \frac{l\gamma_1}{\tau\omega_1} &= h.
\end{aligned}
\right\} \quad 5.
$$

Dann drückt sich der Werth R'_r und R''_r in diesen Größen genau in derselben Form aus, die sich früher in dem speciellen Falle gefunden hat [1]). Ich werde die bezüglichen Formeln erst weiter unten angeben.

II. Für die Schwingungscomponenten in der Einfallsebene sei gesetzt

$$
\text{6.}\qquad
\begin{array}{lrl}
\text{im ersten Medium} & u &= \gamma(r_e + r_r) \\
 & w &= -\alpha(r_e - r_r) \\
\text{im zweiten} & u_1 &= u_\delta + u_\varrho \\
 & w_1 &= w_\delta + w_\varrho \\
\text{im dritten} & u' &= u_d \\
 & w' &= w_d
\end{array}
$$

und hierin:

$$
\text{7.}\qquad
\begin{aligned}
r_e &= E_r \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x + \gamma z}{\omega}\right) \\
r_r &= R'_r \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right) + R''_r \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha x - \gamma z}{\omega}\right) \\
u_\delta &= e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left[\Delta'_r \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + \Delta''_r \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right] \\
u_\varrho &= e^{+\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\left[P'_r \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right) + P''_r \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x \;\; \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right] \\
w_\delta &= -e^{-\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\frac{\gamma_1\alpha_1}{\beta_1^2+\gamma_1^2}\left[(\Delta'_r\gamma_1 - \Delta''_r\beta_1)\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right. \\
&\qquad\left. + (\Delta'_r\beta_1 + \Delta''_r\gamma_1)\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x + \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right] \\
w_\delta &= +e^{+\frac{\beta_1 z}{\tau\omega_1}}\frac{\alpha_1\gamma_1}{\beta_1^2+\gamma_1^2}\left[(P'_r\gamma_1 - P''_r\beta_1)\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right. \\
&\qquad\left. + (P'_r\beta_1 + P''_r\gamma_1)\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha_1 x - \gamma_1 z}{\omega_1}\right)\right] \\
u_d &= e^{-\frac{\beta'(z-l)}{\tau\omega'}}\gamma'\left[D'_r \sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right. \\
&\qquad\left. + D''_r \cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right] \\
w_d &= -e^{-\frac{\beta'(z-l)}{\tau\omega'}}\frac{\alpha'\gamma'}{\beta'^2+\gamma'^2}\left[(D'_r\gamma' - D''_r\beta')\sin\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right. \\
&\qquad\left. + (D'_r\beta' + D''_r\gamma')\cos\frac{1}{\tau}\left(t - \frac{\alpha' x + \gamma'(z-l)}{\omega'}\right)\right].
\end{aligned}
$$

1) l. c. p. 50.

Die Grenzbedingungen lauten in der vereinfachten, nach den Beobachtungen zulässigen Form [1]):

$$\begin{aligned} &\text{für } z = 0: \quad \overline{u} = \overline{u}_1, \quad \overline{w} = \overline{w}_1 \\ &\text{für } z = l: \quad \overline{u}_1 = \overline{u}'. \quad \overline{w}_1 = \overline{w}'. \end{aligned} \qquad 8.$$

Hieraus folgt wie oben zunächst:

$$\frac{\alpha}{\omega} = \frac{\alpha_1}{\omega_1} = \frac{\alpha'}{\omega'}.$$

Für das Weitere setzen wir:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\gamma_1^2}{\beta_1^2+\gamma_1^2} = \sigma_p, && \frac{\gamma_1\beta_1}{\beta_1^2+\gamma_1^2} = \delta_p \\ &\frac{\gamma'^2}{\beta'^2+\gamma'^2} = \sigma_p', && \frac{\gamma'\beta'}{\beta'^2+\gamma'^2} = \delta_p' \\ &\operatorname{tg}\mu_p = \frac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1+\alpha_1\gamma\sigma_p}, && \operatorname{tg}\nu_p = \frac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1-\alpha_1\gamma\sigma_p} \\ &\operatorname{tg}\mu_p' = \frac{\alpha'\gamma_1\delta_p'+\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1\sigma_p'+\alpha_1\gamma'\sigma_p}, && \operatorname{tg}\nu_p' = -\frac{\alpha'\gamma_1\delta_p'-\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1\sigma_p'-\alpha_1\gamma'\sigma_p} \\ &\frac{l\beta_1}{\tau\omega_1} = k, && \frac{l\gamma_1}{\tau\omega} = h. \end{aligned}\right| \qquad 9.$$

Dann drücken sich die Componenten der reflectirten Intensitäten parallel und normal zur Einfallsebene durch dieselben Formeln aus, die früher in einem speciellen Falle gefunden worden waren.

Man erhält nämlich Folgendes:

$$\left.\begin{aligned} \Pi R' &= E[(\sin^2\nu' e^{+2k} + \sin^2\mu' e^{-2k})\sin\mu\sin\nu\cos(\mu+\nu) \\ &\qquad -(\sin^2\nu+\sin^2\mu)\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu'+\nu')] \\ \Pi R'' &= -E[(\sin^2\nu' e^{+2k} - \sin^2\mu' e^{-2k})\sin\mu\sin\nu\sin(\mu+\nu) \\ &\qquad -(\sin^2\nu-\sin^2\mu)\sin\mu'\sin\nu'\sin(2h+\mu'+\nu')] \end{aligned}\right| \qquad 10.$$

worin

$$\begin{aligned} \Pi &= \sin^2\nu\sin^2\nu' e^{+2k} + \sin^2\mu\sin^2\mu' e^{-2k} \\ &\qquad - 2\sin\mu\sin\nu\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu+\mu'+\nu+\nu'). \end{aligned}$$

Hieraus folgt dann die resultirende Intensität:

1) l. c. Jahrgang 1884, p. 152.

11.

$$R^2 = R'^2 + R''^2$$

$$= E^2 \frac{(\sin\mu \sin\nu' e^{+k} - \sin\mu' \sin\nu e^{-k})^2 + 4 \sin\mu \sin\nu \sin\mu' \sin\nu' \sin^2 \tfrac{1}{2}[2h + (\mu'+\nu') - (\mu+\nu)]}{(\sin\nu \sin\nu' e^{+k} - \sin\mu \sin\mu' e^{-k})^2 + 4 \sin\mu \sin\nu \sin\mu' \sin\nu' \sin^2 \tfrac{1}{2}[2h + (\mu'+\nu') - \mu+\nu)]}$$

und die bei der Reflexion stattfindende Verzögerung der Phase ε durch

$$\operatorname{tg} \varepsilon = -\frac{R''}{R'}$$

$$= \frac{(\sin^2\nu' e^{+2k} - \sin^2\mu' e^{-2k}) \sin\mu \sin\nu \sin(\mu+\nu) - (\sin^2\nu - \sin^2\mu) \sin\mu' \sin\nu' \sin(2h + \mu'+\nu')}{(\sin^2\nu' e^{+2k} + \sin^2\mu' e^{-2k}) \sin\mu \sin\nu \cos(\mu+\nu) - (\sin^2\nu + \sin^2\mu) \sin\mu' \sin\nu' \cos(2h + \mu'+\nu')}.$$

Setzt man an E, R', R'', μ, ν, μ', ν' und Π die Indices s oder p, so erhält man die für die senkrecht oder parallel der Einfallsebene schwingenden Componenten geltenden Formeln.

Für die Discussion dieser Resultate in speciellen Fällen ist nun zu erinnern, daß α und γ Sinus und Cosinus des Einfallswinkels der im ersten Medium einfallenden Wellenebene sind. Für dieses Medium ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω gegeben zu denken.

Das zweite, absorbirende Medium ist durch zwei Constanten A_1 und C_1 definirt, die neben der in allen Medien gleichen Dichte des Aethers M in Formel (5.) auftreten. Statt ihrer ist früher von mir als anschaulicher eingeführt der Absorptionscoëfficient $\varkappa_1$ dieses Mediums und sein Brechungscoëfficient n_1 gegen das erste (durchsichtige) Medium oder auch gegen den leeren Raum. Letzteres ist hier vorzuziehen. Dabei ist der Brechungscoëfficient n_1 oder n' definirt als das Verhältniß der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω_0 einer ebenen Welle mit durchweg gleicher Amplitude im leeren Raum zu derjenigen ω_1 oder ω' im absorbirenden Medium. Diese Geschwindigkeiten folgen zusammen mit den Absorptionscoëfficienten aus den Gleichungen:

12.

$$\begin{aligned} M\omega_1^2 &= A_1(1-\varkappa_1^2) + 2C_1\varkappa_1 \\ 0 &= C_1(1-\varkappa_1^2) - 2A_1\varkappa_1 \\ M\omega'^2 &= A'(1-\varkappa'^2) + 2C'\varkappa' \\ 0 &= C'(1-\varkappa'^2) - 2A'\varkappa'. \end{aligned}$$

Aus dem soeben definirten α folgt nun α_1 und α' nach:

$$\frac{\alpha}{\omega} = \frac{\alpha'}{\omega'} = \frac{\alpha_1}{\omega_1},$$

oder nach:

$$an = \alpha' n' = \alpha_1 n_1; \qquad 13.$$

aus α_1 und α' aber β_1, γ_1 und β', γ' durch:

$$\left.\begin{aligned} 2\gamma_1^2 &= \sqrt{4\varkappa_1^2 + (1-\alpha_1^2-\varkappa_1^2)^2} + (1-\alpha_1^2-\varkappa_1^2) \\ 2\beta_1^2 &= \sqrt{4\varkappa_1^2 + (1-\alpha_1^2-\varkappa_1^2)^2} - (1-\alpha_1^2-\varkappa_1^2) \\ 2\gamma'^2 &= \sqrt{4\varkappa'^2 + (1-\alpha'^2-\varkappa'^2)^2} + (1-\alpha'^2-\varkappa'^2) \\ 2\beta'^2 &= \sqrt{4\varkappa'^2 + (1-\alpha'^2-\varkappa'^2)^2} - (1-\alpha'^2-\varkappa'^2) \end{aligned}\right| \qquad 1,$$

woraus folgt:

$$\begin{aligned} \gamma_1\beta_1 &= \varkappa_1 \\ \gamma'\beta' &= \varkappa', \end{aligned}$$

und diese Werthe sind eingesetzt zu denken in die Formeln (5.) und (9.), die unter Benutzung der Werthe $\varkappa$ und ω lauten:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{\gamma_1^2(1-\varkappa_1^2)+2\varkappa_1^2}{\gamma_1^2(1+\varkappa^2)^2}, & \delta_s &= \frac{\varkappa_1(2\gamma_1^2+\varkappa_1^2-1)}{\gamma_1^2(1+\varkappa_1^2)^2} \\ \sigma_p &= \frac{\gamma_1^2}{\gamma_1^2+\beta_1^2}, & \delta_p &= \frac{\varkappa_1}{\gamma_1^2+\beta_1^2} \\ \sigma'_s &= \frac{\gamma'^2(1-\varkappa'^2)+2\varkappa'^2}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2}, & \delta'_s &= \frac{\varkappa'(2\gamma'^2+\varkappa'^2-1)}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2} \\ \sigma'_p &= \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2+\beta'^2}, & \delta'_p &= \frac{\varkappa'}{\gamma'^2+\beta'^2}. \end{aligned}\right| \qquad 15.$$

Fügt man hierzu die Formeln (5.) und (9.), die μ, ν, μ', ν' definiren, so ist alles für die Anwendung Nöthige zusammengestellt.

Denkt man eines der absorbirenden Medien durchsichtig geworden, so hat man für dasselbe

$$\varkappa = 0$$

zu setzen.

Die Wurzelgrößen in (14.) werden dann zweideutig; ist z. B. $\varkappa_1 = 0$, so hat man die Vorzeichen so zu wählen, daß γ_1^2 und β_1^2 positiv werden. Findet gewöhnliche Reflexion statt, so ist $\alpha_1 < 1$ und man hat das positive Vorzeichen zu wählen, vermöge dessen

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 &= 1-\alpha_1^2 \\ \beta_1^2 &= 0 \end{aligned} \qquad 16.$$

wird; findet totale Reflexion, so ist $\alpha_1 > 1$; es gilt hier das negative Zeichen, welches:

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 &= 0 \\ \beta_1^2 &= \alpha_1^2 - 1 \end{aligned} \qquad 17.$$

macht

1. Fall. Drei durchsicht
beiden Grenzen des mittleren,

Hier sind alle $\sigma = 1$, al
Demzufolge sind auch all

18.
$$\operatorname{tg}\mu_s/\operatorname{tg}\nu_s = \sin\mu_s/\sin$$
$$\operatorname{tg}\mu'_s/\operatorname{tg}\nu'_s = \sin\mu'_s/\sin$$
$$\operatorname{tg}\mu_p/\operatorname{tg}\nu_p = \sin\mu_p/\sin$$
$$\operatorname{tg}\mu'_p/\operatorname{tg}\nu'_p = \sin\mu'_p/\sin$$

Hierbei sind die Größen r die
bezügliche Grenze die Amplitud
fallsebene einfällt. Setzt man
hält man

19.
$$R' = E\,\frac{(1+r'^2)r}{1+r^2}$$
$$R'' = E\,\frac{(1-r^2}{1+r^2r'^2}$$
$$R^2 = R'^2 + R''^2 =$$

Letzteres ist die bekannte F
sichtigen Lamelle reflective Intens
ponenten parallel und normal z
Index p oder s angefügt wird.
rung ε der reflectirten Welle:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = -\frac{(1}{(1+r'^2)}$$

2. Fall. Drei durchsichtige
zweiten Grenze, $\varkappa_1 = \varkappa' = 0$.

Hier ist: $\beta_1 = 0$, also $k = 0$, u
ferner $\sigma_s = 1$, $\delta_s = 0$; $\sigma_p = 1$,

$$\sigma'_s\gamma' = 0 \quad \delta'_s\gamma' = -\beta';$$

20.
$$\operatorname{tg}\mu_s/\operatorname{tg}\nu_s = \sin\mu_s/\sin\nu_s =$$
$$\operatorname{tg}\mu'_s = \operatorname{tg}\nu'_s = -\frac{\alpha'}{\alpha_1\gamma}$$
$$\operatorname{tg}\mu_p/\operatorname{tg}\nu_p = \sin\mu_p/\sin\nu_p =$$
$$\operatorname{tg}\mu'_p = \operatorname{tg}\nu'_p = +\frac{\alpha'\gamma_1}{\alpha_1\beta'}$$

Durch das Einsetzen dieser Werthe in (10.) und (11.) folgt:

$$\left.\begin{aligned} R' &= E\frac{2r-(1+r^2)\cos 2(h+\nu')}{1+r^2-2r\cos 2(h+\nu')} \\ R'' &= E\frac{(1-r^2)\sin 2(h+\nu')}{1+r^2-2r\cos 2(h+\nu')} \\ R^2 &= R'^2+R''^2 = E^2. \end{aligned}\right| \qquad 21.$$

Hier tritt also immer die volle einfallende Intensität im reflectirten Lichte auf, aber die Componenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene sind in verschiedener Weise verzögert. Ihre Verzögerungsdifferenz ist ein Object für die Beobachtung.

Man bemerkt leicht die Verwandtschaft dieser Schlußformeln mit denen des vorigen Falles.

3. Fall. Drei durchsichtige Medien, totale Reflexionen an der ersten Grenze. $\varkappa_1 = \varkappa' = 0.$

Hier ist $\gamma_1 = 0$, also $h = 0$, und $\beta' = 0$,

ferner

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_s\gamma_1 = 0, \quad \delta_s\gamma_1 = -\beta_1, \quad \frac{\sigma_p}{\gamma_1} = 0, \quad \frac{\delta_p}{\gamma_1} = \frac{1}{\beta_1}, \\ &\sigma'_s = 1, \quad \delta'_s = 0, \quad \sigma'_p = 1, \quad \delta'_p = 0, \\ &\operatorname{tg}\mu_s = \operatorname{tg}\nu_s = -\frac{\alpha_1\beta_1}{\alpha\gamma}, \quad \mu_s = \nu_s \\ &\operatorname{tg}\mu'_s = \operatorname{tg}\nu'_s = -\frac{\alpha_1\beta_1}{\alpha'\gamma'}, \quad \mu'_s = \nu'_s \\ &\operatorname{tg}\mu_p = \operatorname{tg}\nu_p = \frac{\alpha_1\gamma}{\alpha\beta_1}, \quad \mu_p = \nu_p \\ &\operatorname{tg}\mu'_p = \operatorname{tg}\nu'_p = \frac{\alpha_1\gamma'}{\alpha'\beta_1}, \quad \mu'_p = \nu'_p. \end{aligned}\right| \qquad 22.$$

Dies giebt in (10.) und (11.) eingesetzt:

$$\left.\begin{aligned} R' &= E\frac{(e^{+2k}+e^{-2k})\cos 2\nu - 2\cos 2\nu'}{(e^{+2k}+e^{-2k})-2\cos 2(\nu+\nu')} \\ R'' &= -E\frac{(e^{+2k}-e^{-2k})\sin 2\nu}{(e^{+2k}+e^{-2k})-2\cos 2(\nu+\nu)} \\ R^2 &= R'^2+R''^2 = E^2\frac{(e^{+k}-e^{-k})^2+4\sin^2(\nu'-\nu)}{(e^{+k}-e^{-k})^2+4\sin^2(\nu'+\nu)} \end{aligned}\right| \qquad 23.$$

also sehr einfache Formeln, die sich in die früheren von mir aufgestellten und diskutirten [1]) verwandeln, wenn man die obigen Werthe

1) l. c. Jahrgang 1884, p. 56 und 59.

für μ und ν einsetzt. Sie geben keine mit der Dicke der Schicht periodisch wechselnde Intensitäten R^2.

4. Fall. Das erste und zweite Medium ist durchsichtig, das dritte absorbirt, $\varkappa_1 = 0$. Gewöhnliche Reflexion an der ersten Grenze.

Hier ist $\beta_1 = 0$ also $k = 0$, aber γ' und β' von Null verschieden; also giebt sich:

24.
$$\left|\begin{array}{l}
\sigma_s = 1,\quad \delta_s = 0,\quad \sigma_p = 1,\quad \delta_p = 0,\quad \mu_s = \nu_s = \mu_p = \nu_p = 0\\[4pt]
\sigma_s' = \dfrac{\gamma'^2(1-\varkappa'^2)+2\varkappa'^2}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2},\quad \delta_s' = \dfrac{\varkappa'(2\gamma'^2+\varkappa'^2-1)}{\gamma'^2(1+\varkappa'^2)^2}\\[4pt]
\sigma_p' = \dfrac{\gamma'^2}{\gamma'^2+\beta'^2},\quad \delta_p' = \dfrac{\varkappa'}{\gamma'^2+\beta'^2}\\[4pt]
\operatorname{tg}\mu_s/\operatorname{tg}\nu_s = \sin\mu_s/\sin\nu_s = (\alpha\gamma-\alpha_1\gamma_1)/(\alpha\gamma+\alpha_1\gamma_1) = r_s\\[4pt]
\quad\operatorname{tg}\mu_s' = \dfrac{\alpha'\gamma'\delta_s'}{\alpha_1\gamma_1+\alpha'\gamma'\sigma_s'},\quad \operatorname{tg}\nu_s' = \dfrac{\alpha'\gamma'\delta_s'}{\alpha_1\gamma_1-\alpha'\gamma'\sigma_s'}\\[4pt]
\operatorname{tg}\mu_p/\operatorname{tg}\nu_p = \sin\mu_p/\sin\nu_p = (\alpha\gamma_1-\alpha_1\gamma)/(\alpha\gamma_1+\alpha_1\gamma) = r_p\\[4pt]
\quad\operatorname{tg}\mu_p' = \dfrac{\alpha'\gamma_1\delta_p'}{\alpha_1\gamma'+\alpha'\gamma_1\sigma_p'},\quad \operatorname{tg}\nu_p' = \dfrac{\alpha'\gamma_1\delta_p'}{\alpha_1\gamma'-\alpha'\gamma_1\sigma_p'}.
\end{array}\right.$$

Die Formeln (10.) und (11.) werden also:

25.
$$\left|\begin{array}{l}
R' = E\,\dfrac{(\sin^2\nu'+\sin^2\mu')r-(1+r^2)\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu'+\nu')}{\sin^2\nu'+r^2\sin^2\mu'-2r\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu'+\nu')}\\[6pt]
R'' = E\,\dfrac{(1-r^2)\sin\mu'\sin\nu'\sin(2h+\mu'+\nu')}{\sin^2\nu'+r^2\sin^2\mu'-2r\sin\mu'\sin\nu'\cos(2h+\mu'+\nu')}\\[6pt]
R^2 = R'^2+R''^2\\[4pt]
\quad = E^2\,\dfrac{(r\sin\nu'-\sin\mu')^2+4r\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\frac{1}{2}(2h+\mu'+\nu')}{(\sin\nu'-r\sin\mu')^2+4r\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\frac{1}{2}(2h+\mu'+\nu')}.
\end{array}\right.$$

Diese Formeln gelten beispielsweise für die Newtonschen Ringe, die man beim Auflegen einer Glaslinse auf eine plane Metallplatte erhält. Die Maxima und Minima der Intensität entsprechen den Werthen $2h+\mu'+\nu'$ gleich $2i\pi$ oder $(2i+1)\pi$.

5. Fall. Das erste und zweite Medium ist durchsichtig, das dritte absorbirt, $\varkappa_1 = 0$. Totale Reflexion an der ersten Grenze.

Hier ist $\gamma_1 = 0$, also $h = 0$; β' und γ' von Null verschieden. Man hat daher:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{,}\gamma_1 = 0, \quad \delta_{,}\gamma_1 = -\beta_1, \quad \frac{\sigma_p}{\gamma_1} = 0, \quad \frac{\delta_p}{\gamma_1} = \frac{1}{\beta_1} \\
&\sigma_{,}' = \frac{\gamma'^2(1-x'^2)+2x'^2}{\gamma'^2(1+x'^2)^2}, \quad \delta_{,}' = \frac{x'(2\gamma'^2+x'^2-1)}{\gamma'^2(1+x'^2)^2} \\
&\sigma_p' = \frac{\gamma'^2}{\gamma'^2+\beta'^2}, \quad \delta_p' = \frac{x'}{\gamma'^2+\beta'^2} \\
&\operatorname{tg}\mu_{,} = \operatorname{tg}\nu_{,} = -\frac{\alpha_1\beta_1}{\alpha\gamma}, \quad \mu_{,} = \nu_{,} \\
&\operatorname{tg}\mu_{,}' = \frac{\alpha'\gamma'\delta_{,}'-\alpha_1\beta_1}{\alpha'\gamma'\sigma_{,}'}, \quad \operatorname{tg}\nu_{,}' = -\frac{\alpha'\gamma'\delta_{,}'+\alpha_1\beta_1}{\alpha'\gamma'\sigma_{,}'} \\
&\operatorname{tg}\mu_p = \operatorname{tg}\nu_p = \frac{\alpha_1\gamma}{\alpha\beta_1}, \quad \mu_p = \nu_p \\
&\operatorname{tg}\mu_p' = \frac{\alpha'\beta_1\delta_p'+\alpha_1\gamma'}{\alpha'\beta_1\sigma_p'}, \quad \operatorname{tg}\nu_p' = -\frac{\alpha'\beta_1\delta_p'-\alpha_1\gamma'}{\alpha'\beta_1\sigma_p'}.
\end{aligned}\right\} \quad 26.$$

Also ist:

$$\left.\begin{aligned}
R' &= E\frac{(\sin^2\nu' e^{+2k}+\sin^2\mu' e^{-2k})\cos 2\nu - 2\sin\mu'\sin\nu'\cos(\mu'+\nu')}{\sin^2\nu' e^{2k}+\sin^2\mu' e^{-2k} - 2\sin\mu'\sin\nu'\cos(2\nu+\mu'+\nu')} \\
R'' &= E\frac{(\sin^2\nu' e^{+2k}-\sin^2\mu' e^{-2k})\sin 2\nu}{\sin^2\nu' e^{2k}+\sin^2\mu' e^{-2k} - 2\sin\mu'\sin\nu'\cos(2\nu+\mu'+\nu')} \\
R^2 &= R'^2 + R''^2 \\
&= E^2\frac{(\sin\nu' e^{+k}-\sin\mu' e^{-k})^2+4\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\left(\frac{\mu'+\nu'}{2}-\nu\right)}{(\sin\nu' e^{+k}-\sin\mu' e^{-k})^2+4\sin\mu'\sin\nu'\sin^2\left(\frac{\mu'+\nu'}{2}+\nu\right)}.
\end{aligned}\right\} \quad 27.$$

Diese Gesetze bestimmen die Erscheinung, die man erhält, wenn man ein rechtwinkliches Glasprisma mit seiner convex geschliffenen Hypothenusenfläche auf einen ebenen Metallspiegel legt. Farbenringe treten hier nicht auf.

6. Fall. Das erste und dritte Medium ist durchsichtig, das zweite absorbirt ($x' = 0$). Gewöhnliche Reflexion an der zweiten Grenze. $\beta' = 0$, γ_1 und β_1 von Null verschieden.

$$\begin{aligned}
&\sigma_{,} = \frac{\gamma_1^2(1-x_1^2)+2x_1^2}{\gamma_1^2(1+x_1^2)^2}, \quad \delta_{,} = \frac{x_1(2\gamma_1^2+x_1^2-1)}{\gamma_1^2(1+x_1^2)^2} \\
&\sigma_{,}' = 1, \quad \delta_{,}' = 0 \\
&\sigma_p = \frac{\gamma_1^2}{\gamma_1^2+\beta_1^2}, \quad \delta_p = \frac{x_1}{\gamma_1^2+\beta_1^2} \\
&\sigma_p' = 1, \quad \delta_p' = 0
\end{aligned}$$

28.
$$\left|\begin{aligned}
\operatorname{tg}\mu_s &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma+\alpha_1\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu_s &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma-\alpha_1\gamma_1\sigma_s}\\
\operatorname{tg}\mu'_s &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha'\gamma'+\alpha_1\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu'_s &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha'\gamma'-\alpha_1\gamma_1\sigma_s}\\
\operatorname{tg}\mu_p &= \frac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1+\alpha_1\gamma\sigma_p}, & \operatorname{tg}\nu_p &= \frac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1-\alpha_1\gamma\sigma_p}\\
\operatorname{tg}\mu'_p &= \frac{\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1+\alpha_1\gamma'\sigma_p}, & \operatorname{tg}\nu'_p &= \frac{\alpha_1\gamma'\delta_p}{\alpha'\gamma_1-\alpha_1\gamma'\sigma_p}.
\end{aligned}\right.$$

Die Formeln (10.) und (11.) vereinfachen sich hier nicht. Das Resultat ist mit dem früher[1]) mitgetheilten identisch.

7. Fall. Das erste und dritte Medium ist durchsichtig, das zweite absorbirt ($\varkappa' = 0$). Totale Reflexionen der zweiten Grenze. Hier ist $\gamma' = 0$, γ_1 und β_1 von Null verschieden.

$$\sigma_s = \frac{\gamma_1^2(1-\varkappa_1^2)+2\varkappa_1^2}{\gamma_1^2(1+\varkappa_1^2)^2}, \quad \delta_s = \frac{\varkappa_1(2\gamma_1^2+\varkappa_1^2-1)}{\gamma_1^2(1+\varkappa_1^2)^2}$$

$$\sigma_p = \frac{\gamma_1^2}{\gamma_1^2+\beta_1^2}, \quad \delta_p = \frac{\varkappa_1}{\gamma_1^2+\beta_1^2}$$

$$\sigma'_s\gamma' = 0, \quad \delta'_s\gamma' = -\beta', \quad \frac{\sigma'_p}{\gamma'} = 0, \quad \frac{\delta'_p}{\gamma'} = \frac{1}{\beta'}.$$

Also folgt:

29.
$$\left|\begin{aligned}
\operatorname{tg}\mu_s &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma+\alpha_1\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu_s &= \frac{\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha\gamma-\alpha_1\gamma_1\sigma_s}\\
\operatorname{tg}\mu'_s &= -\frac{\alpha'\beta'-\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha_1\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu'_s &= -\frac{\alpha'\beta'+\alpha_1\gamma_1\delta_s}{\alpha_1\gamma_1\sigma_s}\\
\operatorname{tg}\mu_p &= \frac{\alpha_1\gamma\delta_s}{\alpha\gamma_1+\alpha\gamma_1\sigma_s}, & \operatorname{tg}\nu_p &= \frac{\alpha_1\gamma\delta_p}{\alpha\gamma_1-\alpha_1\gamma\sigma_p}\\
\operatorname{tg}\mu'_p &= \frac{\alpha'\gamma_1+\alpha_1\beta'\delta_p}{\alpha_1\beta'\sigma_p}, & \operatorname{tg}\nu'_p &= \frac{\alpha'\gamma_1-\alpha_1\beta'\delta_p}{\alpha_1\beta'\sigma_p}.
\end{aligned}\right.$$

Die Formeln (10.) und (11.) bleiben auch in diesem Falle ungeändert, nur die Bedeutung der μ, ν etc. ist eine andere.

Schließlich würde als

8. Fall der allgemeinste bleiben, daß das zweite und dritte Medium absorbirt, welches z. B. beim Ueberziehen eines Metalles mit einer dünnen Schicht eines andern (versilbern, vergolden) stattfindet.

Göttingen, September 1886.

---

1) l. c. Jahrgang 1885 p. 50 u. f.

Noch einmal אֵל

Von

Paul de Lagarde.

Herr Professor RSDriver in Oxford hat die Güte gehabt, den ersten Druck des oben 147 über eine Stelle in RPSmiths thesaurus Mitgetheilten zur Kenntnis des Herrn DSMargoliouth (von New College, Oxford) zu bringen, und Herr Margoliouth ist so freundlich gewesen, die von mir citierte Stelle der Handschrift Marsh 361 auszuziehen.

Herr Margoliouth schrieb mir unter dem 9 August 1886:

> It is the habit of the scribe of this MS. to leave a vacant space enclosed with straight lines between the end of one homily and the commencement of another. In this case some reader has filled the space with the note to which Dr. Payne Smith alludes: it has no connexion, I believe, with either homily.
>
> Dr. Driver tells me that the passage quoted from the grammar occurs in the edition of Bertheau p. 3 l. 22.

Leider kann ich die Punkte der syrischen Wörter mit unsern Typen nicht übermäßig genau wiedergeben: ich muß mithin auf die Nachsicht meiner Leser rechnen.

so

ܢܦܝܩܘܬܐ ܐܝܠܐ ܡܢ ܕܝܥܬܐ

so اشراق نحو والصرف

ܘܗܠܝܢ ܬܡܢܝܐ ܙܘ̈ܥܐ ܕܟܠܗܝܢ ܡ̈ܠܐ ܡܬܚܫܚܢ

دكات نقط ܢܘܩܙܐ ܒܫܘܝܘ ܚܡܫܐ . ܐܝܟܢܐ ܕܒܡܘܥܕܐ

خمس بالسوية كما في الوعد

[✿]

Analyse der alten arabischen Typen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften.

Von

Paul de Lagarde.

Die arabischen Typen, die der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften gehören, haben IDMichaelis, IGEichhorn, ThTychsen, HEwald, FWüstenfeld und mir, außerdem anderen Gelehrten gedient, die nicht in näherer Beziehung zur Georgia-Augusta gestanden haben. Jeder Fachgenosse kennt sie aus FWüstenfelds 1860 erschienenem Ibn Hišâm. Ich habe 1876 in meinem noch von keinem lebenden Menschen gebrauchten Buche Psalterium Iob Proverbia arabice zwei meiner vier Psalterübersetzungen und die Eine meiner zwei Versionen des Iob mit ihnen gedruckt: als ich das mir von Ciasca überlassene *Διὰ τεσσάρων* herausgeben wollte, versagten sie den Dienst.

Mit Rücksicht darauf, daß sie sich vorzüglich bewährt haben — sie dauerten aus IIReiskes Tagen in die unsrigen herüber — hat auf meinen Antrag die königliche Gesellschaft der Wissenschaften unsern Genossen Victor Meyer gebeten, die Typen zu analysieren. Möglich ist ja, daß die Art der Zusammensetzung sich neueren Gießern empfehlen wird, falls sie dauerhafte Waare zu liefern in ihrem Interesse finden.

Victor Meyer schreibt mir:

Die Analyse der Lettern, unter Aufsicht des Assistenten Professor Jannasch von Herrn Studiosus Knövenagel ausgeführt, ergab:

Erste Analyse (nach der Methode von Bunsen)

Blei:	91,8:
Antimon:	9,8:
Kupfer: }	Spuren.
Eisen: }	

Zweite Analyse (nach der Methode von Classen)

Blei:	91,5:
Antimon:	9,1:
Kupfer: }	Spuren.
Eisen: }	

Gießer, die sich mit der Herstellung arabischer und syrischer Typen abgeben, mache ich bei dieser Gelegenheit auf das Ernstlichste darauf aufmerksam — die in Rede stehende arabische Schrift braucht man nur anzusehen, um zu begreifen, wie wichtig meine Mahnung ist — auf die Verbindungslinien der Typen die äußerste Sorgfalt zu verwenden. Dieselben müssen lang angegossen sein, und vorzüglich

auf einander passen. Zwischengelegte lose Verbindungslinien hat der Teufel erfunden: sie geben zu nichts als Verdruß für den Corrector und den Setzer Anlaß, und sind, wie alles Schlechte, nebenbei noch grausam häßlich.

ذو الشرى = אַבְרָהָם

Von

Paul de Lagarde.

Des Herrn BStade Zeitschrift für die alttestamentliche Wissenschaft halte ich selbst, lese sie aber gewöhnlich erst, nachdem ein Band gebunden vor mir liegt. So bin ich auch erst jetzt darauf aufmerksam geworden, daß im sechsten Jahrgange dieser Zeitschrift 16 Herr Eduard Meyer, derselbe, der in Harnacks theologischer Literaturzeitung 1886, Spalte 337, auf mein Neugriechisches aus Kleinasien 6 eine sehr gebotene Rücksicht nimmt, berichtet, vor Jahren habe sein Freund JHMordtmann halb im Scherze die Behauptung aufgestellt, Abraham sei identisch mit dem nabatäischen Gotte Dusares . . . . . »die Wohnsitze der Nabatäer grenzen ja direkt an das Gebiet, in dem wir Abraham heimisch fanden«.

Ich bemerke hierzu Folgendes.

Ich habe im Sommer 1856 zu Berlin eine Abhandlung zu schreiben angefangen »Götter, Patriarchen und Maidânî«, und in dieser auch שָׂרַי = شرى, und in Folge davon auch ذو الشرى = בַּעַל שָׂרַי = Abraham gesetzt.

Meine Aufmerksamkeit auf den Wortausgang הָ = ־ַי, die in den Symmicta 2 103 gewissen Fachgenossen so heilsam bittere Früchte gezeitigt hat, ist durch mein Interesse für die Gleichung שָׂרַי = شرى geschärft worden.

Ich habe die Gleichung im Mai des Jahres 1877 öffentlich in den armenischen Studien Seite 162 vorgetragen, und Herr ENestle hat in Schürers theologischer Literaturzeitung 1878 Spalte 251 weitere Kreise ganz ausdrücklich auf dieselbe aufmerksam gemacht.

Daß Herr JHMordtmann, der ja allerdings am angeführten Orte nicht selbst das Wort führt, diese armenischen Studien kannte und kennt, ist gewis.

Spiralförmige Wirbel in Flammen.

Von

W. Holtz.

Vor einigen Jahren beschrieb ich einen Versuch, wie man mittelst zweier gegen einander gerichteten Gasflammen eigenthümliche spiralförmige Wirbel erzeugen könne[1]). Es ist mir inzwischen gelungen, ganz ähnliche Erscheinungen in einer einzigen Flamme mittelst des von ihr selbst erzeugten Luftstromes zu gewinnen. Ein 10 cm langes, 2—3 cm weites Rohr, am besten von Metall, senkrecht an dem einen Arme eines Stativs befestigt, ist unten durch einen Stöpsel verschlossen. In der Mitte des Stöpsels und mit seiner oberen Fläche abschneidend sitzt ein kurzes enges Rohr, daß durch einen Gummischlauch mit der Gasleitung verbunden ist. Das in dem weiten Rohre langsam aufsteigende Gas wird oben angezündet und der Zufluß so geregelt, daß eine niedrige, bläuliche Flamme entsteht. Hiernach wird ein möglichst langes, 3—4 cm weites Glasrohr, oder ein kürzerer Glascylinder, welcher durch ein Papprohr verlängert ist, an dem zweiten Arme desselben Statives so befestigt, daß es das untere Rohr auf eine Länge von 5—8 mm umfaßt. Sofort brennt die Flamme hell und zeigt spiralförmige Wirbel, indem sie an der einen Seite des Rohres aufsteigend ihre Spitze nach innen und zugleich niederwärts biegt. Der Grund ist natürlich, daß wegen des starken Luftstromes an der Peripherie des Metallrohrs in seinem Centrum eine Verdünnung entsteht. Damit der Luftstrom stark genug sei, muß das obere Rohr möglichst lang sein. Je kürzer es ist, um so mehr muß man den Glaszufluß hemmen, damit sich überhaupt die Erscheinung zeigt. Bei ganz kurzen Rohren kommt sie garnicht zu stande, weil bei sehr langsamem Zufluß die Flamme eher erlischt. Die Wirbel können sich sehr verschiedenartig gestalten, je nachdem man den Gaßzufluß ändert, oder das obere Rohr etwas höher oder tiefer stellt, und die Erscheinung ist in ihrem Formwechsel so fesselnd, daß man sie lange ohne zu ermüden betrachten kann. Immer jedoch steigt die Flamme vorzugsweise an einer Seite auf, so daß die Axe des Wirbels gradlinig oder halbkreisförmig wird,



1) Wiedem. Ann. Bd. 12 S. 662.

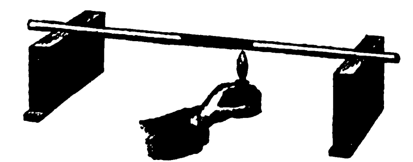
nie an allen Seiten zugleich, so daß ein Wirbel mit vollkommen kreisförmiger Axe entstände. Der Grund ist wohl, daß ein Glasrohr nie ganz rund ist, und daß es nebenbei fast unmöglich ist, beide Rohre genau concentrisch zu stellen.

Ein Vorlesungsversuch über die Adhäsion der Flüssigkeiten.

Von

W. Holtz.

Es ist bekannt, daß sich die Adhäsion der Flüssigkeiten mit der Temperatur ändert. Dies läßt sich auf folgende sehr einfache und zugleich sehr augenfällige Weise demonstriren. Auf zwei Holzklötzchen, in welche eine Nute gefeilt ist, und welche durch untergesetzte Keile leicht etwas höher oder tiefer zu stellen sind, wird eine 5—6 mm weite Glasröhre, in welche zuvor ein kurzer Wasserfaden gebracht ist, so gelegt, daß letzterer in ihrer Mitte ruht. Wird nun das eine Ende des letzteren etwas erwärmt, indem man auf Augenblicke eine Spiritusflamme oder ein Streichhölzchen unter die Röhre bringt, so bewegt er sich sofort von der Erwärmungsstelle abwärts, weil die Adhäsion kleiner, die concave Oberfläche ebener und somit die Oberflächenspannung größer wird. Je weiter die Röhre, um so beweglicher ist der Wasserfaden, und bei um so geringerer Erwärmung tritt die Bewegung ein, nur das in weiteren Röhren der Faden zerfließend schnell an Länge verliert. Ist die Röhre zugleich sehr dünnwandig, so läßt sich schon durch die Wärme des Athems eine Bewegung bewirken. Mit Wasser gelingt der Versuch leichter als mit andern Flüssigkeiten. Bei Quecksilber habe ich, vermuthlich, weil es nicht rein und somit nicht beweglich genug war, überhaupt keine Bewegung erzielen können.



Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

August, September und October.

Acta mathematica 8: 4.
Verhandlungen des Naturhistorisch-medicinischen Vereins in Heidelberg. N. F. Band 3. Heft 5.
Festschrift des Vereins für Naturkunde zu Kassel.
Vorträge und Mittheilungen von G. vom Rath.
Meteorologische Zeitschrift 1886. Heft 8. 9. 10.
Sitzungsberichte d. K. Pr. Akademie d. Wissenschaften zu Berlin. 1886. XXIII. XXIV. XXV. XXVI XXVII. XXVIII. XXIX. XXX. XXXI. XXXII. XXXIII. XXXIV. XXXV. XXXVI. XXXVII. XXXVIII. XXXIX.
Jacobi's Gesammelte Werke. 4. Band, herausgeg. v. K. Weierstraß auf Veranl. d. K. Pr. Akad. d. Wissensch.
Supplementum Aristotelicum. Vol. 1. Pars II. ed. L. Bywater. Auf Veranl. d. K. Pr. Akademie d. Wissensch.
L. Kronecker, Die absolut kleinsten Reste reeller Größen. 1885. 22. 1885. 48.
— Ueber das Dirichlet'sche Integral. 1885. 34.
— Ueber eine bei Anw. der partiellen Integration nützliche Formel. 1885. 38.
— Zur Theorie der elliptischen Functionen. 1885. XXXVIII.
— Ueber den Cauchy'schen Satz. 1885. 38.
— Zur Theorie der elliptischen Funktionen. 1886. XXXIX.
Sitzungsberichte der philolog., philosoph. u. historisch. Classe d. K. Bayr. Akad. d. Wissensch. 1886. Heft 1. 2.
Sitzungsberichte d. mathematisch-physikalischen Classe d. K. Bayr. Akad. der Wissensch. 1886. Heft 1.
Inhaltsverz. d. Sitzungsber. d. phil., philos. u. hist. Classe. Jahrg. 1871—1885.
Inhaltsverz. d. Sitzungsber. d. mathem.-physik. Classe. Jahrg. 1871—1885.
Leopoldina. 13—18.
Verhandlungen d. Kaiserl. Leopoldinisch - Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Band 47, 48.
Ueber einige Anwendungen der Modulsysteme auf elementar-algebraische Fragen von Kronecker.
Ein Satz über Discriminanten-Formen v. Kronecker.
Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. 21. Jahrg. Heft 3.
Genäherte Oerter der Fixsterne. H. Romberg. Publication der Astronomischen Gesellschaft. XVIII.
Sitzungsberichte der naturforschenden Gesellschaft zu Leipzig. 1885.
Berichte über die Verhandl. d. K. S. Ges. d. W. zu Leipzig. 1886. Philol.-hist. Classe. 1.
Ber. üb. d. Verh. d. K. S. Ges. d. Wissensch. zu Leipzig 1886. Mathem.-phys. Classe 1/2 (zwei Ex.) 3/4.
Irmischia. Nr. 1. 2. 3. 4. 1886.
Verhandl. d. historischen Vereins v. Oberpfalz u. Regensburg. 32. Band der neuen Folge.

(Fortsetzung folgt.)

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

19. December. № 19. 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Oeffentliche Sitzung zur Feier des Stiftungstages am 4. December.

Weiland, Rede zum Gedächtniß von Georg Waitz.
Merkel, Rede zum Gedächtniß von Jakob Henle.
Victor Meyer kündigt zwei kleine Abhandlungen an:
1. von K. Krekeler, über die Penthiophengruppe;
2. von V. Meyer, über Thiodiglykolverbindungen.
Voigt kündigt zwei kleine Aufsätze an:
1. Gleichgewicht eines vertikalen Cylinders aus krystallinischer Substanz unter der Wirkung der Schwere;
2. Elastische und thermische Eigenschaften des Basalts.
Jahresbericht des beständigen Sekretärs.

Aus dem Jahresbericht des Sekretärs:

1. Die Preisaufgabe für dies Jahr hatte die Historisch-Philologische Klasse gestellt. Sie lautete:

„*Die K. Gesellschaft der Wissenschaften wünscht eine möglichst vollständige Uebersicht und kritische Erörterung der Versuche, die Nationalitäten Europas, sei es durch wirkliche Volkszählungen nach der Sprache, sei es durch anderweitige Schätzungen numerisch festzustellen, an welche sich ein eigener Versuch, die Bevölkerung Europas etwa im Stande von 1880/81 nach den Nationalitäten zu gliedern, anzuschließen hätte.*“

Es hat sich niemand um den Preis beworben.

2. Die für das Jahr 1887 von der Physikalischen Klasse gestellte ist folgende:

„*Es wird eine eingehende, besonders auch chemische Untersuchung gewünscht 1) des stickstofffreien Reservestoffs, welcher in den*

Samen der gelben und blauen Lupine (muthmaßlich auch anderer Lupinen-Arten) die Stelle des für gewöhnlich in den Samen der Leguminosen enthaltenen Stärkemehls vertritt, sowie 2) der Umwandlung dieses Reservestoffs bei der Keimung."

3. Für das Jahr 1888 verlangt die Mathematische Klasse:

„Daß die von Eisenstein angefangene Untersuchung über den Zusammenhang der quadratischen Zerfällung der Primzahlen mit gewissen Congruenzen für die Fälle, in welchen die von Cauchy und Jacobi angewandten Principien nicht mehr ausreichen (s. Crelle, Journ. f. d. Mathematik. Bd. 37. S. 97 ff.), fortgesetzt und, soweit möglich, zu Ende geführt werde."

4. Für 1889 stellt die Historisch-philologische Klasse folgende Aufgabe:

„In der Erwägung, daß es den einzelnen Forschern zur Zeit unmöglich fällt, einen vollständigen Ueberblick über die arabische Litteratur zu erwerben, da zur Verbuchung des uns zugänglichen Bestandes derselben eine nicht unerhebliche, geflissentliche Arbeit erfordert wird, in der weiteren Erwägung, daß einen Ueberblick über das zum Studium des Arabischen vorhandenen Materials zu besitzen für jeden Semitisten nothwendig ist, verlangt die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

eine von den Anfängen anhebende, bis zu der Zeit, in der die Türken Aegypten eroberten, fortgeführte Uebersicht über Alles, was die Araber und die arabisch schreibenden Angehörigen der islamischen und christlichen Reiche auf dem Gebiete der Litteratur geleistet haben.

Der Ausdruck Litteratur wird hier im weitesten Sinne gebraucht, dessen er fähig ist.

Es bleibt den Bewerbern überlassen, welche Ordnung sie ihrem Berichte geben wollen. Derselbe darf chronologisch oder geographisch gegliedert sein, er darf auch sich nach den Mittelpunkten theilen, um welche die litterarische Bewegung kreist.

Verlangt wird:

I. daß die Nationalität der arabisch schreibenden Schriftsteller thunlichst genau angegeben werde: es ist noch lange nicht bekannt genug, daß die bedeutendsten dieser Schriftsteller nicht Araber, ja nicht einmal Semiten gewesen sind:

II. daß eine, soweit die gedruckten Kataloge eine solche ermöglichen, vollständige Verweisung auf die von jedem einzelnen arabischen Werke uns zur Verfügung stehenden Handschriften der Be-

sprechung der Documente beigefügt, und daß überall auf die einschlagenden Artikel der Zeitschriften hingewiesen werde:

III. daß man sich für Zeitangaben ausschließlich der christlichen Zeitrechnung bediene: die königl. Gesellschaft der Wissenschaften würde jede nach den Jahren der Flucht rechnende Bewerbungsschrift a limine abweisen.

Der Preisträger verpflichtet sich durch die Annahme des Preises, dem Drucke seiner Arbeit ausführliche Register beizugeben, die der Handschrift beizufügen unthunlich sein würde. Ueber die Art, wie diese Register anzulegen sind, wird die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften seiner Zeit auf Wunsch gern ihre Ansicht mittheilen."

Die Concurrenzarbeiten müssen, mit einem Motto versehn, vor Ablauf des Septembers des bestimmten Jahres an die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften portofrei eingesandt werden, begleitet von einem versiegelten Zettel, welcher den Namen und Wohnort des Verfassers enthält und außen mit dem Motto der Schrift versehen ist.

Der für jede dieser Aufgaben ausgesetzte Preis beträgt 500 Rm.

5. Da die von der Wedekindschen Preisstiftung für deutsche Geschichte gestellten Aufgaben in dem Verwaltungszeitraum, der mit dem 13. März d. J. endete, keinen Bewerber gefunden hatten, so konnte an diesem Tage nur der dritte Preis von 1000 Thalern Gold = 3300 Rm. ertheilt werden. Da derselbe nach § 21 der Statuten einem Werke, das vor dem Einsendungstage des laufenden Zeitraums gedruckt erschienen ist, immer nur zur Hälfte ertheilt werden kann, so beschloß der Verwaltungsrath die eine Hälfte (1650 M.) Georg Waitz für seine deutsche Verfassungsgeschichte, deren 8. Bd. 1878 erschienen ist, die zweite Hälfte Wilhelm von Giesebrecht für seine Geschichte der deutschen Kaiserzeit, von der die 1. Abtheilung des 5. Bandes 1880 erschienen ist, zuzuerkennen (vgl. Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften 1886 S. 221 f.)

Die neuen Aufgaben für den am 14. März d. J. begonnenen Verwaltungstzeitraum werden nach § 19 der Statuten am 14. März des nächsten Jahres bekannt gemacht werden.

Das Direktorium der Gesellschaft ist am 1. Oktober von Herrn Professor Wüstenfeld auf Herrn Professor Ehlers übergegangen.

Im Laufe des Jahres verlor die Gesellschaft folgende auswärtige Mitglieder und Korrespondenten:

1) aus der Physikalischen Klasse starb

Martin Websky in Berlin

am 27. November, im 62. Jahre, Korrespondent seit 1884. — Erst spät

haben wir erfahren, daß Wyville Thomson in Edinburgh, Korrespondent seit 1875, schon 1882 gestorben ist.

2) Von den auswärtigen Mitgliedern der Mathematischen Klasse starb

J. J. Malmsten in Upsala

am 11. Februar, im 72. Jahre, Korrespondent seit 1875, ausw. Mitglied seit 1882, und von den Korrespondenten

Barré de Saint-Venan in Vendôme

am 6. Januar, 89 Jahre alt, Korrespondent seit 1884.

3) Schwere Verluste hat die Historisch-philologische Klasse zu beklagen. Von ihren auswärtigen Mitgliedern starben

Samuel Birch in London

am 26. December 1885, im 72. Jahre, ausw. Mitglied seit 1864;

Leopold von Ranke in Berlin

am 23. Mai 1886, im 91. Jahre, seit 1851 ausw. Mitglied;

Georg Waitz in Berlin

am 24. Mai, im 73. Jahre, ord. Mitglied seit 1849, ausw. seit 1876;

Max Duncker in Berlin

am 21. Juli d. J., im 74. Jahre, ausw. Mitglied seit 1874;

von ihren Korrespondenten

L. P. Gachard in Brüssel

am 24. December 1885, im 85. Jahre, seit 1859 Korrespondent;

Joh. Heinrich Müller in Hannover

am 31. Mai 1886, Korrespondent seit 1883.

Außerdem zeigte Herr Prof. Dümmler in Halle, Korrespondent seit 1867, seinen Austritt an, mit der Motivirung, daß der Zusammenhang der Gesellschaft der Wissenschaften mit der philosophischen Fakultät, welche ihm eine Kränkung zugefügt habe, ein zu inniger sei, als daß er der ersten noch länger angehören könne. Die Gesellschaft der Wissenschaften hat von dieser Erklärung mit Bedauern Kenntniß genommen, da sie außer Stand ist einen Zusammenhang zwischen dem Austritt aus der Gesellschaft und einer amtlichen Handlung der philosophischen Fakultät zu erblicken.

Dagegen hat die Gesellschaft der Wissenschaften in ihrer Sitzung vom 27. November

zum auswärtigen Mitglied in der Mathematischen Klasse

Herrn Wilhelm Förster in Berlin, bisher Correspondent seit 1874,

und zu auswärtigen Mitgliedern in der Historisch-philologischen Klasse die Herrn

William Wright in Cambridge, Korrespondent seit 1863;
Wilhelm Wattenbach in Berlin, Korrespondent seit 1865;
Leopold Delisle in Paris, Korrespondent seit 1866;
Theodor von Sickel in Wien, Korrespondent seit 1868,
erwählt.

Zu Korrespondenten hat sie gewählt

1) in der Physikalischen Klasse die Herrn
Ludimar Hermann in Königsberg,
Sven Lovén in Stockholm,
Gustav Retzius in Stockholm,
Ferdinand Zirkel in Leipzig;

2) in der Mathematischen die Herrn
William Lord Rayleigh in Witham (Essex),
Julius Weingarten in Charlottenburg,
J. Boussinesq in Paris,
Georg Frobenius in Zürich;

3) in der Historisch-philologischen die Herrn
Johann Gottfried Wetzstein in Berlin,
Percy Gardner in London,
Charles Piot in Brüssel,
Friedrich Jmhoof-Blumer in Winterthur,
Adolf Köcher in Hannover,
Heinrich Kiepert in Berlin.

Bei der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

August, September und October.

(Fortsetzung.)

Jahrbücher des Nassauschen Vereins für Naturkunde. Jahrg. 39.
Griechische u. römische Metrologie von Dr. H. Nissen.
Ende schlecht, Alles schlecht! v. W. Schlötel.
Zu Domaszewski's Abhandlung über die römischen Fahnen v. Th. Mommsen.
Astronomische Mittheilungen v. Dr. Rud. Wolf. Juni 1886.
Festschrift zur Feier des fünfhundertjährigen Bestehns der Ruperto-Carola dargebr. v. Naturhistorisch-medizinischen Verein zu Heidelberg.
Rhizodendron Oppoliense Göpp beschr. v. Dr. Gust. Stenzel.
Zeitschrift für Naturwissensch. Band LIX. 4. Folge. Band 5. Heft 2.
Dreiundsechzigster Jahres-Bericht der schlesischen Gesellsch. für vaterländische Cultur. 1885.
Archiv des historischen Vereines von Unterfranken und Aschaffenburg. Bd. 29.

Zeitschrift und Jahresbericht für 1885 der deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Band 40. Heft II.
Nachtrag zu den historischen Nachrichten der Familie von Malortie 1872—1886. Zusammengest. v. Ernst v. Malortie.
Abhandlungen der philos.-philol. Classe d. K. B. Akademie der Wissensch. siebzehnten Bandes dritte Abth.
Abh. d. historischen Classe siebzehnten Bandes dritte Abth.
Verhandlungen der naturforschenden Gesellsch. in Basel. Theil 8. Heft 1.
Jahresber. der histor.-antiq. Gellschaft von Graubünden. Jahrg. 1885.
Benedict Fontana und die historische Kritik v. C. Jecklin.
Bulletin des publications nouvelles de la librairie Gauthier-Villars. 1885. III. et IV. Trimestre.
Journal de l'ecole Polytechnique. 55ieme cahier.
Revue de l'histoire des religions. Tome XII. N. 2. 3. Tome XIII. N. 1.
Observations pluviometriques et thermometriques faites dans le département de la Gironde de Juin 1883—Mai 1884, de Juin 1884—Mai 1885.
Rapport sur les orages de 1883 par M. Lespiault.
— — — — — de 1884 — — — —
Mémoires de la société des sciences phys. et naturelles de Bordeaux. Tome II. cahier 1. 1885.
Notice sur les manuscrits du fonds Libri conservés à la Laurentiane par M. Leopold Delisle.
Centenaire de M. Chevreul. Discours prononcés au Museum d'histoire naturelle.
Leopold de Ranke par R. Reuss.
A la mémoire de M. le professeur Georges Waitz par G. Monod et M. Thévenin.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. N. 2. 1886.
Bulletin de la société mathématique de France. Tome XIV. N. 4.
Transactions of the zoological Society of London. Vol. XII. Part. 3.
Journal of the R. microscopical society Aug. and Oct. 1886.
Transactions and proceedings and report of the R. Society of South Australia. Vol. VIII.
Proceedings of the Royal society. Vol. XL. N. 245. Vol. XLI. N. 246.
Monthly notices of the R. astronomical Society. Vol. XLVI. N. 8 and 9.
Proceedings of the scientific meetings of the zoological Society of London for 1886. Part. I and II.
Proceedings of the London mathematical society. N. 265—268. N. 269—271.
Journal of the Linnean Society of London:
Botany. Vol. XXI. N. 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 150.
Zoology. Vol. XIX. N. 109, 110, 111, 112, 113.
Transactions of the Linnean society. Vol. II. Part. 12, 15, 16, 17. Vol. III. Part. 4.
List of the Linnean society of London, session 1885—1886.
Philosophical transactions of the royal society of London. Vol. 176. Part. I and II.
Membres of the royal society 1885—1886.
List of the duplicate periodicals of the R. society.
Contributions to Canadian Palaeontology. Vol. I.
The Canadian record of science. Vol. II. Nr. 3.
Records of the geological survey of India. Vol. XIX. Part. 3.
Sanscrit and Old-Kanarese inscriptions by Fleet.
The history and date of Mihirakula by J. F. Fleet.
A note on the origin of the Gupta Era by J. F. Fleet.
Nature. Vol. 34. N. 874—887.
Report of H. M. S. Challenger. Zoology. Vol. XV, XVI.
Nouveaux mémoires de la société Imp. des naturalistes de Moscou. Tome XV. livr. 4.
Syrische Grabinschriften v. Chwolson. aus Tome XXXIV. N. 4 der Mémoires de l'ac. I. d. sc. d. St. Petersbourg. (2 Exempl.)
Bulletin de l'Académie Imp. des sciences de St. Petersbourg. Tome XXX. N. 4.

Die fossilen Vogel-Knochen der Odessaer-Steppen-Kalksteinbrüche v. Wildhelm.
Mémoires der neuruss. Naturforscherges. in Odessa. Tome XI. Heft I.
Ackererde und Untergrund von Franzenshütte v. Prof. C. Schmidt. Dorpat.
Natuurkundig Zijdschrift voor Nederlandsch-Indië. Deel XLV. Achtste Serie. Deel VI.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 5 Volgreeks. 1. Deel. 4. Aflevering.
Notulen van de Algemene en bestuursvergaderingen van het Bataviaasch Genootschap v. K. u. W. Deel XXIII. Afl. III en IV. Deel XXIV. Afl. I.
Tijdschrift voor Ind. T.- L.- en Volkenkunde. Deel XXX. Afl. 6. Deel XXXI. Afl. 1 en 2.
Archives Neerlandaises des sciennes exactes et naturelles. Tome XXI. livr. 1
Onderzoekingen gedaan in het Physioloogisch Laboratorium. Derde Reeks X. Stuk I.
Nederlandsch Indisch Plakaatboek 1602—1811. Tweede deel.
Boekwerken gebr. i. d. Vergad. o. de Directie d. K. N. Vereinging for het Jaar 1885. (Jan.—Juni.)
Annales de l'École Polytechnique de Delft. 1. et 2. livr.
Bulletin de l'Académie R. des sciences des l. et des beaux arts de Belgique 1886. N. 7. 8.
Publications de la section historique de l'institut R. G.-D. de Luxemburg XXXVII (XV).
Année 1885 XXXVIII (XVI).
Verhandlungen der K. K. zoologisch-botanischen Gesellsch. in Wien. Bd. XXXVI. Quartal 1 u. 2.
Magnetische und meteorologische Beobachtungen der K. K. Sternwarte zu Prag 1885.
Mittheilungen des historischen Vereins für Steiermark. Heft XXXIV.
Beiträge zur Kunde steiermärkischer Geschichtsquellen. Jahrg. 21.
Mittheilungen des Vereins der Aerzte in Steiermark. XXII. Vereinsjahr 1885.
Ungarische Revue. Heft VIII—IX. Jahrgang 6.
Nova Acta regiae soc. scientiarum Upsalensis. Vol. XIII. fasc. 1.
Bulletin mensuel de l'observatoire météorologique de l'université d'Upsal. Vol. XVII.
Revista d. l. Progresos d. l. Sciencias exactas fisicas y naturales. Tomo 21. N. 7. 8. 9. Tomo 22. N. 1.
Atti della R. Accademia dei Lincei, serie quarta. Vol. II. 14. et Vol. II. 2. Semestre. fasc. 1. 2. 3. 4. 5. 6.
Bullettino di Bibliografia e di Storia delle sc. matematiche e fisiche. Tomo XVIII. Agosto, Settembre—Octobre. Novembre—Decembre 1885. Indici degli Articoli e dei novi del tomo XVII. Tomo XIX. Gennajo 1886. Für die Gauss' Bibliothek.
Bollettino delle publicazioni italiane. 1886. 14. 15. 16. 17. 18. 19.
Atti delle R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXI. Disp. 7.
Bollettino dell' osservatorio della Regia Università di Torino. Anno XX. 1885.
Mittheilungen d. K. D. Archaeologischen Instituts in Rom. Römische Abtheilung. Vol. I. fasc. 2.
Atti della società toscana di scienze Naturali. Processi verbali. Vol. V. pag. 95—118.
Bollettino delle opere straniere. N. 3. Maggio-Giugno. N. 4. Luglio—Agosto 1886.
Bulletin of the United States Geological Survey. N. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21; 22. 23. 24. 25. 26.
U. S. Geological survey J. W. Powell. Monographs IX.
U. S. Geological survey. Fifth annual report 1883—84.
Report of the state Geologist giving an account of the condition of the work upon which he is engaged.
Report of the State Geologist. for the year 1882—84.
Notice of the some new and remarkable forms of Crinoidea by James Hall.
Natural history of New-York. Palaeontology. Vol. V. Part. I. Lamellibranchiata I and II Text and plates.

Natural history of New-York. Pala
Part. II Plates.
Contributions to the geological histo
Annual report on the New-York Sta
31. (32 fehlt) 33. 34. 35. 36. 37. a
Washington astronomical and meteor
Transactions of the New-York Acade
Annals of the New-York Academy o
Publications of the Washburn Observ
Bulletin of the Buffalo Society of na
Proceedings of the American Philoso
N. 122.
Bulletin of the California Academy c
Astronomical papers. Vol. III. Part
Proceedings of the Academy of nat
Aug. to December 1885. Part. I. J
Bulletin of the Museum of compara
XII. N. 5.
Twenty-second annual report of the
American journal of Mathematics. V
Bulletin of the American Geograph
1884. N. 5.
Observatorio Nacional Argentino. Vo
Annales de la sociedad Cientifica Arg
Junio 1886. Entrega VI. Tomo XX
Agosto 1886. Entrega II. Tomo X
Verhandlungen des deutschen wissensc
Bolletin del Ministerio de fomento d.
Sieben Bände polnischen Inhalts aus
1) Pamiętnik wydziału filosoficzno
2) Pamiętnik wydz. mat. przyrodn
3) Acta Historica res gestas Polon
4) Zbiór wiadom. do antropologiil
5) Korzon: Wewnętrzne Dzieje Po

Nacl

Jornal de sciencias mathematicas e astro
Thirty-eigth annual report on the Nev
Journal de Mathématiques pures et ap
schitz: Propositions arithmétiques .
Archives Neerlandaises. Tome XIX.
Flora Batava. Livr. 273 et 274.
Sitzungsberichte der philos.-philol.-hist
1886. Heft 2.

Inhalt vo
Jahresbericht des be
Verzeichnis eingegang

Für die Redaction verantwortlich: R
Commissions-Verlag der Dieter
Druck der Dieterich'schen Univ.-

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

29. December. № 20. 1886.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 4. Dezember.

Ueber Thiodiglykolverbindungen.

Von

Victor Meyer.

Vor einiger Zeit[1]) beschrieb ich Versuche, welche auf die Bildung eines geschlossenen Moleküls aus 5 Kohlenstoff- und einem Schwefelatom abzielten. Meine Absicht war, zunächst einen Körper von der Formel:

$$S<\begin{matrix}CH_2-CH_2Cl\\CH_2-CH_2Cl\end{matrix}$$

zu gewinnen, um aus diesem mittelst Natriummalonsäureäthers die Verbindung

$$S<\begin{matrix}CH_2-CH_2\\CH_2-CH_2\end{matrix}>C<\begin{matrix}COOC_2H_5\\COOC_2H_5\end{matrix}$$

zu erhalten.

Um das soeben genannte Chlorid darzustellen, ging ich vom Thiodiglykol

$$S<\begin{matrix}CH_2-CH_2-OH\\CH_2-CH_2-OH\end{matrix}$$

aus. Diese Verbindung erhielt ich aus Aethylenchlorhydrin und einer wässrigen Lösung von Kaliumsulfid, also in derselben Weise, in welcher Carius die Substanz dargestellt hat. Ich glaube aber, daß

1) Berichte d. D. Ch. Ges. 1886 pag. 632.

dieser Forscher den von ihm beschriebenen Körper gar nicht als solchen unter den Händen gehabt hat, denn die Eigenschaften, die er angibt, sind ganz andre, als die, welche ich beobachtet habe. Carius[1]) beschreibt die Substanz als in Wasser unlösliche Krystalle, während ich sie als ein Oel erhielt, das — wie bei einem Glykol zu erwarten — mit Wasser mischbar ist.

Um das Thiodiglykol zu erhalten, versetzt man eine concentrirte wässrige Lösung von Kaliumsulfid K_2S mit Glykolchlorhydrin; die Mischung, welche sich sehr stark erhitzt, wird im Wasserbade eingedampft. Den Rückstand zieht man mit Alkohol aus, welcher Chlorkalium ungelöst läßt und das Glykol beim Verdampfen, noch mit etwas von diesem Salze verunreinigt, hinterläßt. Durch wiederholtes Aufnehmen mit absolutem Alkohol entfernt man das Chlorkalium. Das bei 100° andauernd getrocknete Glykol ist ein fast geruchloser Syrup. —

Mit Dreifachchlorphosphor reagirt der Körper lebhaft. Das Chlorid wurde dem kühl gehaltenen Glykol tropfenweise zugesetzt und die Mischung dann in Eis gegossen, wobei sich ein schweres Oel abschied. Dies, durch Waschen mit Wasser und Alkalien und dann durch Destillation mit Wasserdampf gereinigt, ist das reine

Thiodiglykolchlorid:

$$S\begin{matrix}\diagup CH_2-CH_2Cl\\ \diagdown CH_2-CH_2Cl.\end{matrix}$$

Dasselbe ist ein in Wasser untersinkendes und damit nicht mischbares Oel von sehr schwachem, nicht unangenehm aetherartigem, nur wenig an Schwefelverbindungen erinnernden Geruch. In Eiswasser gestellt, erstarrt es zu zollangen Prismen. Es siedet unter geringer Zersetzung bei 217° C. Die Analyse ergab:

0,1648 g Substanz lieferten 0,2964 g Chlorsilber und 0,2448 g Baryumsulfat.

Berechnet für $SC_4H_8Cl_2$:	Gefunden:
S: 20,12	20,42 %
Cl: 44,65	44,48 %.

Die beabsichtigtigten Arbeiten mit diesem Chloride sind nicht fortgeführt worden, einerseits, weil, wie die nachstehende Abhandlung des Herrn Krekeler zeigt, das erstrebte Ziel auf andrem Wege erreicht worden ist, andrerseits aber wegen der äußerst giftigen Eigenschaften des Körpers, welche zunächst eine Untersuchung in physiologischer Richtung veranlaßten. Es ist höchst auffallend, daß diese anscheinend so harmlose Substanz, welche wenig flüchtig,

1) Liebigs Annalen 124, 263.

in Wasser fast unlöslich, von sehr schwachem Geruche und ganz neutraler Reaction ist, und welche auch nach ihrer chemischen Constitution keineswegs aggressive Eigenschaften erwarten läßt, eine specifisch toxische Wirkung ausübt. Gegen diese scheinen verschiedene Personen sehr verschieden empfindlich zu sein. Ich selbst habe beim andauernden Arbeiten mit dem Körper, ohne daß ich irgend welche Vorsicht anwandte, keine Belästigung verspürt. Dagegen zeigten sich bei einem Praktikanten, welcher die Verbindung darstellte, starke Hautausschläge am ganzen Körper und eine (bald vorübergehende) Augenentzündung.

Daß die Chlorverbindung des Radikals

$$S\begin{matrix}<C_2H_4-\\<C_2H_4-\end{matrix}$$

giftig ist, erscheint um so auffallender, als das Sulfid desselben Radikals, das Diäthylendisulfid:

$$S\begin{matrix}<C_2H_4>\\<C_2H_4>\end{matrix}S$$

welches sehr flüchtig und von höchst unangenehmem Geruche ist (es sublimirt ähnlich dem Naphtalin schon bei gewöhnlicher Temperatur) ganz ohne Wirkung ist, wie ich, nach mehr als einjahrlangem fortdauerndem Arbeiten mit diesem Körper, nunmehr wohl constatiren kann. Denn in Zimmern, welche mit dem Geruch dieses Körpers erfüllt waren, haben sowohl meine Praktikanten als ich dauernd ohne alle Belästigung gearbeitet. Auch bei inniger Berührung mit der Haut hat dieser Körper niemals die geringste schädliche Wirkung geäußert. Ebenso ist das Glykol

$$S\begin{matrix}<CH_2-CH_2-OH\\<CH_2-CH_2-OH\end{matrix}$$

ungiftig.

Ich war anfangs geneigt, die an dem Chlorid beobachteten Wirkungen auf besondere Empfindlichkeit eines Einzelnen zurückzuführen, aber ich wurde eines Besseren belehrt durch Versuche, welche auf meine Bitte im hiesigen physiologischen Institute angestellt wurden. Nach diesen hat die Substanz in hohem Maße gefährliche Eigenschaften, wie die folgenden vorläufigen und sich auf das anscheinend wichtigste beschränkenden Mittheilungen lehren:

Zwei Mal wurde je ein mittelgroßes Kaninchen in einem mittelst kräftigen Luftstroms ventilirten abgeschlossenen Raum 3—4 Stunden gehalten; der Luftstrom passirte vor dem Eintritt in den Raum ein Glasrohr, in welchem sich ein mit dem Chlorid getränkter Streifen Fließpapier befand. Die Thiere wurden unruhig, wischten häufig mit den Pfoten Nase und Schnauze, welche eine eigenthümliche starke Röthung zeigten. Auch die Conjunctiva röthete sich und die

Augen wurden sehr feucht. Die Wasserabgabe von der Haut schien gesteigert. Am folgenden Tage waren beide Augen stark entzündet, die Lider von eitrigem Secret verklebt. Es stellte sich starker Schnupfen ein; die Ohrlöffel schwollen stark an und im Gehörgang zeigte sich eitrige Entzündung. Am Abend des dritten Tages starben die Thiere an über beide Lungen ausgebreiteter heftiger Pneumonie.

Ein sehr kräftiges Kaninchen, welches durch eine Luftröhrenfistel einige Stunden die Dämpfe des Chlorids einathmete, ohne daß diese auf die Körperoberfläche wirkten, starb schon am Abend desselben Tages an ausgebreiteter Pneumonie, so daß gar keine Zeit gelassen war zum Auftreten anderer Erscheinungen.

Kaninchen, denen an der Spitze des Ohrlöffels mit einem feinen Pinsel wenig von dem Chlorid auf die unverletzte Haut gebracht worden war, zeigten an der Applicationsstelle gar keine directe Wirkungen; aber das ganze Ohr schwoll mächtig an und in einem Falle entstand vom Grunde des Gehörganges aus eine profus eitrige Entzündung; ein etwaiges Herabfließen des Mittels in den Gehörgang war ausgeschlossen, theils durch die Geringfügigkeit der aufgepinselten Quantität, theils durch die Application auf der äußern Ohrfläche

In einem Falle, in dem bei Wegnehmen der Haare von der Spitze des Ohrlöffels die Haut aufgeschürft war, bewirkte das hieraufgepinselte Chlorid allerdings vorzugsweise Eiterung an dieser Stelle, jedoch auch unter allgemeiner starker Schwellung des ganzen Ohrs und Augenentzündung.

Nach subcutaner Einverleibung von etwa 2 Tropfen des Chlorids in eine Hautwunde am Rücken eines Kaninchens trat Entzündung beider Augen, sehr starker Schnupfen und am dritten Tage Tod in Folge von Pneumonie ein. An der Applicationsstelle selbst hatte sich keinerlei Wirkung gezeigt.

Da die Dämpfe des Chlorids auch auf die, mit vorstehend kurz berichteten Versuchen Beschäftigten ähnlich nachtheilige Wirkung äußerten, so mußten diese Versuche abgebrochen werden.

Es scheint, daß das Chlorid seine heftig reizenden Wirkungen wenigstens ganz vorwiegend erst nach Aufnahme in's Blut entfaltet. Das Glykol und das Sulfid schienen nach wenigen vorläufigen Versuchen bei Kaninchen unschädlich zu sein. —

In Bezug auf die Schwefelverbindungen des Aethylens habe ich im Laufe des letzten Jahres noch eine Anzahl Beobachtungen gemacht, welche ich hier kurz mittheilen möchte. Es ist bekannt, daß Aethylenbromid mit Schwefelkalium nicht direct Diäthylendisulfid (F. P. 108°, S. P. 200°) liefert, sondern zunächst ein nicht flüchtiges Polymeres desselben, welches ein schneeweißes, amorphes, in den üblichen Lösungsmitteln unlösliches Pulver bildet. Diese Substanz verwandelt sich bei mehrstündigem Sieden mit Phenol und nachherigem Entfernen des Phenols mit Natronlauge glatt in das flüchtige in Alkohol, Aether u. s. w. leicht lösliche Diäthylendisulfid. Wie ich jetzt gefunden habe, existirt aber außer jenem längst bekannten, durch Erhitzen mit Phenol spaltbarem Polymeren ein zweites, welches sich in seinen äußern Eigenschaften von dem ersten in keiner Weise unterscheidet, dennoch aber von demselben total verschieden

ist. Dieses zweite Produkt, ebenfalls ein weißes amorphes, in Wasser, Alkohol, Aether etc. unlösliches Pulver bildet sich, wenn man Aethylenbromid mit concentrirter wässriger Schwefelkaliumlösung längere Zeit zum Sieden erhitzt, während die schon bekannte Modifikation erhalten wird, sobald Aethylenbromid allmählich zu einer alkoholischen Kaliumsulfidlösung gesetzt wird. Daß der neue Körper von dem ältern total verschieden ist, folgt aus dem Umstande, daß er selbst bei tagelangem Kochen mit Phenol keinerlei Veränderungen erleidet. Bis jetzt ist es mir überhaupt nicht gelungen, denselben in Diäthylendisulfid zu verwandeln. Diese neue Modifikation, welche ich, im Gegensatz zu der älteren, als die »nicht spaltbare« [nicht in das einfachere Sulfid umwandelbare] bezeichnen will, kann noch auf andere Weise erhalten werden. Kocht man das oben beschriebene Chlorid längere Zeit mit Schwefelkaliumlösung, so geht es glatt in die neue Verbindung über:

$$S{<}\begin{matrix}C_2H_4Cl\\C_2H_4Cl\end{matrix} + K_2S = 2KCl + S{<}\begin{matrix}C_2H_4\\C_2H_4\end{matrix}{>}S.$$

Es entsteht aber nicht das einfache Sulfid, sondern dasjenige unlösliche Polymere desselben, welches sich beim Kochen mit Phenol in keiner Weise verändern läßt. —

Noch eine weitere Synthese des Diäthylendisulfids sowie seines spaltbaren Polymeren mögen hier erwähnt werden.

Behandelt man Aethylenmercaptan, $C_2H_4{<}\begin{matrix}SH\\SH\end{matrix}$, welches, durchaus conform den Angaben C. Werner's (Z. f. Ch. u. Ph. 1862, 581) ein farbloses, bei 146° siedendes Oel bildet, mit Natriumathylat und Bromäthylen, so findet folgende Reaktion statt:

$$C_2H_4{<}\begin{matrix}S-Na\\S-Na\end{matrix} + C_2H_4Br_2 = 2NaBr + C_2H_4{<}\begin{matrix}S\\S\end{matrix}{>}C_2H_4.$$

Diese Reaktion kann man nach Belieben so leiten, daß entweder das einfache Disulfid oder aber das spaltbare Polymere desselben gebildet wird. Wird das Natriumsalz des Mercaptans mit wenig Alkohol übergossen und die nöthige Menge Aethylenbromid auf ein Mal ohne Abkühlung hinzugefügt, so entsteht unter Selbsterhitzung das Polymere. Wendet man aber das fünfzigfache Gewicht Alkohol als Verdünnungsmittel an und setzt das Aethylenbromid tropfenweise unter guter Abkühlung hinzu, so entsteht das flüchtige und leicht lösliche Diäthylendisulfid. Das im ersteren Falle erhaltene Polymere ist die spaltbare Modification; denn bei mehrstündigem Kochen mit Phenol wurde es glatt in Diäthylendisulfid verwandelt. —

Um Aethylenmercaptan darzustellen, verfährt man am besten folgendermaßen:

45 g fein zerriebenes Aetznatron werden in möglichst wenig Alkohol aufgelöst und durch Sättigen mit Schwefelwasserstoffgas in Natriumsulfhydrat übergeführt. Zu der so erhaltenen alkoholischen Lösung des letzteren werden 50 g Aethylenbromid hinzugesetzt. Ist die augenblicklich eintretende stürmische Reaction, bei welcher der Alkohol ins Sieden geräth und große Mengen Bromnatrium sich ausscheiden, beendet, so wird noch kurze Zeit erhitzt, nach dem Erkalten mit viel Wasser verdünnt und die gesammte Flüssigkeit sofort mit Aether ausgezogen. Die ätherische Lösung hinterließ nach dem Verdunsten des Aethers ein farbloses Oel, welches der Hauptmenge nach aus Dithioglycol (S. P. 146^0) bestand (Ausbeute 60 %). Dabei bilden sich übrigens stets Polythioäthylenglykole, welche sich beim Sieden (das bei dauernd steigende Temperatur bis oberhalb 300^0 erfolgt) unter Schwefelwasserstoffentwicklung immer weiter condensiren. Diese Polythioglykole sind farblose Oele, die sich in Aether lösen, aber auffallender Weise mit Wasser und auch mit Alkohol nicht mischbar sind. —

Die Chemie des Diäthylendisulfids bietet noch manche interessante Punkte, welche aufzuklären ich mich bestrebe. Wie kürzlich mitgetheilt[1]) gibt das Jodmethyladditionsprodukt, desselben mit Silberoxyd und Wasser gekocht, ein flüchtiges Oel, gemäß der Gleichung:

$$S\genfrac{}{}{0pt}{}{<C_2H_4>}{<C_2H_4>}S\genfrac{}{}{0pt}{}{<J}{<CH_3} + AgOH = AgJ + H_2O + C_5H_{10}S_2.$$

Um dies Oel zu erhalten bedarf es, wie ich gefunden habe, nicht des Silberoxyds, sondern das Sulfinjodur wird in eben so glatter Weise durch Kochen mit Natronlauge gespalten. Auch das Jodäthyladditionsprodukt des Diäthylendisulfids verhält sich in derselben Weise und liefert, mit wässriger Natronlauge gekocht, ein bei 210—212^0 siedendes wasserhelles Oel. Ueber die Constitution dieses merkwürdigen Körpers läßt sich a priori bestimmtes nicht angeben, und ich verweise in dieser Hinsicht auf die Bemerkungen von Mansfeld und mir (Ber. d. D. Ch. Ges. **19** pag. 2665).

Da die Annahme, daß das leicht flüchtige wasserhelle Oel, das ganz den Geruch der Alkylsulfide besitzt, noch den vierwerthigen Schwefel der Sulfine enthält, mehr als unwahrscheinlich ist, übrigens durch Mansfeld (l. c.) besonders widerlegt ist, so bleibt kaum eine andere Möglichkeit als den Proceß der Jodwasserstoffspaltung folgendermaßen aufzufassen:

---

1) Berichte d. D. Chem. Ges. 1886 p. 2658.

entweder:

$$\begin{array}{c} S \\ CH_2\quad CH_2 \\ |\qquad | \\ CH_2\quad CH_2 \\ S \\ J\quad CH_3 \end{array} = HJ + \begin{array}{c} S \\ H_2C\quad CH_2 \\ |\qquad | \\ CH\quad CH_2 \\ |\quad S \\ CH_3 \end{array} \qquad (I)$$

oder:

$$\begin{array}{l} \quad S - CH = CH_2 \\ H_2C \\ | \\ H_2C \\ \quad S - CH_3 \end{array} \qquad (II)$$ [1]

Diese beiden Auffassungen entsprechen den Ansichten, welche A. W. Hofmann einerseits und Ladenburg andrerseits über die Natur der Dimethylpiperidins vertreten.

Um die erstere Annahme zu prüfen, schien sich ein einfacher synthetischer Weg zu bieten. Oben habe ich gezeigt, daß das Natriumsalz des Thiolykols, $C_2H_4{-SNa \atop -SNa}$, mit Aethylenbromid Diäthylensulfid erzeugt. Es war nun zu erwarten, daß man mittelst Propylenbromid einen Körper der Formel I erhalten werde:

$$\begin{array}{l} CH_2 - S - Na \\ | \\ CH_2 - S - Na \end{array} + \begin{array}{l} CH_3 \\ | \\ CHBr \\ | \\ CH_2Br \end{array} = 2\,NaBr + \begin{array}{c} \quad CH_3 \\ S\ | \\ CH_2\quad CH \\ |\qquad | \\ CH_2\quad CH_2 \\ S \end{array}$$

Leider läßt sich der Versuch zur Entscheidung nicht verwerthen. Läßt man nämlich Propylenbromid in noch so starker Verdünnung mit Alkohol auf Natriumthioglykol einwirken, so erhält man stets ein nicht spaltbares Polymeres in Gestalt eines schneeweißen

---

1) An Stelle der Vinylgruppe, welche die Formel II enthält, könnte man allenfalls auch einen aus Schwefel und 3 oder 4 Kohlenstoffatomen bestehenden Ring annehmen:

$$\begin{array}{l} CH - S - CH_2 - CH_2 \\ | \\ CH_2 - S - CH_3 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{l} CH_2 - S - CH_2 - CH_2 \\ | \qquad\qquad\qquad | \\ CH - S - CH_3 \end{array}$$

endlich sich auch vorstellen, daß die Methylgruppe an der Abspaltung von Jodwasserstoff betheiligt sei. Doch verdienen diese Annahmen vorläufig weniger Berücksichtigung als die oben gemachten.

Pulvers, das in Aether, Alkohol etc. unlöslich und nicht flüchtig ist, und auch durch Erhitzen mit Phenol keine Spur eines flüchtigen Körpers liefert.

Es wurde nun die experimentelle Prüfung der Eormel II in Angriff genommen.

Enthält der Körper die Vinylgruppe, so konnte er möglicherweise Brom, Bromwasserstoff oder Wasserstoff addiren. — Um die Untersuchung in dieser Richtung vorzunehmen, schien es zweckmäßiger, nicht mit dem Methyl- sondern dem Aethyl-Derivate zu experimentiren, welches aus dem Jodäthyladditionsprodukt des Diäthylendisulfids entsteht, und, wie oben gesagt, ein bei 210—212° siedendes Oel bildet. Dies mußte, wenn es Wasserstoff aufnimmt, in den leicht darstellbaren und daher zur Vergleichung gut geeigneten Diäthyläther des Thioglykols $\begin{array}{l} CH_2-S-CH_5 \\ | \\ CH_2-S-CH_5 \end{array}$ übergehn. Mit diesem hat der Körper überhaupt große Aehnlichkeit; beide Substanzen haben, wie ich gefunden habe, den gleichen Siedepunkt und Geruch. Aber sie unterscheiden sich durch ihr specifisches Gewicht in sehr erheblicher Weise, wie folgende Zusammenstellung beweist:

	$C_2H_4<\begin{array}{l}S-C_2H_5\\S-C_2H_5\end{array}$:	der neue, um 2 H ärmere Körper:
Siedepunkt:	210—212°,	210—214°.
Sp. Gew. bei 15½° C.:	0.98705,	1.01921.

Zunächst wurde der neue Körper durch Alkohol und Natrium zu reduciren versucht. Allein er blieb bei dieser Behandlung völlig unverändert, wie die Bestimmung des specifischen Gewichtes ergab: 1.0167 bei 19—20° C. Der Siedepunkt nach der Reduktion war: 210—214°. Ebenso negativ verliefen die Versuche, den Körper mit Bromwasserstoff zu verbinden. Er nahm selbst beim Erhitzen mit rauchender Bromwasserstoffsäure auf 100° C. [wobei er zum großen Theil zerstört wird] nur Spuren von Brom auf. Ueber das Verhalten gegen Brom hat schon H. Mansfeld berichtet.

Es bleibt nun nur noch übrig, die Formel II auf synthetischem Wege zu prüfen. Es leuchtet ein, daß ein nach dieser zusammengesetzter Körper nichts andres wäre als der Aethylvinylaether des Thioglykols:

$$C_2H_4<\begin{array}{l}S-C_2H_5\\S-CH=CH_2.\end{array}$$

Diesen darzustellen wird freilich keine ganz leichte Aufgabe sein, aber ich habe Versuche, welche darauf abzielen, bereits in Angriff

genommen. Die Frage nach der Constitution der neuen eigenthümlichen Körperklasse würde als gelöst zu betrachten sein, wenn sich der neue Körper mit diesem Aether als identisch erwiese. —

Von meinem Assistenten Herrn Dr. R. Demuth bin ich bei dieser Untersuchung in sehr wirksamer Weise unterstützt worden.

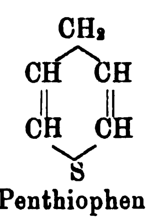
Göttingen, Universitätslaboratorium.

Ueber die Penthiophengruppe.

Von

Karl Krekeler.

Nachdem durch die Untersuchung der Thiophenreihe erwiesen war, daß man in Benzolmekül die eine der drei Acetylen-Gruppen durch Schwefel ersetzen kann, ohne daß der specifische Charakter als »aromatische Verbindung« eine Beeinträchtigung erleidet, entstand die Frage, ob zum Zustandekommen einer dem Thiophen analogen Substanz gerade 4 Kohlenstoffatome nothwendig seien, oder ob auch davon 5 oder 6 eine ähnliche Verbindung erzeugen könnten, wenn sie zu einer, durch Schwefel geschlossenen Kette gruppirt sind. Schon früher[1]) hat denn auch Herr Prof. Victor Meyer Versuche besprochen, welche auf die Gewinnung der Verbindung

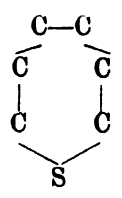


Penthiophen

abzielten.

Da das Thiophen — wie Volhard und Erdmann gezeigt haben — in großer Menge bei der Destillation von Bernsteinsäure mit Schwefelphosphor erhalten wird, so konnte man vermuthen, daß die Glutarsäure bei gleicher Behandlung einen thiophenartigen Körper von der oben gezeichneten Formel (Penthiophen), die Adipinsäure aber eine Verbindung erzeugen werde, welche den Kern

1) Berichte der deutschen chem. Gesellschaft 19 pag. 632.



enthielte. Allein bei näherer Ueberlegung läßt sich doch voraussehen, daß die Analogie mit der Bernsteinsäure keine vollständige sein wird. Bedenkt man, daß nur die γ-Oxysäuren sich regelmäßig und glatt in Lactone verwandeln, während δ- und ε-Lactone — welche einen Ring von mehr als 4 Kohlenstoffatomen enthalten — keineswegs mit der gleichen Leichtigkeit erhalten werden, so läßt sich erwarten, daß auch die genannten Homologen der Bernsteinsäure, — wenn überhaupt — so doch in viel weniger glatter Weise in geschlossene schwefelhaltige Moleküle verwandelt werden. Das dürfte denn auch wohl der Grund sein, warum über die Zersetzung dieser Säure durch Schwefelphosphor bisher nichts bekannt geworden ist. Es sind fast zwei Jahre her, seit Volhard und Erdmann die Umwandlung der Bernsteinsäure in Thiophen aufgefunden haben; Kilogramme von Thiophen sind auf diese Weise in den Fabriken chemischer Präparate hergestellt, und dem Thiophen homologe und analoge Körper sind nach dieser Reaction gewonnen worden. Es kann kaum bezweifelt werden, daß auch versucht worden ist, dieselbe auf die höheren Analogen der Bernsteinsäure auszudehnen. Aber die Glutarsäure und Adipinsäure, welche thiophenartige Ringe mit 5 und 6 Kohlenstoffatomen erzeugen sollten, sind in sehr großer Menge kaum zu beschaffen, und wenn sie, wie zu vermuthen, in weniger glatter Weise mit Schwefelphosphor reagiren, so dürfte die Quantität thiophenartiger Körper, welche sie liefern, zu gering sein, um mit dem naturgemäß sehr beschränkten Ausgangsmaterial eine Untersuchung zu ermöglichen. —

Durch Arbeiten über Lävulinsäure[1]), mit welchen ich seit längerer Zeit beschäftigt war, sah ich mich in die günstige Lage versetzt, einen Körper von der Structur der hier besprochenen Säuren in großer Menge darstellen zu können, nämlich die α-Methylglutarsäure:

$$\begin{array}{l} \quad\quad\;\; COOH \\ \quad\quad\;\; | \\ CH_3-CH \\ \quad\quad\;\; | \\ \quad\quad\;\; CH_2 \\ \quad\quad\;\; | \\ \quad\quad\;\; CH_2 \\ \quad\quad\;\; | \\ \quad\quad\;\; COOH \end{array}$$

1) Ber. der deutschen chem. Ges. 18, pag. 2019.

welche aus dem Cyanhydrin der Lävulinsäure leicht erhalten werden kann.

Diese Säure liefert bei der Destillation mit Schwefelphosphor — im Gegensatz zur Bernsteinsäure und in muthmaßlicher Analogie zur Glutarsäure — nur kleine Mengen eines Thiophens; aber da ich mehr als ein halbes Kilo Methylglutarsäure der Reaction unterwerfen konnte, so war es mir in diesem Falle möglich, ein Thiophen rein zu gewinnen und zu untersuchen. Es hat sich herausgestellt, daß dasselbe die Verbindung

$$\begin{array}{c} CH_2 \\ CH \diagup \quad \diagdown C-CH_3 \\ \| \qquad \| \\ CH \quad CH \\ \diagdown \diagup \\ S \end{array}$$

darstellt, für welche ich den Namen:

β-Methyl-Penthiophen

vorschlage.

Ein thiophenartiger Kern, welcher nicht 4 sondern 5 Kohlenstoffatome durch Schwefel ringförmig geschlossen enthält, ist sonach in der That existenzfähig und zeigt, wie ich gefunden habe, den Charakter des Thiophens, wenn er auch ungleich schwieriger zu erhalten ist, als dieses.

Darstellung der α-Methylglutarsäure.

$$\begin{array}{l} CH_3\,CH\,CH_2\,CH_2\,COOH. \\ \quad\;\; | \\ \quad COOH \end{array}$$

Kurze Angaben über die Darstellung der Methyl-γ-Oxyglutarsäure $CH_3\,C{-}^{OH}\,CH_2\,CH_2\,COOH$, die aber sofort in die entsprechende
$\quad\quad | \\ \quad COOH$

Lactonsäure

$$\begin{array}{l} CH_3\,C-CH_2\,CH_2\,C = O \\ \quad\;\; | \diagdown\qquad\qquad\;\; | \\ \quad COOH \qquad\quad\;\; O \end{array}$$

übergeht, finden sich in den Berichten der deutschen chem. Gesellschaft (Krekeler und Tollens 18 pag. 2019; Block und Tollens 19 pag. 706). Jedoch fehlen bis jetzt die Einzelheiten derselben. Im Folgenden gebe ich daher kurz den Weg an, den ich zur Gewinnung derselben eingeschlagen habe.

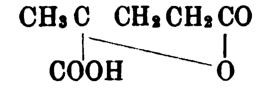
Zu 100 gr. mit 10 gr. Wasser sehr fein zerriebenen, gewöhnlichen Cyankalium werden, während die Masse gut gekühlt war, 100 gr. Lävulinsäure langsam hinzutropfen gelassen. Nachdem die so erhal-

tene Mischung in einem lose verschlossenen Gefäße wenigstens 24 Stunden kühl gestanden hatte, wurden zu derselben etwas mehr als die zur Neutralisation des Cyankaliums nöthige Menge rauchender Salzsäure hinzutropfen gelassen, ohne daß die Masse sich dabei sehr erhitzt.

Das Ganze überläßt man dann 3—4 Tage sich selbst. Nach dieser Zeit hat sich das gebildete Cyanlacton

$$\begin{array}{l} CH_3C-CH_2CH_2C=O \\ \;\;\;| \qquad\qquad\quad | \\ \;CN \qquad\qquad\;\; O \end{array}$$

als Oel oben auf der Mischung abgeschieden und kann durch 4—5 maliges Extrahieren der ganzen Flüssigkeit mit Aether fast völlig isoliert werden. Zur Verseifung desselben erhitzt man es mit einem Ueberschuß rauchender Salzsäure 1 Stunde auf dem Wasserbade. Die entstehende Säure



kann dann wieder mit Aether aufgenommen werden. Es zeigt sich, daß derselben immer noch erhebliche Mengen Lävulinsäure beigemengt sind. Will man diese entfernen, so kann man die Eigenschaft des Baryumsalzes der α-Methyl-γ-Oxyglutarsäure benutzen, in heißem Wasser fast unlöslich zu sein, während lävulinsaures Baryum äußerst leicht löslich ist. Man neutralisirt daher die bei der Verseifung erhaltene Säure mit Aetzbaryt und dampft die Lösung ein; nach einiger Zeit scheidet sich dann das Salz

$$\begin{array}{l} CH_3 \qquad\qquad\quad COO-Ba \\ \;| \\ HOC-CH_2-CH_2-COO \end{array}$$

als sandiges Pulver ab, dem das lävulinsaure Baryum durch mehrmaliges Ausziehen mit heißem Wasser leicht entzogen werden kann.

Aus dem Baryumsalz fällt man dann mit Schwefelsäure das Baryum aus und gewinnt durch Eindampfen aus der Lösung die freie Säure.

Da es mir nur daran lag, aus der Methyloxyglutarsäure reine Methylglutarsäure zu erhalten, und es sich zeigte, daß bei der Reduktion der Oxysäure mit Jodwasserstoff etwa beigemengte Lävulinsäure völlig zerstört wird, so unterließ ich bei späteren Operationen die oben angegebene Trennung der beiden Säuren.

Um die Methyloxyglutarsäure in die Methylglutarsäure selbst überzuführen, wurde dieselbe mit dem doppelten Volumen destillir-

barer Jodwasserstoffsäure und rothem Phosphor 6—7 Stunden gekocht. Hierbei ist es aber unbedingt nöthig, daß die Mischung soviel Jodwasserstoff enthalte, daß die Flüssigkeit beim Kochen eine Temperatur von 127° enthält, da sonst die Reduktion nicht gut vor sich geht. Nach beendigter Reduktion destillirt man die Jodwasserstoffsäure wieder ab, indem man die Flüssigkeit schließlich bis auf 170° erhitzt. Der Rückstand besteht dann aus unreiner Methylglutarsäure und erstarrt beim Erkalten. Durch Absaugen, Abpressen und mehrmaliges Umkrystallisiren aus heißem Wasser kann aus demselben die Methylglutarsäure leicht rein erhalten werden und zeigt dann einen F. P. von 78°.

Darstellung des β-Methylpenthiophens.

CH_2

HC C — CH_3

HC CH

S

Um die oben erhaltene Methylglutarsäure in das β-Methylpenthiophen überzuführen, wurde das Natriumsalz derselben dargestellt und bei 160° scharf getrocknet. Sodann wurden je 5 gr. desselben mit 10 gr. Phosphortrisulfid sehr fein verrieben und aus einer kleinen Retorte möglichst langsam destillirt. (Versuche im Oelbade zeigten, daß die Bildung des β-Methylpenthiophens bei 180—250° am besten vor sich geht.) Erhitzt man den Inhalt der Retorte so stark, daß die ganze Masse sofort schmilzt und schwarz wird, so wird überhaupt kein Oel gebildet. Bei mäßigem Erwärmen mit einer sehr kleinen, leuchtenden, tief unter der Retorte stehenden Flamme dagegen, so daß die Destillation einer Retorte ungefähr ³/₄ Stunde dauert, destillirt ein unangenehm riechendes Oel in geringer Menge, während zugleich große Mengen von Schwefelwasserstoff entweichen.

Im ganzen wurden so 550 gr. Methylglutarsaures Natrium mit Phosphortrisulfid destillirt und daraus etwa 20 gr. Rohöl erhalten. Zur Reinigung wurde dasselbe zunächst einige Stunden mit conc. Kalilauge gekocht und dann von derselben abdestillirt. Neben Wasser erhält man dann im Destillat ein schon ziemlich hell gefärbtes, weit weniger riechendes Oel. Zur völligen Entfernung der übelriechenden Beimengungen schüttelt man dasselbe am besten mit einigen Kubikcentimetern ganz verdünnter Permanganatlösung. Nachdem das Oel sodann wieder von derselben abdestillirt und getrocknet war, wurde es über Natrium fraktioniert. Der Siedepunkt des Rohprodukts lag zwischen 125—150°, der größte Theil aber ging zwischen 130—140°

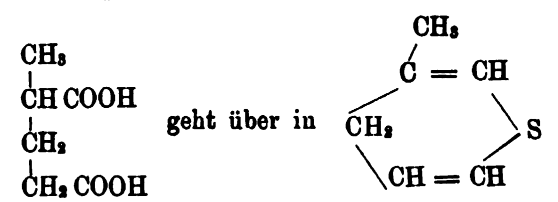
über. Nach zweimaligem Fraktioniren lag der Siedepunkt des größten Theiles bei 134—136°. Während die Mengen, die von 125—134° und 136—140° sieden, auch noch große Mengen der reinen Verbindung enthalten, sind die höher siedenden Theile nicht gut mehr zur Darstellung von Derivaten des Körpers zu verwerthen.

Das β-Methylpenthiophen $C_5H_5S(CH_3)$ stellt nun ein farbloses, stark lichtbrechendes Oel dar vom Siedepunkte 134°. Es läßt sich unzersetzt über Natrium fraktioniren und hat im ganz reinen Zustande etwa den Geruch des reinen Xylols. Schon bei gewöhnlicher Temperatur ist es leicht flüchtig. Sp. Gew. bei 19° 0.9938 bezogen auf Wasser von gleicher Temperatur.

Analysen I) 0.1022 gr. Subst. gaben 0.2149 SO_4Ba
II) 0.1272 gr. Subst. gaben 0.2668 gr. SO_4Ba
0.0785 gr. Subst. gaben 0.1851 gr. CO_2 und 0.0529 gr. H_2O.

Berechnet.	Gefunden.	
Für C_6H_8S	I.	II.
S: 28.58 %	28.82	28.73
C: 64.28 %	64.31	—
H: 7.14 %	7.48	—

Der erhaltene Körper ist also isomer mit den 4 Dimethylthiophenen und den 2 Aethylthiophenen, Wenn aber Analogieschlüsse zwischen der Bildung des Thiophens, der Methylthiophene und des Aethylthiophens aus der Bernsteinsäure, Methylbernsteinsäure, Lävulinsäure und der Aethylbernsteinsäure und der Bildung dieses Körpers aus der α-Methylglutarsäure erlaubt sind, so darf man demselben seiner Bildung nach die Konstitution geben, welche bei seinen Derivaten noch des nähern begründet werden soll.



Farbenreaktionen.

Farbenreaktionen giebt der Körper in ganz ähnlicher Weise wie das Thiophen, jedoch sind dieselben weit subtiler und gelingen zum Theil auch nur mit dem absolut reinen Körper.

Löst man eine Spur des Körpers in Eisessig, fügt eine Isatinlösung in Eisessig hinzu, und dann unter guter Kühlung conc. Schwefelsäure bis eben eine Farbstoffbildung auftritt, so erhält man nach wenigen Sekunden eine intensive dunkelgrüne Färbung. In Wasser ge-

gossen, scheidet sich ein flockiger, grüner Niederschlag ab, der sich in Aether mit smaragdgrüner Farbe löst. Läßt man die Lösung des Farbstoffs in conc. Schwefelsäure nur einige Stunden stehen, so wird sie schmutzig violett, indem der anfangs gebildete Farbstoff sich zersetzte.

Die Laubenheimer'sche Reaktion, in gleicher Weise ausgeführt, liefert eine dunkel violette Färbung in conc. Schwefelsäure. In Wasser ist der so entstehende Farbstoff unlöslich in Aether mit violetter Farbe. Auch mit Phenylglyoxylsäure liefert das β-Methylpenthiophen einen violetten Farbstoff, der sich aber erst bei mäßigem Erhitzen auf dem Wasserbade bildet.

β-Methylacetopenthïenon.

$$SC_5H_4\begin{matrix}(CH_3)\\(COCH_3)\end{matrix}$$

In ähnlicher Weise wie das Thiophen reagirt das β-Methylpenthiophen schon in der Kälte mit Acetylchlorid und Aluminiumchlorid unter Bildung des Methylketones. Analog dem Acetothienon will ich dieses Methylacetopenthienon nennen. Zur Darstellung derselben wurde 1 Thl. β-Methylpenthiophen in 10 Theilen Petroläther gelöst, dazu die berechnete Menge Acetylchlorid gesetzt und Aluminiumchlorid hinzugegeben, bis die HCl Entwicklung zu Ende war. Das gebildete Keten wurde durch Destillation mit Wasserdampf gereinigt. Es bildet ein wasserhelles, schweres Oel von angenehm acetophenonartigem Geruch, das bei 233—235° (incorr) siedet. Das Keton wurde in sein Ketoxim verwandelt und zwar nach Peter's Vorschrift (Berichte der deutsch-chem. Gesellschaft 17, pag. 2644)

$$\text{Ketoxim } SC_5H_4\begin{matrix}C(NOH)CH_3\\CH_3.\end{matrix}$$

Dasselbe wurde anfangs ölig erhalten und ward dadurch gereinigt, daß aus absolut ätherischer Lösung sein salzsaures Salz (das sehr schön krystallisirt) mittelst Salzsäure-Gas ausgefällt wurde. Das salzsaure Salz liefert dann nach seiner Zersetzung mit Sodalösung das reine Ketoxim. Dasselbe ist ein schön krystallisirter Körper, der in Alkohol und Aether sehr leicht löslich ist und aus letzterem in langen, haarfeinen Nadeln krystallisirt. Nach zweimaligem Umkrystallisiren aus 50 % heißen Alkohol bildet er schön weiße, mattglänzende Krystalle, die bei 68° schmelzen.

Analyse: 0, 07 gr. Subst. gaben 0,0974 gr. SO_4Ba

Berechnet für $C_5H_4(C(NOH)CH_3)S$ 18,93 % S
(CH_3)

0,1781 gr. Subst. gaben 13,3 cbc N
bei 18° C. u. 755 mm. Druck.

	Ber.	Gef.
S:	18,93	19,10
N:	8,29	8,41.

Oxydation des β-Methylpenthiophens.

Bei Einwirkung gelinder Oxydationsmittel auf das β-Methylpenthiophen war zunächst eine Säure folgender Konstitution zu erwarten

$$CO{<}{\begin{matrix}CH = CH\\ C = CH\end{matrix}}{>}S.$$
$$\overset{|}{C}OOH$$

Aber bei der Einwirkung nur 0,3 % alkal. Permanganatlösung verlief die Oxydation äußerst rapide schon in der Kälte. Nach 10 Minuten bereits war die ganze Lösung entfärbt und Braunstein abgeschieden. Aus der angesäuerten Lösung konnte keine schwefelhaltige organische Säure isoliert werden; wohl aber reichlich: Essigsäure und Oxalsäure.

Diese so rapide verlaufende Oxydation zeigt eine erhebliche Verschiedenheit im Verhalten der Penthiophengruppe gegenüber derjenigen des Thiophens; denn alle bis jetzt bekannten Homologen des Thiophens lassen sich mit Permangantlösung nur langsam oxydiren (die Reaktion dauert mehrere Tage) und liefern fast alle dabei Thiophencarbonsäuren. Das Thioxen Demuths aber, welches bei der Oxydation ebenfalls keine Thiophensäure liefert, sondern gänzlich verbrannt wird, erfordert ebenfalls zu einer Oxydation mehrere Tage, während das isomere Methylpenthiophen, wie schon gesagt, in wenigen Minuten total zerstört wird. Andererseits zeigt die reichliche Bildung der Essigsäure bei der Oxydation, daß der Körper eine Methylgruppe in sich enthält.

Einwirkung der Salpetersäure auf das β-Methylpenthiophen

Koncentrirte Salpetersäure wirkt äußerst heftig auf das β-Methylpenthiophen ein und zerstört es völlig. Führt man aber die Reaktion aus, wie V. Meyer und Stadler für die Nitrierung des Thiophens angegeben, d. h. leitet man einen mit Methylpenthiophen gesättigten Luftstrom durch rauchende Salpetersäure, so gelingt es leicht einen Nitrokörper zu erhalten. Nach der Destillation mit Wasserdampf giebt die alkoholische Lösung desselben, auch wenn sie nur die kleinsten Mengen enthält, mit einem Tropfen Kalilauge eine prachtvolle, intensiv violettrothe Färbung, ganz ähnlich der Chamäleonlösung, die aber nach wenigen Sekunden verschwindet und in eine schmutzig braune übergeht. Dies Verhalten ist bekanntlich eine für alle Thio-

phene im höchsten Maaße charakteristische Reaktion. Der Nitrokörper wurde nicht isolirt, da eine Aussicht denselben reinigen zu können — er bildet ein nicht flüchtiges Oel — nicht vorhanden war.

Aus dem Mitgetheilten folgt, daß der Ring $(C_5)S$ demjenigen des Thiophens in Farbenreaktionen und Gesammtverhalten durchaus ähnlich ist. Ein wesentlicher Unterschied besteht im Verhalten bei der Oxydation. Denn während die homologen Thiophene durch diese in Carbonsäuren übergeführt werden, findet beim Methyl-Penthiophen fast momentan totale Zerstörung und Umwandlung in schwefelfreie Oxydationsprodukte statt.

Göttingen, Universitäts-Laboratorium.

Ueber die β-Thiophensäure[1].

Von

A. Damsky.

Am Schlusse seiner Abhandlung über die sogenannte α-Thiophensäure (jetzt *a*-Thiophensäure zu nennen) und ihre Beziehungen zu den beiden normalen Carbonsäuren des Thiophens (Nachrichten v. d. K. Ges. d. Wissensch. 1886, pag. 541) spricht V. Meyer sich über einen noch der Aufklärung bedürfenden Punkt folgendermaßen aus:

»Unverständlich ist ferner die völlige Uebereinstimmung aller Derivate der Säuren. Denn die reinen α- und β-Thiophensäuren (nach jetziger Bezeichnung) selbst sind ja in ihren Eigenschaften so verschieden, daß die Gleichheit aller Eigenschaften, welche die Derivate der beiden Säuren zeigen, eine höchst auffallende Thatsache bleibt. Um dieselbe zu erklären, wäre es sehr wünschenswerth, die Abkömmlinge der β-Säure (Schmelzpunkt 136°), welche bis jetzt noch gar nicht bekannt sind, zu studiren, und zu diesem Zwecke sind Versuche bereits in Angriff genommen. Sollte es sich zeigen, daß Amid, Amidoxim, Phenylharnstoffderivat u. s. w. der reinen β-Säure sehr ähnliche Eigenschaften ha-

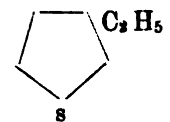
1) In Bezug auf die Nomenclatur der Thiophenderivate gebrauche ich die Bezeichnungen α und β im Sinne des Schema's

β β
α α
S

sowie das Präfix *a* gemäß dem Vorschlage von V. Meyer, Berichte d. D. Chem. Ges. 19. pag. 2891.

ben, wie die entsprechenden Derivate der reinen α-Säure, so würde das die beobachteten Eigenthümlichkeiten in einem gewissen Grad verständlich machen.«

Die hier angedeuteten Versuche wurden mir von Herrn Prof. V. Meyer übertragen. Meine erste Aufgabe richtete sich auf die Gewinnung einer besseren Methode zur Darstellung der β-Thiophensäure. Denn die bisher einzig bekannte Bildungsweise (Oxydation des β-Thiotolens) liefert nur äußerst geringe Mengen der Säure. Da nun die isomere α-Säure (Schmelzpunkt 126,5) ebenfalls aus α-Thiotolen nicht allzureichlich entsteht, während sie aus substituirten Thiophenen deren Seitenketten 2 Atome Kohlenstoff enthalten ($C_4H_3S—C_2H_3O$; $C_4H_3S.C_2H_5$) viel leichter zu erhalten ist, so versuchte ich zunächst das bisher noch unbekannte β-Aethylthiophen



zu erhalten.

Zu diesem Zwecke bereitete ich mir eine größere Menge Aethylbernsteinsäure $COOH—CH.C_2H_5—CH_2.COOH$ und unterwarf diese, gemäß dem Verfahren von Volhard und Erdmann, der Destillation mit Phosphortrisulfid.

Die Darstellung der Aethylbernsteinsäure geschah durch successive Einwirkung je eines Mol. Chloressigester und Bromaethyl auf den Malonsäureaethylester zunächst entsprechend folgenden Gleichungen:

$$\begin{matrix} COO.C_2H_5 \\ | \\ CHNa \\ | \\ COO.C_2H_5 \end{matrix} + Cl.CH_2.COO.C_2H_5 = \begin{matrix} COO.C_2H_5 \\ | \\ C\Big<\begin{matrix} H \\ CH_2.COOC_2H_5 \end{matrix} \\ | \\ COO.C_2H_5 \end{matrix} + NaCl.$$

$$\begin{matrix} COO.C_2H_5 \\ | \\ C\Big<\begin{matrix} Na \\ CH_2.COOC_2H_5 \end{matrix} \\ | \\ COOC_2H_5 \end{matrix} + Br.C_2H_5 = \begin{matrix} COO.C_2H_5 \\ | \\ C\Big<\begin{matrix} C_2H_5 \\ CH_2.COOC_2H_5 \end{matrix} \\ | \\ COOC_2H_5 \end{matrix} + NaBr.$$

Der nach Bischoff[1]) erhaltene rohe mit Chlorcalcium getrocknete Aethenyltricarbonsäureester wurde mit der entsprechenden Menge Natriumalkoholat zusammengebracht und die aequivalente Menge Bromaethyl hinzugefügt. Das Gemisch erwärmte sich und gerieth unter Abscheidung von Bromnatrium in's Sieden. Zur Vollendung der Reaction wurde es noch so lange auf dem Wasserbade erwärmt, bis es neutrale Reaction zeigte.

1) Liebig's Annalen. Bd. 214. 1882.

Dann wurde der Alkohol verdunstet, der Rückstand mit Wasser versetzt, wobei sich der neue Ester als Oel abschied. Dieser Ester wurde zur Verseifung mit überschüssigem starken alkoholischen Kali zusammengebracht, wobei eine sehr heftige Einwirkung eintrat. Der Alkohol wurde verjagt und die Flüssigkeit nach dem genauen Neutralisiren mit Salpetersäure durch Bleiacetat gefällt. Es schied sich dabei das Bleisalz der Tricarbonsäure als weißer amorpher Niederschlag ab. Durch oftmaliges Decantiren wurde das Bleisalz gereinigt, dann in Wasser suspendirt und durch Schwefelwasserstoff zersetzt. Der syrupöse Verdampfungsrückstand der vom Schwefelblei filtrirten Lösung erstarrte beim Erkalten zu einer Krystallmasse, die die Butenyltricarbonsäure darstellte. Ohne diese Säure einer weiteren Untersuchung zu unterwerfen, habe ich sie im Oelbade erhitzt, wobei sich schon bei 120° eine reichliche Kohlensäureentwicklung zeigte, die erst bei 170° aufhörte, als sich schon stechende Dämpfe zu entwickeln begannen. Nach dem Erhalten hat sich die dabei entstandene Aethylbernsteinsäure in Krystallen ausgeschieden.

Diese neue Bildungsweise scheint mir die bequemste Methode zur Darstellung der Säure zu sein.

Zur Darstellung des β-Aethylthiophens verfuhr ich in der bekannten Weise (Volhard und Erdmann, Ber. 18, p. 454) und erhielt ein dem α-Aethylthiophen gleichendes Oel, dessen Analyse ergab:

0,1928 gr. β-Aethylthiophen gaben 0,4038 gr. $BaSO_4$

Ber. für $C_4H_3S.C_2H_5$	Gef.
28,58%	28,77%.

Das β-Aethylthiophen zeigt die Laubenheimer'sche Reaction in etwas abweichender Weise; die Nüance der ätherischen Lösung ist blaugrün.

Die Oxydation des β-Aethylthiophens wurde in üblicher Weise mit Kaliumpermangenat ausgeführt. Es resultirten Krystalle, die bei 136° schmolzen und sich in jeder Hinsicht identisch mit der β-Thiophensäure erwiesen. Die erzielte Ausbeute zeigte indessen, daß dieser Weg zur Gewinnung der β-Thiophensäure vor der Oxydation des β-Thiotolens keine Vorzüge hat. Einen Theil der zu den folgenden Versuchen verwendeten Säure stellte ich mir daher aus β-Thiotolen dar und benutzte dazu das folgende etwas modificirte Verfahren:

Ich oxydirte β-Thiotolen in Portionen von je 1 Gramm, indem ich auf jede derselben eine Lösung von 6,7 gr, Aetznatron und 3,3 gr. Kaliumpermanganat in 333 gr. Wasser anwandte. Nach einiger Zeit färbte sich die Lösung grün und nach 4 bis 5 Stunden waren die Oeltropfen beinahe ganz, nach einem Tage vollständig verschwunden. Die Säure wurde dann in üblicher Weise isolirt.

Die Ausbeute war auch bei di
immer bei der Gewinnung gerade d
ser, als beim Arbeiten mit größere
theoretischen Menge. Nachdem ic
größeren Menge β-Säure gelangt w
nylharnstoffderivat der Säure darg
chenden von V. Meyer untersucht
vergleichen zu können. Ich habe
bestimmt, da diese Constante bei d
Säure eine so wesentliche Rolle ge
selhafte Thatsache, die absolut gle
und α-Säure weiter zu beleuchten,
auch einige Salze der β-Säure auf

Darstellung des β-Th

0,63 gr. β-Säure wurden mit
Fractionirkölbchen erwärmt, das Pl
das rückständige Oel auf fein zerth
niak gegossen und verrieben. Nach
in reichlicher Menge aus. In Aethe
auf. Nur nach andauerndem Koch
verhältnißmäßig sehr großen Menge
bracht werden. Nach dem Abkühle
losen Nadeln. Nach dreimaligem U
constant bei 177,5—178°.

Darstellung des Pheny

0,21 gr. β-Thiophensäureamid w
berechneten Menge Phenylcyanat ge
kühlen erstarrte die ganze Masse zu
wurde andauernd mit Aether gewasc
Phenylcyanat zu befreien, auf Fließp
Alkohol umkrystallisirt. Die Krysta
nen in concentrisch gruppirten Nade
löslich und schmilzt constant bei 206

Löslichkeit der β-Thiop

1) 9,4 c. c. bei 18° gesättigter Lösung
tion 3,26 c. c. einer 1/10 norm. Kalilösung, o
c. c. von derselben Kalilösung.

2) 5 c. c. bei 15° gesättigter Lösung d
der 1/10 norm. Kalilauge, oder 10 c. c. der
Kalilauge.

Löslichkeit des Ba-Salzes der β-Thiophensäure.

0,319 gr. bei 17° gesättigter Lösung des Salzes gaben 0,033 gr. bei 140° getrockneten Rückstandes. 100 gr. Wasser lösen also 11,54 gr. Ba-Salz auf, oder Löslichkeit gleich 11,54.

Löslichkeit des Ca-Salzes der β-Thiophensäure.

0,5208 gr. bei 14,5° gesättigter Lösung des Salzes gaben 0,0382 gr. bei 140° getrockneten Rückstandes. 100 gr. Wasser lösen also 7,92 gr. Ca-Salz auf. Die Löslichkeit ist gleich 7,92.

Durch diese Versuche sind nun in der That die noch unaufgeklärten Punkte, aber nur zum Theil, verständlich gemacht.

Völlig klar ist es jetzt, wie so die Phenylharnstoffderivate der *a*- und α-Säure denselben Schmelzpunkt haben, obwohl das eine ein reines α-Derivat, das andere ein Gemisch von α- und β-Derivat ist. Denn das reine α- und β-Derivat haben, wie nun gezeigt, zufällig genau denselben Schmelzpunkt.

Auch das absolute Zusammenfallen der Schmelzpunkte beim *a*- und α-Amid erscheint, wenn auch nicht so vollkommen verständlich, wie bei den Phenylharnstoffderivaten, so doch weniger auffallend, als früher, da α- und β-Amid zwar nicht identische, aber sehr nahe liegende Schmelzpunkte haben (α = 174°, β = 177,5—178°).

Ebenso räthselhaft, als früher und bisher völlig unverständlich aber bleibt bis jetzt die Thatsache, daß die reinen Salze der *a* Säure und Gemische von α- und β-Salzen absolut gleiche Löslichkeit zeigen, während doch nun erwiesen ist, daß die reinen α- und die reinen β-Salze ganz verschiedene Löslichkeit haben.

	β	*a*	α- u. β-Gemisch
Löslichkeit des Ca-Salzes	7,92	18,49	18,66
Löslichkeit des Ba-Salzes	11,54	22,19	22,45

Daß die freien Säuren und ihre Derivate, wenn gemischt, sich, trotz so sehr verschiedener Löslichkeit, auf keine Weise wieder trennen lassen, wird man nach wie vor auf die besondere Neigung der Thiophenverbindungen zu Krystallverbindungen zusammenzutreten zurückführen müssen.

Göttingen, Universitätslaboratorium.

Gleichgewicht eines vertikalen Cylinders aus krystallinischer Substanz unter der Wirkung der Schwerkraft.

Von

W. Voigt.

Das in der Ueberschrift genannte Problem ist in einem speciellen Falle, der von den eigenthümlichen Eigenschaften des allgemeinsten nur einen Theil zeigt, von Saint Venant behandelt worden [1]). Ich werde im Folgenden die allgemeine Lösung entwickeln.

Der Cylinder von beliebigem Querschnitt sei aus einem beliebigen homogenen Krystall gefertigt. Wir legen die Z-Axe eines XYZ-Coordinatensystems parallel der Längsrichtung durch einen beliebigen Punkt des Querschnitts und nennen sie kurz die Cylinderaxe; die XY-Ebene liege in einem der den Cylinder begrenzenden Querschnitte. Die positive Z-Axe sei vertical nach unten gerichtet.

Neben diesem Coordinatensystem benutzen wir ein zweites, das Hauptaxensystem $X^0 Y^0 Z^0$ des Krystalls, aus dem der Cylinder gefertigt ist. Die elastischen Kräfte drücken sich in Bezug auf dieses letztere durch die Elasticitätsconstanten c^0_{hk} des Krystalles aus, z. B.

$$- X^0_x = c^0_{11} x^0_x + c^0_{12} y^0_y + c^0_{13} z^0_z + c^0_{14} y^0_z + c^0_{15} z^0_x + c^0_{16} x^0_y ; \qquad 1.$$

in Bezug auf das System XYZ geben sie sich in der Form:

$$- X_x = c_{11} x_x + c_{12} y_y + c_{13} z_z + c_{14} y_z + c_{15} z_x + c_{16} x_y , \qquad 2.$$

wo die c_{hk} die abgeleiteten Elasticitätsconstanten sind.

Die Hauptgleichungen des Problems werden:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} \\ 0 &= \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} \\ + \varepsilon g &= \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} ; \end{aligned} \qquad 3.$$

für die Cylinderfläche gilt

$$\begin{aligned} 0 &= X_x \cos(n,x) + X_y \cos(n,y) \\ 0 &= Y_x \cos(n,x) + Y_y \cos(n,y) \\ 0 &= Z_x \cos(n,x) + Z_y \cos(n,y) , \end{aligned} \qquad 4.$$

1) De Saint-Venant, Liouville's Journ. II. Ser. 1. Bd. p. 120, Anm. 1856.

für die Basis $z = l$

$$0 = X_z \qquad 0 = Y_z \qquad 0 = Z_z; \tag{5.}$$

für die Basis $z = 0$ bleiben die Werthe willkürlich.

Wir genügen den Gleichungen (3) und (4) durch den Ansatz:

$$X_x = Y_y = Y_z = Z_x = X_y = 0,\ Z_z = F(x, y) + \varepsilon g z;$$

die Gleichungen (5) geben die Bestimmung der Funktion $F(x, y)$ so daß wird:

$$-Z_z = \varepsilon g (l - z).$$

Diese Werthe sind nun in die Gleichungen (2) einzusetzen zur Bestimmung der Differentialausdrücke x_x, y_y, ...

Aus ihnen folgt, wenn man den Quotienten aus der Determinante S dieses Systems und dem Coefficienten S_{hk} des $h$ten Elementes der $k$ten Reihe in derselben $S_{hk}/S = s_{hk}$ setzt:

$$\begin{aligned} x_x &= \varepsilon g s_{31}(l - z), & y_y &= \varepsilon g s_{32}(l - z), & z_z &= \varepsilon g s_{33}(l - z) \\ y_z &= \varepsilon g s_{34}(l - z), & z_x &= \varepsilon g s_{35}(l - z), & x_y &= \varepsilon g s_{36}(l - z). \end{aligned} \tag{6.}$$

Diese ersten drei Formeln liefern, wenn man mit f vorläufig unbekannte Functionen bezeichnet:

$$\begin{aligned} u &= \varepsilon g s_{31}(l - z) x + f_1(y, z) \\ v &= \varepsilon g s_{32}(l - z) y + f_2(x, z) \\ w &= \varepsilon g s_{33}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + f(x, y). \end{aligned} \tag{7.}$$

In Rücksicht auf den Werth von x_y in (6) muß sein:

$$\begin{aligned} f_1(y, z) &= y \psi_1(z) + \varphi_1(z) \\ f_2(x, z) &= x \psi_2(z) + \varphi_2(z) \end{aligned}$$

und dabei

$$\psi_1(z) + \psi_2(z) = \varepsilon g s_{36}(l - z).$$

Die Ausdrücke für y_z und z_x geben endlich:

$$-\varepsilon g s_{32} y + x \frac{d\psi_2}{dz} + \frac{d\varphi_2}{dz} + \frac{\partial f}{\partial y} = \varepsilon g s_{34}(l - z)$$

$$-\varepsilon g s_{31} x + y \frac{d\psi_1}{dz} + \frac{d\varphi_1}{dz} + \frac{\partial f}{\partial x} = \varepsilon g s_{35}(l - z);$$

woraus folgt, daß ψ_1 und ψ_2 lineäre Functionen von z sein müssen, etwa

$$\psi_1 = a_1 + b_1 z, \quad \psi_2 = a_2 + b_2 z.$$

Man kann hiernach setzen:

$$-\varepsilon g s_{31} x + y b_1 + \frac{\partial f}{\partial x} + c_1 = 0, \quad -\varepsilon g s_{32} y + x b_2 + \frac{\partial f}{\partial y} + c_2 = 0$$

$$\frac{d\varphi_1}{dz} - c_1 = \varepsilon g s_{35}(l - z), \quad \frac{d\varphi_2}{dz} - x_2 = \varepsilon g s_{34}(l - z)$$

und hieraus ableiten

$$b_1 = b_2 = b$$

$$f(x, y) = \frac{\varepsilon g}{2}(s_{31} x^2 + s_{32} y^2) - xyb - c_1 x - c_2 y + d$$

$$\varphi_1 = \varepsilon g s_{35}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + c_1 z + d_1$$

$$\varphi_2 = \varepsilon g s_{34}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + c_2 z + d_2.$$

Dies Alles in (7) eingesetzt ergiebt:

$$\begin{aligned} u &= \varepsilon g s_{31}(l - z)\, x + y(a_1 + bz) + \varepsilon g s_{35}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + c_1 z + d_1 \\ v &= \varepsilon g s_{32}(l - z)\, y + x(a_2 + bz) + \varepsilon g s_{34}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + c_2 z + d_2 \\ w &= \varepsilon g s_{33}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + \frac{\varepsilon g}{2}(s_{31} x^2 + s_{32} y^2) - xyb - c_1 x - c_2 y + d. \end{aligned} \qquad 8.$$

Dabei ist

$$a_1 + a_2 + 2bz = \varepsilon g s_{36}(l - z)$$

also

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= \varepsilon g s_{36}\, l \\ 2b &= -\varepsilon g s_{36}. \end{aligned} \qquad 9.$$

Hier erübrigt nur noch die Einführung der Befestigungsart des Cylinders.

Ist für $x = y = z = 0$

$$u = v = w = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

was bedeutet, daß das erste Element der z-Axe seine Lage nicht ändern, und das dem Coordinatenanfang benachbarte Volumenelement keine Drehung um die z-Axe erleiden soll, so wird die Bestimmung am symmetrischsten. Es giebt sich nämlich:

$$c_1 = -\varepsilon g s_{35}\, l, \quad c_2 = -\varepsilon g s_{34}\, l, \quad d_1 = d_2 = d = a_1 - a_2 = 0,$$

also nach (9) $a_1 = a_2 = \varepsilon g s_{36} \frac{l}{2}$, während $b = -\varepsilon g \frac{s_{36}}{2}$ ist.

Durch Einsetzen in (8.) erhält man so schließlich

$$u = \varepsilon g\left[(l-z)\left(s_{31}x + s_{36}\frac{y}{2}\right) - s_{35}\frac{z^2}{2}\right]$$

$$v = \varepsilon g\left[(l-z)\left(s_{32}y + s_{36}\frac{x}{2}\right) - s_{34}\frac{z^2}{2}\right] \qquad 10.$$

$$w = \varepsilon g\left[s_{33}\left(lz - \frac{z^2}{2}\right) + \frac{1}{2}(s_{31}x^2 + s_{32}y^2 + s_{36}xy + 2s_{35}lx + 2s_{34}ly)\right].$$

Diese Formeln zeigen, daß man die horizontale Verschiebung einer der Prismenaxe parallelen Faser zerlegen kann in zwei Theile $u = u_1 + u_2$, $v = v_1 + v_2$, einer Neigung gegen die Z-Axe, welche die geradlinige Gestalt nicht tangirt und um so größer ist, je weiter die Faser ursprünglich von der Z-Axe entfernt lag, und zweitens eine allen Fasern gemeinsame Krümmung, welche an der Faser, welche die Cylinderaxe bildet, ganz rein hervortritt.

Die Neigung ist bestimmt durch

$$u_1 = \varepsilon g(l-z)\left(s_{31}x + s_{36}\frac{y}{2}\right)$$

$$v_1 = \varepsilon g(l-z)\left(s_{32}y + s_{36}\frac{x}{2}\right)$$

und geschieht nur dann in der Ebene durch die Z-Axe, wenn zugleich

$$s_{36} = 0 \text{ und } s_{31} = s_{32}$$

ist. Dies findet z. B. bei unkrystallinischer Substanz statt [1]).

Die Krümmung ist bestimmt durch:

$$u_2 = -\varepsilon g s_{35}\frac{z^2}{2}$$

$$v_2 = -\varepsilon g s_{34}\frac{z_2^2}{2},$$

sie ist stets eine ebene und findet nach einer Parabel statt; sie verschwindet, wenn die Längsaxe des Cylinders eine geradzählige krystallographische Symmetrieaxe ist. Für diesen speciellen Fall hat Saint Venant bereits die Lösung gegeben; ebendeshalb ist die eigenthümliche Thatsache, daß im Allgemeinen eine verticale Säule von krystallinischer Substanz sich unter der Wirkung ihrer eigenen Schwere krümmt von ihm nicht entdeckt und wohl überhaupt bisher nicht bemerkt worden.

---

1) Vergl. auch J. Thomae. Leipz. Ber. 1886. p. 192.

Ebenso kann man nun nach den Formeln (10.) die verticale Verschiebung eines ursprünglich normal zur Z-Axe liegenden ebenen Querschnittes in zwei Theile zerlegen, $w = w_1 + w_2$;

$$w_1 = \varepsilon g s_{33}\left(l z - \frac{z^2}{2}\right)$$

giebt eine einfache Translocation (ohne Deformation), die um so größer ist, je weiter der Querschnitt vom Coordinatenanfang entfernt lag;

$$w_2 = \frac{\varepsilon g}{2}(s_{31}x^2 + s_{32}y^2 + s_{36}xy + 2s_{35}lx + 2s_{34}ly)$$

hingegen giebt eine Deformation nach einem (allgemein elliptischen oder hyperbolischen) Paraboloid, bei welcher die Punkte der Z-Axe ihre Lage bewahren. Alle Schichten sind auch nach der Deformation einander parallel. In dem oben angeführten Fall, daß $s_{31} = s_{32}$ und $s_{36} = 0$ ist, der z. B. bei isotropen Medien eintritt, wird das Paraboloid ein Rotationsparaboloid.

Die Cylinderaxe steht nach der Deformation nicht mehr senkrecht zum Querschnitt. Bezeichnet man das Element der Cylinderaxe mit $d\sigma$, so ist seine Richtung nach der Deformation gegeben durch $\cos(\sigma, x) = -\varepsilon g z s_{35}$, $\cos(\sigma, y) = -\varepsilon g z s_{34}$, hängt also von z ab. Die Richtung der Normale ν auf dem ursprünglich ebenen Querschnitte an der Stelle der Cylinderaxe ist hingegen gegeben durch

$$\cos(\nu, x) = -\varepsilon g l s_{35}, \quad \cos(\nu, y) = -\varepsilon g l s_{34},$$

ist also für alle Querschnitte constant. Beide Richtungen σ und ν liegen hiernach in der durch das Verhältniß s_{34}/s_{35} festgelegten Meridianebene, ihr gegenseitiger Winkel ist gegeben durch

$$\sphericalangle(\sigma, \nu) = \varepsilon g (l - z)\sqrt{s_{34}^2 + s_{35}^2},$$

verschwindet also am freien Ende des Cylinders.

Göttingen, November 1886.

Universität.

Erklärung.

Herr Professor E. Dümmler in Halle hat in einem an die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen gerichteten Schreiben vom 2. September 1886 erklärt, daß er aus dieser Gesellschaft, deren korrespondirendes Mitglied er war, austrete, weil die philosophische Facultät der Georgia Augusta ihm eine Kränkung zugefügt habe, und der Zusammenhang der Facultät mit der Gesellschaft der Wissenschaften ein zu inniger sei, als daß er letzterer noch länger angehören könne (s. Abhandlungen d. K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Band XXXIII, S. XIII).

Die philosophische Facultät der Georgia Augusta steht in keinem Zusammenhange mit der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, vermag sich also nicht zu erklären, wie irgend eine ihrer Handlungen als Kränkung eines korrespondirenden Mitgliedes jener Gesellschaft angesehen werden kann.

Die philosophische Facultät der Georgia Augusta ist zu Herrn Professor E. Dümmler nur einmal in Beziehung getreten, als sie im Jahre 1875 den Vorschlag machte, ihn an die Stelle des nach Berlin berufenen G. Waitz treten zu lassen.

Die philosophische Facultät der Georgia Augusta hat am 5. August 1886 dem Sohne des Herrn Professor E. Dümmler, der sich bei ihr um die venia legendi für die Fächer der Archäologie und klassischen Philologie beworben hatte, diese venia versagt, und sie hat dies einstimmig gethan, ohne daß einer der in der Sitzung anwesenden zweiundzwanzig Ordinarien in der Lage gewesen wäre, sich für die Zulassung auszusprechen.

Göttingen, im Dezember 1886.

Die philosophische Facultät der
Georg-Augusts Universität:

H. Wagner,
z. Z. Dekan.

Inhalt von Nr. 20.

V. Meyer, über Thiodiglykolverbindungen. — Krekeler, über die β-Thiophensäure. — Voigt, Gleichgewicht eines vertikalen Cylinders aus krystallinischer Substanz unter der Wirkung der Schwerkraft. — Universität. Erklärung der philosophischen Fakultät.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).


Stanford University Libraries
3 6105 005 666 883

